CONJUNTOS

Over Luis Sanes Rojas

Abril de 2013

Conjuntos

Definición 1.1

*Un **conjunto** es una colección de objetos, símbolos o entidades bien definidas, que reciben el nombre de **miembros** o **elementos** del conjunto.*

Usamos la letras mayúsculas $A, B, C, X, Y, \ldots$ para denotar conjuntos, y las letras minúsculas, $a, b, c, x, y, \ldots$ para denotar elementos de conjuntos.

El enunciado "a es un elemento de A", o, equivalentemente, "a pertenece a A", se escribe

$$a \in A$$

El enunciado "a no es un elemento de A", esto es , la negación de $a \in A$, se escribe

$$a \notin A$$

Conjuntos

Definición 1.1

Un ***conjunto*** *es una colección de objetos, símbolos o entidades bien definidas, que reciben el nombre de* ***miembros*** *o* ***elementos*** *del conjunto.*

Usamos la letras mayúsculas $A, B, C, X, Y, \ldots$ para denotar conjuntos, y las letras minúsculas, $a, b, c, x, y, \ldots$ para denotar elementos de conjuntos.

El enunciado "a es un elemento de A", o, equivalentemente, "a pertenece a A", se escribe

$$a \in A$$

El enunciado "a no es un elemento de A", esto es , la negación de $a \in A$, se escribe

$$a \notin A$$

Definición 1.1

*Un **conjunto** es una colección de objetos, símbolos o entidades bien definidas, que reciben el nombre de **miembros** o **elementos** del conjunto.*

Usamos la letras mayúsculas $A, B, C, X, Y, \ldots$ para denotar conjuntos, y las letras minúsculas, $a, b, c, x, y, \ldots$ para denotar elementos de conjuntos.

El enunciado "a es un elemento de A", o, equivalentemente, "a pertenece a A", se escribe

$$a \in A$$

El enunciado "a no es un elemento de A", esto es , la negación de $a \in A$, se escribe

$$a \notin A$$

Conjuntos

Definición 1.1

*Un **conjunto** es una colección de objetos, símbolos o entidades bien definidas, que reciben el nombre de **miembros** o **elementos** del conjunto.*

Usamos la letras mayúsculas $A, B, C, X, Y, \ldots$ para denotar conjuntos, y las letras minúsculas, $a, b, c, x, y, \ldots$ para denotar elementos de conjuntos.
El enunciado "a es un elemento de A", o, equivalentemente, "a pertenece a A", se escribe

$$a \in A$$

El enunciado "a no es un elemento de A", esto es , la negación de $a \in A$, se escribe

$$a \notin A$$

Por extensión

Ejemplo 2.1

Un conjunto está determinado ***por extensión*** *cuando se describe el conjunto nombrando cada uno de sus elementos. Escribimos los elementos separados por comas y encerrados en llaves. Por ejemplo:*

1. $A = \{a, e, i, o, u\}$ *denota el conjunto* A *cuyos elementos son las letras* a, e, i, o, u.
2. $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ *denota el conjunto* B *cuyos elementos son* $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.
3. $C = \{2, 4, 6, 8\}$ *denota el conjunto* C *cuyos elementos son* $2, 4, 6, 8$.
4. $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *denota el conjunto* D *cuyos elementos son* $1, 3, 5, 7, 9$.

Por extensión

Ejemplo 2.1

*Un conjunto está determinado **por extensión** cuando se describe el conjunto nombrando cada uno de sus elementos. Escribimos los elementos separados por comas y encerrados en llaves. Por ejemplo:*

1. $A = \{a, e, i, o, u\}$ *denota el conjunto* A *cuyos elementos son las letras* a, e, i, o, u.
2. $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ *denota el conjunto* B *cuyos elementos son* $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.
3. $C = \{2, 4, 6, 8\}$ *denota el conjunto* C *cuyos elementos son* $2, 4, 6, 8$.
4. $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *denota el conjunto* D *cuyos elementos son* $1, 3, 5, 7, 9$.

