

4.

① 离散型随机变量:  $F_{X,Y}(x,y) = P_{X,Y}(X=x_i, Y=y_j) = P(X=x_i)P(Y=y_j)$ ② 连续型随机变量:  $F_{X,Y}(x,y) = f(x,y) = f_X(x)f_Y(y)$ 

5.

由  $X-Y-Z$  为马尔可夫链, 我们可得  $P(Z|Y,X) = P(Z|Y)$ , 也即在给定  $Y$  的时候  $Z$  独立于  $X$ , 而对于  $Z-Y-X$ , 我们需要证明给定  $Y$  时,  $X$  也与  $Z$  独立, 那么根据  $X-Y-Z$ , 我们由对称性可得在给定  $Y$  时,  $X$  与  $Z$  独立, 故得证

6.

① 分布律如下所示

$M_+$	1	2	3	4	5	6
$P(M_+)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

$M_-$	1	2	3	4	5	6
$P(M_-)$	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$② E(M_+) = \frac{161}{36} \quad E(M_-) = \frac{91}{36}$$

$$③ \text{ 而对于 } E(X) = E(Y) = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6}$$

$$E(M_+) + E(M_-) = \frac{252}{36} = E(X) + E(Y) = \frac{42}{6} = \frac{252}{36}$$

7. 记 Bob 收到字符 1 事件为  $B$ , Alice 发送字符 0 事件为  $A$ 

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{p \cdot p_e}{p \cdot p_e + (1-p)}$$