

2.

① 重复码：将原始的二进制位进行多次重复。

eg. 发送端 译码器 接收端

0 → 000	000/001/010/100 →	0
1 → 111	111/110/101/011 →	1

译码

(在一定程度上提高了所谓的抗噪声能力,但也发送了其他的冗余信息,此时若发生 2 bit 错误便无法正确)

② 分组码：将  $k$  位信息比特力为一组,增加少量冗余码元,共计  $n$  位

( $n, k$ ) 分组码:  $\underbrace{a a \dots a}_{\text{信息码元: } k \text{ 位}} \underbrace{b \dots b}_{\text{监督码元: } n-k \text{ 位}}$

③ 奇偶校验码: ( $n, n-1$ )  $\Rightarrow$  即  $P$  有一个监督码元

{ 奇校验: 奇数个 "1"  
偶校验: 偶数个 "1"

(仅能检测出单个比特的错误)

更严谨的是奇数个比特

④ 汉明码:

需要多少冗余位:  $2^r \geq m+r+1$ , 若  $m=7$ ,  $r$  至少为 4 位即

$\Delta \quad A$

冗余位数 传输数据的二进制位数

而冗余位全部设置在 2 的幂次方位 ( $2^0=1, 2^1=2, \dots$ ), 然后为别放在每个位权的二进制的 1 所出现的位置来设置冗余位的值

3.

由  $F_q = F_p^m$  (其中  $p$  为素数  $m > 0$ ) 可得, 阶不超过 32 的有限域有

$F_2, F_{2^2}, F_{2^3}, F_{2^4}, F_{2^5}$  (阶恰好为 31)

$F_3, F_{3^2}, F_{3^3}$

$F_5, F_{5^2}$

$F_7, F_{7^2}, F_{7^3}, F_{7^4}, F_{7^5}, F_{23}, F_{29}, F_{31}$

4.

① (7, 4) 汉明码

生成矩阵

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

校验矩阵

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

② (15, 11) 汉明码

生成矩阵  $G$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

校验矩阵  $H$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4.

**LDPC码** (Low-Density Parity-Check Code) 是一类具有稀疏校验矩阵的线性块码。它是通过特定的稀疏校验矩阵定义的, 可以通过迭代解码算法进行有效解码。LDPC码的出现使得信号在噪声干扰的环境下传输时, 可以更接近香农极限 (Shannon limit), 即信息传输的最大理论效率。

**特点:**

1. **稀疏性:** LDPC码的校验矩阵是稀疏的, 即矩阵中大多数元素是零。这样有助于减少解码过程中的计算复杂度。
2. **长码:** LDPC码通常是长码 (码长较大), 可以提供更好的错误校正能力。
3. **良好的性能:** LDPC码在大信噪比下表现出接近香农极限的性能, 尤其在低误码率的情况下表现优异。

**应用场景:**

广泛应用于通信领域 (如卫星通信、无线通信、光纤通信等), 还可以用于现代存储系统提高其的数据纠错。

黄集瑞