

FREUDE AM KOPFRECHNEN VERMITTELN

EINE UNTERRICHTSEINHEIT PLANEN, MIT DEM ZIEL
OBERSTUFENSCHÜLERN FREUDE AM KOPFRECHEN ZU
VERMITTELN

eine Maturaarbeit von

Jérôme Landtwing

7. August 2016

Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	1
1.1	DANKSAGUNGEN:	1
2	Einleitung	1
3	Material und Methoden	2
4	Planung der Lektion	2
4.1	Beschreibung der Inhalte der Lektion	2
4.2	die Grundgesetze der Mathematik	3
4.2.1	Assoziativgesetz	3
4.2.2	Distributivgesetz	3
4.2.3	Kommutativgesetz	4
4.3	Addition	4
4.3.1	Schriftlich	4
4.3.2	Von rechts nach links	5
4.3.3	Kommutativgesetz / Gruppen Bilden	5
4.3.4	[Mein Trick] der unsichtbare Gehilfe	6
4.4	Subtraktion	6
4.4.1	die schriftliche Subtraktion	6
4.4.2	Kettenrechnungen	7
4.4.3	[mein Trick] der unsichtbare Helfer	7
4.4.4	Subtraktion einer schönen Zahl	8
4.5	Multiplikation	8
4.5.1	Faktoren Aufteilen	8
4.5.2	Summen Bilden	10
4.5.3	Doppelte Summe	10
4.5.4	Dritte Binomische Formel	12
5	Vermittlung der einzelnen Inhalten	12
5.1	Arbeitsformen	13
5.1.1	Vormachen - Nachmachen - Üben	13
5.1.2	Lehrervortrag	14
5.1.3	Motorisches Lernen	14
5.2	Lektionsaufbau	14
5.3	Theorie erarbeiten	15
5.3.1	der unsichtbare Gehilfe	16
6	Durchführung	16
6.1	Verlauf der Doppellektion	17
6.2	Verlauf der Übungsphase	18
6.3	Abschluss	19

7 Mein Eindruck	19
8 Auswertung des Projektes	20
8.1 Auswertung des Unterrichts	20
8.2 Auswertung der Leistungen	20
9 Ergebnisse	20
10 Diskussion der Ergebnisse	20
11 Schlusswort	20
Literatur	20

1 Vorwort

- Weshalb habe ich dieses Thema gewählt: Freude an Mathematik, Freude weitergeben, evtl. Absicht später im Lehrerberuf tätig zu sein
- Mir fällt es leicht, mit Zahlen zu jonglieren, Mathematik hat mich von klein auf begeistert, möchte mein Wissen, meine Freude weitergeben!
- Meist verlieren junge Menschen die Lust am Kopfrechnen, an der Mathematik weil sie überfordert werden, Aufgaben nur nach Schema XY lösen müssen.

1.1 DANKSAGUNGEN:

Testpublikum Probelektion: Sanja, Evelin, Jeannine und Céline

Céline fürs Zuhören und die private Unterstützung. `\input {abstract }`

Kurzzusammenfassung → am Schluss schreiben. 1 A4 Seite

2 Einleitung

- Gegenstand der Untersuchung
- Problemstellung
- Hypothese
- Theorie und Ziel meiner Arbeit
- Eingrenzung des Untersuchungsfeldes
- Ausgangslage Skizzieren

2 A4 Seiten

Kopfrechnen ist keine schwierige Sache, zumindest nach meiner Auffassung. Oftmals beschäftige ich mich mit der Frage, weshalb das, was mir so leicht fällt, anderen so schwer fällt. Kopfrechnen bedeutet für mich nicht, dass wenn man eine Rechnung wie $31 \cdot 29$ sieht, unmittelbar das Resultat 899 ausspuckt wie ein Taschenrechner. Vielmehr bedeutet Kopfrechnen für mich sich zu helfen wissen, wie man die Rechnung so vereinfachen kann, damit sie im Kopf lösbar ist. Mit anderen Worten, will man Rechnungen im Kopf lösen, so wie dies ein Taschenrechner tut, so wird es schnell komplex und man verliert die Lust am Kopfrechnen. Geht man jedoch anders an Rechnungen heran und probiert diese zuerst zu vereinfachen und anschliessend eine einfachere Rechnung im Kopf zu lösen, so wird man erfolgreich sein und öfters den Kopf anstelle des Taschenrechners brauchen. **In meiner Arbeit möchte ich eine Gruppe von Oberstufenschülern dazu motivieren im Alltag nicht sofort zum im Smartphone integrierten Taschenrechner zu greifen, sondern solche Rechnungen im Kopf zu lösen** Um dies zu erreichen, möchte ich den Schülern einige dieser Tricks weitergeben. Dafür habe ich eine Doppellektion zu Verfügung. Jedoch sich der gewünschte Effekt nicht nach dieser Doppellektion einstellen, vielmehr müssen die neu erlernten Methoden angewendet und bestenfalls von den Schülern selbst weiterentwickelt und verfeinert werden. Deshalb lösen die Schüler nach dieser Doppellektion über einen Monat zu Beginn jeder Mathestunde 5 Minuten Aufgaben. Dadurch wird meine Arbeit in drei Teile aufgeteilt. Die Planung der Doppellektion, was will ich vermitteln, wie will ich es vermitteln, welche Probleme sind dabei aufgetreten. Im zweiten Teil werde ich dokumentieren, wie die Durchführung abgelaufen ist, was hat so geklappt, wie ich es mir wünschte, was nicht. Im letzten Teil bereite ich das ganze nochmals auf und schaue auf mein Projekt zurück. Habe ich mein Ziel erreicht?, was müsste ich für eine weitere Durchführung verbessern? Dieser Teil basiere ich auf der Rückmeldung der Lehrperson (Herr Jud) und dem Verlauf der Aufgaben die die Schüler zu Beginn jeder Lektion lösen mussten.

- In der Arbeit werde ich des öfteren von *mathematischen Tricks* sprechen. Diese *mathematischen Tricks* sind einfache Termumformungen, die kompliziert aussehende Rechnungen so umformen, damit sie im Kopf lösbar sind. Diese Tricks gründen auf den mathematischen Grundgesetzen und sind mathematisch korrekt!
- Keine vedische Mathematik vermittelt, weil ich sie selbst nicht verstehe und ich ein *es funktioniert, aber ich weiss nicht weshalb* Verhalten vermeiden wollte.

3 Material und Methoden

4 Planung der Lektion

Das Ziel meiner Lektion war den Schülern die Freude am Kopfrechnen zu vermitteln, die ich besitze.

4.1 Beschreibung der Inhalte der Lektion

Bei der Planung der Lektion waren mit vielerlei Dinge sehr wichtig:

- Verständlich für alle Schüler
- verschiedene Werkzeuge für die Schüler, damit sie selbst kreativ werden können
- das Verständnis des mathematischen Grundgedankens
- Alle Schüler sollen Freude am Kopfrechnen und der Mathe erhalten
- Schüler sollen daraus profitieren

Ich möchte den Schülern diverse Tricks beibringen, die ihnen helfen Rechnungen zu vereinfachen. Diese Tricks sind im wesentlichen algebraische Umformungen und mathematisch korrekt! Damit kein Durcheinander entsteht, bespreche und erläutere ich im kommenden Teil nacheinander die vier Grundrechenarten: den Hintergrund, Alltagsbeispiele und die Tricks, welche für die jeweilige Rechenart angewendet werden können bezüglich der jeweiligen Rechenart.

