

Documentación Adicional: Modelos Estocásticos de Ecología de Bacterias

(Additional Documentation: Stochastic Models in Bacterial Ecology)

Jesús Arturo Moreno López
Tutor: Dr. Juan Pedro García Villaluenga

Julio 2019



Trabajo de Fin de Grado

Facultad de Ciencias Físicas

Universidad Complutense de Madrid

Índice

1. Demostración de la expresión (3)	1
2. Demostración de la equivalencia entre poblaciones totales de un VL con difusión y sin difusión.	1
3. Esquema del modelo LV_5species	1
4. Esquema del modelo B_BP_jeslop (con y sin adaptación del parámetro offspring)	3
5. Figuras obtenidas del análisis del código final.	6
5.1. Variando las condiciones iniciales.	6
5.2. Variando la efectividad de caza de los depredadores.	8
5.3. Variando la probabilidad de muerte de los depredadores.	10
5.4. Variando la tasa de reproducción de las presas.	12
5.5. Variando la probabilidad de muerte de las presas.	14

1. Demostración de la expresión (3)

Integrando a ambos lados en la variable espacial:

$$\begin{aligned}\frac{dN(x, t)}{dt} &= -D_N \frac{d^2 N(x, t)}{dx^2} \\ \frac{dN_{total}(t)}{dt} &= -D_N \int_0^L \frac{d^2 N(x, t)}{dx^2} dx \\ \frac{dN_{total}(t)}{dt} &= -D_N \left(\frac{dN(x, t)}{dx} \Big|_L - \frac{dN(x, t)}{dx} \Big|_0 \right)\end{aligned}$$

2. Demostración de la equivalencia entre poblaciones totales de un VL con difusión y sin difusión.

Condiciones:

- $\frac{dN(x, t)}{dx} \Big|_L = \frac{dN(x, t)}{dx} \Big|_0$
- $N(L, t) = N(0, t) = 0$

$$\frac{dN_{total}(t)}{dt} = a \int_0^L N(x, t) dx - b \int_0^L N(x, t) P(x, t) dx - D_N \left(\frac{dN(x, t)}{dx} \Big|_L - \frac{dN(x, t)}{dx} \Big|_0 \right)$$

aplicando la 1ª condición e integrando por partes

$$= aN_{total}(t) - b(N_{total}(t)P_{total}(t) - \int_0^L P_{total}(t) \frac{dN(x, t)}{dx} dx)$$

$$= aN_{total}(t) - b(N_{total}(t)P_{total}(t) - P_{total}(t)(N(L, t) - N(0, t)))$$

aplicando la 2ª condición

$$= aN_{total}(t) - bN_{total}(t)P_{total}(t)$$

3. Esquema del modelo LV_5species

La estructura del programa se puede visualizar en el siguiente esquema:

Parámetros globales:

Definimos:

- Número inicial de agentes: `num_agents`
- Proporciones iniciales de las distintas especies de presas: `r_init`, `ra_init`, `h_init`
- Proporciones iniciales de las distintas especies de depredadores: `f_init`, `w_init`
- Magnitud de movimiento de las presas / depredadores: `mr`, `mf`

- Probabilidad de reproducción de las distintas especies de presas: `rr`, `rra`, `rh`
- Probabilidad de reproducción de las distintas especies de depredadores: `rf`, `rw`
- Capacidad de carga de las presas: `nr`, `nra`, `nh`
- Probabilidad de muerte de las distintas especies de presas: `dr`, `dra`, `dh`
- Probabilidad de muerte de las distintas especies de depredadores: `df`, `dw`
- Distancia de interacción: `cd`

Inicializar:

- Crear `num_agents` agentes y asignar los distintos tipos según `r_init`, `ra_init`, `h_init`, `f_init`, `w_init`
- Asignar de forma aleatoria y con distribución uniforme (0,1) a cada agente unas coordenadas espaciales (x,y)

Actualizar:

Consiste en **micro-actualizar** tantas veces como agentes haya. Cada vez que se completa un **actualizar**, se considera que ha pasado una unidad de tiempo. Esto se repite un cierto número de veces dado por el parámetro `Tstep` (longitud temporal de la simulación).

Micro-actualizar:

- Se selecciona un agente al azar de entre todos.
- Añadimos a su posición un número dado por la distribución uniforme $(-m,m)$ donde $m = mr$ para las presas y $m = mf$ para los depredadores.
- Identifica a los agentes dentro del rango dado por `cd` y se clasifican según si son presas o depredadores.
- Si el agente que se está actualizando es una **presa**:
 - Si hay vecinos **depredadores**:
 - Si un número generado aleatoriamente entre 0 y 1 es menor que la probabilidad de muerte (`dr`, `dra`, o `dh`), se **borra la presa**.
 - Si **no** hay vecinos **depredadores**:
 - Si un número generado aleatoriamente entre 0 y 1 es menor que un compendio entre la prob. de reproducción (`rr`, `rra` o `rh`), el número total de agentes y la capacidad de carga (`nr`, `nra` o `nh`) entonces se **crea una copia de la presa**.
- Si el agente que se está actualizando es un **depredador**:
 - Si **no** hay vecinos **presas**:
 - Si un número generado aleatoriamente entre 0 y 1 es menor que la probabilidad de muerte (`dw` o `df`), el **se borra el depredador**.
 - Si hay vecinos **presas**:
 - Si un número generado aleatoriamente entre 0 y 1 es menor que la prob. de reproducción (`rw`, o `rf`) entonces **se crea una copia del depredador**.

4. Esquema del modelo B_BP_jeslop (con y sin adaptación del parámetro offspring)

Aquellos elementos del código correspondientes a la adaptación del número de fagos producidos vendrán precedidos por (*Con adaptación*) en el esquema.

Parámetros globales:

Definimos:

- Número inicial de agentes: `num_agents`
- Tamaño del recinto: `recinto`
- Proporciones iniciales de las distintas especies de presas: `r_init`, `ra_init`, `h_init`
- Proporciones iniciales de las distintas especies de depredadores: `f_init`, `w_init`
- Magnitud de movimiento de las presas / depredadores: `mr` / `mf`, `mw`
- Tiempo de espera para la reproducción: `cdr`, `cdra`, `cdh`
- Probabilidad por unidad de tiempo después del tiempo de espera: `nrr`, `nrar`, `nrh`
- Efectividad de la caza en un encuentro presa-depredador: `hunting_f`, `hunting_w`
- Fagos adicionales que nacen de la caza: `offspring_f`, `offspring_w`
- Probabilidad de muerte de las distintas especies de presas: `dr`, `dra`, `dh`
- Probabilidad de muerte de las distintas especies de depredadores: `df`, `dw`
- Distancia de interacción: `cd`

Inicializar:

- Crear `num_agents` agentes y asignar los distintos tipos según `r_init`, `ra_init`, `h_init`, `f_init`, `w_init`
- Dependiendo de si depredador o presa, añadimos distintas propiedades:
 - Si el agente es una **presa**, añadir una propiedad al agente llamada `time` que represente el tiempo restante para iniciar la reproducción e inicializarla con un valor aleatorio entre 0 y `cdr`, `cdra`, `cdh`
 - (*Con adaptación*) Si el agente es un **depredador**, añadir una propiedad al agente llamada `off` que representa los fagos producidos por caza fructuosa. Se inicializa, dependiendo de la especie de depredador, como `off = offspring_f` o `off = offspring_w`. Este valor ya no será fijo.
- Asignar, a cada agente, unas coordenadas espaciales (x,y) de forma aleatoria y con distribución uniforme (`-recinto,recinto`) .

