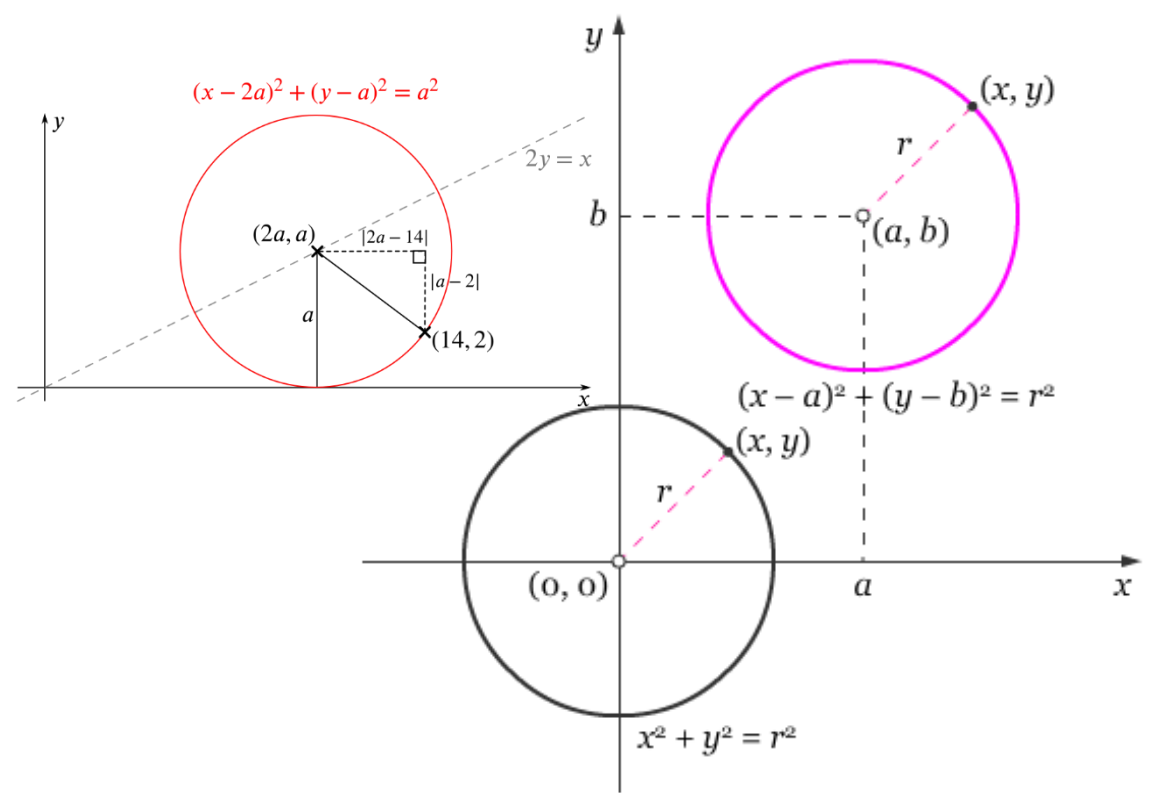


Lingkaran

10 Soal dan Lingkaran dan PGSL

Jesiska Lorenza
Matematika XI



SOAL 1**MATEMATIKA KELAS 11** π

Persamaan lingkaran dengan pusat $(-1,1)$ dan menyinggung garis $3x-4y+12=0$ adalah

A. $x^2 - y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

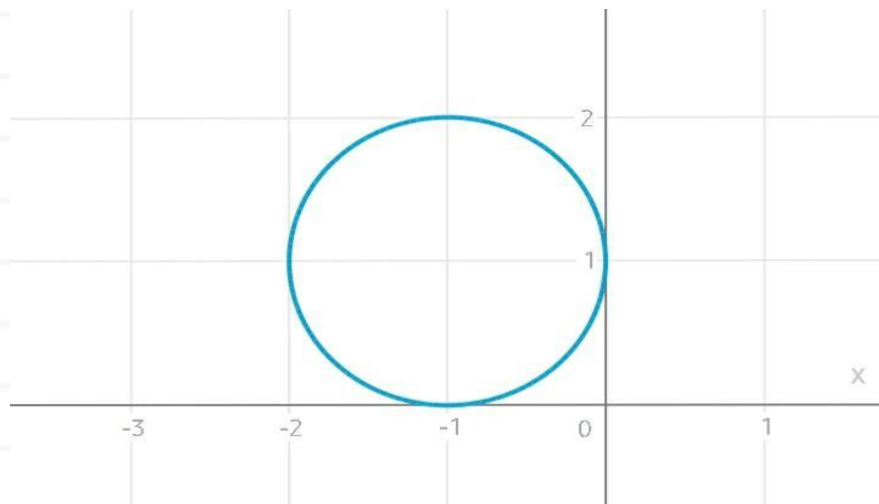
C. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

