

Simulador de Lançamento de Projétil Puntiforme com Arrasto

Alunos:

João Ricardo M. Scofield Lauar

João Vitor Pinto Vizeu

Professor/Matéria:

Frederico Caetano Jandre de Assis Tavares / COC351 — UFRJ

1. Introdução

O estudo do movimento de projéteis é um tema central na física e na engenharia, com inúmeras aplicações em áreas como balística, esportes e até na engenharia aeroespacial. Tradicionalmente, o movimento de projéteis é modelado sem considerar a resistência do ar, o que simplifica os cálculos e resulta em trajetórias parabólicas. No entanto, em situações reais, a resistência do ar pode ter um impacto significativo na trajetória de um projétil, alterando sua direção e velocidade de maneira complexa. Este projeto busca desenvolver um simulador computacional capaz de modelar o movimento de um projétil puntiforme, considerando os efeitos do arrasto do ar. A simulação permitirá um estudo mais realista do movimento, utilizando ferramentas numéricas avançadas.

A **resistência do ar** é uma força que atua sobre o projétil em sentido oposto ao seu movimento, sendo proporcional ao quadrado da velocidade do projétil — para sistemas mais simples. Esse efeito se torna ainda mais relevante em altas velocidades, como no caso de balas, mísseis ou até esportes como o futebol e o golfe. Ao incluir o arrasto no modelo, o movimento deixa de ser uma simples parábola e se torna mais complexo, sugerindo o uso de métodos numéricos para a solução.

2. Metodologia e Modelo Físico

O movimento de um projétil, considerando a resistência do ar, é descrito por um conjunto de equações diferenciais que levam em conta duas forças principais: a **força gravitacional** e a **força de arrasto**.

- **Força Gravitacional:** A força que atrai o projétil para baixo devido à gravidade. Essa força é constante e tem uma magnitude igual ao produto da massa do projétil e a aceleração devido à gravidade.
- **Força de Arrasto:** A resistência do ar ao movimento do projétil, que depende da velocidade do projétil, da área da seção transversal do projétil, da densidade do ar e de

um coeficiente de arrasto, que varia conforme o formato e a superfície do projétil.

Estas forças influenciam a aceleração do projétil tanto na direção horizontal quanto na vertical. A força de arrasto, por exemplo, reduz a velocidade do projétil ao longo do tempo, modificando a forma da trajetória esperada sem a resistência do ar.

Para modelar o movimento do projétil, utilizamos as **equações de movimento** que descrevem a variação das posições e velocidades do projétil ao longo do tempo, considerando as forças de arrasto e a gravidade. No entanto, como as equações de movimento incluem termos não lineares e dependem da velocidade, elas não podem ser resolvidas analiticamente de forma simples. Por isso, recorre-se ao uso de métodos numéricos.

O **método de Runge-Kutta de 4ª ordem** será empregado para resolver essas equações numericamente. Este método é amplamente utilizado em simulações computacionais por sua precisão e eficiência na resolução de EDOs, permitindo calcular a posição e a velocidade do projétil a cada passo de tempo, com base nas condições iniciais do lançamento (como ângulo e velocidade).

Além disso, para realizar uma análise mais profunda das trajetórias simuladas, será aplicado um **ajuste polinomial**. Após simular a trajetória do projétil para diferentes condições, o ajuste polinomial permitirá modelar a curva resultante em uma forma matemática mais simples, ajudando a prever o comportamento do projétil em diferentes cenários de lançamento.

Através da combinação do **método de Runge-Kutta** com o **ajuste polinomial**, será possível estudar o impacto da resistência do ar na trajetória do projétil e como variáveis como a velocidade inicial e o ângulo de lançamento influenciam a trajetória final. O ajuste polinomial também facilitará a extrapolação dos resultados para outros cenários, ajudando a entender o comportamento do projétil em condições não simuladas.

3. Considerações

Com esse simulador, será possível obter uma visão mais detalhada e precisa do movimento de projéteis, considerando o efeito do arrasto, e comparar os resultados com modelos que desconsideram a resistência do ar. As simulações também servirão para estudar como a resistência do ar altera as trajetórias em diferentes condições de lançamento. O cronograma e os resultados esperados do projeto estão detalhados no **slide em anexo**.