Actualizar:

Se actualiza el estado de **todos los agentes** en orden aleatorio. Cada vez que se completa un **actualizar**, se considera que ha pasado una unidad de tiempo. **Actualizar** se repite un cierto número de veces dado por el parámetro **Tstep** (longitud temporal de la simulación).

- Se ordena aleatoriamente la lista de agentes disponibles.
- Para todos los agentes de la lista se ejecuta la dinámica de mortalidad:
 - Si el agente es un **depredador**:
 - Dependiendo de la especie de depredador se asocia un parámetro de movilidad $m = m_f, m_w$
 - Si un número aleatorio generado uniformemente entre 0 y 1 es menor que la probabilidad de muerte del depredador (d_f o d_w), se borra el agente.
 - Si el agente es una **presa**:
 - Se le asocia un parámetro de movimiento $m = m_r$
 - Si un número aleatorio generado uniformemente entre 0 y 1 es menor que la probabilidad de muerte de la presa en cuestión (d_r, d_{ra} o d_h), se borra el agente.
- Para todos los agentes de la lista se ejecuta la dinámica de movilidad:
 - Añadimos a su posición un número dado por la distribución uniforme ($-m, m$) donde $m = m_r$ para las presas y $m = m_f$ o m_w para los depredadores. Existe la opción de elegir una distribución gaussiana con media 0 y desviación $2m$.
 - Si la posición supera los límites del recinto, se coloca al agente en los bordes del recinto.
- Para todos los agentes de la lista se ejecuta la dinámica de caza y/o reproducción:
 - Si el agente que se está actualizando es un **depredador**:
 - Identifica a los vecinos dentro del rango dado por cd .
 - Si hay presas vecinas:
 - ◇ (*Con adaptación*) Si hay **más de 1 vecino depredador**, el parámetro **off** del depredador que estamos examinando **baja**. Como mínimo este valor puede ser 0.
 - ◇ (*Con adaptación*) **En caso contrario**, el parámetro **off** **sube**. Como máximo este valor puede ser 2.
 - ◇ Si un número generado aleatoriamente entre 0 y 1 es menor que la efectividad de caza ($hunting_f$ o $hunting_w$):
 - Se borra a la presa más cercana y se crean tanto agentes como dicte el parámetro global $offspring_f$ o $offspring_w$, dependiendo de la especie de agente.
 - (*Con adaptación*) Se borra a la presa más cercana y se crean tantos agentes como dicte el parámetro individual **off** del agente en cuestión.

- Si el agente que se está actualizando es una **presa**:
 - Se añade una unidad de tiempo al contador **time** asociado a las presas.
 - Si dicho parámetro **time** es mayor que el tiempo de espera para la reproducción de dicho agente (**cdr**, **cdra** o **cdh**) **y** un número aleatorio generado uniformemente entre 0 y 1 es menor que la probabilidad de reproducción (**nrr**, **nrre** o **nrh**) entonces se realiza una copia del agente en cuestión.

5. Figuras obtenidas del análisis del código final.

5.1. Variando las condiciones iniciales.

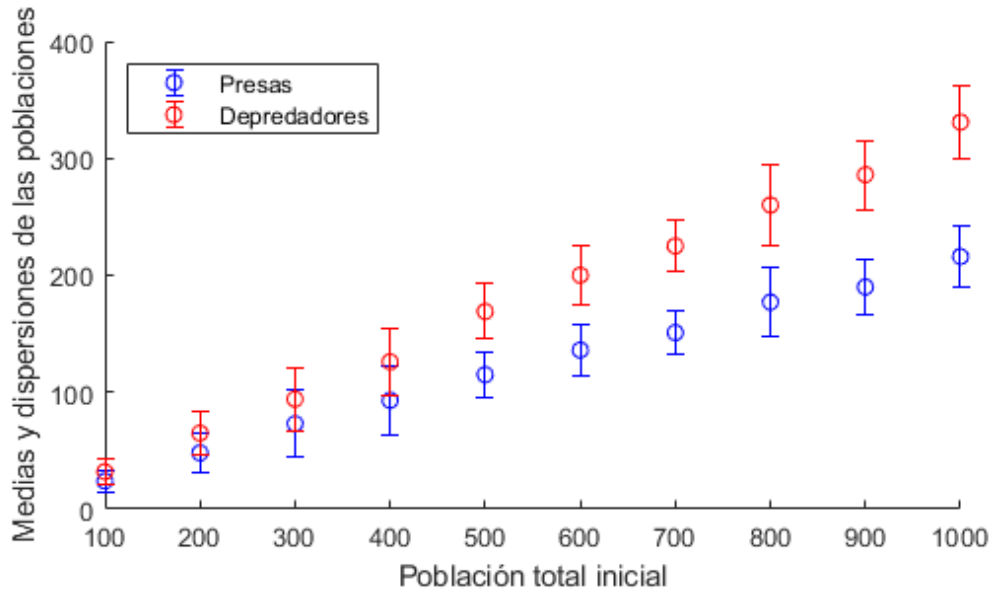


Figura 1: Media y dispersión de las poblaciones al variar el número total inicial de agentes, manteniendo la densidad inicial de agentes constante.