E. $x^2 - y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

Penyelesaian

$$r = \left| \frac{px + qy + r}{\sqrt{p^2 + q^2}} \right|$$



Masukkan titik $(-1,1)$ dan $3x-4y+12=0$ ke rumus

$$r = \left| \frac{3(-1) - 4(1) + 12}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \right|$$

$$r = \left| \frac{5}{\sqrt{25}} \right|$$

$$r = \left| \frac{5}{5} \right| = 1$$

Diketahui bahwa $P(-1,1)$ dan $r = 1$, maka PL nya adalah

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(x - (-1))^2 + (y - 1)^2 = 1^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 1$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$$

Jadi, PL nya adalah $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

SOAL SBMPTN 2018

Jika diketahui titik T (k,3) terletak pada lingkaran $x^2 + y^2 - 13x + 5y + 6 = 0$ maka nilai k adalah...

- ☒ A. 3 atau 10
- ☐ B. 5 atau 8
- ☐ C. 3 atau 8
- ☐ D. 5 atau 10
- ☐ E. 8 atau 11

Penyelesaian

Substitusi titik ke x dan y, supaya terletak pada lingkaran, maka hasil substitusi harus sama dengan 0

$$x^2 + y^2 - 13x + 5y + 6 = 0$$

$$k^2 + 3^2 - 13k + 5(3) + 6 = 0$$

$$k^2 + 9 - 13k + 15 + 6 = 0$$

$$k^2 + 13k + 30 = 0$$

$$\therefore (k - 3)(k - 10) = 0$$

$$k = 3 \text{ atau } k = 10$$

Jadi, titik T(k,3) akan terletak dalam lingkaran jika nilai k adalah 3 atau 10

SOAL 3

π

SOAL UN 2004

Persamaan garis singgung lingkaran $(x-4)^2+(y+3)^2=40$ yang tegak lurus dengan garis $x+3y+5=0$ adalah...

- A. $y=3x+1$ dan $y=3x-30$
- B. $y=3x+2$ dan $y=3x-32$
- C. $y=3x-2$ dan $y=3x+32$
- D. $y=3x+5$ dan $y=3x-35$**
- E. $y=3x-5$ dan $y=3x+35$

Penyelesaian

Dari persamaan :

$$P = (4, -3)$$

$$r = \sqrt{40}$$

$$x + 3y + 5 = 0$$

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$$

Dari bentuk $y = mx + c$, maka diketahui bahwa

$$m = -\frac{1}{3}$$

Karena garisnya tegak lurus maka $m_2 = 3$

PGSL nya :

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

$$y + 3 = 3(x - 4) \pm \sqrt{40}\sqrt{3^2 + 1}$$

$$y + 3 = 3x - 12 \pm 20$$

$$y + 3 = 3x - 12 + 20 \rightarrow y = 3x + 5$$

$$y + 3 = 3x - 12 - 20 \rightarrow y = 3x - 35$$

Jadi PGSL nya $y = 3x + 5$ dan $y = 3x - 35$

SOAL UTBK 2018

Diketahui titik P (4,a) dan lingkaran L: $x^2+y^2-8x-2y+1=0$. Jika titik P berada dalam lingkaran L, maka nilai a yang mungkin adalah

- A. $1 < a < 3$
- B. $-3 < a < 5$**
- C. $-5 < a < 3$
- D. $3 < a < 5$
- E. $-5 < a < -3$

Penyelesaian

Syarat titik P(4,a) dalam lingkaran

$$x^2+y^2-8x-2y+1 < 0$$

Substitusi P(4,a) ke persamaan lingkaran

$$x^2+y^2-8x-2y+1 < 0$$

$$(4)^2+(a)^2-8(4)-2(a)+1 < 0$$

$$16 + a^2 - 32 - 2a + 1 < 0$$

$$a^2 - 2a - 15 < 0$$

$$(a+3)(a-5) < 0$$

$$a = -3 \text{ atau } a = 5$$

Jadi nilai a adalah $-3 < a < 5$

SOAL 5

SOAL SBMPTN 2018

Jika Lingkaran $x^2 + y^2 - ax + ay - a = 0$, mempunyai jari-jari a , maka nilai a adalah ...

- A. 1
- B. 2**
- C. 3
- D. 4
- E. 5

Penyelesaian

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 + C}$$

Substitusi ke r

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}(-a)^2 + \frac{1}{4}(-b)^2 + a}$$

$$a = \sqrt{\frac{1}{4}(-a)^2 + \frac{1}{4}(-b)^2 + a}$$

$$a^2 = \frac{1}{2}a^2 + a$$

$$\frac{1}{2}a^2 = a$$

$$a = 2$$

Jadi, nilai a adalah 2

SOAL 6

π

Jika panjang jari-jari lingkaran $x^2+y^2+Ax+By-10=0$ adalah dua kali panjang jari-jari lingkaran $x^2+y^2+Ax+By+20=0$, panjang jari-jari lingkaran yang lebih besar adalah ...