Die meisten Tricks bauen auf den 3 Grundgesetze der Mathematik auf. Die Schüler haben sie im Unterricht bereits kennengelernt, deshalb werde ich sie hier nur kurz anschneiden und nicht gründlich ausführen.

4.2 die Grundgesetze der Mathematik

4.2.1 Assoziativgesetz

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad (1)$$

In Worten ausgedrückt heisst das, dass die Reihenfolge der Ausführung keine Rolle spielt. Es spielt also keine Rolle ob ich zuerst a und b zusammenzähle und dann c addiere oder zuerst b und c addiere und dann a dazuzähle. Das Assoziativgesetz ist gültig für die Addition und die Multiplikation, jedoch nicht für die Subtraktion und Division.

4.2.2 Distributivgesetz

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad (2)$$

Das Distributivgesetz besagt, dass bei der Multiplikation eines Faktors mit einer Summe (oder auch einer Differenz) die Multiplikation in zwei Teilschritte aufgeteilt werden darf, indem man die beiden Summanden (in der Allgemeinen Formel b und c) einzeln mit dem Faktor a multipliziert und aus diesen zwei Teilprodukten ($a \cdot c$, $b \cdot c$) die Summe bildet. Ausformuliert bedeutet das Distributivgesetz, dass bei einer Multiplikation die Faktoren in Summe aufgeteilt werden und nach obigem Schema weitergerechnet werden kann, das Distributivgesetz gilt für den allgemeinen Fall einer Multiplikation, wobei die Faktoren sowohl in Summen als auch in Differenzen aufgeteilt werden dürfen.

Das Distributivgesetz, kann auch angewendet werden, wenn beide Faktoren als Summe bzw. Differenz vorliegen:

4.2.3 Kommutativgesetz

$$a + b = b + a \quad (3)$$

Hier wird verdeutlicht, dass die Anordnung der einzelnen Summanden das Resultat nicht beeinflusst. Bei der Addition und der Subtraktion darf die Reihenfolge, in der man die einzelnen Summanden zusammenzählt bzw. die Faktoren multipliziert frei gewählt werden. Konkret erlaubt uns dieses Gesetz die einzelnen Summanden oder Faktoren so zu gruppieren, dass es uns leichter fällt sie zusammenzuzählen. Mehr dazu auf Seite ??.

4.3 Addition

Bei einer Addition werden zwei oder mehr Zahlen zusammengezählt. Formal wird eine Addition so dargestellt:

$$Summand_1 + Summand_2 + Summand_3 + \dots + Summand_n = Summe$$

Plusrechnen, was tut man genau?, was passiert?, evtl Zahlenstrahl

4.3.1 Schriftlich

Da ich mich in meiner Arbeit mit dem Rechnen im Kopf befasse und meine Probanden die Oberstufe besuchen, setze ich die Kenntnis der schriftlichen Addition voraus. Deshalb werde ich hier nur kurz im Tiefflug darüberstreifen, um zu repetieren, exerzieren oder aufzufrischen.

Die schriftliche Addition funktioniert folgendermassen: Man schreibt die Zahlen untereinander und beginnt von der Einerstelle sich vorzuarbeiten bis man bei der Stelle mit der grössten Zehnerpotenz angekommen (im Beispiel die Hunderterstelle) ist. Die Rechenrichtung ist von rechts nach links.

Ist das Ergebnis in einer Spalte grösser als 10, so wird dies als Übertrag in die nächste Spalte (nächst grössere Zehnerstelle) eingeschrieben.

	Hunderter	Zehner	Einer
	1	3	4
	1	6	4
+		5	3
	2	14	11
	2	4	1
Überträge +	1	1	
	3	5	1

Abbildung 1: Die schriftliche Addition von $134 + 164 + 53$

4.3.2 Von rechts nach links

Eine beliebte Methode, bei der man exakt die gleichen Rechenschritte wie bei der schriftlichen Addition durchführt, jedoch ohne sich die Zahlen untereinander aufzuschreiben. Man rechnet also nach dem gleichen Schema wie in Abbildung 1. Man rechnet Zeile für Zeile, beginnend bei der Einerstelle und arbeitet sich Zeile für Zeile nach links vor bis die Zahlen ausgehen. Dies ist jedoch eine sehr brachiale Standardmethode, klar führt auch sie ans Ziel, doch muss man sich, und das sei der grosse Nachteil dieser Methode extrem viele Zwischenresultate merken. Ich möchte niemanden der sich diese Methode zu eigen gemacht hat davon abhalten so zu rechnen, jedoch werde ich im folgenden einige Tricks zeigen, mit welchen man solche Rechnungen auf eine andere Weise lösen kann.

4.3.3 Kommutativgesetz / Gruppen Bilden

Die Definition des Kommutativgesetzes (zu finden auf Seite 4 Gleichung 3) besagt, dass bei Additionen und Multiplikationen die Reihenfolge der Summanden bzw. Faktoren frei gewählt werden kann. Dies ist vor allem bei Kettenrechnungen ein sehr mächtiges Werkzeug! Am besten ordnet man die einzelnen Glieder einer Kettenrechnung so an, dass man mit dem kleinstmöglichen Aufwand ans Ziel kommt.

Das Kommutativgesetz wurde bereits auf Seite 4, Gleichung 3 vorgestellt. Hier erläutere ich nun, wie man sich die vom Kommutativgesetz besagten Regeln zu nutze machen kann. Aus dem Kommutativgesetz folgt, dass die Reihenfolge, in der man die verschiedenen Summanden zusammenzählen will frei wählbar ist. Am besten wählt man sie so, dass man möglichst wenig zu rechnen hat, indem man zum Beispiel Gruppen bilden, die Zusammen eine runde Zahl ergeben. Der Trick, Gruppen zu bilden, ist vor allem wenn es

um Kettenrechnungen geht ein sehr mächtiges Werkzeug!

$$13 + 56 + 34 + 53 = ?$$

Versucht man Gruppen zu bilden, so wird den meisten ins Auge stechen, dass sich die Einerstellen der Zahlen 56 und 34 zusammen auf 10 ergänzen, $56 + 34$ also eine runde Zahl (90) ergeben. Wendet man diesen Weg an, so kann man die Rechnung wie folgt vereinfachen:

$$(56 + 34) + 13 + 53 = 90 + 13 + 53 = 103 + 53 = 156$$

Jedoch könnte man auch sehen, dass die Einerstellen der Zahlen 13, 34, 53 sich auch auf 10 ergänzen und die Rechnung wie folgt vereinfachen:

$$(13 + 34 + 53) + 56 = 100 + 56 = 156$$

Sowohl der erste als auch der zweite Weg sind korrekt, klar könnte man auch im Kopf von Links nach Rechts immer eine Zahl zur nächsten dazu addieren, jedoch entstehen dabei eine Vielzahl an Zwischenschritten / Zwischenresultaten und das wollen wir beim Kopfrechnen vermeiden. Mit diesem Beispiel möchte ich zeigen, dass es viele verschiedene Wege gibt, eine Aufgabe im Kopf zu rechnen. Es gibt dabei weder richtig noch falsch vielmehr sind es Wege. Jeder Schüler soll also seinen eigenen Weg finden, der für ihn am logischsten erscheint.