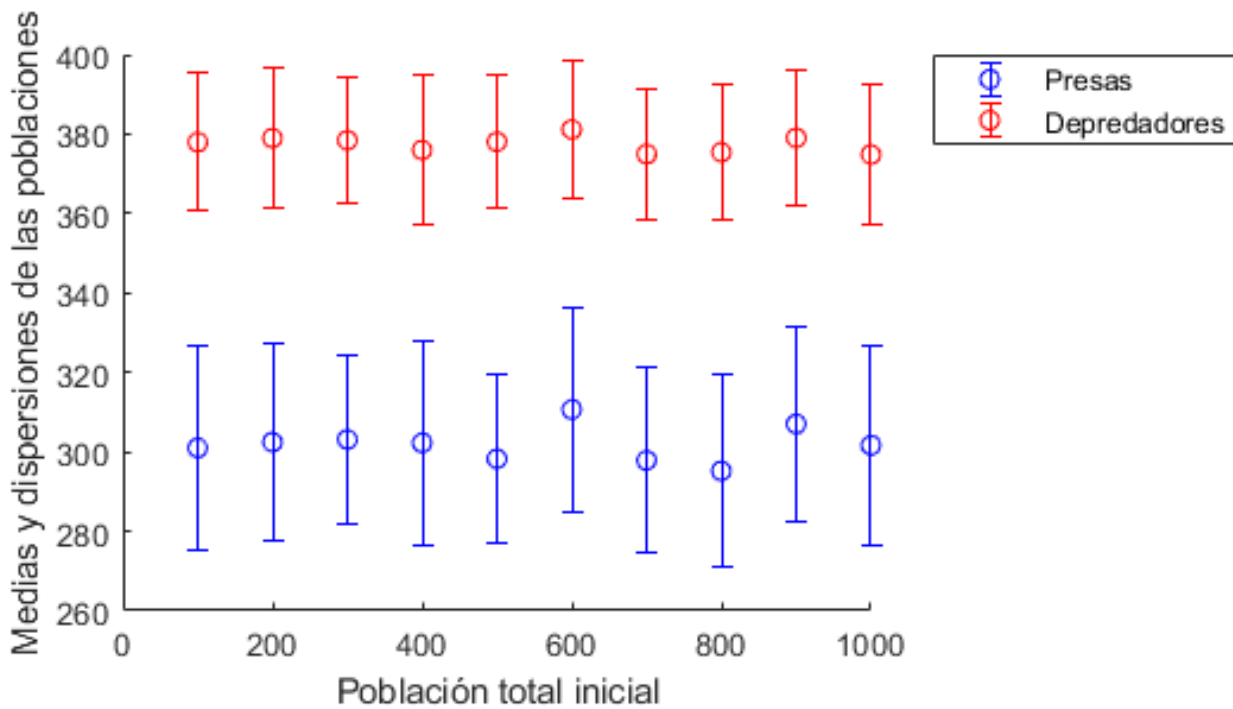


Figura 2: Media y dispersión de las poblaciones al variar el número total inicial de agentes, recinto fijo.

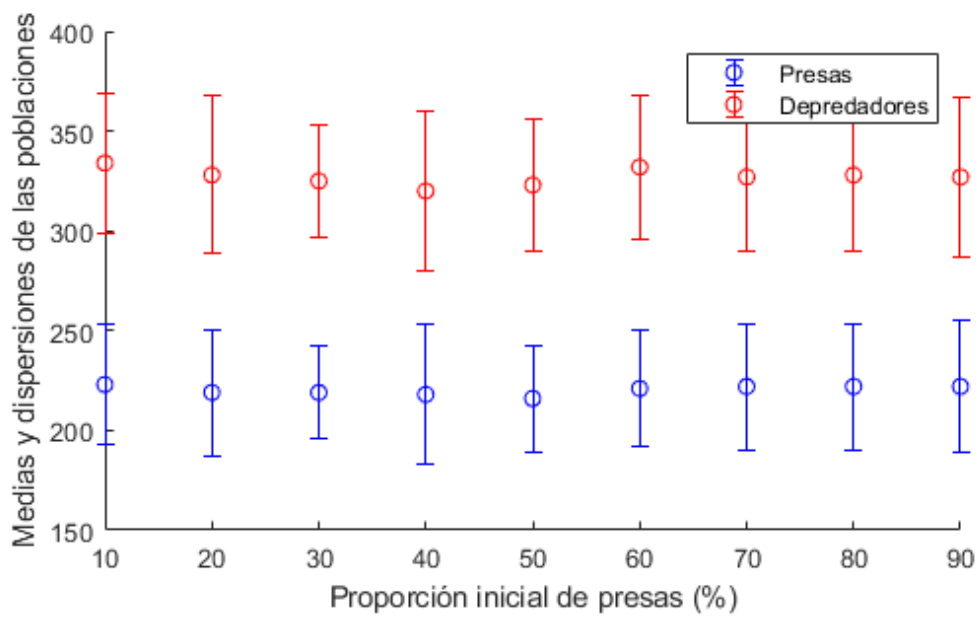


Figura 3: Media y dispersión de las poblaciones al variar la proporción presas/depredadores inicial.

5.2. Variando la efectividad de caza de los depredadores.

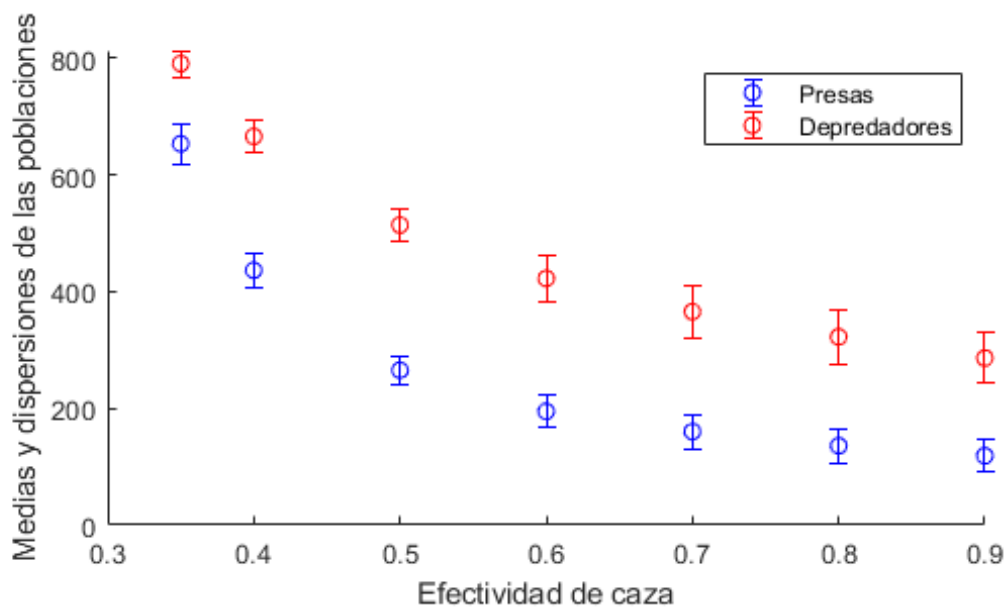


Figura 4: Evolución de las poblaciones al variar la efectividad de caza de los depredadores.