Por extensión

Ejemplo 2.1

Un conjunto está determinado ***por extensión*** *cuando se describe el conjunto nombrando cada uno de sus elementos. Escribimos los elementos separados por comas y encerrados en llaves. Por ejemplo:*

1. $A = \{a, e, i, o, u\}$ *denota el conjunto* A *cuyos elementos son las letras* a, e, i, o, u.
2. $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ *denota el conjunto* B *cuyos elementos son* $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.
3. $C = \{2, 4, 6, 8\}$ *denota el conjunto* C *cuyos elementos son* $2, 4, 6, 8$.
4. $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *denota el conjunto* D *cuyos elementos son* $1, 3, 5, 7, 9$.

Por extensión

Ejemplo 2.1

Un conjunto está determinado ***por extensión*** *cuando se describe el conjunto nombrando cada uno de sus elementos. Escribimos los elementos separados por comas y encerrados en llaves. Por ejemplo:*

1. $A = \{a, e, i, o, u\}$ *denota el conjunto* A *cuyos elementos son las letras* a, e, i, o, u.
2. $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ *denota el conjunto* B *cuyos elementos son* $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.
3. $C = \{2, 4, 6, 8\}$ *denota el conjunto* C *cuyos elementos son* $2, 4, 6, 8$.
4. $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *denota el conjunto* D *cuyos elementos son* $1, 3, 5, 7, 9$.

Por comprensión

Un conjunto está determinado **por comprensión** cuando se nombra una propiedad, una regla o una característica común a los elementos del conjunto. Por ejemplo:

Ejemplo 2.2

1. *El conjunto $A = \{a, e, i, o, u\}$ se puede escribir* ***por comprensión*** *como:*

$A = \{x : x$ *es una letra en el alfabeto castellano*, x *es vocal*$\}$.

2. $B = \{x : x$ *es un número entero*, $x > 0\}$, *el cual leemos "B es el conjunto de x tal que x es un número entero y x es mayor que 0.*
3. $C = \{x \in R \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$. *En otras palabras, C consiste de los número reales, los cuales son soluciones de la ecuación $x^2 + 3x + 2 = 0$.*

Una letra, usualmente x, es usada para denotar un elemento típico del conjunto; los signos ":" o " | "se leen como "tal que" y la coma como "y".

Por comprensión

Un conjunto está determinado **por comprensión** cuando se nombra una propiedad, una regla o una característica común a los elementos del conjunto. Por ejemplo:

Ejemplo 2.2

1. *El conjunto $A = \{a, e, i, o, u\}$ se puede escribir* ***por comprensión*** *como:*

$$A = \{x : x \text{ es una letra en el alfabeto castellano}, x \text{ es vocal}\}.$$

2. $B = \{x : x \text{ es un número entero}, x > 0\}$*, el cual leemos "$B$ es el conjunto de x tal que x es un número entero y x es mayor que 0.*
3. $C = \{x \in R \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$*. En otras palabras, C consiste de los número reales, los cuales son soluciones de la ecuación $x^2 + 3x + 2 = 0$.*

Una letra, usualmente x, es usada para denotar un elemento típico del conjunto; los signos ":" o " | "se leen como "tal que" y la coma como "y".

Por comprensión

Un conjunto está determinado **por comprensión** cuando se nombra una propiedad, una regla o una característica común a los elementos del conjunto. Por ejemplo:

Ejemplo 2.2

1. *El conjunto $A = \{a, e, i, o, u\}$ se puede escribir **por comprensión** como:*

$$A = \{x : x \text{ es una letra en el alfabeto castellano}, x \text{ es vocal}\}.$$

2. *$B = \{x : x \text{ es un número entero}, x > 0\}$, el cual leemos "$B$ es el conjunto de x tal que x es un número entero y x es mayor que 0.*
3. *$C = \{x \in R \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$. En otras palabras, C consiste de los número reales, los cuales son soluciones de la ecuación $x^2 + 3x + 2 = 0$.*

Una letra, usualmente x, es usada para denotar un elemento típico del conjunto; los signos ":" o " | "se leen como "tal que" y la coma como "y".

Por comprensión

Un conjunto está determinado **por comprensión** cuando se nombra una propiedad, una regla o una característica común a los elementos del conjunto. Por ejemplo:

Ejemplo 2.2

1. *El conjunto $A = \{a, e, i, o, u\}$ se puede escribir **por comprensión** como:*

$A = \{x : x$ *es una letra en el alfabeto castellano*$, x$ *es vocal*$\}$.

