

# De NTC-weerstand

Het wel en wee van de NTC!

Jesse op den Brouw

De Haagse Hogeschool

27 februari 2018

**Samenvatting**

Blabla

# Inhoudsopgave

<b>1</b>	<b>Introductie</b>	<b>4</b>
1.1	Constructie en eigenschappen . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Wiskundige beschrijvingen van de NTC</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Bepalen van de coëfficiënten en parameters met curve fitting</b>	<b>9</b>
3.1	De Steinhart-Hart vergelijking . . . . .	9
3.2	De B-parameter vergelijking . . . . .	10
3.3	De exponentiële B-parameter vergelijking . . . . .	11
3.4	Onderzoek van de Beta-coëfficiënt . . . . .	11
3.5	De aangepaste B-parameter-vergelijking . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Bepalen van de temperatuur</b>	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>Gebruik van de NTC</b>	<b>15</b>
5.1	De NTC in een spanningsdeler . . . . .	15
5.2	Vermogensdissipatie van de NTC . . . . .	15
5.3	Overdrachtskarakteristiek van de spanningsdeler . . . . .	16
5.4	Bepalen van de temperatuur . . . . .	16
5.5	Gevoeligheid van de spanningsdeler en de temperatuur . . . . .	17
5.6	De optimale waarde van de serieweerstand . . . . .	18
5.7	De minimale en maximale uitgangsspanningen bij de optimale weerstands- waarde . . . . .	20
5.8	Diverse Z-functies . . . . .	21
5.9	Aanpassen van het meetbereik . . . . .	21
<b>6</b>	<b>De ADC</b>	<b>24</b>
<b>7</b>	<b>Voorbeeld</b>	<b>25</b>
<b>A</b>	<b>Gegevenstabel NTC</b>	<b>27</b>
<b>B</b>	<b>Listings van Gnuplot-scripts</b>	<b>31</b>
<b>C</b>	<b>Afleiding optimale serieweerstand</b>	<b>34</b>
	<b>Referenties</b>	<b>36</b>

## Lijst van figuren

1	Verschijningsvormen, symbool en meetschema. . . . .	4
2	Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC . . . . .	5
3	Temperatuur-weerstand karakteristiek van de NTC. . . . .	6
4	Gevoeligheid van de NTC. . . . .	6
5	Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC . . . . .	9
6	Grafiek van de B-parameter-vergelijking . . . . .	10
7	Beta als functie van de temperatuur (in graden Celsius) . . . . .	11
8	Grafiek van de aangepaste B-parameter-vergelijking . . . . .	13
9	Eenvoudige spanningsdeler . . . . .	15
10	Overdracht van de spanningsdeler als functie van de temperatuur . . . . .	17
11	Grafiek van de temperatuur als functie van de overdracht . . . . .	17
12	Grafiek van de gevoeligheid als functie van de temperatuur . . . . .	18
13	Grafiek van de gevoeligheid als functie van de overdracht . . . . .	19
14	Verloop van de uitgangsspanning als functie van de weerstandswaarde van de NTC. . . . .	21
15	Verloop van de Z-functie bij verschillende waarden van $n$ . . . . .	22
16	Schakeling voor het aanpassen van het meetbereik. . . . .	22
17	Eenvoudige spanningsdeler met ADC . . . . .	24

## Listings

1	Gnuplot-script voor het bepalen van de Beta. . . . .	31
2	Gnuplot-script voor het bepalen van de Steinhart-Hart-coëfficiënten. . . . .	32
3	Gnuplot-script voor het bepalen van de Beta en A. . . . .	33

Opmerkingen over dit document kunnen worden gestuurd naar [J.E.J.opdenBrouw@hhs.nl](mailto:J.E.J.opdenBrouw@hhs.nl)

# 1 Introductie

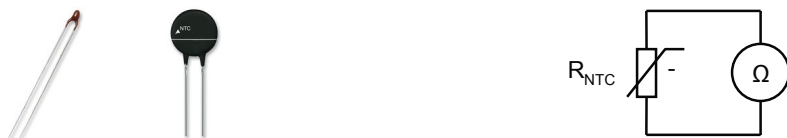
Een *negatieve temperatuur-coëfficiënt*-weerstand, afgekort NTC, is een weerstand waarvan de waarde afneemt bij toenemende temperatuur. De NTC wordt gebruikt in analoge schakelingen om bijvoorbeeld iets te schakelen bij een bepaalde temperatuur, meestal in combinatie met een Schmitt-trigger. In digitale schakelingen wordt de temperatuur berekend met behulp van een analoog-digitaal converter (ADC) en software. Denk hierbij bijvoorbeeld aan een intelligente thermostaat.

In dit hoofdstuk introduceren we de NTC. We stippen kort de constructie aan en geven de informatie van de fabrikant weer. In hoofdstuk 2 laten we diverse wiskundige beschrijvingen zien van de NTC. Deze beschrijvingen gebruiken we in hoofdstuk 3 om de diverse parameters en coëfficiënten te bepalen met behulp van curve fitting technieken. In hoofdstuk 4 is te zien hoe de temperatuur berekend kan worden als de waarde van de NTC bekend is. Hoofdstuk 5 behandelt het gebruik van de NTC in eenvoudige schakelingen. Om het geheel wat duidelijker te maken geven we in hoofdstuk 7 een voorbeeld.

## 1.1 Constructie en eigenschappen

Een NTC is een halfgeleider-weerstand en is erg gevoelig voor kleine variaties in temperatuur [1]. Er zijn diverse vormen mogelijk: een staaf, schijf of plaatje of de vorm van een druppel. Ze kunnen ingegoten worden in isolerend materiaal, bijvoorbeeld plastic of glas. NTC's worden gemaakt van een mengsel van metaaloxiden zoals kobalt, koper, magnesium, nikkel, ijzer en uranium [2]. De elektrische eigenschappen komen voort uit de het specifieke mengsel en de fysieke grootte en vorm van de NTC.

In figuur 1(a) is een tweetal NTC's te zien. In figuur 1(b) is het symbool van de NTC en een eenvoudige meetopstelling te zien. De waarde van de NTC wordt gemeten met een weerstandsmeter.



(a) Twee verschijningsvormen van een NTC.

