Lab 1 – Taylor (Pêndulo)

Material necessário:

- Câmera (Smartphone) e APP rastreador (FindByColor)

- Pêndulo (Fornecido pelo Lab)

Experiência:

O experimento visa utilizar série de Taylor para aproximar movimentos periódicos. Para tanto, deve-se encontrar a equação que modela o movimento do corpo. Inicialmente o grupo deve filmar o pêndulo oscilando por cerca de 5 segundos, mantendo o pivô e a câmera **sempre parados**.

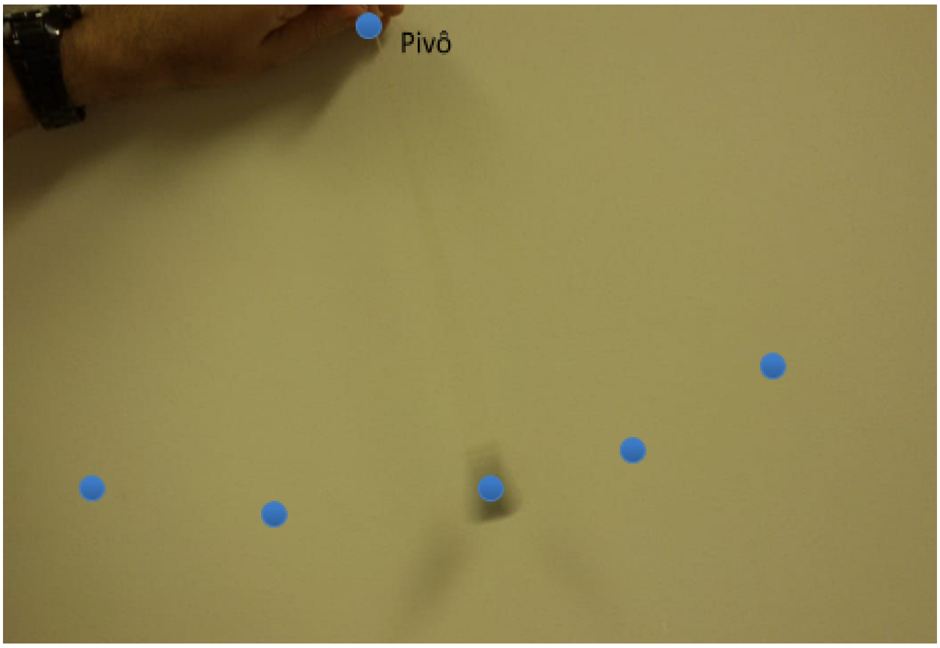

Figura 1: Figura do Pêndulo.

Para realizar a filmagem, abra o app FindByColor, clique no objeto que deseja rastrear (pêndulo) e, com o pêndulo em movimento, inicie a gravação. Ao final, o aplicativo irá salvar um arquivo .csv e um arquivo de vídeo na pasta download do seu aparelho. Transfira tais arquivos para o PC.

Capturar uma imagem (frame) do vídeo para localizar o pivô.

1. Abra o vídeo com o Media Player Classic (MPC);
2. Selecione o quadro desejado com “Ctrl ->” ou “Ctrl <-”;
3. Na aba “arquivo” clique em “salvar imagem” ou “alt+i”;

Observe que se trata de um movimento periódico. Descubra qual o tempo necessário para uma oscilação completa, utilizando o vídeo.

Abra a imagem salva no paint, e anote as coordenadas do pivô.

Em seguida importe o arquivo .csv no scilab. Para tal utilize o comando

M = csvRead('sample.csv')

Obs: O arquivo deve estar na pasta atual do scilab (ou digitar o caminho completo do arquivo). A matriz M irá conter 3 colunas: coordenadas x, y, e o tempo em milisegundos.

Encontre o ângulo em relação ao pivô para cada frame analisado. O ângulo pode ser encontrado utilizando produto escalar, como mostra a equação:

$\theta = acos\left(\frac{(x-x_0)}{\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}}\right)$, (*acos(),* é a função arc-cosseno que já existe no scilab.)

em que, x0 e y0 são as coordenadas do pivô, x e y são as coordenadas do pêndulo em cada frame analisado e θ é dado em radianos. Obs: para realizar esta operação com vetores, utilize o modificador de operadores "." (por exemplo "./").

Pode-se aproximar qualquer função periódica pela função: ang(t) = r1 + r2*cos(w0*t) + r3*sen(w0*t), utilizando técnicas de mínimos quadrados (MMQ).