2. $B = \{x : x$ *es un número entero*$, x > 0\}$*, el cual leemos "B es el conjunto de x tal que x es un número entero y x es mayor que 0.*
3. $C = \{x \in R \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$*. En otras palabras, C consiste de los número reales, los cuales son soluciones de la ecuación $x^2 + 3x + 2 = 0$.*

Una letra, usualmente x, es usada para denotar un elemento típico del conjunto; los signos ":" o " $|$ "se leen como "tal que" y la coma como "y".

Por comprensión

Un conjunto está determinado **por comprensión** cuando se nombra una propiedad, una regla o una característica común a los elementos del conjunto. Por ejemplo:

Ejemplo 2.2

1. *El conjunto $A = \{a, e, i, o, u\}$ se puede escribir* ***por comprensión*** *como:*

$A = \{x : x$ *es una letra en el alfabeto castellano*$, x$ *es vocal*$\}$.

2. $B = \{x : x$ *es un número entero*$, x > 0\}$*, el cual leemos "B es el conjunto de x tal que x es un número entero y x es mayor que 0.*
3. $C = \{x \in R \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$*. En otras palabras, C consiste de los número reales, los cuales son soluciones de la ecuación $x^2 + 3x + 2 = 0$.*

Una letra, usualmente x, es usada para denotar un elemento típico del conjunto; los signos ":" o " | "se leen como "tal que" y la coma como "y".

Conjunto universal

En cualquier aplicación de la teoría de conjuntos, los miembros de todos los conjuntos bajo investigación por lo general pertenecen a un conjunto grande fijo llamado **conjunto universal**.

Ejemplo 3.1

1. *En la geometría plana, el **conjunto universal** consiste en todos los puntos en el plano.*
2. *En los estudios de la población humana el **conjunto universal** se compone de todas las personas en el mundo.*

Vamos a utilizar la letra U para denotar el **conjunto universal** a menos que se indique lo contrario.

Conjunto universal

En cualquier aplicación de la teoría de conjuntos, los miembros de todos los conjuntos bajo investigación por lo general pertenecen a un conjunto grande fijo llamado **conjunto universal**.

Ejemplo 3.1

1. *En la geometría plana, el **conjunto universal** consiste en todos los puntos en el plano.*
2. *En los estudios de la población humana el **conjunto universal** se compone de todas las personas en el mundo.*

Vamos a utilizar la letra U para denotar el **conjunto universal** a menos que se indique lo contrario.

Conjunto universal

En cualquier aplicación de la teoría de conjuntos, los miembros de todos los conjuntos bajo investigación por lo general pertenecen a un conjunto grande fijo llamado **conjunto universal**.

Ejemplo 3.1

1. *En la geometría plana, el **conjunto universal** consiste en todos los puntos en el plano.*
2. *En los estudios de la población humana el **conjunto universal** se compone de todas las personas en el mundo.*

Vamos a utilizar la letra U para denotar el **conjunto universal** a menos que se indique lo contrario.

Conjunto universal

En cualquier aplicación de la teoría de conjuntos, los miembros de todos los conjuntos bajo investigación por lo general pertenecen a un conjunto grande fijo llamado **conjunto universal**.

Ejemplo 3.1

1. *En la geometría plana, el **conjunto universal** consiste en todos los puntos en el plano.*
2. *En los estudios de la población humana el **conjunto universal** se compone de todas las personas en el mundo.*

Vamos a utilizar la letra U para denotar el **conjunto universal** a menos que se indique lo contrario.

Conjunto universal

En cualquier aplicación de la teoría de conjuntos, los miembros de todos los conjuntos bajo investigación por lo general pertenecen a un conjunto grande fijo llamado **conjunto universal**.

Ejemplo 3.1

1. *En la geometría plana, el* ***conjunto universal*** *consiste en todos los puntos en el plano.*
2. *En los estudios de la población humana el* ***conjunto universal*** *se compone de todas las personas en el mundo.*

Vamos a utilizar la letra U para denotar el **conjunto universal** a menos que se indique lo contrario.

Conjunto vacío

Para un conjunto U dado y una propiedad P puede que no haya ningún elemento de U que tenga la propiedad P.

Ejemplo 3.2

El conjunto

$$S = \{x : x \text{ es un entero positivo}, x^2 = 3\}$$

no tiene elementos, ya que ningún entero positivo tiene la propiedad requerida.

El conjunto sin elementos se llama **conjunto vacío o conjunto nulo** y se denota por $\emptyset$.