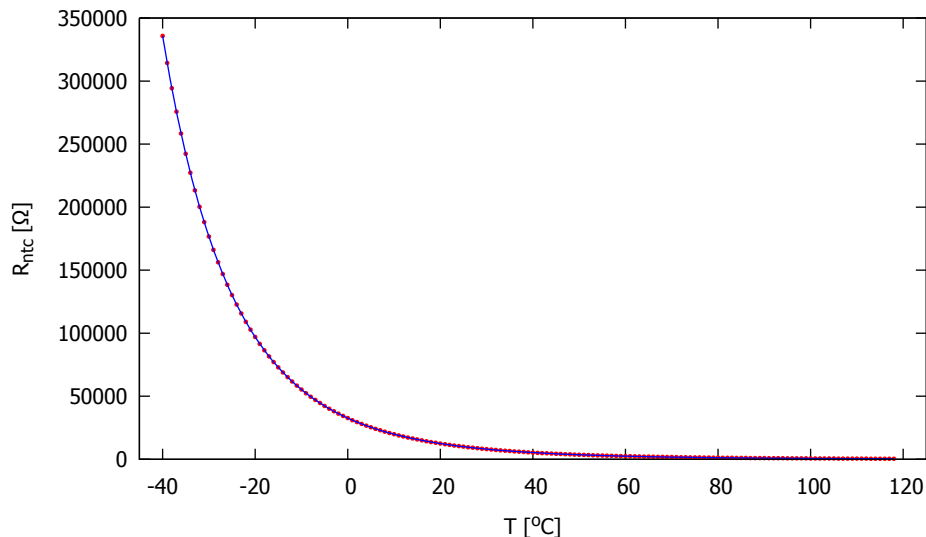
(b) Symbool en meetschema.

**Figuur 1:** Verschijningsvormen, symbool en meetschema.

In dit document wordt gebruik gemaakt van de NTC 10K3A542i van Betatherm [3]. Dit is een NTC met een meetbereik van  $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$  tot  $+118\text{ }^{\circ}\text{C}$ . In figuur 2 is de weerstand in Ohm uitgezet tegen de temperatuur in graden Celsius. Het is goed te zien dat het verloop niet-lineair is. De gegevens zijn te vinden in tabel 6 op pagina 27.

Noot: in alle wiskundige vergelijkingen wordt de temperatuur in Kelvin gegeven tenzij anders is vermeld.

Enkele gegevens die door de fabrikant verstrekt zijn te vinden in tabel 1. Twee belangrijke parameters zijn de Beta-waarde  $B$  en de weerstandswaarde  $R_0$  bij  $+25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Voor deze



**Figuur 2:** Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC (temperatuur in graden Celsius).

**Tabel 1:** Enige gegevens van de gebruikte NTC van Betatherm.

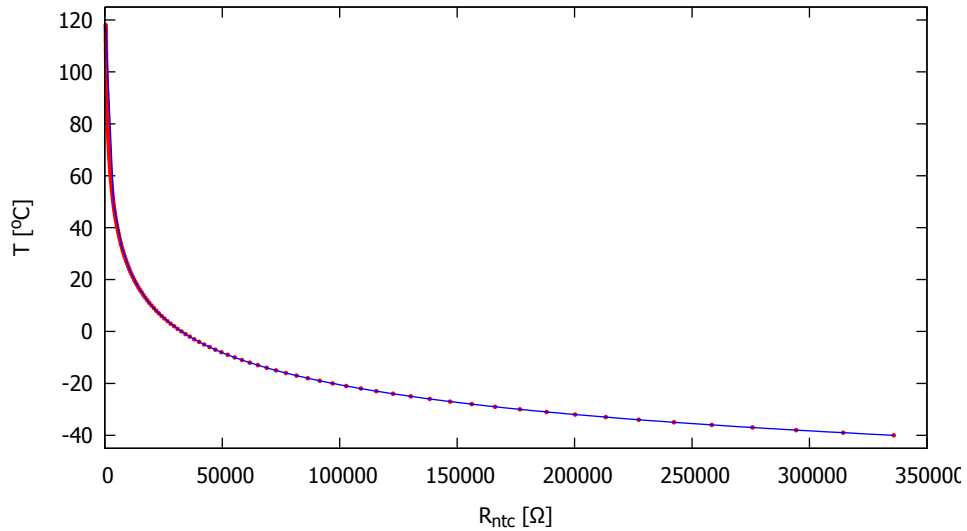
Parameter	Eenheid	Waarde
Weerstand bij +25 °C	Ω	10.000
Tolerantie van 0 °C tot +70 °C	°C	0,2
Alpha-waarde bij +25 °C	%/°C	−4,39
Beta-waarde 25/85	K	3976
Dissipatie-constante	mW/°C	2,0 (ong.)
Thermische tijdconstante in vloeistof van +25 °C tot +75 °C	s	< 1,3
Bedrijfstemperatuur	°C	−40 tot +125

NTC zijn dat  $B = 3976$  en  $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$ . De parameters worden gebruikt bij de wiskundige beschrijvingen van de NTC.

Een derde belangrijke parameters is de dissipatie-constante  $K$  en heeft te maken met zelfverwarming van de NTC. Een NTC is namelijk een weerstand en die dissipeert vermogen als er een stroom doorheen vloeit. Daardoor verwarmt de NTC zichzelf. Bij metingen moet hier rekening worden gehouden. Voor deze NTC is  $K = 2 \text{ mW}/^\circ\text{C}$ . Hoewel de fabrikant het niet vermeldt, geldt het hier in open lucht. In vloeistof of vaste stof (denk aan het monteren op een koellichaam) gelden andere waarden. Het verrekenen van de temperatuurstijging als gevolg van zelfverwarming mag alleen bij een steady-state-omgeving en na een langere tijd, dus als de omgevingstemperatuur voor langere tijd constant blijft.

In de regel zullen we de weerstandswaarde van de NTC bepalen door middel van een meting. Als de weerstandswaarde bekend is, kunnen we de temperatuur bepalen. In figuur 3 is de temperatuur uitgezet tegen de weerstandswaarde van de NTC.