4.3.4 [Mein Trick] der unsichtbare Gehilfe

Die Summe verändert sich nicht, wenn beim einen Summanden eine Zahl addiert wird, wenn man beim anderen Summanden die selbe Zahl wieder abzieht. Diesen Trick ist sehr hilfreich um **Zehnerübergänge zu vermeiden**. Man vermeidet den Zehnerübergang indem man die eine Zahl zu einer Zehnerzahl ergänzt bzw. reduziert. Dadurch führt man nicht einen Zehnerschritt im eigentlichen Sinne aus, sondern macht den Schritt zum vollen Zehner. Ein ganz banales Beispiel hierfür ist die Addition von 99. Was ergibt $23 + 99$. In diesem Beispiel lohnt es sich $(23 - 1) + (99 + 1)$ zu rechnen, also $22 + 100 = 122$ Die Korrektheit dieses Tricks lässt sich ganz einfach wie folgt beweisen.

$$(a + x) + (b - x) = a + b + (x - x) = a + b$$

4.4 Subtraktion

Bei einer Subtraktion werden eine oder mehrere Zahlen von einer Zahl abgezogen. Der Allgemeine Fall wird so dargestellt.

$$\text{Minuend} - \text{Subtrahend}_1 - \text{Subtrahend}_2 - \dots - \text{Subtrahend}_n = \text{Differenz} \quad (4)$$

4.4.1 die schriftliche Subtraktion

Wie bereits bei der Addition werde ich auch die schriftliche Subtraktion nur aus dem Gründen der Anschaulichkeit hier besprechen. Wie bei der schriftlichen Addition werden die Zahlen untereinander hingeschrieben so dass Einer-, Zehner- und Hunderterstelle übereinander stehen. Danach wird in jeder Spalte einzeln jeweils alle Subtrahenden vom Minuenden abgezogen. Ist die Summe der Subtrahenden kleiner als der Minuend, so kann die Differenz problemlos ausgerechnet werden und in der jeweiligen Spalte als Ergebnis eingetragen werden. Etwas komplizierter wird es, wenn die Summe der Subtrahenden grösser ist als der Minuend, also eine grosse Zahl von einer kleinen abgezogen werden soll. Da wir uns in der Menge der natürlichen Zahlen bewegen gibt es keine negativen Zahlen und Resultate. Deshalb muss man, damit die Subtraktion dennoch vollführt werden kann von der nächsthöheren Stelle einen oder mehrere Zehner geborgt werden. (in der Abbildung grün hervorgehoben.) Wer möchte kann es auch wie folgt umstellen und den Überschlag als zusätzlichen Subtrahenden in der jeweiligen Zeile hineinschreiben. Eine alternative Methode findet sich im Kapitel ??.

Summe bilden und ergänzen im Kapitel Gruppen bilden erklären!

		Hunderter	Zehner	Einer
Minuend		(6 -1)	2	8
Subtrahend	-	1	8	2
Differenz		4	4	6

Abbildung 2: Die schriftliche Subtraktion: 628 - 182

4.4.2 Kettenrechnungen

Zieht man nacheinander mehrere Zahlen von einer Zahl ab, kann die Summe aller Subtrahenden vom Minuenden abgezogen werden. Dies lässt sich ganz einfach mit dem Trick beweisen, das man alle Subtrahenden in eine Klammer setzt und ein Minus davor. Denn das Minus wechselt alle Vorzeichen in der Klammer.

$$a - b - c - d = a - (b + c + d)$$

		Hunderter	Zehner	Einer
Minuend		(5 - 1)	2	3
Subtrahend ₁	-	3	4	1
Subtrahend ₂	-	1	3	1
Differenz			5	1

Abbildung 3: Die schriftliche Subtraktion: 523 - 341 - 131

4.4.3 [mein Trick] der unsichtbare Helfer

Die Differenz gibt an, wie gross der Unterschied zwischen zwei Zahlen ist. Als Beispiel möchte ich zwei fiktive nebeneinanderstehende Hochhäuser ins Leben rufen, das eine ist 10 Meter höher als das andere. Meine Überlegungen zu diesem Beispiel: Ich rufe drei Betrachter ins Leben: der erste Betrachter ist auf der Höhe des zehnten Stockwerkes der Hochhäuser, der zweite auf der Höhe des Erdgeschosses und der dritte Betrachter befindet sich im Erdmittelpunkt. Nun wollen alle drei Betrachter herausfinden wie gross der Höhenunterschied zwischen den beiden Häusern ist. Erhalten sie verschiedene Resultate? Nein erhalten sie nicht. Aus dieser Überlegung habe ich den folgenden Trick abgeleitet: die Differenz verändert sich nicht, wenn sowohl beim Minuenden als auch beim Subtrahenden die gleiche Zahl addiert oder subtrahiert wird. Der algebraische Beweis sieht so aus:

$$(a - x) - (b - x) = a - x - b + x = a - b - x + x = a - b$$

$$(a + x) - (b + x) = a + x - b - x = a - b + x - x = a - b$$

Weil das Minus die Vorzeichen in der Klammer wechselt, entstehen im Zusammenhang mit x zwei gegenteilige Vorzeichen, die sich gegenseitig auslöschen.

4.4.4 Subtraktion einer schönen Zahl

Der Begriff schöne Zahlen wurde in der Einleitung definiert. Am Beispiel der Rechnung $1000 - 738$ möchte ich erklären, wie man die Subtraktion von einer Runden zahl vereinfachen kann: Wie man sieht ist in allen Spalten ausser

	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
	1	0	0	0
-		7	3	8
Überträge	1	1	1	
		2	6	2

Abbildung 4: Die Subtraktion von einer schönen Zahl

der Einerstelle ein übertrag von 1 entstanden, dies ist keine Überraschung, denn zieht man von Null eine Zahl die ungleich 0 ist ab, so muss man sich einen Zehner von der nächst grösseren Stelle borgen. Da das für alle schönen Zahlen der Fall ist, kann man die folgende Regel ableiten: **Subtraktion einer schönen Zahl: Alle von 9 abziehen, die letzte von 10.**

4.5 Multiplikation

4.5.1 Faktoren Aufteilen

Da die Multiplikation assoziativ ist, darf eine Multiplikation in mehrere Schritte aufgeteilt werden. Beispielsweise darf eine Multiplikation mit 4 als

eine Multiplikation mit zwei und nochmals mit zwei angesehen werden. Oder eine Multiplikation mit 5 darf als eine Multiplikation mit 10 und eine anschließende Division mit 2 (äquivalent zu der Multiplikation mit $\frac{1}{2}$)