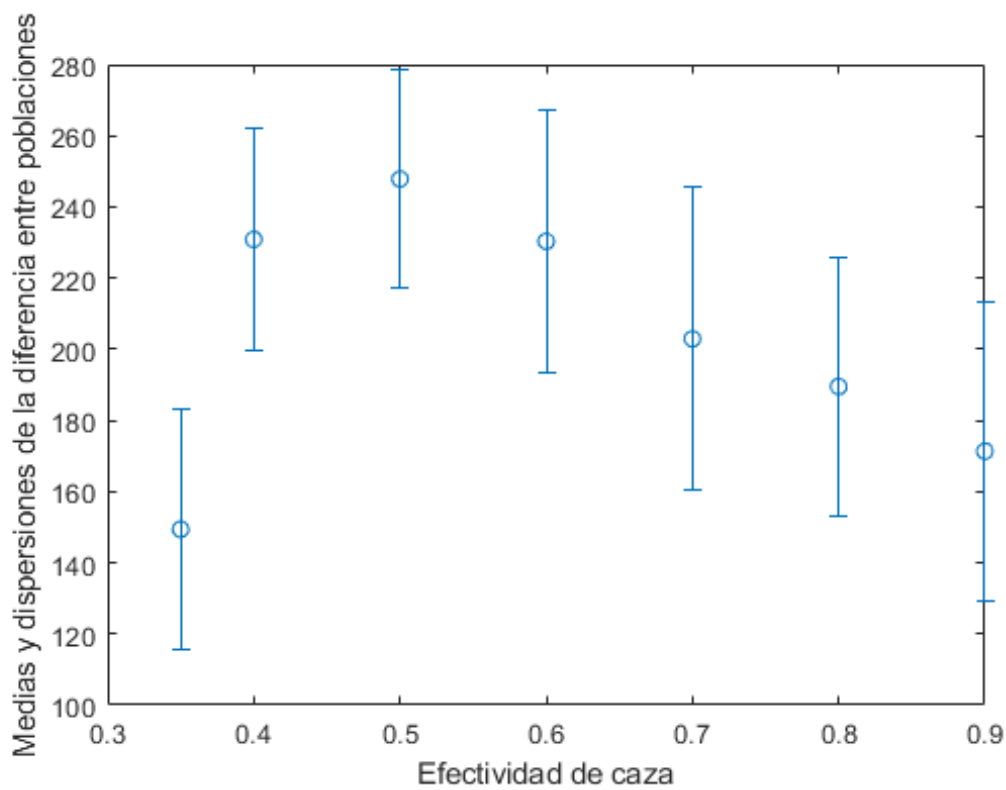


Figura 5: Evolución de la diferencia entre poblaciones al variar la efectividad de caza de los depredadores.

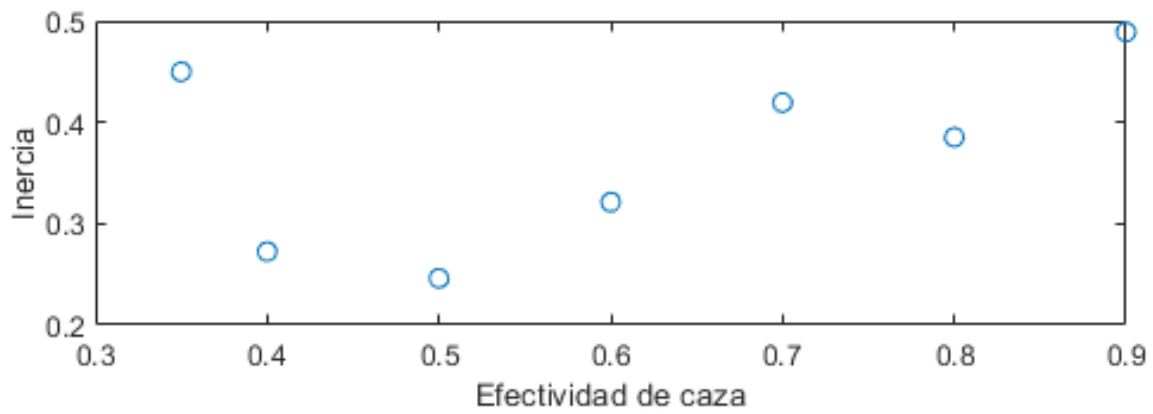


Figura 6: Evolución de la medida de inercia al variar la efectividad de caza de los depredadores.

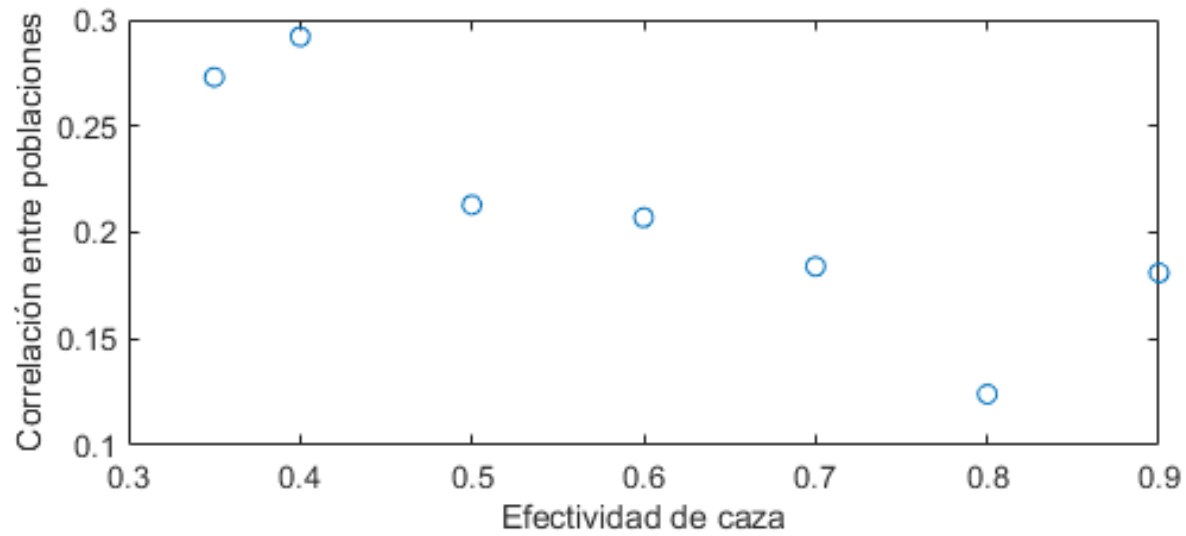


Figura 7: Evolución del coeficiente de correlación de Pearson entre las poblaciones al variar la efectividad de caza de los depredadores.