Conjunto vacío

Para un conjunto U dado y una propiedad P puede que no haya ningún elemento de U que tenga la propiedad P.

Ejemplo 3.2

El conjunto

$$S = \{x : x \text{ es un entero positivo}, x^2 = 3\}$$

no tiene elementos, ya que ningún entero positivo tiene la propiedad requerida.

El conjunto sin elementos se llama **conjunto vacío o conjunto nulo** y se denota por $\emptyset$.

Conjunto vacío

Para un conjunto U dado y una propiedad P puede que no haya ningún elemento de U que tenga la propiedad P.

Ejemplo 3.2

El conjunto

$$S = \{x : x \text{ es un entero positivo}, x^2 = 3\}$$

no tiene elementos, ya que ningún entero positivo tiene la propiedad requerida.

El conjunto sin elementos se llama **conjunto vacío o conjunto nulo** y se denota por $\emptyset$.

Subconjuntos

Si cada elemento de un conjunto A es también un elemento de un conjunto B, entonces A es un **subconjunto** de B. También se dice que A está **contenido** en B o que B **contiene** a A. Esta relación se escribe

$$A \subseteq B \quad o \quad B \supseteq A,$$

en el lenguaje de la lógica formal

$$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B).$$

Ejemplo 3.3

Considere los conjuntos

$$A = \{1,3,4,5,8,9\}, \quad B = \{1,2,3,5,7\}, \quad C = \{1,5\}.$$

Entonces $C \subseteq A$ y $C \subseteq B$, ya que los elementos de C, son también elementos de A y B. Pero $B \nsubseteq A$, puesto que existe un elemento en B que no pertenece a A.

Subconjuntos

Si cada elemento de un conjunto A es también un elemento de un conjunto B, entonces A es un **subconjunto** de B. También se dice que A está **contenido** en B o que B **contiene** a A. Esta relación se escribe

$$A \subseteq B \quad o \quad B \supseteq A,$$

en el lenguaje de la lógica formal

$$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B).$$

Ejemplo 3.3

Considere los conjuntos

$$A = \{1, 3, 4, 5, 8, 9\}, \quad B = \{1, 2, 3, 5, 7\}, \quad C = \{1, 5\}.$$

Entonces $C \subseteq A$ y $C \subseteq B$, ya que los elementos de C, son también elementos de A y B. Pero $B \nsubseteq A$, puesto que existe un elemento en B que no pertenece a A.

Subconjuntos

Si cada elemento de un conjunto A es también un elemento de un conjunto B, entonces A es un **subconjunto** de B. También se dice que A está **contenido** en B o que B **contiene** a A. Esta relación se escribe

$$A \subseteq B \quad o \quad B \supseteq A,$$

en el lenguaje de la lógica formal

$$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B).$$

Ejemplo 3.3

Considere los conjuntos

$$A = \{1, 3, 4, 5, 8, 9\}, \quad B = \{1, 2, 3, 5, 7\}, \quad C = \{1, 5\}.$$

Entonces $C \subseteq A$ y $C \subseteq B$, ya que los elementos de C, son también elementos de A y B. Pero $B \nsubseteq A$, puesto que existe un elemento en B que no pertenece a A.

Subconjuntos

Si cada elemento de un conjunto A es también un elemento de un conjunto B, entonces A es un **subconjunto** de B. También se dice que A está **contenido** en B o que B **contiene** a A. Esta relación se escribe

$$A \subseteq B \quad o \quad B \supseteq A,$$

en el lenguaje de la lógica formal

$$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B).$$

Ejemplo 3.3

Considere los conjuntos

$$A = \{1, 3, 4, 5, 8, 9\}, \quad B = \{1, 2, 3, 5, 7\}, \quad C = \{1, 5\}.$$

Entonces $C \subseteq A$ y $C \subseteq B$, ya que los elementos de C, son también elementos de A y B. Pero $B \nsubseteq A$, puesto que existe un elemento en B que no pertenece a A.