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c \quad (5)$$

Nähere Erläuterungen möchte ich am Beispiel der Rechnung $4 \cdot 27$ durchführen. man kann die Rechnung wie folgt ansehen:

$$4 \cdot 27$$

Betrachtet man die formale Schreibweise des multiplikativen Assoziativgesetzes (Formel 5 auf Seite 8) so kann man die Rechnung auf die folgenden Arten anschauen:

- Man interpretiert die Rechnung so, dass der Faktor 4 als $(a \cdot b)$ angesehen wird also sähe die Rechnung so aus:

$$(4) \cdot 27 = ?$$

Wie in Formel 5 zu sehen ist, können in der Klammer mehrere Faktoren stehen. Damit sich das Ergebnis der Rechnung nicht verändert muss jedoch das Produkt in der Klammer 4 ergeben. Es bieten sich die folgenden Rechnungen an: $1 \cdot 4$ oder $2 \cdot 2$ (natürlich gäbe es noch viel mehr Multiplikationen mit dem Ergebnis 4. Diese Rechnungen würden jedoch negative Zahlen und oder Brüche beinhalten und sowohl negative Zahlen als auch Brüche sind schwieriger zu handhaben als positive, ganze Zahlen.) Da mit der Umformung $1 \cdot 4$ lediglich **Anschauungskosmetik** ist, da die Multiplikation mit 1 vernachlässigt werden kann, fahren wir mit der zweiten Möglichkeit ($4 = 2 \cdot 2$) Also schreiben wir die Rechnung so:

$$(2 \cdot 2) \cdot 27 = ??$$

Da die Multiplikation kommutativ ist, dürfen die Faktoren in eine beliebige Reihenfolge gebracht werden. Da die Multiplikation mit 2 einfacher ist als die Multiplikation mit 27 nehmen wir die 27 an den Anfang und multiplizieren diese zweimal mit der Zwei.

$$(27 \cdot 2) \cdot 2 = (54) \cdot 2 = 108$$

- Es ist jedoch auch erlaubt, die 27 in Faktoren zu zerlegen. Hier gibt es wiederum zwei Möglichkeiten: $1 \cdot 27$ und $3 \cdot 9$. Wie im vorherigen Beispiel wird mit der Umformung von 27 zu $27 \cdot 1$ keine Vereinfachung herbeigeführt. Deshalb fahren wir weiter mit der Umformung von 27 zu $3 \cdot 9$ fort und erhalten die folgende Rechnung:

$$4 \cdot (27) = 4 \cdot (3 \cdot 9) = 4 \cdot 3 \cdot 9 = 12 \cdot 9$$

So wurde aus der Rechnung $4 \cdot 27$ eine völlig andere Rechnung $9 \cdot 12$. Wie man das einfach ausrechnen kann, wird im nächsten Kapitel erklärt.

Hääää?

Das Resultat (Produkt) einer Multiplikation verändert sich nicht, wenn ein Faktor mit einer Zahl multipliziert wird und ein anderer Faktor durch die selbe Zahl geteilt wird. Dankbar für diesen Fall sind alle Zahlen die Vielfache von zwei sind. Beispielsweise die Multiplikation mit 8:

$$125 \cdot 8 = 250 \cdot 4 = 500 \cdot 2 = 1000$$

Die Multiplikation mit 8 wurde substituiert mit drei Multiplikationen mit Zwei.

4.5.2 Summen Bilden

Um diesen Trick anzuwenden macht man sich das Distributivgesetz zu nutze indem man sich aus einem Faktor eine Summe bildet. Es entstehen zwei Teilrechnungen, deshalb macht es vor allem dann Sinn, diesen Trick anzuwenden, wenn man das eine Teilresultat bereits kennt. Vor allem bei der Multiplikation mit Zahlen die nahe an einem Zehner liegen ist dies ein Mittel um sehr schnell an das Resultat zu gelangen. Im vorangehenden Kapitel tauchte die Rechnung $9 \cdot 12$ auf. es gibt wiederum zwei Fälle wie man diese Rechnung lösen kann mit Hilfe des Distributivgesetzes:

- Man macht aus der neun eine Summe: $9 = (10 + (-1)) = (10 - 1)$ und multipliziert diese mit 12:

$$(10 - 1) \cdot 12 = 10 \cdot 12 - 1 \cdot 12 = 120 - 12 = 108$$

Die Multiplikation mit 10 ist keine schwierige Sache, lediglich eine null muss am Ende der Zahl angehängt werden und die Multiplikation mit 1 erübrigt sich auch. Also erhält man die Zwischenresultate ohne grosse Rechnereien. Die Subtraktion am Schluss dürfte den meisten leichter von der Hand gehen als die Ursprüngliche Rechnung im Kopf durchzuführen.

- Man verwandelt die 12 in die Summe $12 = (10 + 2)$ und rechnet auf die gleiche Weise wie eben mit Hilfe des Distributivgesetzes weiter:

$$9 \cdot (10 + 2) = 90 + 18 = 108$$

Hier tauchen wiederum zwei Multiplikationen auf, deren Produkte zusammengezählt werden müssen. Die Multiplikation $9 \cdot 10$ ist ein Kinderspiel, und die Rechnung $2 \cdot 9$ gehört zum kleinen Einmaleins und erledigt sich auch ohne grosse Schwierigkeiten.

4.5.3 Doppelte Summe

Die Methode „doppelte Summe“ ist im Grunde genommen nichts anderes als die Weiterführung der Methode „Summen bilden“. Statt eine Zahl in eine Summe umzuwandeln, bildet man in diesem Fall aus beiden Zahlen eine Summe bildet. Allgemein sieht eine Multiplikation so aus:

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Diese etwas unschöne Formel, kann man vereinfachen, unter Einführung der Nebenbedingung, dass in beiden Summen der gleiche Summand vorkommen soll. Wir gehen davon aus, dass die Summen so gewählt wurden, dass die Variabel a und c den gleichen Wert haben und deshalb beide mit der Variabel a dargestellt werden können:

$$(a + b) \cdot (a + d) = a^2 + ab + ad + bd$$

Unter Anwendung des Distributivgesetzes (kap. 4.2.2) kann der Term wie folgt vereinfacht werden:

$$a^2 + ab + ad + bd = a^2 + a \cdot (b + d) + bd$$

Somit wurde die Multiplikation von zwei Faktoren umgewandelt in die Addition von einer Quadratzahl und zwei Produkten. Damit diese Endformel auch wirklich für jedermann im Kopf lösbar ist, sollten die Zahlen geschickt gewählt werden. **a als ganzen Zehner wählen, dann wird die Rechnung im Kopf lösbar** Dass man dank diesem Kniff eine schwierige Multiplikation, im Kopf lösen kann, möchte ich mit folgendem Beispiel untermauern.