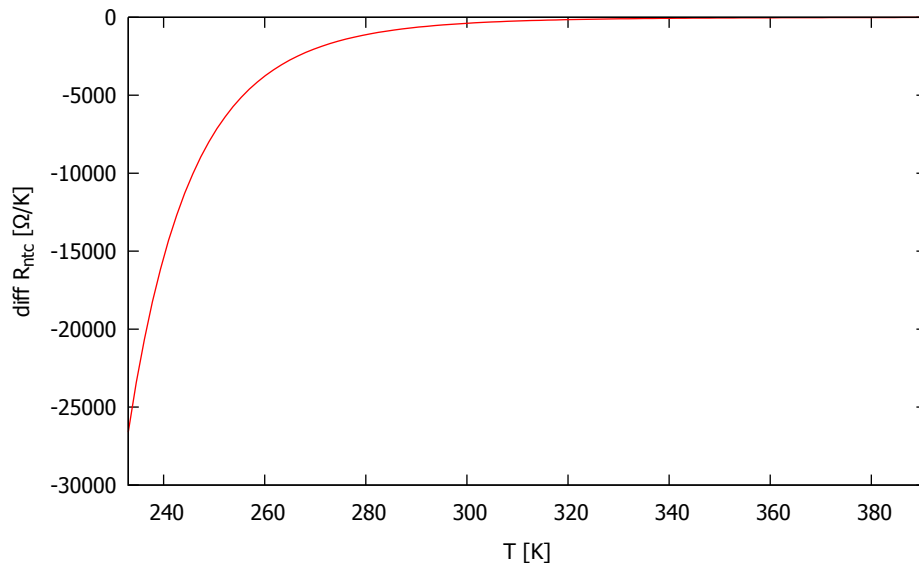
De *gevoeligheid* van de NTC is de weerstandsverandering rond een bepaalde tempera-



**Figuur 3:** *Temperatuur-weerstand karakteristiek van de NTC.*

tuur. Duidelijk is dat de gevoeligheid bij lage temperaturen heel groot is en bij hoge temperaturen erg klein. De fabrikant geeft de weerstandsverandering bij een temperatuur van  $+25^{\circ}\text{C}$  aan met de Alpha-waarde, meestal in procenten per graad Celsius. Voor deze NTC is dat  $-4,39\ \%/^{\circ}\text{C}$ . Merk op dat het een negatief getal is omdat de weerstandswaarde afneemt bij toenemende temperatuur. Uitgaande van een  $R_0 = 10.000\ \Omega$  is dat  $-439\ \Omega/^{\circ}\text{C}$ .

In figuur 4 is de gevoeligheid van de NTC te zien. De gevoeligheid is uitgedrukt in  $\Omega/\text{K}$ .



**Figuur 4:** *Gevoeligheid van de NTC.*

## 2 Wiskundige beschrijvingen van de NTC

De relatie tussen de temperatuur  $T$  en de weerstandswaarde  $R_{\text{NTC}}$  wordt zeer goed benaderd door de vergelijking van Steinhart-Hart [4]:

$$\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln R_{\text{NTC}} + c \cdot (\ln R_{\text{NTC}})^3 \quad (1)$$

Hierin is  $T$  de temperatuur in K en  $R_{\text{NTC}}$  de weerstandswaarde in  $\Omega$ . De constanten  $a$ ,  $b$  en  $c$  zijn Steinhart-Hart coëfficiënten. Deze coëfficiënten moeten voor elke type NTC worden bepaald. In principe zijn hiervoor drie verschillende temperatuur-weerstandparen nodig.

De vergelijking kan vereenvoudigd worden met de rekenschap dat de term  $c \cdot (\ln R_{\text{NTC}})^3$  slechts een kleine bijdrage levert ten opzichte van de andere twee termen. De Steinhart-Hart vergelijking wordt dan gereduceerd tot:

$$\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln R_{\text{NTC}} \quad (2)$$

Verder passen we de volgende invulling voor  $a$  en  $b$  toe:

$$a = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{B} \cdot \ln R_0 \quad \text{en} \quad b = \frac{1}{B} \quad (3)$$

zodat vergelijking (2) overgaat in B-parameter-vergelijking:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{B} \cdot (\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0) \quad (4)$$

Hierin is  $R_0$  de weerstandswaarde van de NTC bij temperatuur  $T_0$ . Die is standaard gedefiniëerd op 25 °C (298,15 K). Voor de gebruikte NTC is  $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$ . De  $B$  wordt de Beta-coëfficiënt genoemd en moet door metingen bepaald worden.

We kunnen  $R_{\text{NTC}}$  expliciet schrijven zodat de exponentiële B-parameter-vergelijking als volgt wordt:

$$R_{\text{NTC}} = R_0 \cdot e^{\left(\frac{B}{T} - \frac{B}{T_0}\right)} \quad (5)$$

Aangezien  $B/T_0$  constant is kunnen we vergelijking (5) ook schrijven als

$$R_{\text{NTC}} = R_{\infty} \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (6)$$

met

$$R_{\infty} = R_0 \cdot e^{-\frac{B}{T_0}} \quad (7)$$

Merk op dat  $R_{\infty}$  geen onafhankelijke variabele is.

We beschouwen nog de aangepaste exponentiële B-parameter-vergelijking

$$R_{\text{NTC}} = A \cdot e^{-\frac{B}{T}}$$

(8)

waarbij  $A$  en  $B$  onafhankelijke variabelen zijn.