Subconjuntos

Si cada elemento de un conjunto A es también un elemento de un conjunto B, entonces A es un **subconjunto** de B. También se dice que A está **contenido** en B o que B **contiene** a A. Esta relación se escribe

$$A \subseteq B \quad o \quad B \supseteq A,$$

en el lenguaje de la lógica formal

$$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B).$$

Ejemplo 3.3

Considere los conjuntos

$$A = \{1, 3, 4, 5, 8, 9\}, \quad B = \{1, 2, 3, 5, 7\}, \quad C = \{1, 5\}.$$

Entonces $C \subseteq A$ y $C \subseteq B$, ya que los elementos de C, son también elementos de A y B. Pero $B \not\subseteq A$, puesto que existe un elemento en B que no pertenece a A.

Subconjuntos

Si cada elemento de un conjunto A es también un elemento de un conjunto B, entonces A es un **subconjunto** de B. También se dice que A está **contenido** en B o que B **contiene** a A. Esta relación se escribe

$$A \subseteq B \quad o \quad B \supseteq A,$$

en el lenguaje de la lógica formal

$$(\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B).$$

Ejemplo 3.3

Considere los conjuntos

$$A = \{1, 3, 4, 5, 8, 9\}, \;\; B = \{1, 2, 3, 5, 7\}, \;\; C = \{1, 5\}.$$

Entonces $C \subseteq A$ y $C \subseteq B$, ya que los elementos de C, son también elementos de A y B. Pero $B \nsubseteq A$, puesto que existe un elemento en B que no pertenece a A.

Subconjuntos

Teorema 3.1

1. *Para cualquier conjunto A, tenemos $\emptyset \subseteq A \subseteq U$.*
2. *Para cualquier conjunto A, tenemos $A \subseteq A$.*
3. *Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$, entonces $A \subseteq C$.*
4. *$A = B$ si y sólo si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.*

Si $A \subseteq B$, entonces todavía es posible que $A = B$. Cuando $A \subseteq B$ pero $A \neq B$, decimos que A es un **subconjunto propio** de B y escribimos $A \subset B$.

Ejemplo 3.4

Supongamos que $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3, 2\}$. Entonces A y B son ambos subconjuntos de C; pero A es un subconjunto propio de C, mientras que B no es un subconjunto propio de C pues $B = C$.

Subconjuntos

Teorema 3.1

1. *Para cualquier conjunto A, tenemos $\emptyset \subseteq A \subseteq U$.*
2. *Para cualquier conjunto A, tenemos $A \subseteq A$.*
3. *Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$, entonces $A \subseteq C$.*
4. *$A = B$ si y sólo si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.*

Si $A \subseteq B$, entonces todavía es posible que $A = B$. Cuando $A \subseteq B$ pero $A \neq B$, decimos que A es un **subconjunto propio** de B y escribimos $A \subset B$.

Ejemplo 3.4

Supongamos que $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3, 2\}$. Entonces A y B son ambos subconjuntos de C; pero A es un subconjunto propio de C, mientras que B no es un subconjunto propio de C pues $B = C$.

Subconjuntos

Teorema 3.1

1. *Para cualquier conjunto A, tenemos $\emptyset \subseteq A \subseteq U$.*
2. *Para cualquier conjunto A, tenemos $A \subseteq A$.*
3. *Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$, entonces $A \subseteq C$.*
4. *$A = B$ si y sólo si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.*

Si $A \subseteq B$, entonces todavía es posible que $A = B$. Cuando $A \subseteq B$ pero $A \neq B$, decimos que A es un **subconjunto propio** de B y escribimos $A \subset B$.

Ejemplo 3.4

Supongamos que $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3, 2\}$. Entonces A y B son ambos subconjuntos de C; pero A es un subconjunto propio de C, mientras que B no es un subconjunto propio de C pues $B = C$.

Subconjuntos

Teorema 3.1

1. *Para cualquier conjunto A, tenemos $\emptyset \subseteq A \subseteq U$.*
2. *Para cualquier conjunto A, tenemos $A \subseteq A$.*
3. *Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$, entonces $A \subseteq C$.*
4. *$A = B$ si y sólo si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.*

Si $A \subseteq B$, entonces todavía es posible que $A = B$. Cuando $A \subseteq B$ pero $A \neq B$, decimos que A es un **subconjunto propio** de B y escribimos $A \subset B$.

Ejemplo 3.4

Supongamos que $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3, 2\}$. Entonces A y B son ambos subconjuntos de C; pero A es un subconjunto propio de C, mientras que B no es un subconjunto propio de C pues $B = C$.