$$23 \cdot 16 = ?$$

als erstes wandeln wir beide Faktoren in eine Summe um und achten darauf, dass in beiden Summen der gleiche Summand vorkommt. Besonders geschickt ist es, diesen Summanden als eine ganze Zehnerzahl zu wählen. Hat man zwei Zahlen in der Nähe des gleichen Zehners, in unserem Beispiel 20, so macht es sinn Summen mit diesem Zehner zu bilden. Streng genommen ist die Umwandlung von 16 zu $(20 - 4)$ keine Addition sondern eine Subtraktion, auch das ist erlaubt. **Einschub, dass Subtraktion $20 - 4$ auch als Addition $(20 + (-4))$ angesehen werden kann?**

$$(20 + 3) \cdot (20 - 4) = ?$$

$$(20 + 3) \cdot (20 - 4) = 20^2 + 3 \cdot 20 - 4 \cdot 20 - 3 \cdot 4$$

ohne Finger

Die Methode, wie sie eben vorgestellt wurde, dient eigentlich nur dem Zweck der Anschauung und ist deshalb auch der Bruder der folgenden Methode. Schnelldenker dürften das System, das hinter den Fingertricks steckt bereits durchschaut haben. Allen anderen werde ich nun auf die Sprünge helfen. Das System funktioniert wie folgt: Die zwei Zahlen die miteinander multipliziert werden sollen werden so in zwei Summen umgewandelt dass die gleiche Zahl als **Ursprungszahl** vorliegt. Bei Betrachtung der allgemeinen Formel der Multiplikation lassen sich einige Vorteile herauslesen. Algebraisch ausgerechnet, sieht eine Multiplikation von zwei Summen so aus. (Vorausgesetzt keine zwei Summanden sind gleich)

$$x \cdot y = (a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Da wir aber die Bedingung eingeführt haben dass die gleiche Zahl als Summand in beiden Klammern auftauchen soll lässt sich die etwas umständliche Formel so schreiben. Wir gehen davon aus, dass wir die Rechnung so umgeformt haben dass a und c gleich gross sind.

$$ac + ad + bc + bd \stackrel{a=c}{=} aa + ad + ba + bd = a^2 + a \cdot (b + d) + bd$$

Aus vier Zwischenresultaten wurden drei und von diesen dreien ist eines (a^2) eine Quadratzahl, sollte also den Schülern bekannt sein. Also bleiben noch zwei Rechenschritte übrig: $a \cdot (b + d)$ Hier ist es wichtig, dass zuerst die Klammer ausgerechnet und erst anschliessend die Multiplikation durchgeführt wird, um den Aufwand möglichst gering zu halten. Zum Schluss muss einzig noch die Rechnung $b \cdot d$ wirklich ausgerechnet werden. Im normalen Fall sollte dies jedoch mit dem kleinen Einmaleins möglich sein.

4.5.4 Dritte Binomische Formel

Die dritte binomische Formel sieht wie folgt aus:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Diese Formel kann man sich zu nutze machen, sobald man zwei Zahlen haben, die nahe beieinander liegen, bevorzugt mit einem Zehner in der Mitte. Beispiel: $22 \cdot 18 = (20 + 2) \cdot (20 - 2) = 400 - 4 = 396$

- Lektionen weshalb?
- Weshalb ein grosses Arsenal an Werkzeugen -; Damit die Schüler eigene Lösungswege suchen können und diese weiterentwickeln können.
- Aufbau der Lektion
- Aufbau der Übungsblättern / Tests

5 Vermittlung der einzelnen Inhalten

- ohne entsprechende Mittel kann man nicht kreativ werden, speziell nicht in Mathematik! Deshalb vermittelte ich den Schülern verschiedene Werkzeuge, damit sie kreativ werden können. Nicht das Erarbeiten der verschiedenen Tricks steht im Vordergrund, sondern das beherrschen davon.

Mir war von Anfang an bewusst, dass ich eine grosse Fülle von Stoff in einer Doppellektion vermitteln wollte. Das zuvor erarbeitete Repertoire an Tricks ist bereits eine gekürzte Fassung der gekürzten Fassung der nach einer Auswahl übrig gebliebenen Tricks. Ich war mir bewusst, dass es zeitlich sehr knapp werden könnte. Dennoch trennte ich mich von keinem weiteren Trick. Mein Ziel war, die Schüler nicht zu nötigen nach einem vorgegebenen Schema zu rechnen, sondern dass sie selbst einen Weg suchen können und das ist nur möglich, wenn sie ein breites Arsenal an zu Verfügung stehenden Möglichkeiten haben. Ich möchte den Schülern Werkzeuge beibringen, je nach Situation ist ein schweizer Taschenmesser ein sehr wertvolles Utensil, man kann damit notfalls auch einen Baum fällen, jedoch lässt sich ein Baum leichter mit einer Säge fällen. Mein Ziel war den Schülern einige Grundlegende Werkzeuge für die drei wichtigsten Grundrechenarten mitzugeben. Also ihren Werkzeugkasten mit Hammer, Schraubenzieher und einigen Zangen auszurüsten, damit sie alle im Alltag auftretenden Probleme lösen können.

In diesem Kapitel möchte ich nun genau beschreiben, wie ich die Lektion aufgebaut habe. Was ich aus welchem Grund so gemacht habe. Laut ¹ soll eine Lektion in die folgenden Teile aufgeteilt werden: Einstieg, Interesse wecken, Theorie erarbeiten, Umsetzung, Abschluss. Ich habe mich dazu entschieden, dass ich die Schritte Theorie erarbeiten und die Umsetzung in einem Schritt zusammen nehme und für jeden Trick einzeln durchführen werde. Dies tat ich aus dem einfachen Grund, damit zum einen keine Verwirrung entsteht, zum anderen, damit die Schüler nicht zu lange Zeit nur zuhören müssen, sondern selbst aktiv werden können.

5.1 Arbeitsformen

Damit die Schüler kreativ werden können, brauchen sie eine Fülle an Tricks. Deshalb legte ich den Fokus nicht auf das gemeinsame Erarbeiten des Inhalts, dafür fehlte schlicht und einfach die Zeit. Ich rückte das Verstehen und die Fähigkeit, die erlangten die Tricks zu anzuwenden und bestenfalls weiter zu entwickeln in den Mittelpunkt.

¹<http://arbowis.ch/index.php/erwachsenenbildung/unterrichtsplanung/67-2014/erwachsenenbildung/unterrichtsplanung/phasenmodelle/42-aitus-5-phasen-unterrichtsaufbau>

5.1.1 Vormachen - Nachmachen - Üben

Das Prinzip *Vormachen - Nachmachen - Üben* wurde von Landwehr (1997, S. 151f) vorgestellt. Diese Technik dient der Vermittlung von Fertigkeiten und Handlungstechniken. Der Name ist Programm, das System baut, wie es der Name sagt darauf auf, dass die Lehrperson eine Technik vorzeigt, die Schüler diese imitieren und sie anschliessend selbst anwenden indem sie Übungen mit gezeigter Methode üben. Bemängelt werden, die fehlende Erkenntnisgewinnung und der mangelnde Platz für die eigene Lösungsvorschläge. Diesen Kritikpunkten kann ich insofern entgegensprechen, als dass die Technik lediglich der Vermittlung von Lösungsstrategien dient und diese Lösungsstrategien dazu da sind, damit die Schüler später, beim Lösen der Aufgaben, eigene Lösungsvorschläge kreieren können. Die Technik *Vormachen - Nachmachen - Üben* ist also lediglich Mittel zum Zweck, um den Schülern die notwendigen Werkzeuge mitzugeben, damit sie einen eigenen Lösungsweg für die verschiedenen Rechnungen entwickeln können. Ich entschied mich für diese Technik, weil die gemeinsame Erarbeitung der einzelnen Strategien, nicht das übergeordnete Ziel ist und die Zeit dafür schlicht zu knapp war.