5.3. Variando la probabilidad de muerte de los depredadores.

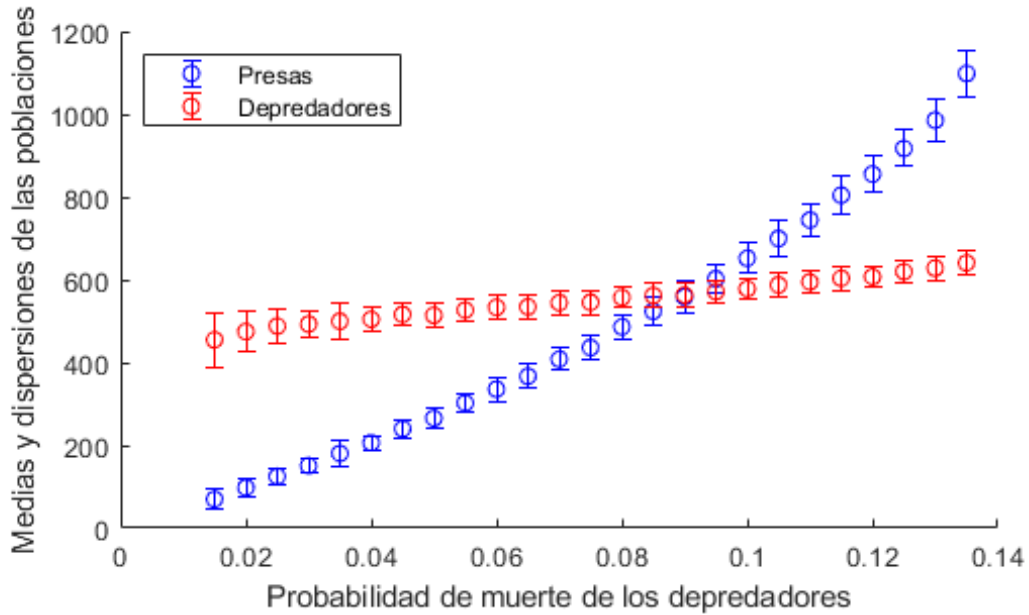


Figura 8: Evolución de las poblaciones al variar la probabilidad de muerte de los depredadores.

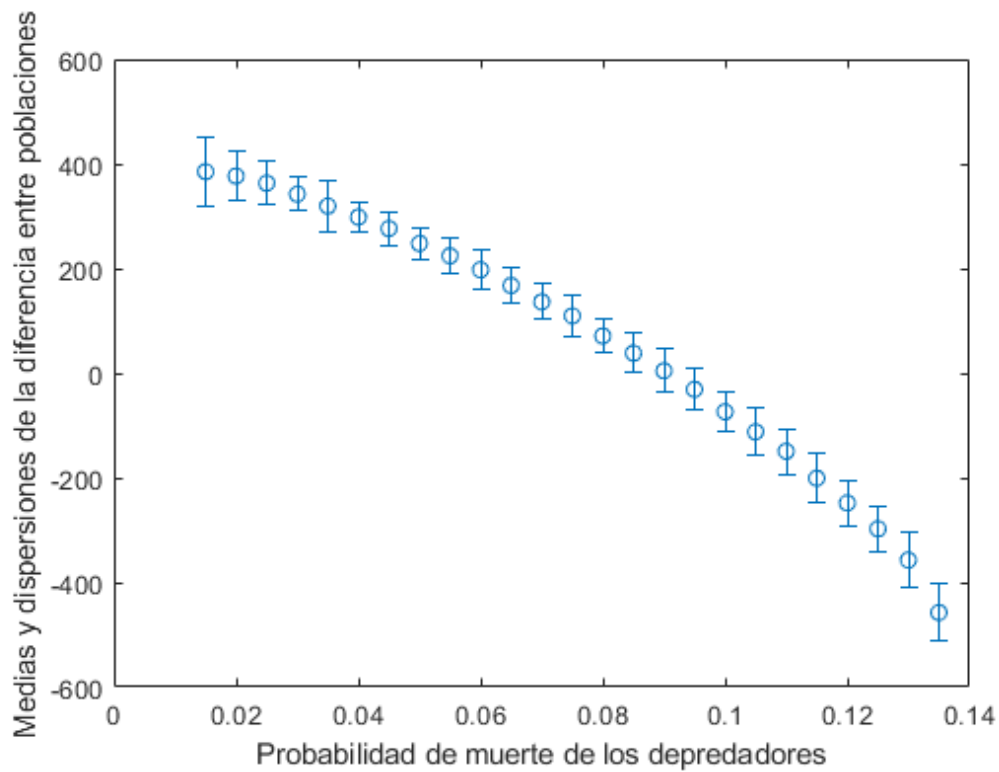


Figura 9: Evolución de la diferencia entre poblaciones al variar la probabilidad de muerte de los depredadores.

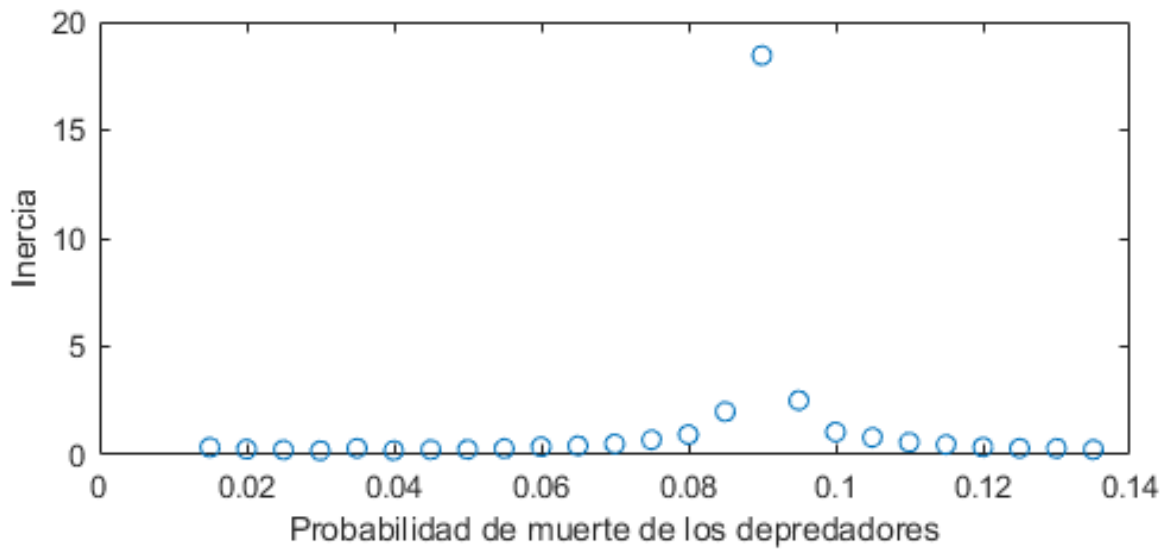


Figura 10: Evolución de la medida de inercia al variar la probabilidad de muerte de los depredadores.

