Herramientas Matemáticas

Ejercicio 1

Grafique el sistema {�} respecto de {�} para cada una de las siguientes matrices de rotación:

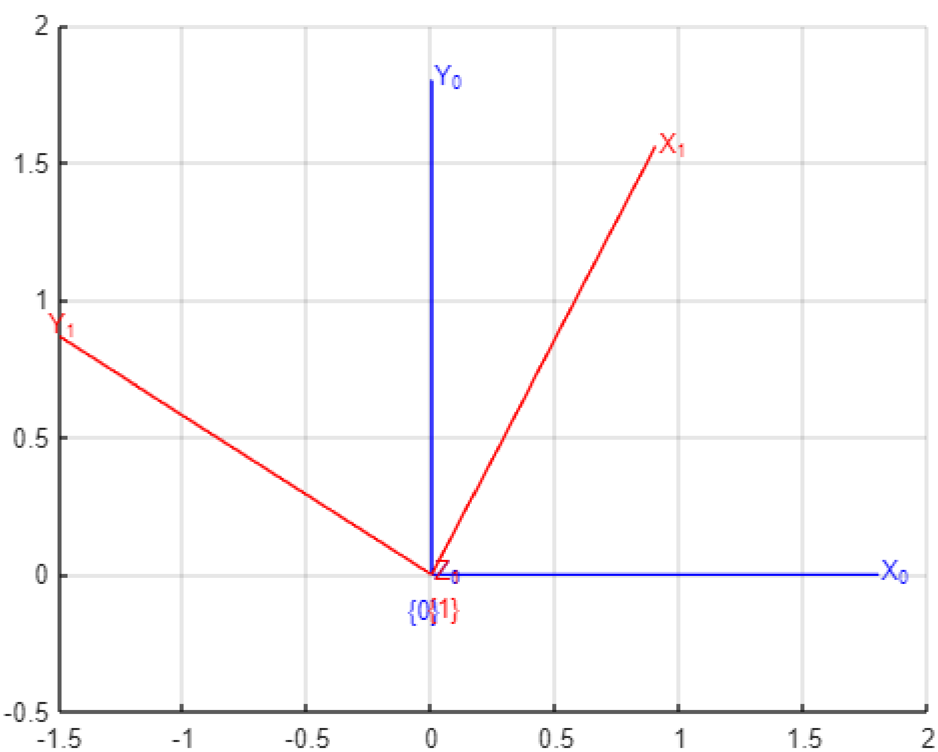
a. ${}^{0}\mathrm{Rot}_M = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.866 \\ 0.866 & 0.5 \end{bmatrix}$

Esta matriz de rotación es lo mismo que $\mathrm{Rot}_Z\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

```
clear; close all;
T0 = eye(3);
T1 = [0.5 -0.866 0; 0.866 0.5 0; 0 0 1];

figure
hold on
trplot(T0,'color','b','frame','0','length',1.8)
trplot(T1,'color','r','frame','1','length',1.8)

grid on
axis([-1.5 2 -.5 2 -2 2])
view(0,90)
```