5.1.2 Lehrervortrag

geeignete Quelle suchen, um zu Erklären, worum es geht. Ich habe mich für den Lehrervortrag entschieden, da ich den Schülern, viele Inputs in kurzer Zeit mitgeben wollte. Deshalb hatte ich die Zeit nicht, die Schüler verschiedenste Techniken selbstständig erarbeiten zu lassen. Sehrwohl achtete ich im Vortrag darauf, dass ich immer wieder Schülerinputs einbrachte indem ich sie beispielsweise fragte, wie sie solche Rechnungen lösen würden

5.1.3 Motorisches Lernen

Um den Schülern das Merken der Tricks zu vereinfachen, wollte ich diese so verständnisvoll wie möglich vermitteln. Damit sie es sich noch besser einprägen können, untermauerte ich die Theorie, wann immer Möglich mit Bildern beziehungsweise liess sie selbst Bewegungen ausführen. Ich wollte für die Schüler eine möglichst abwechslungsreiche Doppellektion vorbereiten. Aus diesem Grund und weil ich den Schülern auch vermitteln wollte, dass die Mathematik greifbar ist, wollte ich ihnen auf die Chance geben sich aktiv motorisch zu betätigen. Ich gab mir Mühe, wann immer möglich das, was ich erklärte mit Bildern zu untermauern. Ich wollte den Schülern ein Gefühl mitgeben, für das was sie taten. Ich wollte den Schülern nicht nur plumpe Tricks mitbringen, sondern diese Tricks auch anreichern mit einer Bewegung oder einem Gefühl für das was sie taten. Deshalb probierte ich wann immer möglich den Theorieteil anzureichern beziehungsweise die Schüler gewisse Bewegungen selbst ausführen zu lassen. Dies bezweckte ich, indem ich ihnen vorzeigte, dass man die Zahlen verschieben darf.

5.2 Lektionsaufbau

Ein von Meyer (2015) vorgestelltes Modell für den Unterrichtsaufbau nennt sich *AITUS* und gliedert sich in 5 Phasen: Anfangen, Interesse wecken, Theorie erarbeiten, Umsetzen, Schluss. Diesen Aufbau erachtete ich als geeignet und kompatibel mit dem zuvor vorgestellten Prinzip *Vormachen - Nachmachen - Üben*. Ich wollte die Doppelstunde so aufbauen, dass ich für jeden Trick einzeln die Schritte Theorie erarbeiten und Umsetzen durchführen wollte. Somit ergaben sich 9 kleine Theorieblöcke mit anschließender Übungsphase. Durch das Aufteilen in kleine Portionen wollte ich verhindern, dass die Schüler zu lange passiv zuhören müssen. Dadurch sollte sich ein guter Mix aus abwechselnd kleinen Theoriehäppchen, gefolgt von einer kurzen Übungsphase ergeben.

Der erste Punkt von Meyer (2015) vorgestellte Punkt ist, das gegenseitige Kennenlernen. Dies setzte ich um, indem ich zu Beginn eine Vorstellungsrunde machte. Ich wollte jedoch über das plumpe Nennen des Vornamens hinausgehen, da ich auch etwas mehr über die Schüler erfahren wollte. Aus diesem Grund sollte sich jeder kurz vorstellen, indem er neben seinem Namen auch noch erwähnt, was ihn mit der Mathematik verbindet und wo ihm Mathematik im Alltag begegnet ist. Die zwei Zusatzbedingungen hatten den positiven Nebeneffekt, dass die Schüler bereits ein erstes Mal damit befassten, inwiefern Mathematik und Kopfrechnen im Alltag präsent ist. Da es für die Schüler eine spezielle Situation war und ich als Schüler in solchen Situationen meist sehr schüchtern war, machte ich den Anfang. Zusätzlich erklärte ich den Schülern, dass sie mich nicht zu Siezen brauchen, sondern mich beim Vornamen nennen dürfen. Dadurch wollte ich auch noch eine gewisse Nähe schaffen beziehungsweise die Distanz die das Siezen schafft aus dem Weg räumen. Ich stellte mich also in etwa so vor: Mein Name ist Jérôme, ich bin 18 Jahre alt. Mathematik faszinierte mich schon als Kleinkind. Mathematik begegnet mir im Alltag sehr oft. Wenn ich auf den Zugstresse und auf die Uhr blicke und ausrechne, wie viel Zeit ich noch habe. Im Supermarkt in der Schule, beim Volleyballspielen. Weiter gehört die Bekanntgabe der Absicht und der Zielsetzung unter den Punkt *Anfang*.

Nach Meyer sollte man weiterfahren, indem man Vorwissen aktiviert und Lust auf den Stoff zu versprühen. Dem wollte ich gerecht werden, indem ich ihnen erklärte, um was es in meinem Projekt geht und ihnen die Ziele bekannt gab. Um sie dort abzuholen wo sie standen, machte ich zu Beginn eine Repetition der Grundgesetze und gab bereits einige Inputs, die auf das Bevorstehende abzielten. Um die nächsten zwei Aspekte: *Theorie erarbeiten und Umsetzen* in die Praxis zu übertragen, bereitete ich die kurzen Theorieblöcke und dazu passende Aufgaben vor. Die Aufgaben waren jeweils so gestaltet, dass sie sich gut mit der soeben vorgestellten Technik lösen liessen. Auf dem Aufgabenblatt waren jeweils 6 Aufgaben darauf, der Schwierigkeitslevel steigerte sich von Aufgabe zu Aufgabe.

Zum Schluss der Lektion, auch wenn es nicht explizit von Meyer empfohlen wurde, machte ich einen Ausblick und erzählte den Schülern, wie das Projekt nun weiterläuft.

5.3 Theorie erarbeiten

Mir war es sehr wichtig, dass die Schüler auch wirklich verstanden, was ich ihnen vermittle. Um dies zu erreichen wollte ich den Unterricht weg von der Dimension Wandtafel lösen und in die Dimension selbst Hand anlegen übertragen. Dies will ich erreichen indem ich mir selbst die Aufgabe stellte die Mathematik, die nur im Imaginären stattfindet so in Modelle übersetzte, dass die Schüler sie selbst erfahren können in einer Weise in der sie sie auch verstehen. Ein weiteres Problem meiner Arbeit ist, dass wenn die Schüler alles im Kopf rechnen, ich ihren Lösungsweg nicht nachvollziehen kann. Da jedoch genau das einer der zentralen Punkte für die Auswertung ist, musste ich eine Lösung finden. Ich führte den Begriff "halbschriftlich ins Leben. Halbschriftlich bedeutet so viel wie: Umformungen sollen aufgeschrieben werden, Zwischenresultate jedoch nicht. Dadurch will ich erreichen dass ich ihre Rechenwege nachvollziehen kann, sie aber dennoch den grössten Teil im Kopf rechnen müssen. Im folgenden werde ich nun erklären, wie ich die einzelnen Tricks vermitteln will:

Von rechts nach links 10'

Um das zu erklären, brauchte ich keine weiteren Hilfsmittel. Ich rechnete mit den Schülern ein Beispiel schriftlich an der Tafel vor und erklärte ihnen, dass sie diese Schritte (zuerst einer Zusammenzählen, dann Zehner, dann Hunderter, ...) auch auf die gleiche Weise im Kopf durchführen können. Um das ganze zu vertiefen, liess ich die Schüler gleich danach Übungen lösen, die sich speziell gut eignen, mit dieser Methode zu lösen.

