

一、

1. ① 两个事件互不相容便说明两个事件不可能同时发生, 例如事件A与事件B互不相容, 说明A发生时B不发生, B发生时A不发生, 即 $A \cap B = \emptyset$

② 两个事件相互独立考虑的是事件之间的关联性, 即一个事件的发生是否会影响到另一个事件的发生. 例如事件A与事件B相互独立就意味着事件A的发生和B发生没有关系, 二者可以同时发生

③ 两个事件独立需要两个事件是相容, 而两个事件不相容就意味着这两个事件不独立, 但是两个相容事件, 不一定为独立事件

2. 例如随机扔出两枚硬币, 结果将出现四个可能

设事件A为 '第一枚硬币为正面', $P(A) = \frac{1}{2}$

设事件B为 '第二枚硬币为正面', $P(B) = \frac{1}{2}$

显然, $P(A)$ 与 $P(B)$ 相互独立

设事件C为两枚硬币为同面, $P(C) = \frac{1}{2}$

显然, $P(C)$ 与 $P(A)$ 和 $P(B)$ 都相互独立

但是 $P(ABC) = \frac{1}{4} \neq P(A)P(B)P(C) = \frac{1}{8}$

3. 假设一个袋子中共有10个球 (其中5个红球, 5个白球)

事件A为拿到红球, 此时B₁条件为从该袋子中取球

那么 $P(A|B_1) = P(A) = \frac{1}{2}$

而若B₂条件为有人告诉你所拿为白球, 那么 $P(A|B_2) = 0 < P(A)$

二、

1. 由题意得, 总个数为 $A \cup B \cup C = A + B + C - AB - AC - BC + ABC$
 $= 67 + 41 + 29 - 14 - 10 - 6 + 2$
 $= 109$

2. 由题意得, $P(A \cap (B \cup C)) = 0.3$, $P(\bar{A}) = 0.6$, $P(A) = 0.4$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = 0.1, \quad P(A \cup B \cup C) = 0.9$$

那么 $P(A \cap (B \cup C)) = P(A) + P(B \cup C) - P(A \cap (B \cup C)) = 0.9$

故 $P(B \cup C) = 0.8$

三、

(1) $P(A \text{ 被选中}) = \frac{C_4^2}{C_5^3} = \frac{6}{10} = 0.6$, 首先从5位同学中选出3个人的情况有 C_5^3 种, 而A被选中, 则说明从剩下4名同学选出2名有 C_4^2 种情况

(2) 因为E已入选, 故要从4人中选2人有 C_4^2 种情况, 那如果A入选了, 则要在3人中选一个为 C_3^1 , 故 $P(A) = \frac{C_3^1}{C_4^2} = 0.5$

(3) 由于在不同的情况下, A去问助教时告知E的概率不同分别为 $\frac{3}{20}$ 和 $\frac{3}{30}$, 而在这些情况中包含A同学因为 $\frac{3}{20}$, 故

$$P = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{3}{20} + \frac{3}{30}} = \frac{3}{5} = 0.6$$

