

JESP_01_Introduccion_dinamica

December 23, 2022

1 Introducción a la dinámica de los sistemas lineales

Autor: Jesús Emmanuel Solís Pérez

Contacto: jsolisp@unam.mx

1.1 Conceptos básicos

Concepto de señal. *Fís.* Variación de una corriente eléctrica u otra magnitud que se utiliza para transmitir información.

Tipos de señales eléctricas

- **Señal analógica.** Tiene una variación continua en el tiempo con un número infinito de valores.
- **Señal digital.** Tiene una variación discreta de valores en el tiempo con un número finito de valores.
- **Señal digital binaria.** Tiene sólo dos niveles de tensión $V+$ o 0 , en valores binarios 1 y 0 .
- **Concepto de sistema.** Conjunto de componentes físicos relacionados que actúan como una unidad completa.

Concepto de modelo. *m.* Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, como la evolución económica de un país, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento.

Sistemas seguidores * La entrada de referencia cambia de valor frecuentemente. * Ejemplo: servomecanismos; la salida es alguna posición, velocidad o aceleración mecánica.

Sistemas de regulación automática * La entrada de referencia es o bien constante o bien varía lentamente con el tiempo, y donde la tarea fundamental consiste en mantener la salida en el valor deseado a pesar de las perturbaciones presentes. * Ejemplos: el sistema de calefacción de una casa, un regulador de voltaje, un regulador de presión de suministro de agua.

1.1.1 Índices de error

Criterios integrales Integral del error absoluto (IAE)

$$\text{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt, \quad (1)$$

donde

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t). \quad (2)$$

- Fácil aplicación.
- No se pueden optimizar sistemas altamente sub ni altamente sobre amortiguados.
- Difícil de evaluar analíticamente.

Integral del tiempo por el error absoluto (ITAE)

$$\text{ITAE} = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt. \quad (3)$$

- Los errores tardíos son más castigados.
- Buena selectividad.
- Difícil de evaluar analíticamente.

Integral del error cuadrático (ISE)

$$\text{ISE} = \int_0^{\infty} e^2(t)dt. \quad (4)$$

- Da mayor importancia a los errores grandes.
- No es un criterio muy selectivo.
- Respuesta rápida pero oscilatoria, estabilidad pobre.

Integral del tiempo por el error cuadrático (ITSE)

$$\text{ITSE} = \int_0^{\infty} te^2(t)dt. \quad (5)$$

- Los grandes errores iniciales tienen poco peso pero los que se producen más tarde son fuertemente penados.
- Mejor selectividad con respecto al ISE

Criterios estadísticos Mean Square Error

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N e_k^2. \quad (6)$$

- No recomendable para estudiar modelos de predicción.
- No tiene escala original el error porque está elevado al cuadrado.
- No se mide en unidades de los datos experimentales.

Root Mean Square Error

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^N e_k^2}. \quad (7)$$

- Sensible a valores atípicos.

- No se ajusta a la demanda (¿qué es demanda?).
- Se mide en unidades de los datos experimentales.

Mean Absolute Error

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N |e_k|. \quad (8)$$

- Mide la precisión de los datos simulados.
- Se mide en unidades de los datos experimentales.
- No es sensible a valores atípicos.
- Utilizado para analizar series temporales.

Mean Absolute Percentage Error

$$\text{MAPE} = \frac{100\%}{N} \sum_{k=0}^N \frac{e_k}{y_k}. \quad (9)$$

- Mide el error en porcentajes.
- Indicador de desempeño.
- Fácil interpretación.
- Ampliamente utilizado para evaluar modelos de predicción.

Tabla de MAPE

- Si $\text{MAPE} < 10$, entonces el modelo es altamente preciso
- Si $10 < \text{MAPE} < 20$, entonces el modelo es bueno
- Si $20 < \text{MAPE} < 50$, entonces el modelo es razonable
- Si $\text{MAPE} > 50$, entonces el modelo es impreciso

FIT

Obtiene el porcentaje de variación de salida que es explicado por un modelo

$$\text{FIT} = 100 \left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|} \right). \quad (10)$$

1.2 Modelos analíticos de estudio de sistemas

Modelo empírico Se obtiene a partir de las leyes físicas del sistema. Por ejemplo, las siguientes ecuaciones describen la zona líquida del flujo bifásico en un intercambiador de calor de doble tubo helicoidal

Ecuación de continuidad

$$\dot{m}_{i+1} = \dot{m}_i, \quad (11)$$

$$v_{l_i} = \left[\frac{\dot{m}_i}{\rho_{l_i} A} \right], \quad (12)$$

$$v_{l_{i+1}} = \left[\frac{\dot{m}_{i+1}}{\rho_{l_{i+1}} A} \right]. \quad (13)$$

Ecuación de cantidad de movimiento

$$p_{i+1} = p_i - \frac{\Delta z}{A} \left(\frac{\Phi \bar{f} \bar{m} p}{8 \bar{\rho} A^2} + \bar{\rho} A g \sin(\theta) + \left[\frac{\dot{m} (x_g v_g + (1 - x_g) v_l)}{\Delta z} \right]_i^{i+1} \right). \quad (14)$$

Modelo analítico Es la representación matemática de un problema. Por ejemplo, la siguiente ecuación diferencial representa a un modelo para describir el crecimiento poblacional de ciertos organismos

$$\frac{dN(t)}{dt} = K \cdot N(t) \cdot \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right), \quad (15)$$