Gruppen Bilden 15'

Ich schrieb die Zahlen 13, 56, 34, 53 auf Zettel und heftete sie mit Magneten an die Wandtafel und schrieb + dazwischen. Dann bat ich die Schüler darum, mir das Ergebnis zu nennen. Ich erwartete, dass die Meisten nach der eben gelernten Methode von rechts nach links rechnen. Also zuerst alle Einer zusammenzählen und anschliessend die Zehner. Danach wollte ich die Frage aufwerfen ob es nicht auch einfacher zu haben sei. Danach zeige ich ihnen, dass die Summanden in eine beliebige Reihenfolge bringen kann, indem ich sie an der Tafel in und her geschoben habe. Danach liess ich die Schüler wiederum Aufgaben dazu lösen, die sich besonders gut dazu eignen mit dieser Methode zu lösen.

5.3.1 der unsichtbare Gehilfe

6 Durchführung

Ich durfte die Doppelktion am 15.6.2016 gleich zweimal, mit zwei verschiedenen Klassen durchführen. Es handelte sich um zwei Mathematikurse des Niveaus A, der zweiten Sek in Einsiedeln. In den nächsten Kapiteln findet sich ein Protokoll angereichert mit meinen Erfahrungen. Die Lektionen haben sich praktisch gleich abgespielt, deshalb werde ich beide Lektionen in ein Protokoll hineinpacken.

6.1 Verlauf der Doppelktion

Im folgenden Kapitel werde ich protokollieren, wie die Lktion abgelaufen ist. Folgendes Equipment stand mir zu Verfügung: Eine herkömmliche Wandtafel, wobei eine Seite als Beamer agierte. Ebenfalls vorhanden war ein Presenter, die überholte Version des Beamers, der es mir ermöglichte das Blatt auf den Beamer zu projizieren und gemeinsam es mit den Schülern auszufüllen.

Ich führte die Doppelstunde am selben Morgen mit zwei Klassen durch. Ich werde hier jedoch beide Doppelstunden gemeinsam protokollieren und auch nur von einer Doppelktion sprechen, da sie praktisch identisch verlaufen sind. Zum Ende der zweiten Doppelstunde, musste der Klassenlehrer die Klasse vorzeitig verlassen und ich durfte die Stunde alleine zu Ende führen und die Schüler verabschieden.

Zu Beginn der Doppelstunde begrüßte der Klassenlehrer die Klasse und erklärte ihnen, dass ich die heutige Doppelstunde übernehmen würde. Danach übergab er mir das Wort und mit dem Wort auch die Zügel für die Klasse. Ich stieg ein, indem ich die Eröffnungsrunde einleitete, ich stellte mich kurz vor und übergab das Wort danach den Schülern. Die Vorstellungsrunde stockte etwas, da viele Schüler nicht wussten, was sie sagen sollten. Nach 10 Minuten leitete ich über und erzählte den Schülern von meiner Maturaarbeit und deklarierte die gemeinsamen Ziele und wie wir diese erreichen. Das Ganze wurde gestützt durch eine an die Wandtafel gebeamte Präsentation. Danach hielt ich mein kurzes Referat, welches die Schüler mit meiner Ansicht von Mathematik und dem Kopfrechnen vertraut machte und mit einer Repetition der Grundgesetze abgerundet wurde. Anschliessend teilte ich ihnen ein Theoriedossier und ein Aufgabendossier für die Doppelstunde aus. Bis hierhin waren etwa 20 Minuten vergangen.

Anschliessend startete der Teil, in welchem die Schüler gefordert wurden. Ich stieg ein mit dem Trick *Gruppen bilden*, verbildlichte ihnen den Ablauf dieser Methode an der Wandtafel. Ich zeigte ihnen, wie man Kettenrech-

nungen möglichst einfach lösen kann. Danach teilte ich ihnen das Theorie und das Aufgabendossier aus und füllte ersteres mit ihnen aus, anschliessend lösten die Schüler einige Aufgaben mit dieser Technik. Danach korrigierten wir gemeinsam die Aufgaben. Dieser Teil dauerte etwas länger als geplant etwa 15 Minuten.

Der nächste Trick *von links nach rechts* war ein Selbstläufer, alle Schüler wussten sofort, worum es geht und wie man diese Technik anwenden soll. Nach dem gemeinsamen Ausfüllen des Theorieblattes lösten die Schüler einige Aufgaben zu dieser Technik, wiederum mit gemeinsamer Korrektur. Dauer für diesen Block etwa 10 Minuten.

Der Trick *hinüberschieben* erklärte ich den Schülern mit Hilfe der Streichhölzer, dafür teilte ich jedem Schüler eine Streichholzschachtel mit drei verschiedenfarbigen Streichhölzern aus (symbolisch für Einer, Zehner und Hunderter). Wir lösten zwei Beispiele mit den Streichhölzern, füllten das Theorieblatt aus und die Schüler lösten wiederum die Aufgaben auf dem Aufgabenblatt. Wir besprachen gemeinsam die Lösungswege und korrigierten die Resultate. Nun war insgesamt (15') eine Stunde vergangen. Während der ganzen Zeit tauchten keine Fragen auf.

Wir legten eine zweiminütige Pause ein und wechselten danach zur Subtraktion. Ich erklärte ihnen am Presenter, wie man Zahlen von 1000 subtrahiert und die Schüler lösten Aufgaben dazu, danach gab ich die Kurzlösungen bekannt. Für diesen Block brauchten wir rund 5 Minuten

In den nächsten 10 Minuten erklärte ich den Schülern wie der Trick ?der unsichtbare Helfer? anhand einer auf dem Beamer projizierte Skizze. Danach füllten wir das Theorieblatt aus und lösten Aufgaben dazu und ich gab die Kurzlösungen bekannt. Um die Subtraktion abzuschliessen erklärte ich den Schülern, wie man Subtraktionskettenrechnungen umstellen kann. Für Erklärung, Ausfüllen des Theorieblattes und für das Lösen und Kontrollieren zweier Beispiele brauchten wir knapp 5 Minuten. 1h20

Und um die Lektion abzurunden widmeten wir uns zum Schluss noch der Multiplikation. Am Beamer rief ich nochmals das Distributivgesetz in Erinnerung und leitete über zum Trick *Summen bilden*. Ich füllte gemeinsam mit ihnen das Theorieblatt dazu aus, sie lösten Aufgaben mit dieser Technik und ich gab die Kurzlösungen bekannt.