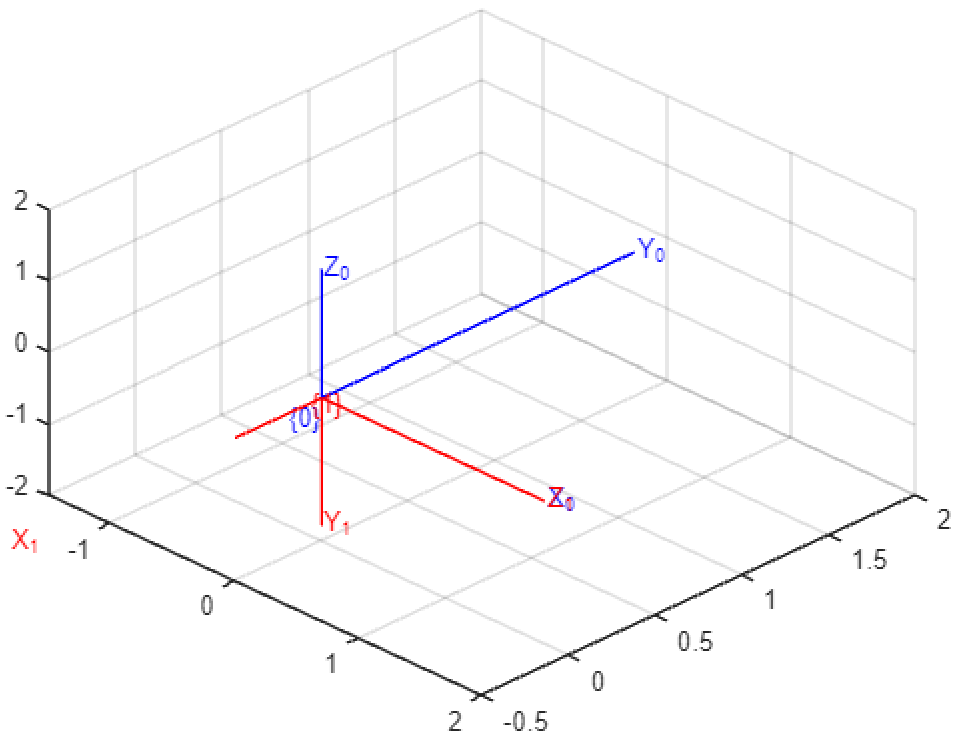


b. $^{\circ}\mathrm{Rot}_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

Esta matriz de rotación es lo mismo que $\mathrm{Rot}_{Y_1}(-\pi) \rightarrow \mathrm{Rot}_{Z_1}(-\pi)$.

```
T2 = eye(4);
T3 = [0 0 1 0; -1 0 0 0; 0 -1 0 0; 0 0 0 1];

figure
hold on
trplot(T2,'color','b','frame','0','length',1.8)
trplot(T3,'color','r','frame','1','length',1.8)
grid on
axis([-1.5 2 -.5 2 -2 2])
view(45,45)
```



c. $^{\circ}\mathrm{Rot}_M = \begin{bmatrix} 0.50 & -0.75 & -0.433 \\ 0.866 & 0.433 & 0.25 \\ 0 & -0.5 & 0.866 \end{bmatrix}$

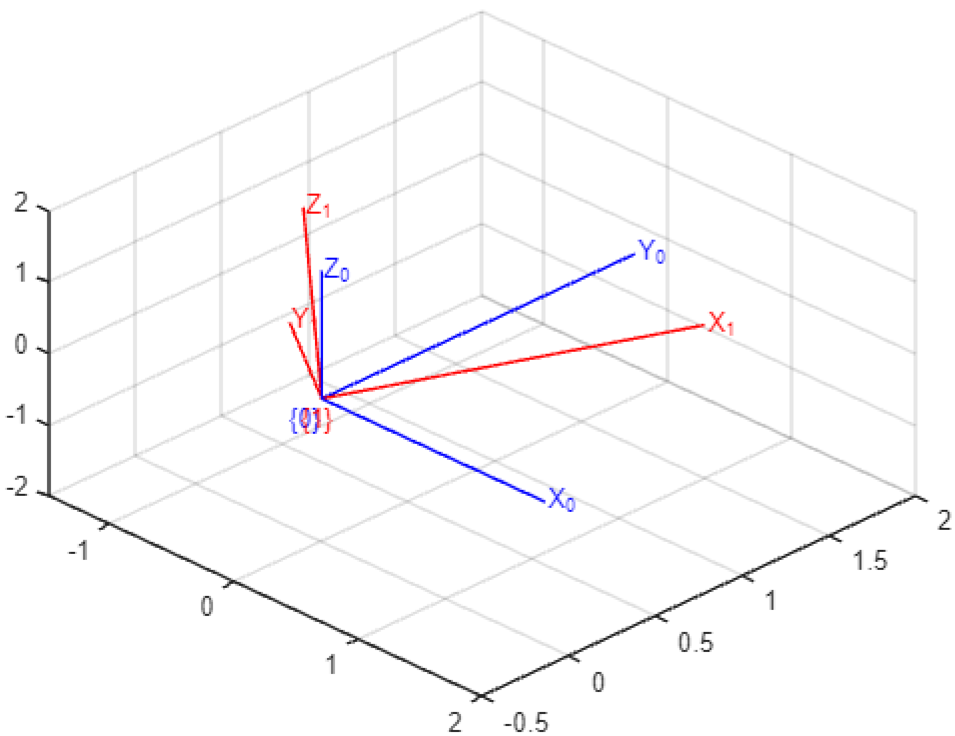
```
T4 = eye(4);
T5 = [0.5 -0.75 -0.433 0; 0.866 0.433 0.25 0; 0 -0.5 0.866 0; 0 0 0 1];

figure
```

```
hold on
trplot(T4,'color','b','frame','0','length',1.8)
trplot(T5,'color','r','frame','1','length',1.8)
```

```
Warning: The new value for the Matrix property may cause rendering problems.
```

```
grid on
axis([-1.5 2 -.5 2 -2 2])
view(45,45)
```