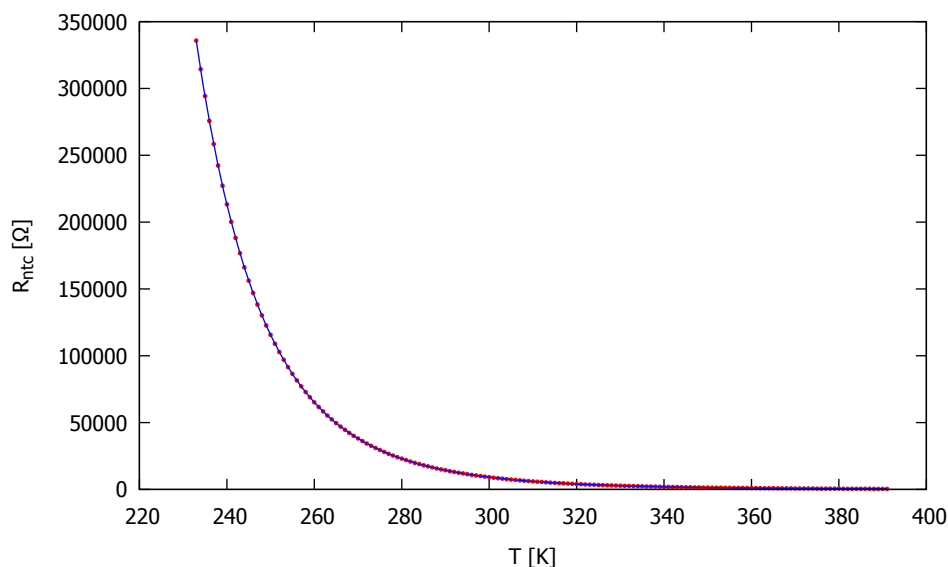


### 3 Bepalen van de coëfficiënten en parameters met curve fitting

De fabrikant geeft in het algemeen een tabel op met temperatuur en bijbehorende weerstandswaarden. Met behulp van *curve fitting* technieken is het mogelijk om voor de Steinhart-Hart vergelijking en de B-parameter vergelijkingen de juiste coëfficiënten te vinden. Uiteraard zoeken we naar functies die de gegevens van de NTC zo goed mogelijk benaderen. We bekijken ook nog de Beta-coëfficiënt nader en laten zien dat de B-parameter vergelijkingen beter kunnen worden benaderd door de vergelijkingen iets te wijzigen.

#### 3.1 De Steinhart-Hart vergelijking

In figuur 5 is de weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC nogmaals weergegeven, maar nu is de temperatuur in Kelvin gegeven. Om deze karakteristiek te benaderen gebruiken we Steinhart-Hart vergelijking in (1).



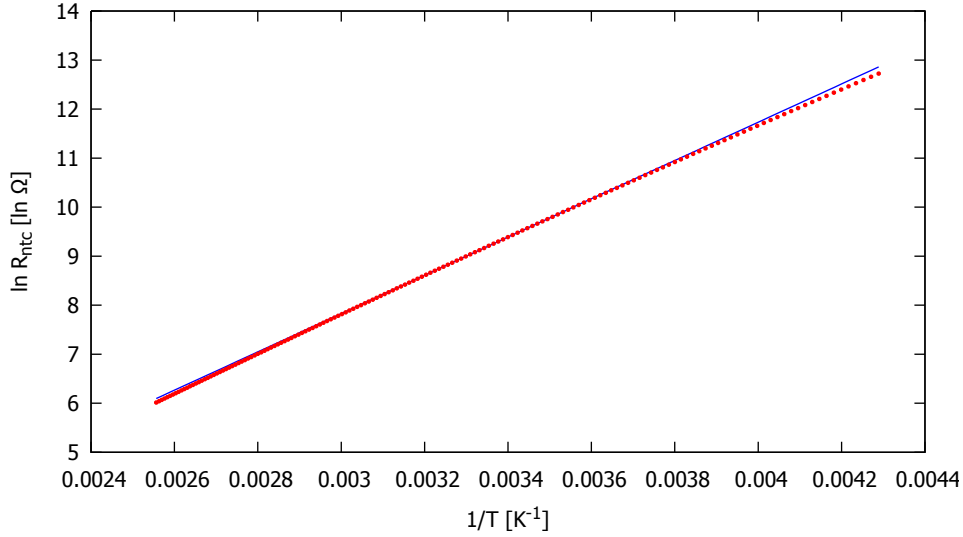
**Figuur 5:** Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC (temperatuur in Kelvin).

Met behulp van Gnuplot-script in listing 2 in bijlage B worden de volgende coëfficiënten en parameters gevonden:

**Tabel 2:** Steinhart-Hart-coëfficiënten bij temperatuur in Kelvin.

parameter	Waarde
$a$	$1,130399 \cdot 10^{-3}$
$b$	$2,339297 \cdot 10^{-4}$
$c$	$8,837050 \cdot 10^{-8}$
$R^2$	1,0000000000

De *determinatiecoëfficiënt*  $R^2$  geeft aan hoe goed de vergelijking met de gevonden coëfficiënten de gegevens van de NTC volgt. Dit getal moet zeer dicht bij 1,0 liggen. In het



**Figuur 6:** Grafiek van de B-parameter-vergelijking. De weerstandswaarde (logaritme) is uitgezet tegen de inverse van de temperatuur.

geval van de bovenstaande vergelijking past de functie perfect bij de gegevens van de NTC.

### 3.2 De B-parameter vergelijking

We gaan uit van de vergelijking in (4). Er is slechts één parameter te bepalen, de B-coëfficiënt. We werken deze vergelijking om en maken  $R_{\text{NTC}}$  expliciet:

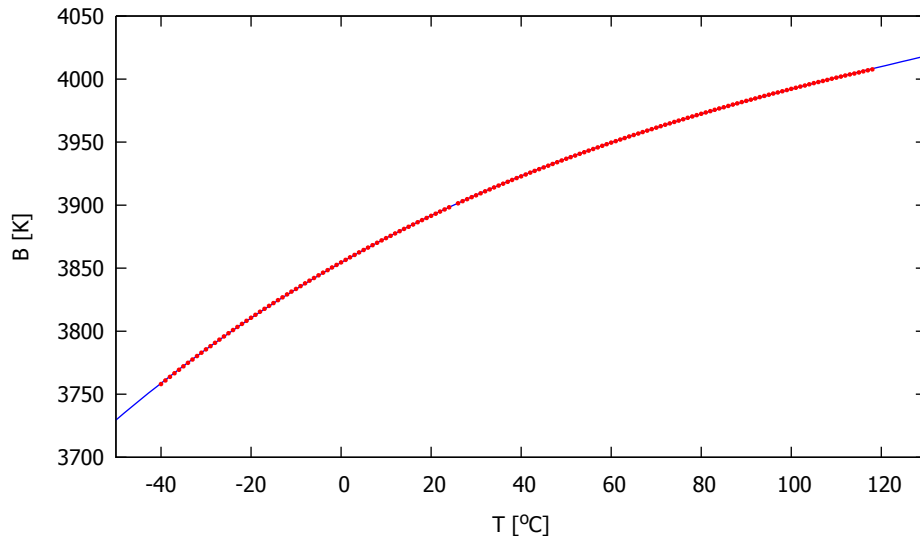
$$\ln R_{\text{NTC}} = \frac{B}{T} + \ln R_0 - \frac{B}{T_0} \quad (9)$$

Dit is de functie van een rechte lijn met  $1/T$  als onafhankelijke variabele,  $B$  als richtingscoëfficiënt en  $\ln R_0 - B/T_0$  als startgetal. In figuur 6 is de rechte lijn uitgezet t.o.v. de gegevens van de NTC. Duidelijk is te zien dat de rechte lijn afwijkingen vertoont bij de uiteinden van het lijnstuk, dus bij hoge en lage temperaturen.