Subconjuntos

Teorema 3.1

1. *Para cualquier conjunto A, tenemos $\emptyset \subseteq A \subseteq U$.*
2. *Para cualquier conjunto A, tenemos $A \subseteq A$.*
3. *Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$, entonces $A \subseteq C$.*
4. *$A = B$ si y sólo si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.*

Si $A \subseteq B$, entonces todavía es posible que $A = B$. Cuando $A \subseteq B$ pero $A \neq B$, decimos que A es un **subconjunto propio** de B y escribimos $A \subset B$.

Ejemplo 3.4

Supongamos que $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3, 2\}$. Entonces A y B son ambos subconjuntos de C; pero A es un subconjunto propio de C, mientras que B no es un subconjunto propio de C pues $B = C$.

Subconjuntos

Teorema 3.1

1. *Para cualquier conjunto A, tenemos $\emptyset \subseteq A \subseteq U$.*
2. *Para cualquier conjunto A, tenemos $A \subseteq A$.*
3. *Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$, entonces $A \subseteq C$.*
4. *$A = B$ si y sólo si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.*

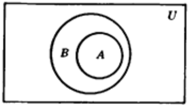
Si $A \subseteq B$, entonces todavía es posible que $A = B$. Cuando $A \subseteq B$ pero $A \neq B$, decimos que A es un **subconjunto propio** de B y escribimos $A \subset B$.

Ejemplo 3.4

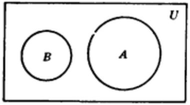
Supongamos que $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3, 2\}$. Entonces A y B son ambos subconjuntos de C; pero A es un subconjunto propio de C, mientras que B no es un subconjunto propio de C pues $B = C$.

Diagrama de Venn

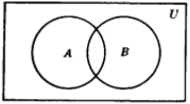
Una forma sencilla de visualizar los conjuntos y las relaciones entre ellos, es mediante la utilización de esquemas gráficos llamados **circulos de Euler o diagramas de Venn**. Estos esquemas están compuestos por una región cerrada del plano (generalmente un rectángulo), la cual representa el conjunto universal, y por uno o varios círculos que representan los conjuntos a graficar.



$A \subset B$



A y B son disyuntos



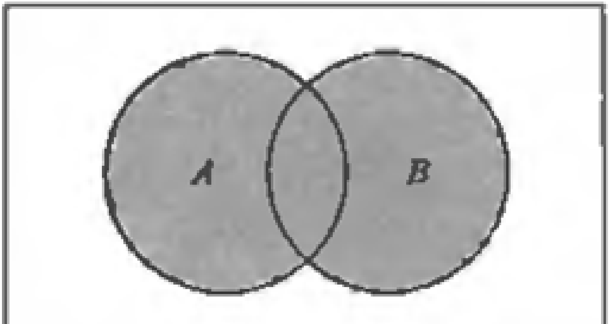
A y B tienen elementos en común

Unión

La **unión** de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertencen a A o a B. Se denota $A \cup B$.

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}.$$

Aquí la disyunción $\vee$, se utiliza en el sentido inclusivo, es decir, significa y/o.

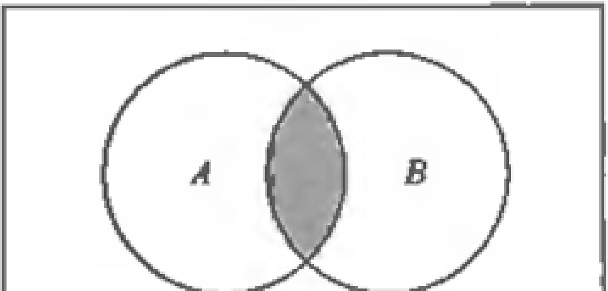


Intersección

La **intersección** de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertencen a A y a B. Se denota por $A \cap B$.

$$A \cap B = \{x : x \in A \land x \in B\}.$$

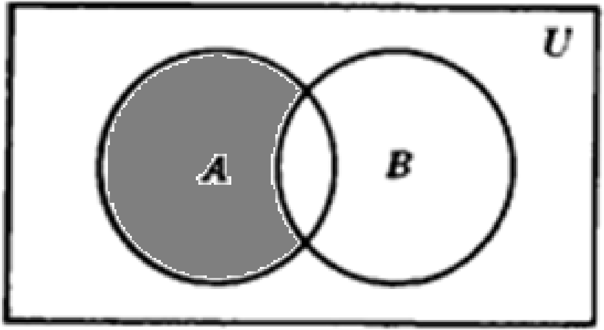
Si A y B no tienen elementos en común, es decir, $A \cap B = \emptyset$, entonces diremos que A y B son conjuntos disjuntos.