Se recomienda usar el toolbox de “rtb” de Peter Corke para Matlab.

Ejercicio 2 (obligatorio)

Exprese cada uno de los siguientes vectores en el sistema de referencia {�} sabiendo que sus coordenadas son respecto al sistema {�}, el cual sufrió la rotación indicada. Realice un gráfico donde se aprecie el vector y sus coordenadas en ambos sistemas.

a. $^{M}a = [1 \quad 0.5]$; {M} rotó de -17° en z_O

$^{\circ}a =$

```
clear; close all;
T0 = eye(3);
T1 = rotz(-0.297);
am=[1; 0.5; 0];
a0=T1*am;
figure;
hold on;
trplot(T0,'color','b','frame','0','length',1.8)
trplot(T1,'color','r','frame','1','length',1.8)
plot_arrow([0, 0, 0], [a0(1),a0(2),a0(3)])
```

```
Warning: Stretch-to-fill scaling not supported;
use DASPECT or PBASPECT before calling ARROW3.
```

```
grid on
axis([-1.5 2 -.5 2 -2 2])
axis equal;
view(0,90)
```

b. ${}^{M}b = [0 \quad 0 \quad 1]$ {M} rotó de 35° en Y_O

${}^{\circ}b =$

```
clear; close all;
T2  =eye(3);
T3 = roty(0.61087);
bm=[0; 0; 1;];
b0=T3*bm
```

```
b0 = 3×1
    0.5736
         0
    0.8191
```

```
figure
hold on
trplot(T2,'color','b','frame','0','length',1.8)
trplot(T3,'color','r','frame','1','length',1.8)
plot_arrow([0, 0, 0], [b0(1),b0(2),b0(3)])
```

```
Warning: Stretch-to-fill scaling not supported;
use DASPECT or PBASPECT before calling ARROW3.
```