Met behulp van het Gnuplot-script in lising 1 zijn  $B$  en  $R^2$  bepaald. In tabel 3 zijn de waarden te vinden.  $R^2$  ligt dicht tegen 1 aan, de gegevens worden dus goed benaderd door de rechte lijn.

**Tabel 3:** Coëfficiënten van de functie voor  $B$  bij temperatuur in graden Celsius en Kelvin.

parameter	Waarde
$B$	3903,598412
$R^2$	0,999367



**Figuur 7:** Beta als functie van de temperatuur (in graden Celsius).

### 3.3 De exponentiële B-parameter vergelijking

We kunnen de gevonden B-coëfficiënt bij de B-parameter vergelijking gebruiken, deze hoeft niet apart met curve fitting bepaald te worden:

$$R_{\text{NTC}} = 10\,000 \cdot e^{\left(\frac{3903}{T} - \frac{3903}{298,15}\right)} \quad (10)$$

### 3.4 Onderzoek van de Beta-coëfficiënt

Meestal geeft de fabrikant een Beta-coëfficiënt bij een temperatuur van 25 °C of een gemiddelde Beta tussen 25 °C en 85 °C. Bij de gebruikte NTC is de  $B_{25/85} = 3976$ , een  $B_{25}$  is niet gegeven. We kunnen voor elk paar van weerstandswaarde-temperatuur de Beta uitrekenen. Uit formule (4) wordt  $B$  expliciet gemaakt:

$$B = \frac{T_0 \cdot T}{T_0 - T} \cdot (\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0) \quad (T \neq T_0) \quad (11)$$

De functie is onbepaald bij  $T = T_0$ . In het ideale geval is  $B$  constant. Dit blijkt echter niet uit de grafiek in figuur 7. In deze grafiek is  $B$  uitgezet t.o.v. de temperatuur in graden Celcius. Via curve fitting met een derdegraads functie:

$$B = a \cdot T^3 + b \cdot T^2 + c \cdot T + d \quad (12)$$

in het bereik  $-40$  °C tot  $+118$  °C zijn de volgende coëfficiënten gevonden, zie tabel 4. Er zijn coëfficiënten bepaald voor de temperatuur in graden Celsius en in Kelvin.

Met behulp van de functie kunnen we de Beta bij 25 °C berekenen:  $B_{25} = 3900,0$ .

**Tabel 4:** Coëfficiënten van de functie voor  $B$  bij temperatuur in graden Celsius en Kelvin.

parameter	bij $T$ in °C	bij $T$ in K
$a$	$2,020707 \cdot 10^{-5}$	$2,020707 \cdot 10^{-5}$
$b$	$-8,485551 \cdot 10^{-3}$	$-2,504423 \cdot 10^{-2}$
$c$	2,022747	11,181408
$d$	3854,439582	2256,991865
$R^2$	1,000000	0,999994

### 3.5 De aangepaste B-parameter-vergelijking

De karakteristiek van de NTC kan benaderd worden door de exponentiële B-parameter vergelijking:

$$R_{\text{NTC}} = R_{\infty} \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad \text{met} \quad R_{\infty} = R_0 \cdot e^{-\frac{B}{T_0}} \quad (13)$$

Merk op dat  $R_{\infty}$  geen onafhankelijke variabele is, maar afhankelijk is van  $B$ . We vervangen  $R_{\infty}$  nu door de variabele  $A$  zodat de vergelijking overgaat in:

$$R_{\text{NTC}} = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (14)$$

We beschouwen  $A$  en  $B$  beide als onafhankelijke variabelen waardoor de functie beter benaderd wordt. We bewerken de vergelijking als volgt:

$$\ln R_{\text{NTC}} = \frac{B}{T} + \ln A \quad (15)$$

Dit is de functie van een rechte lijn met  $1/T$  als onafhankelijke variabele,  $B$  als richtingscoëfficiënt en  $\ln A$  als startgetal. We kunnen nu  $\ln R_{\text{NTC}}$  uitzetten t.o.v.  $1/T$ , zie figuur 8.

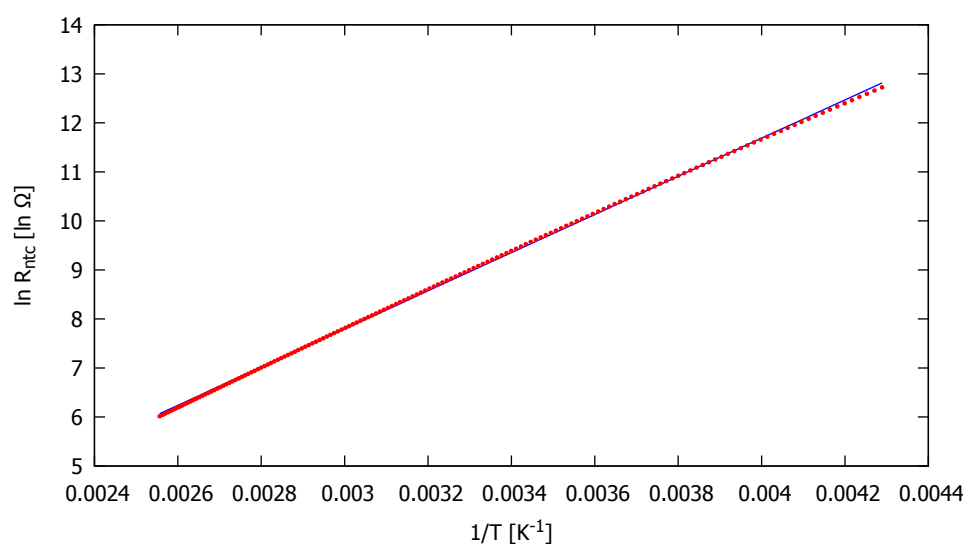
Met behulp van het Gnuplot-script in listing 3 in bijlage B vinden we de waarde voor  $A$  en  $B$ . Deze zijn te vinden in tabel 5. Merk op dat de  $R^2$  beter is dan die van de B-parameter vergelijking. Deze functie benadert de gegevens van de NTC dus beter.