Diferencia

La **diferencia** entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y no a B. Se nota por $A - B$.

$$A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}.$$



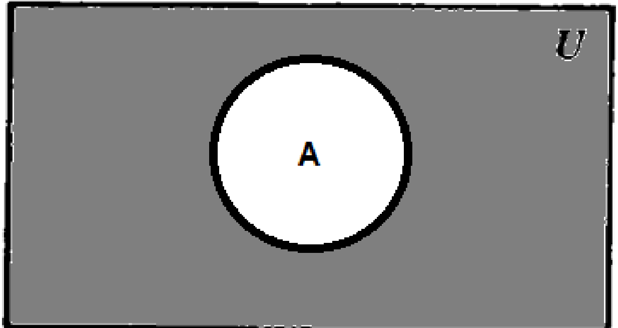
A - B

Complementario

El **complementario** de un conjunto A es el conjunto formado por todos los elementos del conjunto universal que no pertenecen a A. Se nota A^c

$$A^c = \{x : x \in U \wedge x \notin A\}.$$

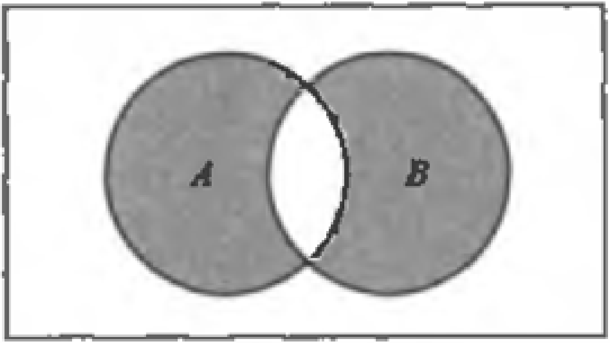
Note que el complemento de A es la diferencia entre U y A, es decir, $A^c = U - A$.



Diferencia simétrica

La **diferencia simétrica** entre dos conjutnos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a $(A - B)$ o a $(B - A)$ pero no a ambos. Se denota por $A \triangle B$.

$$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A).$$



Leyes del algebra de conjuntos

Las operaciones anteriores definidas entre conjuntos satisfacen varias leyes o identidades.

Sean A, B y C conjuntos, entonces:

Leyes Idempotentes

1. $A \cup A = A$
2. $A \cap A = A$

Leyes Conmutativas

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap B = B \cap A$

Leyes Asociativas

1. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
2. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Leyes de Identidad

1. $A \cup \emptyset = A$
2. $A \cup U = U$
3. $A \cap \emptyset = \emptyset$
4. $A \cap U = A$

Leyes del algebra de conjuntos

Las operaciones anteriores definidas entre conjuntos satisfacen varias leyes o identidades.
Sean A, B y C conjuntos, entonces:

Leyes Idempotentes

1. $A \cup A = A$
2. $A \cap A = A$

Leyes Conmutativas

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap B = B \cap A$

Leyes Asociativas

1. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
2. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Leyes de Identidad

1. $A \cup \emptyset = A$
2. $A \cup U = U$
3. $A \cap \emptyset = \emptyset$
4. $A \cap U = A$

Leyes del algebra de conjuntos

Las operaciones anteriores definidas entre conjuntos satisfacen varias leyes o identidades.
Sean A, B y C conjuntos, entonces:

Leyes Idempotentes

1. $A \cup A = A$
2. $A \cap A = A$

Leyes Conmutativas

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap B = B \cap A$

Leyes Asociativas

1. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
2. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Leyes de Identidad

1. $A \cup \emptyset = A$
2. $A \cup U = U$
3. $A \cap \emptyset = \emptyset$
4. $A \cap U = A$

Leyes del algebra de conjuntos

Leyes Distributivas

1. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C$
2. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C$

Ley Involutiva

1. $(A^c)^c = A$

Leyes del Complementario

1. $A \cup A^c = U$
2. $U^c = \emptyset$
3. $A \cap A^c = \emptyset$
4. $\emptyset^c = U$

Leyes de De Morgan

1. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
2. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Conjuntos finitos y principio de conteo

Definición 5.1

Se dice que un conjunto es ***finito*** *si contiene exactamente* m *elementos distinto, donde* m *es un número entero no negativo. De lo contrario, el conjunto se dice* ***infinito***.