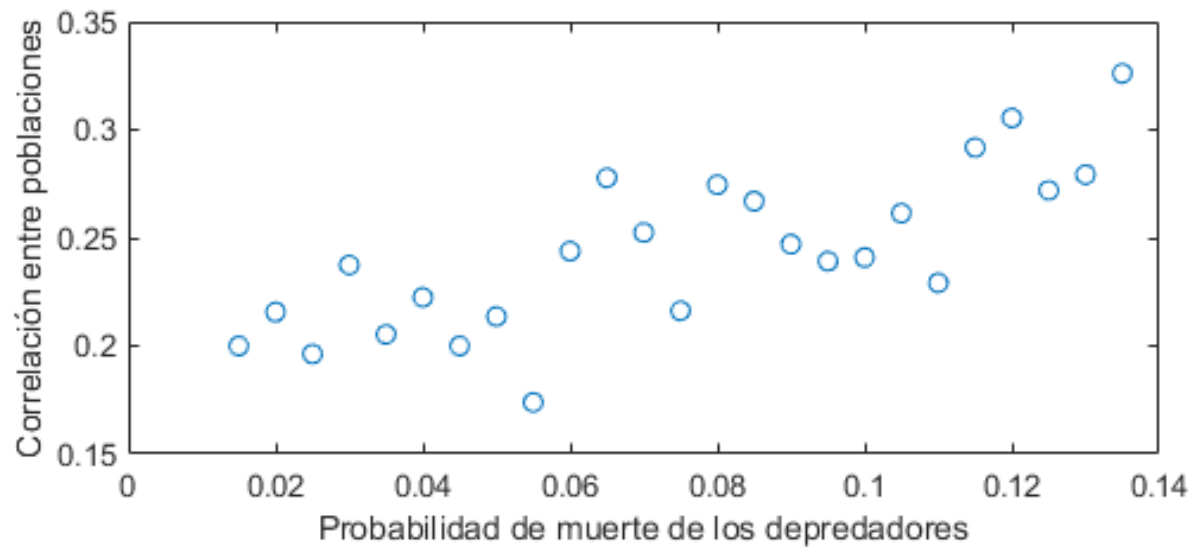


Figura 11: Evolución del coeficiente de correlación de Pearson al variar la probabilidad de muerte de los depredadores.

5.4. Variando la tasa de reproducción de las presas.

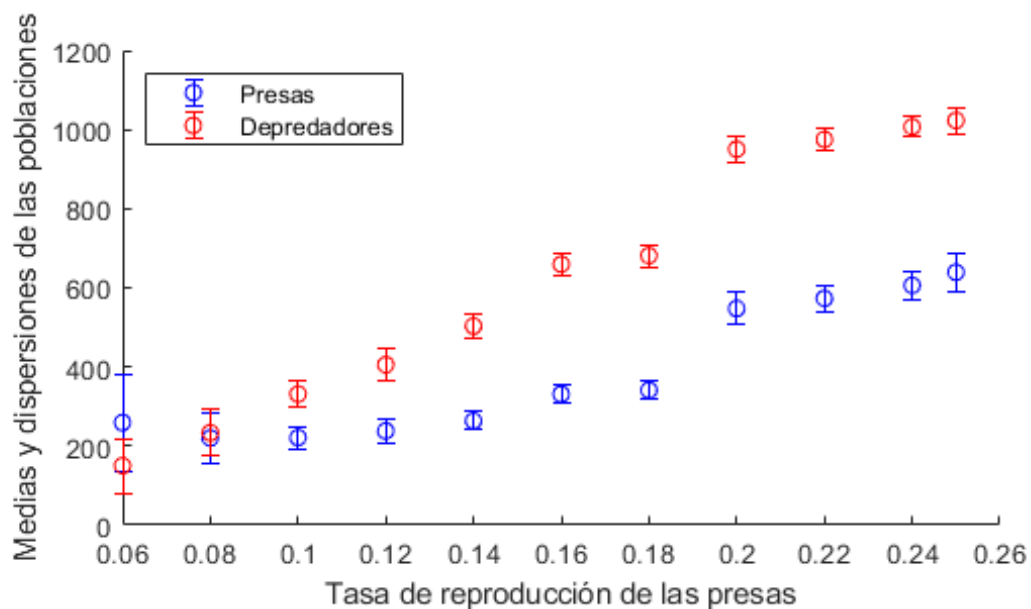


Figura 12: Evolución de las poblaciones al variar la tasa de reproducción de las presas.

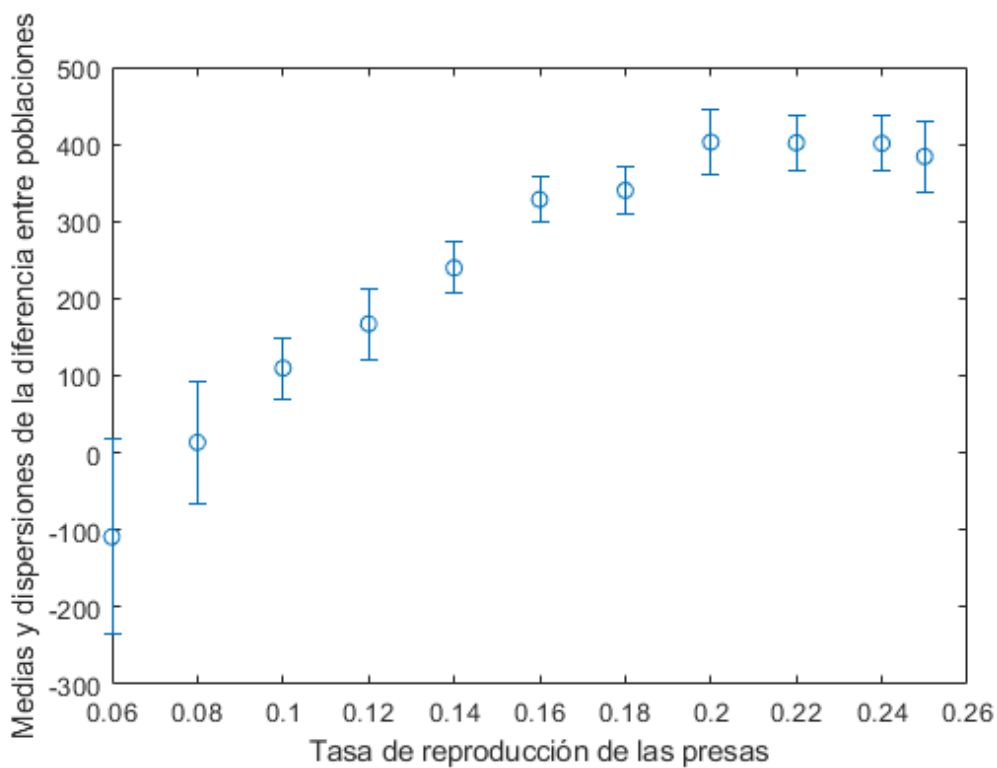


Figura 13: Evolución de la diferencia entre poblaciones al variar la tasa de reproducción de las presas.