- A. $\sqrt{10}$ D. $4\sqrt{10}$
 B. $2\sqrt{10}$ E. $5\sqrt{10}$
 C. $3\sqrt{10}$

Penyelesaian

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 + C}$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 + 10}$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - 20}$$

Di soal diketahui $r_1 = 2r_2$

Kuadratkan kedua ruas

$$\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 + 10 = 4 \left(\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - 20 \right)$$

$$\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 + 10 = A^2 + B^2 - 80$$

$$\therefore \frac{3}{4}A^2 + \frac{3}{4}B^2 = 90$$

$$\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 = 30$$

Substitusi hasil tersebut ke r_1 dan r_2

$$r_1 = \sqrt{30 + 10} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$r_2 = \sqrt{30 - 20} = \sqrt{10}$$

Jadi, jari-jari lingkaran yang lebih besar adalah $2\sqrt{10}$

π

π

π

π

π

π

π

π

π

π

π

SOAL 8

MATEMATIKA KELAS 11

 π

Jika kuasa titik $M(m,4)$ sama dengan nol terhadap lingkaran $x^2+y^2=25$, maka nilai $m=\dots$

- A. 3
B. 3
C. 2
D. ± 2
E. ± 3

Penyelesaian

$x^2 + y^2 = 25$ diubah menjadi $x^2 + y^2 - 25 = 0$

Agar nilai tersebut nol, kita tuliskan

$$x_1^2 + y_1^2 - 25 = 0$$

Masukkan nilai $(m,4)$ ke dalam $x_1^2 + y_1^2 - 25 = 0$

$$m^2 + 4^2 - 25 = 0$$

$$m^2 + 16 - 25 = 0$$

$$m^2 - 9 = 0$$

$$m^2 = 9$$

Jadi, nilai $m=\pm 3$

Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 13 = 0$ di titik $(-2, -1)$ adalah

- ☒ A. $x - y + 1 = 0$
- ☐ B. $x + 2y + 4 = 0$
- ☐ C. $2x - y + 3 = 0$
- ☐ D. $-2x - y - 5 = 0$
- ☐ E. $3x - 2y + 4 = 0$

Penyelesaian

Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ yaitu

$$x_1x + y_1y + \frac{1}{2}A(x + x_1) + \frac{1}{2}B(y + y_1) + C = 0$$

Dari soal diketahui bahwa :

$$A = 12 ; B = -6 ; C = 13$$

$$X_1 = -2 ; Y_1 = -1$$

Jadi, persamaan garis singgungnya adalah :

$$-2x - y + \frac{1}{2}(12)(x - 2) + \frac{1}{2}(-6)(y - 1) + 13 = 0$$

$$-2x - y + 6x - 12 - 3y + 3 + 13 = 0$$

$$4x - 4y + 4 = 0$$

$$x - y + 1 = 0$$

Jadi, PGSL nya adalah $x - y + 1 = 0$

π

Diketahui 2 lingkaran dengan persamaan $x^2+y^2+6x-8y+21=0$ dan $x^2+y^2+10x-8y+25=0$. Hubungan antara kedua lingkaran ini adalah

- A. berpotongan di satu titik
- B. tidak berpotongan
- C. bersinggungan luar
- D. bersinggungan dalam**
- E. Sepusat

Penyelesaian

$$L1 : x^2+y^2+6x-8y+21=0$$

$$\text{Pusatnya } P = \left(\frac{-A}{2}, \frac{-B}{2} \right)$$

$$P = \left(\frac{-6}{2}, \frac{-(-8)}{2} \right)$$

$$P = (-3, 4)$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

$$r = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2 - 21}$$

$$r = \sqrt{9 + 16 - 21}$$

$$r = \sqrt{4} = 2$$

Penyelesaian

$$L2 : x^2+y^2+10x-8y+25=0$$

$$\text{Pusatnya } P = \left(\frac{-A}{2}, \frac{-B}{2} \right)$$

$$P = \left(\frac{-10}{2}, \frac{-(-8)}{2} \right) = (-5, 4)$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

$$r = \sqrt{(-5)^2 + (4)^2 - 25}$$

$$r = \sqrt{25 + 16 - 25}$$

$$\therefore r = \sqrt{16} = 4$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-5 - (-3))^2 + (4 - 4)^2}$$

$$d = \sqrt{(-2)^2 + (0)^2}$$

$$d = 2$$

Jika dimasukkan ke dalam syarat-syarat hubungan kedua lingkaran, yang memenuhi adalah $d = r_2 - r_1$

$$2 = 4 - 2$$

$$2 = 2$$

Jadi, kedua lingkaran bersinggungan di dalam