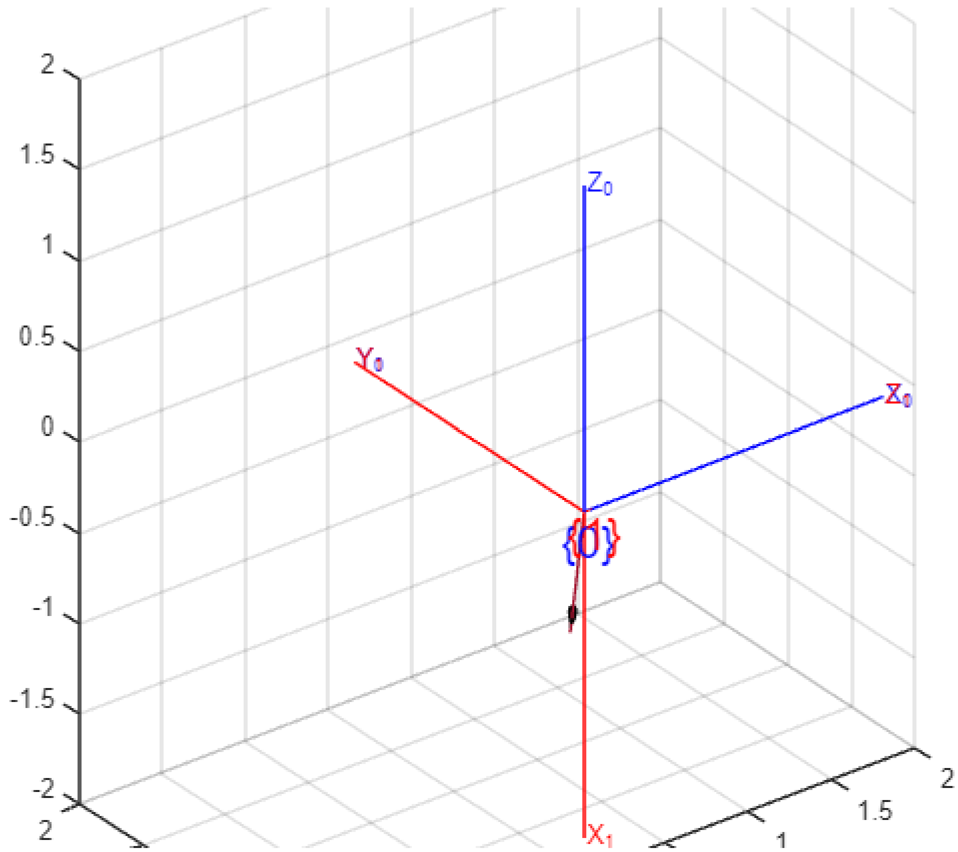
```
grid on
axis([-1.5 2 -.5 2 -2 2])
axis equal;
view(0,0)
```

c. ${}^{M}c = [1 \quad 0.5 \quad 0.3]$ {M} rotó de 90° en Y_O

```
clear; close all;
T4 = eye(3);
T5 = roty(3.1416/2);
cm=[1; 0.5;0.3];
c0=T5*cm;
figure
hold on
trplot(T4,'color','b','frame','0','length',1.8)
trplot(T5,'color','r','frame','1','length',1.8)
plot_arrow([0, 0, 0], [c0(1),c0(2),c0(3)])
```

```
Warning: Stretch-to-fill scaling not supported;
use DASPECT or PBASPECT before calling ARROW3.
```

```
grid on
axis([-1.5 2 -.5 2 -2 2])
axis equal;
view(3)
```

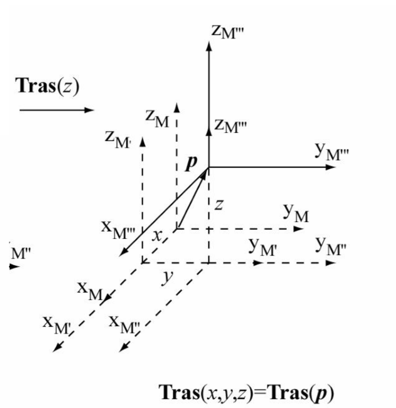


Ejercicio 3

Escriba en forma general las matrices de transformación homogénea que representan los siguientes casos:

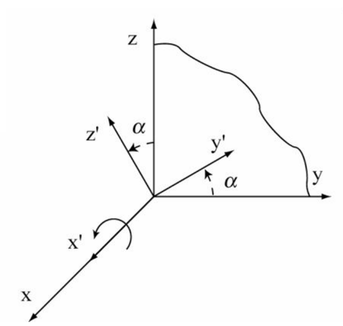
a. Traslación pura en el espacio

$$\mathbf{Tras}(\boldsymbol{p})=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & x\\ 0 & 1 & 0 & y\\ 0 & 0 & 1 & z\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$