Die Zeit war schon fast um, deshalb schnitt ich in der verbleibenden Zeit noch kurz den Trick *doppelte Summe* an, erklärte den Schülern, wie sie ihn anwenden können und verewigten ihn auf dem Theorieblatt. Da die Zeit zu knapp war noch Aufgaben mit diesem Trick zu bearbeiten, brach ich an die-

ser Stelle ab und schob bevor es läutete und ich die Schüler verabschiedete noch einen Ausblick, wie das Projekt weiterläuft ein.

6.2 Verlauf der Übungsphase

Danach erhielten die Schüler zu Beginn jeder Mathestunde 5 Minuten Zeit, auf einem von mir erstellten Aufgabenblatt, in denen sie so viele Aufgaben wie möglich lösen sollten. Dies geschah also 3 Mal wöchentlich. Bis zum Stichtag wären insgesamt acht Übungsserien geplant gewesen. Aus diversen Gründen fand an einigen Tagen kein regulärer Matheunterricht statt, weshalb die beiden Klassen nur fünf respektive sechs Übungsserien gelöst haben. Die Übungsserien korrigierte ich zu Hause und wertete sie aus. Damit die Schüler wussten wo sie stehen, schrieb ich nach vier Übungsblättern jedem Schüler eine persönliche Rückmeldung.

6.3 Abschluss

Am 6.7.2016 besuchte ich die Klasse, um ihnen mitzuteilen, wie das Projekt verlaufen ist und gleiches mit ihnen auszuwerten. Zuerst machten wir *den finalen Test* welcher im wesentlichen ein Zusammenschnitt aus einer Kopfrechnungsprüfung die sie vor einem Jahr gelöst hatten war. Dieser Test führte der Klassenlehrer selbst mit den Schülern, durch damit die Bedingungen auch die selben waren. Danach korrigierten sie gegenseitig die Prüfungen und verglichen sie mit den Leistungen vor einem Jahr. Als dies abgeschlossen war, erlöste ich die Schüler und erzählte ihnen wie das Projekt verlaufen war. Nachdem sie erfahren haben, wie meine Sicht auf das Projekt ist, wollte ich von ihnen erfahren wie sie darüber denken und liess sie einen Fragebogen ausfüllen, gefolgt von einem offenen Gespräch.

7 Mein Eindruck

Zu Beginn der Doppellektion war ich extrem angespannt, diese Anspannung legte sich nur zum Teil nieder. Während den Lektionen habe ich die Zeit völlig vergessen und deshalb zu Beginn eher ein zu langsames Tempo angeschlagen, was dazu führte, dass ich nicht so weit kam, wie ich es mir gewünscht hätte. Die Schüler waren während der ganzen Zeit aufmerksam dabei und verstanden, nach meinem Gefühl, was ich ihnen vermitteln wollte. Der Kurzvortrag kam soweit gut an bei den Schülern, alle Schüler hörten aktiv zu und niemand schweifte merklich ab oder machte etwas anderes nebenbei. Meiner Meinung nach sehr gut angekommen ist der Einstieg mit dem Trick *Summen bilden*, da dieser für praktisch alle Schüler ein Aha-Erlebnis

beinhaltete und ihnen ein erstes Mal zeigte, dass Mathematik auch einfach geht. Dadurch waren sie gespannt auf das weitere, dass sie lernen können.

Was für mich ungewohnt war, dass mich alle Schüler, trotz der Erlaubnis mich zu duzen, mich permanent Siezten. Einerseits zeigte sich dass sie mich, trotz des geringen Altersunterschiedes, als Autoritätsperson wahrnahmen, dennoch fühlte es sich komisch an.

Ich hatte das Arbeitstempo der Schüler etwas unterschätzt, sie brauchten länger als von mir geplant um die Aufgaben zu bearbeiten. Auf der anderen Seite gab es einige sehr schnelle Schüler, die nach kurzer Zeit fertig waren und keine weitem Aufgaben mehr hatten. - Zeit begrenzen, so dass alle beschäftigt sind.

Mit dem Verlauf der Übungsserien, war ich sehr zufrieden. Bei der Auswertung der Übungsserien, stand ich vor dem Problem, dass ich keinen direkten Kontakt zu den Schülern hatte. Deshalb schrieb ich für jeden Schüler eine Rückmeldung, damit er erfuhr, wo er steht und worauf er besonders achten musste. Während der Übungsphase hatte ich das Gefühl, dass die Schüler grundsätzlich verstanden haben, um was es geht.

8 Auswertung des Projektes

Im folgenden Kapitel geht es darum, eine Bilanz zu ziehen. Diese Bilanz habe ich erstellt mit Hilfe der Schülerfragebogen, eines Gesprächs mit dem Klassenlehrer und aufgrund der Leistungen, welche die Schüler während der Übungsphase geleistet haben.

8.1 Auswertung des Unterrichts

Der Unterricht wurde von den meisten Schülern, als spannend, abwechslungsreich und interessant beschrieben. Herr Jud fand, dass ich etwas sehr stark doziert habe und die Schüler hätte stärker einbinden können.

8.2 Auswertung der Leistungen

9 Ergebnisse

10 Diskussion der Ergebnisse

11 Schlusswort

Mit `\cite {mittring2015}` entsteht folgender Eintrag (Mittring, 2015)

Mit `\citeA {Schlüsselwort}` entsteht folgender Eintrag (Mittring, 2011)

Test (Mittring, 2013)

Test (Landwehr, 1997)

Test (Dambeck, 2013)

Test (Dambeck, 2012) (Meyer, 2015)

Literatur

Dambeck, H. (2012). *Je mehr löcher, desto weniger käse - mathematik verblüffend einfach* (5. Aufl. Aufl.). Köln: Kiepenheuer & Witsch.

Dambeck, H. (2013). *Nullen machen einsen groß - mathe-tricks für alle lebenslagen* (1. Aufl. Aufl.). Köln: Kiepenheuer & Witsch.

Landwehr, N. (1997). *Neue wege der wissensvermittlung: ein praxisorientiertes handbuch für lehrpersonen im bereich der sekundarstufen i und ii (berufsschulen, gymnasien) sowie in der lehrer- und erwachsenenbildung* (3. Aufl Aufl.). Verlag für Berufsbildung, Sauerländer.

Meyer, R. (2015). *Aitus: Die fünf phasen im überblick*. Airbowis. Zugriff auf <http://arbowis.ch/index.php/67-2014/erwachsenenbildung/unterrichtsplanung/phasenmodelle/42-aitus-5-phasen-unterrichtsaufbau>

Mittring, G. (2011). *Rechnen mit dem weltmeister - mathematik und gedächtnistraining für den alltag*. Frankfurt am Main: S. Fischer Verlag.

Mittring, G. (2013). *Fit im kopf mit rechenweltmeister dr. dr. mittring - gedächtnistraining für jeden tag von kaffeekochen bis schäufchenzählen*. Frankfurt am Main: S. Fischer Verlag.

Mittring, G. (2015). *Von pi nach pisa: mit zahlen die ganze welt verstehen - neues vom rechenweltmeister*. Fischer.