Ejemplo 5.1

1. *El conjunto* $\emptyset$ *y el conjunto de la letras del alfabeto castellano son finitos.*
2. *El conjunto de los enteros positivos pares* $\{2, 4, 6, \ldots\}$*, es infinito.*

La notación $n(A)$ denota el número de elementos en un conjunto finito A. Algunos textos, usan $|A|$ o $\text{card}(A)$ en lugar de $n(A)$.

Conjuntos finitos y principio de conteo

Definición 5.1

*Se dice que un conjunto es **finito** si contiene exactamente m elementos distinto, donde m es un número entero no negativo. De lo contrario, el conjunto se dice **infinito**.*

Ejemplo 5.1

1. *El conjunto $\emptyset$ y el conjunto de la letras del alfabeto castellano son finitos.*
2. *El conjunto de los enteros positivos pares $\{2, 4, 6, \ldots\}$, es infinito.*

La notación $n(A)$ denota el número de elementos en un conjunto finito A. Algunos textos, usan $|A|$ o $\text{card}(A)$ en lugar de $n(A)$.

Conjuntos finitos y principio de conteo

Definición 5.1

*Se dice que un conjunto es **finito** si contiene exactamente m elementos distinto, donde m es un número entero no negativo. De lo contrario, el conjunto se dice **infinito**.*

Ejemplo 5.1

1. *El conjunto $\emptyset$ y el conjunto de la letras del alfabeto castellano son finitos.*
2. *El conjunto de los enteros positivos pares $\{2, 4, 6, \ldots\}$, es infinito.*

La notación $n(A)$ denota el número de elementos en un conjunto finito A. Algunos textos, usan $|A|$ o $\text{card}(A)$ en lugar de $n(A)$.

Conjuntos finitos y principio de conteo

Definición 5.1

*Se dice que un conjunto es **finito** si contiene exactamente m elementos distinto, donde m es un número entero no negativo. De lo contrario, el conjunto se dice **infinito**.*

Ejemplo 5.1

1. *El conjunto $\emptyset$ y el conjunto de la letras del alfabeto castellano son finitos.*
2. *El conjunto de los enteros positivos pares $\{2, 4, 6, \ldots\}$, es infinito.*

La notación $n(A)$ denota el número de elementos en un conjunto finito A. Algunos textos, usan $|A|$ o card(A) en lugar de $n(A)$.

Teorema 5.1

Si A y B son conjuntos finitos disyuntos, entonces $A \cup B$ es finito y

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

Teorema 5.2

Si A y B son conjuntos finitos, entonces $A \cup B$ y $A \cap B$ son finitos y

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Corolario 5.1

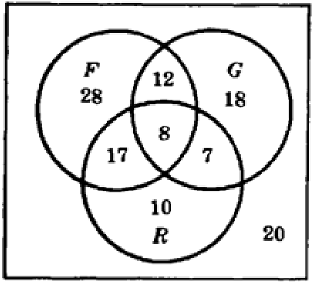
Si A, B y C son conjuntos finitos, entonces $A \cup B \cup C$ también lo es, y

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Ejemplo 5.2

Considere la siguiente información de 120 estudiantes de matemáticas referente al lenguaje Francés, Alemán y Ruso que estudian: 65 estudian Francés, 45 estudian Alemán, 42 estudian Ruso, 20 estudian Francés y Alemán, 25 estudian Francés y Ruso, 15 estudian Alemán y Ruso, 8 estudian las tres lenguas. ¿Cuántos alumnos estudian por lo menos uno de los tres idiomas?

Solución. Sean F, G y R los conjuntos de estudiantes que estudian Francés, Alemán y Ruso, respectivamente. Utilicemos un diagrama de Venn como se muestra en la figura y el corolario 5.1:



$n(F \cup G \cup R) = n(F) + n(G) + n(R) - n(F \cap G) - n(F \cap R) - n(G \cap R) + n(F \cap G \cap R) = 65 + 45 + 42 - 20 - 25 - 15 + 8 = 100.$

GRACIAS POR SU ATENCIÓN