

Modelo IS-LM

Enfoque Matricial¹

Profesor:

Mg. Oscar Chávez Polo

Jefe de Practicas:²

Jerson Aguilar Valencia

Mayo 2023

¹Apuntes de Clase para el curso de **Macroeconomía I** del semestre académico 2023-I en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Versión preliminar. Se agradecen comentarios

²Contacto: jaguilar@iep.org.pe

I. MODELO IS-LM

Introducción

En esta sección se desarrolla el modelo IS-LM y se formaliza de tal forma que se pueda hacer el análisis de estática comparativo de todo el sistema desde el enfoque matricial, tal como lo plantea inicialmente Sargent (1979).

Supuestos del Modelo

Propuesto inicialmente por Hicks (1937), el modelo IS-LM es un esquema completo del funcionamiento de la macroeconomía desde la línea teórica desarrollada por Keynes (1936). Sus principales postulados son:

- Existe desempleo de factores (N,K).
- La demanda determina la producción.
- Los precios y salarios son rígidos.
- La economía no realiza transacciones con el resto del mundo.

Formalización y Equilibrio del Sistema

El modelo supone el equilibrio simultaneo del mercado de bienes, mercado monetario y el mercado de activos, un tercer componente que visibilice la dinamica del intercambio de activos, además de establecer una relación entre la tasa de interés nominal y real mediante la ecuación de Fisher.

1. Mercado de Bienes:

El equilibrio en el mercado de bienes implica que:

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G \quad (1)$$

2. Mercado Monetario:

El equilibrio en el mercado monetario implica que

$$\frac{M}{P} = L(Y, i) \quad (2)$$

3. Ecuación de Fisher

Establece la relación entre la tasa de interes nominal y real.

$$i = r + \pi^e \quad (3)$$

Análisis de Estática Comparativa

1. De la ecuación de Fisher (16), dada la rigidez de precios en el corto plazo: $\pi^e = 0$:

$$\begin{aligned} i &= r \\ di &= dr \end{aligned} \quad (4)$$

2. Forme un sistema con (14) y (15), reemplace (17) en (15) y ordene cada ecuación por excesos de demanda:

$$\begin{aligned} C(Y - T) + I(r) + G - Y &= 0 \\ L(Y, r) - \frac{M}{P} &= 0 \end{aligned}$$

3. Aplique diferencial total a cada ecuación del sistema:

$$\begin{aligned} -(1 - C_{YD})dY + I_r dr + dG - C_{YD}dT &= 0 \\ L_Y dY + L_r dr - d\left(\frac{M}{P}\right) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

4. Ordenar el sistema (18), cambios en las variables endogenas a la izquierda (Y, r) de la ecuación y cambios en las variables exogenas a la derecha ($G, T, \frac{M}{P}$):

$$\begin{aligned} -(1 - C_{YD})dY + I_r dr &= -dG + C_{YD}dT \\ L_Y dY + L_r dr &= d\left(\frac{M}{P}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

5. Reemplace " $1 - C_{YD}$ " por s en (19) y ordene el sistema en su forma matricial:

$$\begin{pmatrix} -s & I_r \\ L_Y & L_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dY \\ dr \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1-s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dG \\ dT \\ d\left(\frac{M}{P}\right) \end{pmatrix} \quad (7)$$

6. El sistema matricial (20) se denotara:

$$A.W = B.Z \quad (8)$$

Donde:

A es la matriz de coeficientes asociado a los cambios en las variables endogenas del sistema.

W es la matriz de cambios en las variables endogenas.

B es la matriz de coeficientes asociado a los cambios en las variables exogenas del sistema.

Z es la matriz de cambios en las variables exogenas.

7. La solución del metodo de estatica comparativa exige explicar los cambios de las variables endogenas como una función de los cambios en las variables exogenas, por tanto el sistema se resolvera premultiplicando A^{-1} (Inversa de la matriz A) en ambos miebros de (21):

$$\begin{aligned} A.W &= B.Z \\ A^{-1}.A.W &= A^{-1}.B.Z \\ I.W &= A^{-1}.B.Z \\ W &= A^{-1}.B.Z \\ W &= A^{-1}.B.Z \end{aligned} \quad (9)$$

8. Entonces (22) es la solución del sistema matricial, de donde se deriva la importancia de encontrar A^{-1} para el resultado final. A continuación procederemos a hallar la inversa de la matriz A.

- La inversa de una matriz se puede hallar por el metodo de cofactores:

$$A^{-1} = \frac{adj(A)}{det(A)} = \frac{cof(A^T)}{det(A)} \quad (10)$$

Donde:

$det(A)$ = Determinante de la matriz A.

$adj(A)$ = Matriz de adjuntos de A.

$cof(A^T)$ = Matriz de cofactores de la matriz transpuesta de A.

- Determinante de la matriz A:

$$det(A) = -sL_r - I_r L_Y \quad (11)$$

- El resultado de cofactores del transpuesto de A es:

$$cof(A^T) = \begin{pmatrix} L_r & -I_r \\ -L_Y & -s \end{pmatrix} \quad (12)$$

- De (24) y (25) en (23) obtenemos la matriz inversa de A :

$$A^{-1} = \frac{1}{-sL_r - I_rL_Y} \begin{pmatrix} L_r & -I_r \\ -L_Y & -s \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{L_r}{-sL_r - I_rL_Y} & \frac{-I_r}{-sL_r - I_rL_Y} \\ \frac{-L_Y}{-sL_r - I_rL_Y} & \frac{-s}{-sL_r - I_rL_Y} \end{pmatrix} \quad (13)$$

9. Una vez hallado la matriz inversa de A (26), lo reemplazamos en (22) procedemos a operar para encontrar la solución del modelo matricial.

$$\begin{pmatrix} dY \\ dr \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{L_r}{-sL_r - I_rL_Y} & \frac{-I_r}{-sL_r - I_rL_Y} \\ \frac{-L_Y}{-sL_r - I_rL_Y} & \frac{-s}{-sL_r - I_rL_Y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1-s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dG \\ dT \\ d(\frac{M}{P}) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} dY \\ dr \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-L_r}{-sL_r - I_rL_Y} & \frac{L_r(1-s)}{-sL_r - I_rL_Y} & \frac{-I_r}{-sL_r - I_rL_Y} \\ \frac{L_Y}{-sL_r - I_rL_Y} & \frac{-L_Y(1-s)}{-sL_r - I_rL_Y} & \frac{-s}{-sL_r - I_rL_Y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dG \\ dT \\ d(\frac{M}{P}) \end{pmatrix} \quad (14)$$

10. El método de estática comparativa da como resultado una matriz de cambios cuantitativos de las variables endógenas por cada variable exógena, que puede presentarse en forma de cambios cualitativos (28) :

$$\begin{pmatrix} dY \\ dr \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} + & - & + \\ + & - & - \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dG \\ dT \\ d(\frac{M}{P}) \end{pmatrix} \quad (15)$$

Referencias

- [1] **Carter, M. (2001)**. Foundations of Mathematical Economics. The MIT Press Cambridge, Massachusetts.
- [2] **Guoqiang, T. (2018)**. Lecture Notes of Mathematical Economics. <http://people.tamu.edu/~gtian/ECMT660-2018-08.pdf>
- [3] **Hicks, J. (1937)**. Mr. Keynes and the Classics; A Suggested Interpretation. *Econometrica*, 5(2), 147-159. doi:10.2307/1907242
- [4] **Keynes, J.M. (1936)**. The General Theory of Employment, Interest and Money. Nueva York: Harcourt and Brace.
- [5] **Sargent, T. (1979)**. Macroeconomic Theory. New York: Academic Press.
- [6] **Scarth, W (2014)**. Macroeconomics. Books, Edward Elgar Publishing Ltd.
- [7] **Snowden, B. & Vane, H. (2005)**. "Modern Macroeconomics". Books, Edward Elgar Publishing, number 3092, July.