Utilizando os ângulos calculados, pode-se encontrar os coeficientes (r1, r2 e r3) que melhor ajustam a função acima. Copie a função abaixo no editor do Scilab e substitua as partes em laranja pelos valores do seu experimento. A função irá retornar os valores de "w0" e um vetor "r" contendo os valores de "r1", "r2" e "r3", nesta ordem.

```
function [w0, r]=coeficientes(t, ang, p) //vetores de tempo e angulo, e o período
    n=length(t); //numero de elementos em t
    w0=2*%pi/p; // frequencia em radianos
    A=[n sum(cos(w0*t)) sum(sin(w0*t));
    sum(cos(w0*t)) sum(cos(w0*t).*cos(w0*t)) sum(cos(w0*t).*sin(w0*t));
    sum(sin(w0*t)) sum(cos(w0*t).*sin(w0*t)) sum(sin(w0*t).*sin(w0*t))];
    B=[sum(ang); sum(ang.*cos(w0*t)); sum(ang.*sin(w0*t));];
    r=inv(A)*B;
 endfunction

 t=[...];//tempo de cada imagem
 ang=[ ...]; //ângulos de cada imagem, respectivamente;
 p= 3; //período ou tempo para uma volta completa
 [w0,r]=coeficientes(t,ang,p)
 disp(w0, "w0= ");
disp(r, "r= ");
figure
 plot(t,ang,'.');
 tn=min(t):1:max(t);
 angn=r(1)+r(2)*cos(w0*tn)+r(3)*sin(w0*tn);
 plot(tn,angn,'k')
 xgrid;
```

Lembrando que o valor do período "p" pode ser encontrado, a partir do vídeo, verificando quanto tempo leva para uma oscilação completa acontecer.

Observe que a função "ang(t) = r1 + r2*cos(w0*t) + r3*sen(w0*t)" encontrada por MMQ, pode ser aproximada pela série de Taylor.

O relatório deve conter os seguintes quesitos:

1. Encontrar as posição do pivô em uma imagem. Encontrar o período de oscilação. Utilizar a biblioteca gráfica para plotar a primeira imagem e, nesta, o pivô.
   a. Instruções para biblioteca de manipulação de imagens (scilab 6.0):
      - Inicie o módulo com o comando scicv_Init();
      - Utilize o comando M=imread('caminho/nome.jpg') para abrir a primeira imagem.
      - Utilize o comando matplot(M). Se tudo estiver correto, deverá aparecer a primeira imagem na tela.

2. Plote as posições encontradas pelo aplicativo (x e y) em função do tempo.
3. Encontrar a frequência angular W0 e os coeficientes r1, r2 e r3 da equação que modela o movimento circular. Plotar o gráfico da equação que modela o movimento desde o menor até o maior tempo coletado do vídeo.
4. Faça uma função que calcule a série de Taylor para a equação encontrada no item anterior. A função recebe como entrada o tempo "t0" para iniciar a expansão, o número de termos utilizados nesta e o tempo "t" em que desejamos prever o ângulo. A função deve retornar o valor aproximado para o ângulo no tempo "t" informado.
5. Encontre o valor do ângulo no tempo final do vídeo (último frame analisado) utilizando taylor e partindo de um tempo aproximadamente 1.5 segundos antes do fim do vídeo, para: 1, 2, 3 e 50 termos. (utilize a função do item anterior)
6. Altere o código abaixo para imprimir o gráfico do ângulo partindo do tempo da sétima imagem até o tempo da oitava imagem para Taylor com 1, 2, 3 e 50 termos. Plote o resultado por cima do gráfico do MMQ.

```
angt=0;
tg=t(7):10:t(8); //Partindo do tempo da quarta foto ate a quinta foto
 for i=1:length(tg)  //percorre todos os elementos do vetor tg
    angt(i)=taylor(t(7),3,tg(i)); //usa Taylor para encontrar o xt de cada tempo tg. 3 termos.
 end
 plot(tg,angt,'r');
```

7. Informe qual o erro relativo da aproximação utilizando MMQ para o valor real de X na última imagem. Monte uma tabela (utilize qualquer editor de texto) para apresentar o erro relativo de 1, 2, 3, e 50 termos da série de Taylor, em relação a solução aproximada por MMQ.

Algoritmo de Taylor (função periódica):
Entrada: tempo inicial "t0", número de termos da série e tempo a ser estimado "t".
Saída: valor "a" da estimação

```
w0 = ???; //velocidade angular;
r=[???  ???  ???];//valores de r1, r2 e r3;

a=r(1)+  r(2)*cos(w0*t0)+r(3)*sin(w0*t0);
Para i=2 até n
        Se modulo(i,4)==2
                a=a+f '(t0)*(t-t0)^(i-1)/fatorial(i-1)
        Senão Se modulo(i,4)==3
                a=a+f ''(t0)*(t-t0)^(i-1)/fatorial(i-1)
        Senão Se modulo(i,4)==0
                a=a+f '''(t0)*(t-t0)^(i-1)/fatorial(i-1)
        Senão
                a=a+f⁴ (t0)*(t-t0)^(i-1)/fatorial(i-1)
        fim Se
   Fim Para
```

PS: Lembre as derivadas devem ser encontradas a partir da derivação da função f, e que onde tem f' deve ser f' (na primeira passagem do laço), f^5 (na segunda passagem) e assim por diante. Nas derivadas, o w0 multiplica os termos.

Teste do código:

```
Função que desejamos aproximar por Taylor:
r(1)+r(2)*cos(w0*t)+r(3)*sin(w0*t);
w0=5.3748377
r=[528.6837 -5.58392 -196.69973]
```

Função Taylor do tipo: angt=taylor(t0,n,t)

```
Chamada: angt= taylor(4.904, 10, 5.242);
```

Saida: angt= 514.69273