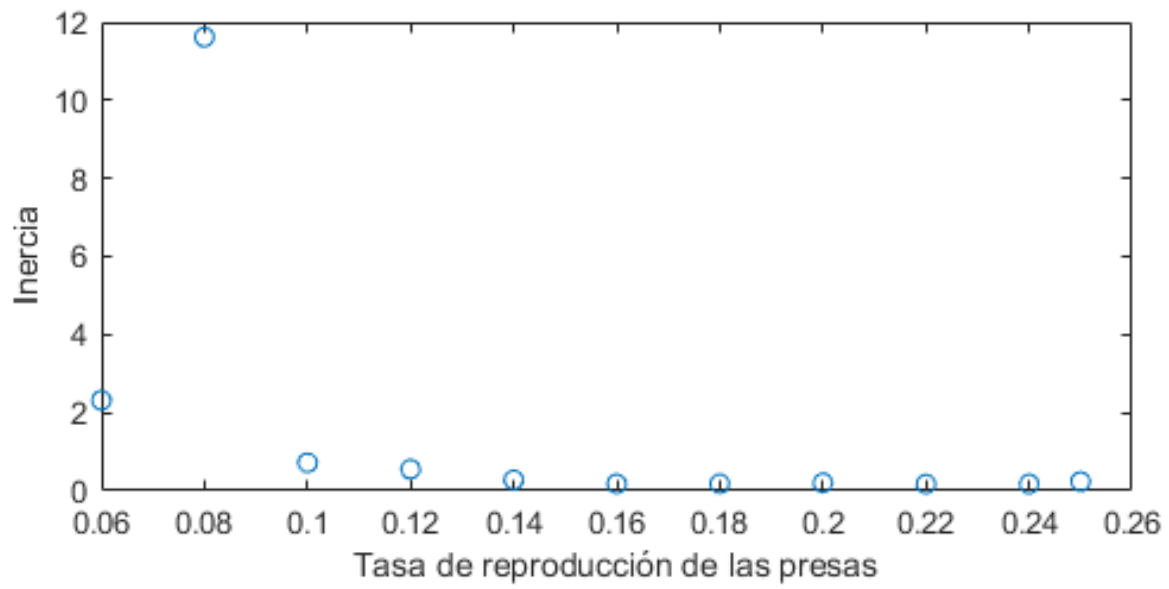


Figura 14: Evolución de la medida de inercia al variar la tasa de reproducción de las presas.

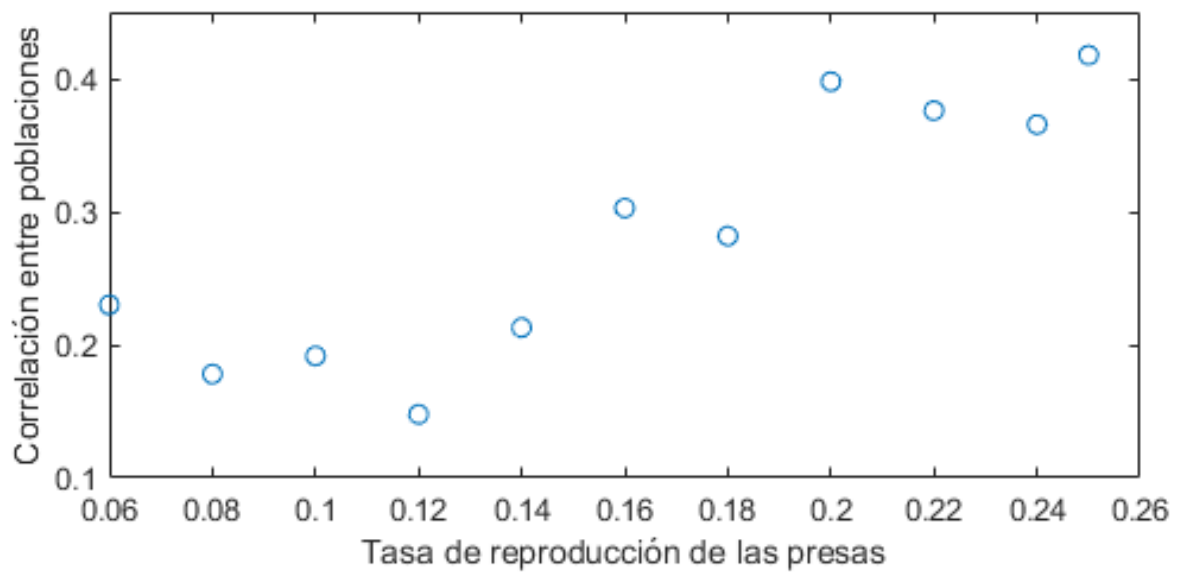


Figura 15: Evolución del coeficiente de correlación de Pearson al variar la tasa de reproducción de las presas.

5.5. Variando la probabilidad de muerte de las presas.

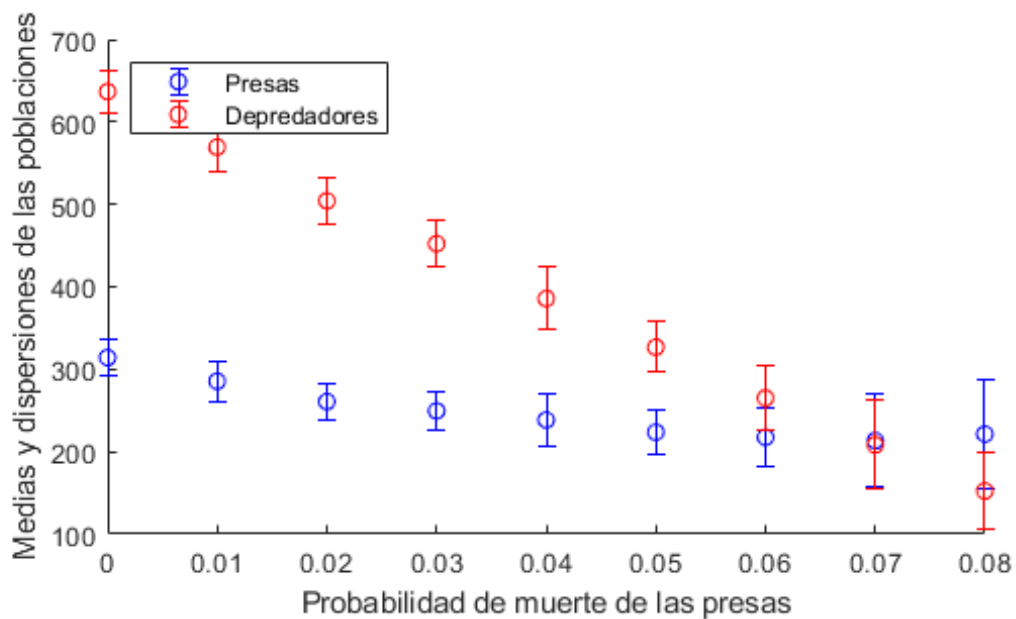


Figura 16: Evolución de las poblaciones al variar la probabilidad de muerte de las presas.