**Tabel 5:** Coëfficiënten van de functie voor  $B$  en  $A$  bij temperatuur in Kelvin.

parameter	Waarde
$B$	3892,205867
$A$	0,020637
$\ln A$	-3,880668
$R^2$	0,999718

De functie is:

$$R_{\text{NTC}} = 0,020637 \cdot e^{\frac{3892,2}{T}} \quad (16)$$



**Figuur 8:** Grafiek van de aangepaste B-parameter-vergelijking. De weerstandswaarde (logaritme) is uitgezet tegen de inverse van de temperatuur.

## 4 Bepalen van de temperatuur

De temperatuur is te bepalen door de weerstandswaarde van de NTC te meten of te berekenen. Met de Steinhart-Hart-vergelijking gaat dat als volgt:

$$T = \frac{1}{a + b \cdot \ln R_{\text{NTC}} + c \cdot (\ln R_{\text{NTC}})^3} \quad (17)$$

Hierin zijn  $a$ ,  $b$  en  $c$  bekende constanten.

Met de B-parameter-vergelijking:

$$T = \frac{B}{\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0 + \frac{B}{T_0}} \quad (18)$$

Hierin zijn  $B$ ,  $R_0$  en  $T_0$  bekende constanten.

Met de aangepaste B-parameter-vergelijking:

$$T = \frac{B}{\ln R_{\text{NTC}} - \ln A} \quad (19)$$

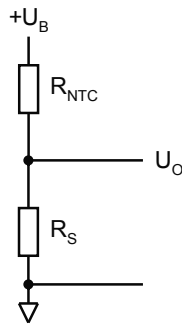
Hierin zijn  $A$  en  $B$  bekende constanten,  $\ln A$  is dus ook een constante.

## 5 Gebruik van de NTC

Het is meestal niet mogelijk om direct de weerstandswaarde te gebruiken maar wel een afgeleide spanning daarvan. Met behulp van een eenvoudige spanningsdeler is deze spanning te op te wekken. Bij gebruik in analoge systemen wordt de uitgangsspanning van de spanningsdeler aangeboden aan een Schmitt-trigger die op bepaalde spanningen (en dus temperaturen) schakelt. Bij gebruik van digitale systemen ligt het voor de hand om een analoog-digitaal-converter (ADC) te gebruiken. Veel microcontrollers hebben een ADC aan boord die een analoge spanning kan verwerken tussen 0 V en de voedingsspanning. Met behulp van software kan de temperatuur dan berekend worden.

### 5.1 De NTC in een spanningsdeler

In figuur 9 is de spanningsdeler te zien. Merk op dat de NTC bovenin is geplaatst. Dit heeft als voordeel dat bij toenemende temperatuur de uitgangsspanning ook toeneemt.



Figuur 9: Eenvoudige spanningsdeler.

De overdracht van de spanningsdeler is:

$$U_O = \frac{R_S}{R_{NTC} + R_S} \cdot U_B \quad \text{of} \quad \frac{U_O}{U_B} = \frac{R_S}{R_{NTC} + R_S} \quad (20)$$

We kunnen nu  $R_{NTC}$  expliciet maken:

$$R_{NTC} = \frac{U_B - U_O}{U_O} \cdot R_S \quad (21)$$

Door de uitgangsspanning  $U_O$  te meten is  $R_{NTC}$  te berekenen.

### 5.2 Vermogensdissipatie van de NTC

De NTC is een weerstand en dissipeert zodoende vermogen. Daar verwarmt de NTC zichzelf. Het gevolg daarvan is dat weerstandswaarde afwijkt.

$$P_{ntc} = I_{ntc} \cdot U_{ntc} = \frac{U_B}{R_{NTC} + R_S} \cdot \frac{R_{NTC}}{R_{NTC} + R_S} \cdot U_B = \frac{R_{NTC}}{(R_{NTC} + R_S)^2} \cdot U_B^2 \quad (22)$$

Het maximaal gedissipeerde vermogen wordt bereikt als  $R_{\text{NTC}} = R_S$ :

$$P_{ntc,max} = \frac{R_S}{(R_S + R_S)^2} \cdot U_B^2 = \frac{1}{4R_S} \cdot U_B^2 \quad (23)$$

### 5.3 Overdrachtskarakteristiek van de spanningsdeler

Voor de overdrachtskarakteristiek maken we gebruik van de aangepaste exponentiële B-parameter vergelijking, het gebruik van de Steinhart-Hart-vergelijking levert veel rekenwerk op. De overdracht  $H$  van de spanningsdeler als functie van de temperatuur is:

$$H = \frac{U_O}{U_B} = \frac{R_S}{R_{\text{NTC}} + R_S} = \frac{R_S}{A \cdot e^{(B/T)} + R_S} \quad (24)$$

Merk op dat  $H$  de dimensie V/V (volt per volt) heeft en is dus dimensieloos.

Twee uitersten worden nu eerst onderzocht. Als de temperatuur erg laag wordt en richting 0 K gaat, zal de overdracht naar 0 toe gaan, immers de exponent van de e-macht wordt dan zeer groot. Als de temperatuur heel groot wordt, richting neindig, dan wordt de exponent van de e-macht zeer klein en is de bijdrage van de NTC ook zeer klein; de overdracht gaat naar 1 toe.

Verder onderzoek wijst uit dat de overdrachtsfunctie nooit negatief omdat alle weerstandswaarden positief zijn. De functie zal dus van 0 naar 1 toelopen voor oplopende temperatuur. Gezien de e-macht zal het ook geen rechte lijn zijn, maar een vloeiende kromme.

De overdrachtsfunctie is te zien in figuur 10. De gebruikte waarden zijn:  $R_S = 16218 \Omega$ ,  $B = 3892,2 \text{ K}$  en  $A = 0,020637035 \Omega$ . Zie ook hoofdstuk 7.

Duidelijk is te zien dat  $H$  van 0 naar 1 gaat bij oplopende temperatuur. Wat verder opvalt is dat rond  $T = 280 \text{ K}$  de functie zeer snel stijgt. Anders gezegd: op dat punt geldt dat bij een kleine temperatuursverandering de verandering van  $H$  groot is.

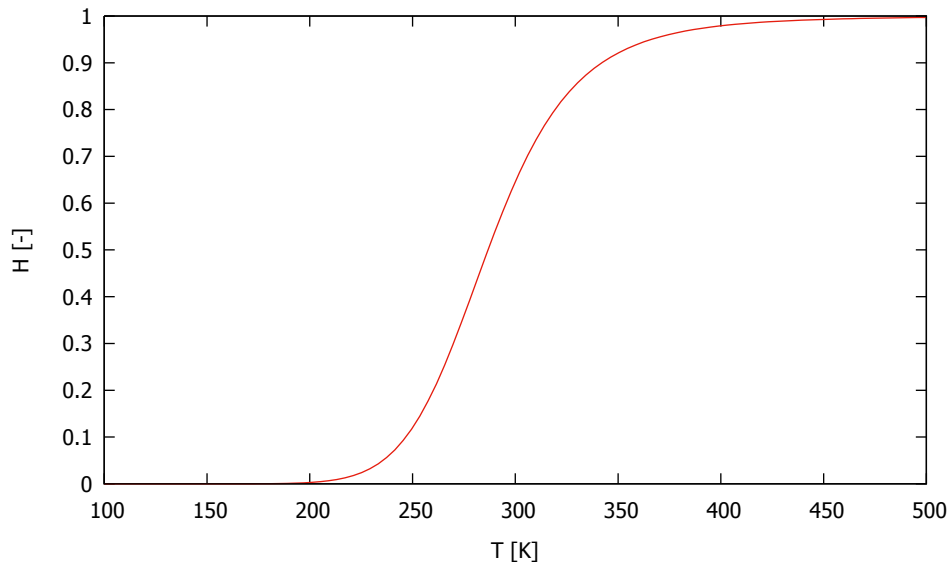
### 5.4 Bepalen van de temperatuur

Om de temperatuur te berekenen als functie van de overdracht werken we de vergelijking in (24) om:

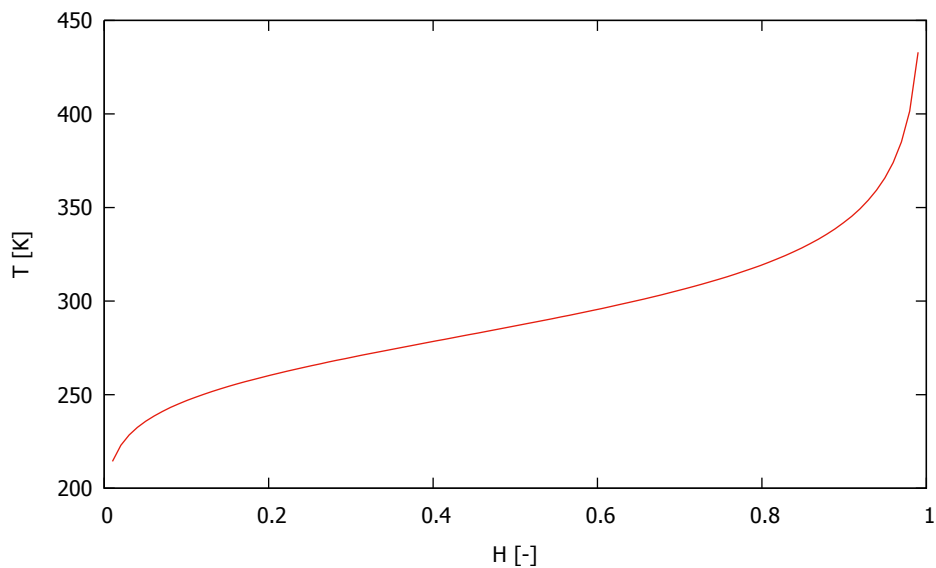
$$T = \frac{B}{\ln\left(\frac{1-H}{H}\right) + \ln\left(\frac{R_S}{A}\right)} \quad \text{met } H = \frac{U_O}{U_B} \quad (25)$$

In bovenstaande vergelijking is de term  $\ln(R_S/A)$  een constante. Let erop dat  $T$  in Kelvin wordt uitgedrukt. In figuur 11 is de karakteristiek te zien. Merk op dat  $H$  niet 0 of 1 kan zijn, omdat de noemer van (25) dan onbepaald is. Merk ook op dat de overdracht in het gebied  $H = 0,2$  tot  $H = 0,8$  behoorlijk lineair is.





**Figuur 10:** Overdracht van de spanningsdeler als functie van de temperatuur. Noot: de NTC heeft een werkgebied van 233,15 K tot 391,15 K.



**Figuur 11:** Grafiek van de temperatuur als functie van de overdracht. Noot: de NTC heeft een werkgebied van 233,15 K tot 391,15 K.

