

PROJETO 7 – Transformadas Ortogonais Bidimensionais

Uma propriedade importante das transformadas ortogonais é preservar a energia entre o domínio do espaço (no caso de imagens; domínio do tempo no caso de sinais unidimensionais) e o domínio transformado. Assim, caso seja realizada a transformação inversa (sem a aplicação de quantização aos coeficientes), a imagem recuperada deve ser matematicamente igual à imagem original.

Outra propriedade importante ao selecionar uma transformada é a capacidade de agregar o máximo dessa energia (que é finita e pode ser computada também no domínio do sinal) na menor quantidade possível de coeficientes, o que se pode chamar de compactação de energia. Desta maneira, a partir da quantização de coeficientes no domínio transformado por determinado fator, é possível conseguir uma versão aproximada da imagem reconstruída, porém com uma quantidade bem menor de coeficientes não-nulos.

Assim, para imagens digitais, a compressão com perdas baseada em transformadas ortogonais bidimensionais pode ser estimada (de maneira ainda rudimentar) realizando o procedimento de quantização, como na expressão:

$$T_{2D-Q} = Q * \text{round}\left(\frac{T_{2D}}{Q}\right) \quad (1)$$

A qualidade da imagem reconstruída pode ser avaliada por meio de métricas objetivas, como a PSNR, que pode ser facilmente definida em termos do erro quadrático médio (mean squared error - *MSE*).

Para a imagem original em tons de cinza $I(i,j)$, de tamanho $m \times n$, e sua versão aproximada $K(i,j)$, o *MSE* é definido como

$$MSE = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [I(i,j) - K(i,j)]^2 \quad (2)$$

A PSNR (em dB) é definida como

$$\begin{aligned} PSNR &= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{MAX_I^2}{MSE} \right) \\ &= 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

em que MAX_I é o máximo valor possível para qualquer pixel da imagem. Se estes pixels estão representados em 8 bits por amostra, MAX_I será 255.

- 1) Considere a imagem Lena, em tons de cinza, com tamanho 512x512 pixels, e outras duas imagens em tons de cinza de livre escolha.
- 2) Aplique as transformadas conforme descrito em (a) até (d).
 - a. Aplique a Transformada de Cossenos Discreta (Matlab: `dct2.m`) a esta imagem, globalmente.
 - b. Aplique a `dct2.m` a esta imagem usando blocos de tamanho 8x8 pixels sem sobreposição. Use a função `blockproc` do Matlab.
 - c. Aplique a Transformada de Wavelets Discreta (Matlab: `wavedec2.m`) a esta imagem, globalmente, usando a base de `haar` em 5 níveis de resolução.
 - d. Aplique a Transformada de Wavelets Discreta (Matlab: `wavedec2.m`) a esta imagem, globalmente, usando a base de `db4` em 5 níveis de resolução.

- 3) Quantize os coeficientes segundo a expressão (1), variando o valor de Q desde 50 até 1 (inteiro e decrescente).
- 4) Calcule a porcentagem de coeficientes não-nulos para cada valor de Q , digamos, %NonZ.
- 5) Reconstrua a imagem a partir dos coeficientes quantizados obtidos no passo 3) e calcule a PSNR em relação à imagem original.
- 6) Apresente a curva de PSNR versus %NonZ para cada imagem para todos os casos elencados em 2). Deste modo, espera-se observar quatro curvas (2.a até 2.d) para cada imagem de teste utilizada.

Deve ser entregue um relatório sucinto no formato *.PDF de acordo com o modelo LaTeX ou Word disponibilizados no ambiente *moodle* da disciplina, seção “Recursos para Projetos”. O código fonte também deve ser entregue, anexo ao relatório. Ambos devem ser comprimidos para um arquivo *.ZIP e submetidos pelo link apropriado no *moodle* da disciplina.