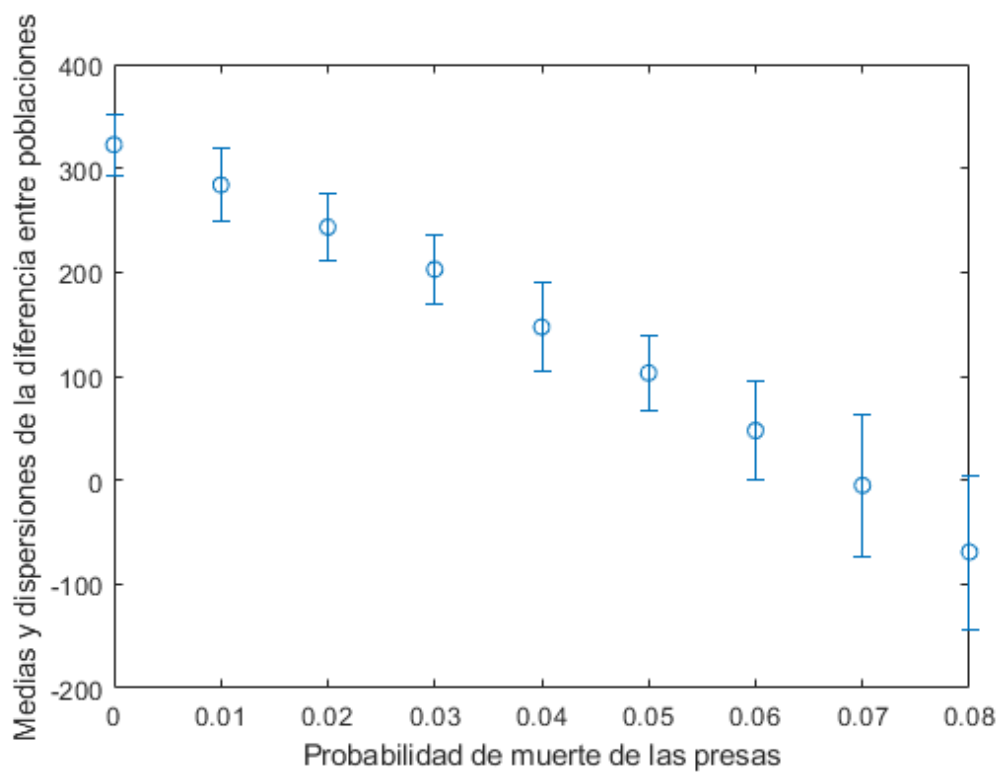


Figura 17: Evolución de la diferencia entre poblaciones al variar la probabilidad de muerte de las presas.

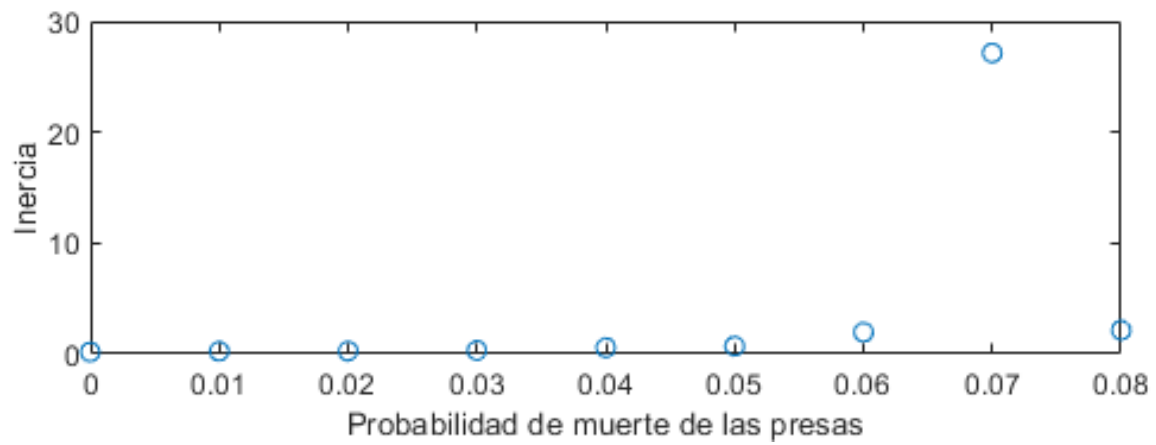


Figura 18: Evolución de la medida de inercia al variar la probabilidad de muerte de las presas.

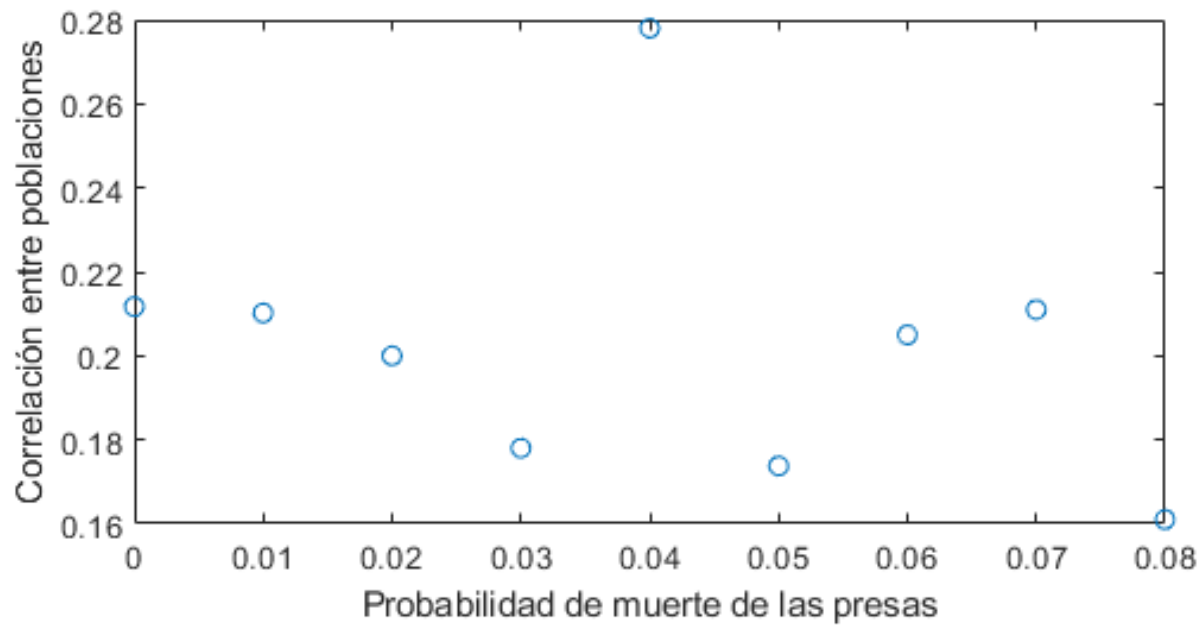


Figura 19: Evolución del coeficiente de correlación de Pearson al variar la probabilidad de muerte de las presas.