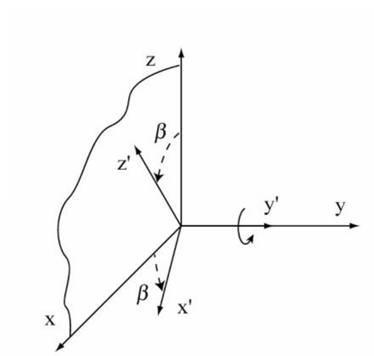
b. Rotación en el eje �

$$\mathbf{Rot}(x,\alpha)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & -sen\alpha\\ 0 & sen\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}$$



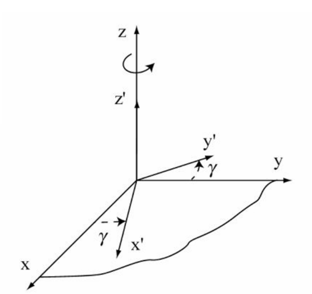
c. Rotación en el eje �

$$\mathbf{Rot}(y,\beta)=\begin{bmatrix}\cos\beta & 0 & \mathrm{sen}\beta\\ 0 & 1 & 0\\ -\mathrm{sen}\beta & 0 & \cos\beta\end{bmatrix}$$



d. Rotación en el eje �.

$$\mathbf{Rot}(z,\gamma)=\begin{bmatrix}\cos\gamma & -\mathrm{sen}\gamma & 0\\ \mathrm{sen}\gamma & \cos\gamma & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$



Ejercicio 4 (obligatorio)

En la siguiente figura se observa el vector � respecto del sistema {�}. El punto � respecto de {�} es � � �=(7,4).

a. Halle, por el método que elija, el ángulo de rotación del sistema {�} respecto de {�}.

b. Exprese la matriz de transformación homogénea que describe la posición y orientación del sistema {�} respecto de {�}.

c. Use la transformación hallada para representar el vector � respecto del sistema {�}. Verifique gráficamente el resultado.

Ejercicio 5

Escriba la matriz de transformación homogénea que representa la posición y orientación del sistema {�} respecto de {�} para cada caso. Realice un gráfico donde se aprecie la diferencia.

a. El sistema {�} giró 45° respecto del eje ��, luego se trasladó un vector ${}^{M}\rho$ = (0 0 1)

b. El sistema {�} se trasladó un vector � � =(0,0,1). ${}^{M}\rho$ = (0,0,1), luego giró 45° respecto del eje Y_M.

Ejercicio 6

Exprese el vector ${}^{\circ}\rho = [0.5 \quad 0 \quad 1]$ respecto del sistema {�} de cada caso del ejercicio anterior.

Ejercicio 7

Analizar la siguiente transformación compuesta e indicar V o F. Considere que � representa la posición y orientación de un sistema de referencia {�} respecto de otro sistema de referencia {�}.

$$T = T\,\mathrm{Rot}_X(a) * \mathrm{Ttras}(0,2,0) * T\,\mathrm{Rot}_Y(\beta)$$

a. El sistema {�} sufrió una rotación � respecto de X_O, luego una traslación de 2 unidades sobre el eje Y_O, y finalmente una rotación � respecto de este mismo eje.

b. El sistema {�} sufrió una rotación � respecto de X_M, luego una traslación de 2 unidades sobre el eje Y_M, y finalmente una rotación � respecto de este mismo eje.

c. Un vector � expresado en {�} puede expresarse en {�} realizando el producto: ${}^{M}\rho = T \cdot \rho$

d. Un vector � expresado en {�} puede expresarse en {�} realizando el producto: ${}^{O}\rho = T \cdot \rho$

Ejercicio 8

En función de las siguientes matrices escritas en forma simbólica halle la expresión correcta para cada caso: - � � � �: matriz de trasformación homogénea del sistema {�} respecto de {�}. - - - � � � �: matriz de trasformación homogénea del sistema {�} respecto de {�}. � � � �: matriz de trasformación homogénea del sistema {�} respecto de {�}. � � �: matriz de trasformación homogénea del sistema {�} respecto de {�}. � � = � ROBOTICA I Trabajo Práctico N°2 - � � � �: matriz de trasformación homogénea del sistema {�} respecto de {�}.

1. {�} respecto de {�}:

2. {�} respecto de {�}:

3. {�} respecto de {�}: