Modelo Macroeconómico Clásico

Enfoque Matricial[1]

Profesor:
Mg. Oscar Chávez Polo

Jefe de Practicas:[2]
Jerson Aguilar Valencia

Mayo 2023

[1]Apuntes de Clase para el curso de `Macroeconomía I` del semestre académico 2023-I en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Versión preliminar. Se agradecen comentarios

[2]Contacto: `jaguilar@iep.org.pe`

I. MODELO MACROECONÓMICO CLÁSICO

Introducción

En esta sección se desarrolla el modelo macroeconómico Clásico de una economía cerrada (también llamado simplemente Modelo Clásico o Modelo Pre-Keynesiano) con énfasis en el análisis de estática comparativa, para ello emplearemos el método matricial en el esquema planteado por `Sargent (1979)`.

Supuestos del Modelo

Los economistas clásicos antes de la "Revolución Keynesiana" `(Woolford, 1999)` tenían bajo consenso que una economía de mercado capitalista garantizaba el nivel de equilibrio de producción y empleo. Así las fluctuaciones que originan los ciclos económicos serían fenómenos de carácter transitorio puesto que el mecanismo del mercado funcionaría con relativa rapidez y eficacia para restablecer el equilibrio del pleno empleo. Los postulados sobre los que descansa el enfoque teórico de este modelo `(Snowden & Vane, 2005)` son los siguientes:

- Todos los agentes económicos son racionales, tienen por objetivo maximizar sus beneficios (Firmas) o utilidad (Familias), no sufren de ilusión monetaria y son representativos (tienen las mismas características).
- Los mercados son perfectamente competitivos, esto implica que los agentes son tomadores de precios y que los precios son perfectamente flexibles.
- Los precios y salarios se ajustan rápidamente por ende la economía se sitúa en el pleno empleo.
- Los agentes tienen previsión perfecta y estables (Las expectativas se cumplen E[P]=P).

Formalización y Equilibrio del Sistema

El sistema de ecuaciones que describe el modelo macroeconómico clásico en la lógica del equilibrio macroeconomico es resultado del equilibrio alcanzado entre la oferta y la demanda agregada de bienes. Así la demanda agregada de bienes se deriva del equilibrio en el mercado de dinero, mientras que la oferta agregada de bienes se constituye a partir de la función de producción agregada y de las condiciones que determinan el equilibrio del mercado laboral `(Scarth, 2014)`.

1. **Mercado Monetario:**
   Condición de equilibrio en el mercado monetario, basado en la Teoría Cuantitativa del Dinero (Ecuación de Cambridge):
$$M = M^d$$
$$M = kPY \tag{1}$$

2. **Función de Producción Agregada:**
   Esta función es resultado de la agregación de todas las funciones de producción de las firmas que existen en la economía, tomando en consideración el carácter representativo de esto agentes:
$$Y = F(K, N) \tag{2}$$

3. **Demanda de Trabajo:**
   Representa la regla que deben aplicar las firmas en su desición de contratar trabajadores para alcanzar la maximización de sus beneficios:
$$F_N = \frac{W}{P} \tag{3}$$

4. **Oferta de Trabajo:**
   Es resultado de la agregación de las curvas de oferta de trabajo individual, curvas que se alcanzan a partir de un proceso de maximización de la utilidad de la familias en la elección consumo-ocio.
$$N = N^s(\frac{W}{P}) \tag{4}$$

Análisis de Estática Comparativa

A continuación, desarrollaremos el método de estática comparativa en su forma matricial para obtener los efectos finales en las variables endógenas como resultado de perturbaciones en las variables exógenas (Guoqiang, 2018) (Sargent, 1979).

1. Forme un sistema con (1), (2), (3) y (4) ordenando cada ecuación por excesos de demanda:

$$\begin{aligned} kPY - M &= 0 \\ F(K,N) - Y &= 0 \\ F_N - \frac{W}{P} &= 0 \\ \phi(\frac{W}{P}) - N &= 0 \end{aligned}$$

2. Aplicando diferencial total a cada ecuación:

$$\begin{aligned} kPdY + kYdP - dM &= 0 \\ F_K dK + F_N dN - dY &= 0 \\ F_{NN} dN + F_{NK} dK - d(\frac{W}{P}) &= 0 \\ \phi_{\frac{W}{P}} d(\frac{W}{P}) - dN &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

3. Ordene el sistema (5), cambios en las variables endogenas a la izquierda (Y, P, N, $\frac{W}{P}$) de la ecuación y cambios en las variables exogenas a la derecha (M, K):

$$\begin{aligned} kPdY + kYdP &= dM \\ -dY + F_N dN &= -F_K dK \\ F_{NN} dN - d(\frac{W}{P}) &= -F_{NK} dK \\ -dN + \phi_{\frac{W}{P}} d(\frac{W}{P}) &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

4. Ordenamos el sistema (5) en su forma matricial:

$$\begin{pmatrix} kP & kY & 0 & 0 \\ -1 & 0 & F_N & 0 \\ 0 & 0 & F_{NN} & -1 \\ 0 & 0 & -1 & \phi_{\frac{W}{P}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dY \\ dP \\ dN \\ d(\frac{W}{P}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -F_K \\ 0 & -F_{NK} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dM \\ dP \end{pmatrix} \tag{7}$$

5. El sistema matricial (7) se denotara:

$$A.Z = B.X \tag{8}$$

Donde:
A es la matriz de coeficientes asociado a los cambios en las variables endogenas del sistema.
Z es la matriz de cambios en las variables endogenas.
B es la matriz de coeficientes asociado a los cambios en las variables exogenas del sistema.
X es la matriz de cambios en las variables exogenas.

6. La solución del metodo de estatica comparativa exige explicar los cambios de las variables endogenas como una función de los cambios en las variables exogenas, por tanto el sistema se resolvera premultiplicando A^{-1} (Inversa de la matriz A) en ambos miebros de (8):

$$
\begin{aligned}
A.Z &= B.X \\
A^{-1}.A.Z &= A^{-1}.B.X \\
I.Z &= A^{-1}.B.X
\end{aligned}
$$

$$Z = A^{-1}.B.X \tag{9}$$

7. Entonces (9) es la solución del sistema matricial, se desprende la importancia de encontrar A^{-1} para hallar el resultado final. A continuación procederemos a hallar la inversa de la matriz A.

- Emplearemos el Método de eliminación de Gauss-Jordan para hallar la inversa de la matriz A:

$$A|I = \left(\begin{array}{cccc|cccc} kP & kY & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & F_N & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{NN} & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \phi_{\frac{W}{P}} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \tag{10}$$

- Dividimos entre kP la fila 1, posteriormente adicionamos la fila 1 en la fila 2:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{Y}{P} & 0 & 0 & \frac{1}{kP} & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & F_N & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{NN} & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \phi_{\frac{W}{P}} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{Y}{P} & 0 & 0 & \frac{1}{kP} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Y}{P} & F_N & 0 & \frac{1}{kP} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{NN} & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \phi_{\frac{W}{P}} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

- A la fila 1 le restamos la fila 2, luego multiplicamos $\frac{P}{Y}$ en la fila 2:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -F_N & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Y}{P} & F_N & 0 & \frac{1}{kP} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{NN} & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \phi_{\frac{W}{P}} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -F_N & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{F_N P}{Y} & 0 & \frac{1}{kY} & \frac{P}{Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{NN} & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \phi_{\frac{W}{P}} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

- Dividimos $\phi_{\frac{W}{P}}$ en la fila 4 y la adicionamos en la fila 3, luego dividimos $F_{NN} - \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}}$ en la fila 3:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -F_N & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{F_N P}{Y} & 0 & \frac{1}{kY} & \frac{P}{Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{NN} - \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} \end{array}\right) \Longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -F_N & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{F_N P}{Y} & 0 & \frac{1}{kY} & \frac{P}{Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} \end{array}\right)$$

- En la fila 1 sumamos la fila 4 multiplicada por F_N, luego a la fila 2 le restamos la fila 3 multiplicado por $\frac{F_N P}{Y}$:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}} F_N}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} & \frac{F_N}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} \\ 0 & 1 & \frac{F_N P}{Y} & 0 & \frac{1}{kY} & \frac{P}{Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} \end{array}\right)$$

$$\Longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}} F_N}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} & \frac{F_N}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{kY} & \frac{P}{Y} & \frac{-\phi_{\frac{W}{P}} F_N P}{(\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1)Y} & \frac{-F_N P}{(\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1)Y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN} - 1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}} \end{array}\right)$$

- Por último sumamos a la fila 4 la fila 3 multiplicada por $\frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}}}$ y así obtenemos A^{-1}:

$$(I \quad | \quad A^{-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & -1 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}} F_N}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} & \frac{F_N}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & \frac{1}{kY} & \frac{P}{Y} & \frac{-\phi_{\frac{W}{P}} F_N P}{(\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1)Y} & \frac{-F_N P}{(\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1)Y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} & \frac{F_{NN}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \end{pmatrix} \tag{11}$$

8. Una vez hallado la matriz inversa de A en (11), lo reemplazamos en (9) y procedemos a operar para encontrar la solución del modelo matricial.

$$\begin{pmatrix} dY \\ dP \\ dN \\ d(\frac{W}{P}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}} F_N}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} & \frac{F_N}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \\ \frac{1}{kY} & \frac{P}{Y} & \frac{-\phi_{\frac{W}{P}} F_N P}{(\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1)Y} & \frac{-F_N P}{(\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1)Y} \\ 0 & 0 & \frac{\phi_{\frac{W}{P}}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} & \frac{F_{NN}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -F_K \\ 0 & -F_{NK} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dM \\ dK \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} dY \\ dP \\ dN \\ d(\frac{W}{P}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & F_K - \frac{\phi_{\frac{W}{P}} F_N F_{NK}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \\ \frac{1}{kY} & \frac{\phi_{\frac{W}{P}} F_N F_{NK} P}{(\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1)Y} - \frac{P F_K}{Y} \\ 0 & \frac{-\phi_{\frac{W}{P}} F_{NK}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \\ 0 & \frac{-F_{NK}}{\phi_{\frac{W}{P}} F_{NN}-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dM \\ dK \end{pmatrix} \tag{12}$$

9. El método de estatica comparativa da como resultado una matriz de cambios cuantitativos de las variables endogenas por cada variable exogena (12), que puede presentarse en forma de cambios cualitativos (13) :

$$\begin{pmatrix} dY \\ dP \\ dN \\ d(\frac{W}{P}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & + \\ + & - \\ 0 & + \\ 0 & + \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dM \\ dK \end{pmatrix} \tag{13}$$

Respecto a la matriz de cambios cualitativos se resalta el papel neutral del único instrumento de política monetaria, así como el cumplimiento parcial de la dicotomía clásica.

Referencias

[1] **Carter, M. (2001)**. Foundations of Mathematical Economics. The MIT Press Cambridge, Massachusetts.

[2] **Guoqiang, T. (2018)**. Lecture Notes of Mathematical Economics. http://people.tamu.edu/ gtian/ECMT660-2018-08.pdf

[3] **Hicks, J. (1937)**. Mr. Keynes and the Classics; A Suggested Interpretation. Econometrica, 5(2), 147-159. doi:10.2307/1907242

[4] **Keynes, J.M. (1936).** The General Theory of Employment, Interest and Money. Nueva York: Harcourt and Brace.

[5] **Sargent, T. (1979)**. Macroeconomic Theory. New York: Academic Press.

[6] **Scarth, W (2014)**. Macroeconomics. Books, Edward Elgar Publishing Ltd.

[7] **Snowden, B. & Vane, H. (2005)**. "Modern Macroeconomics". Books, Edward Elgar Publishing, number 3092, July.

[8] **Woodford, M. (1999)**. Revolution and Evolution in XX Century Macroeconomics. http://www.columbia.edu/ mw2230/macro20C.pdf