

一、 $\{a: 000, b: 1100, c: 10, d: 1\}$ 这样的编码是唯一可译码。由于唯一可译码要符合 Kraft 不等式，即 $\sum 2^{-l(\phi(x))} \leq 1$ ，该编码方式为 $(\frac{1}{2})^3 + (\frac{1}{2})^4 + (\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} = \frac{15}{16} \leq 1$ ，故满足该不等式。除此之外，该编码还满足奇异性以及可扩展性。更特殊地，该码符合 Huffman 编码，绘上该码表为唯一可译码。

二、

(1) X^n 中有 2^n 个二元数组

(2) 由题意得， $w \leq n$ ，那么意味着在 n 个位置中选出 w 个位置去存放 1，有 C_n^w 个二元数组

(3) 因为要构建一个 $X^k \rightarrow T_w$ 的单射，所以 $|X^k|$ 的个数要小于重量为 w 的 $|T_w|$ 的个数，故 $2^k \leq |T_w|$ ，即 $k \leq \lfloor \log_2 |T_w| \rfloor$ ，而 $|T_w| = C_n^w$ ，那么 k 的最大值便为 $\lfloor \log_2 C_n^w \rfloor$

△
外层为地板函数

(4) 这题的具体思路与上一题一致，为了要构建 $X^k \rightarrow T_w$ 之间的单射。我们首先枚举所有长度为 n 的且汉明重量为 w 的二元数组，并将这些数组按一定顺序进行排序；同理，也枚举 X^k 中的所有元素，然后二者形成一个对应表。

那么在译码时，可以根据 T_w 的固定顺序反向映射到 X^k 中的元素。

三、

① 9.49 ⑥ 16.32

② 12.66

③ 14.15

④ 15.48