## 5.5 Gevoeligheid van de spanningsdeler en de temperatuur

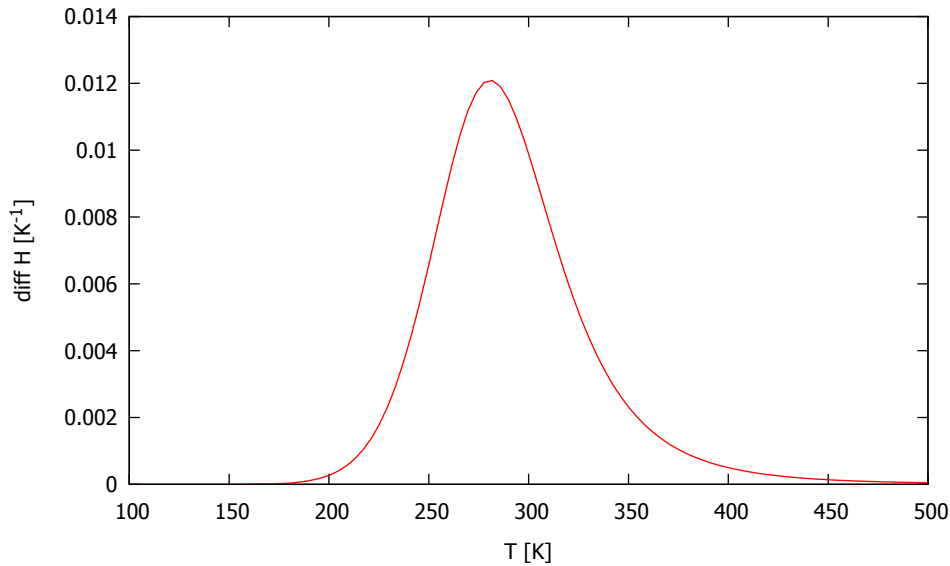
De definitie van gevoeligheid is de verandering van  $H$  ( $\Delta H$ ) bij verandering van  $T$  ( $\Delta T$ ). Als  $\Delta T$  dan naar 0 gaat, wordt het een limietovergang en dat is de eerste afgeleide van  $H$  naar  $T$ :

$$S_H = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta H}{\Delta T} = \frac{dH}{dT} \quad (26)$$

De gevoeligheid is dus de eerste afgeleide van  $H$  naar  $T$ :

$$S_H = \frac{dH}{dT} = \frac{R_S \cdot A \cdot B \cdot e^{\frac{B}{T}}}{\left(A \cdot e^{\frac{B}{T}} + R_S\right)^2 \cdot T^2} \quad (27)$$

In figuur 12 is de gevoeligheid te zien.



**Figuur 12:** Grafiek van de gevoeligheid als functie van de temperatuur. Noot: de NTC heeft een werkgebied van 233,15 K tot 391,15 K.

De gevoeligheid is maximaal bij 280,72 K en bedraagt 0,012091 K<sup>-1</sup> (de overdracht  $H$  is dimensieloos).

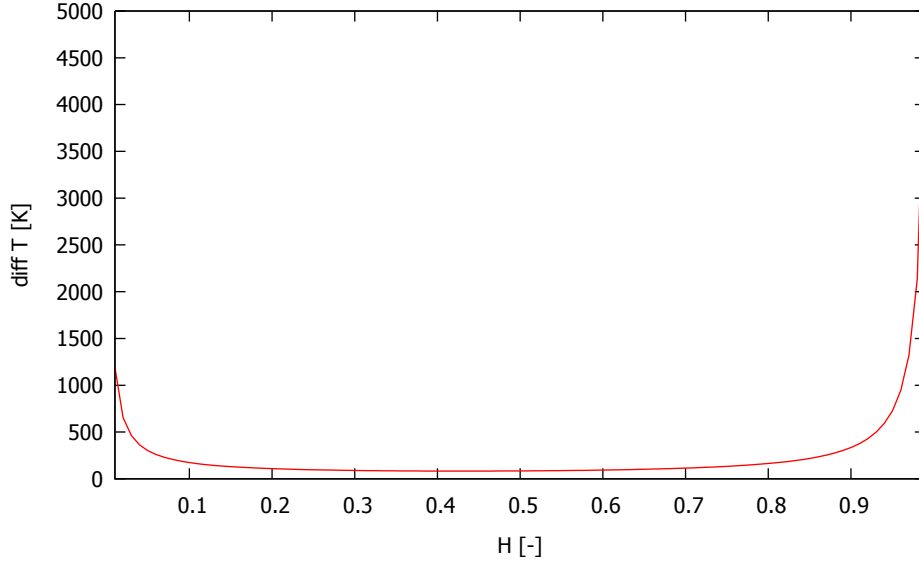
Om de gevoeligheid van de temperatuur te bepalen moeten we de eerste afgeleide berekenen van (25). Dat is behoorlijke lastige functie:

$$S_T = -\frac{B}{H \cdot (-1 + H) \cdot \ln\left(-\frac{(-1 + H) \cdot R_S}{H \cdot A}\right)^2} \quad (28)$$

In figuur 13 is de gevoeligheid van de temperatuur als functie van de overdracht te zien. Merk op dat de gevoeligheid redelijk constant is tussen  $H = 0,2$  en  $H = 0,8$  en bedraagt zo'n 100 K (de overdracht  $H$  is dimensieloos).

## 5.6 De optimale waarde van de serieweerstand

We kunnen nu iets zeggen over de serieweerstand  $R_S$ . Als deze weerstandswaarde veel groter is dan  $R_{NTC}$ , dan ligt de uitgangsspanning  $U_O$  dicht tegen de voedingsspanning



**Figuur 13:** Grafiek van de gevoeligheid als functie van de overdracht. Noot: de NTC heeft een werkgebied van 233,15 K tot 391,15 K.

aan en varieert niet zo veel bij verandering van de waarde van de NTC. Is  $R_S$  veel kleiner dan  $R_{NTC}$ , dan ligt de uitgangsspanning tegen de referentiespanning aan en varieert niet zo veel.

Natuurlijk willen we de verandering van de uitgangsspanning als gevolg van een verandering van  $R_{NTC}$  zo groot mogelijk hebben. We beschouwen alleen het temperatuurbereik tussen  $T_{laag}$  en  $T_{hoog}$ ; hierbij horen resp. de weerstandswaarden  $R_{NTC,groot} = R_G$  en  $R_{NTC,klein} = R_K$ . De waarde van de NTC varieert dus tussen  $R_K$  en  $R_G$ . Het is eenvoudig in te zien dat  $U_O$  maximaal is bij  $R_{NTC} = R_K$  (de noemer heeft nu de kleinste mogelijke waarde) en  $U_O$  minimaal bij  $R_{NTC} = R_G$  (de noemer heeft nu de grootste mogelijke waarde).

We introduceren een nieuwe term: *spanningsswing*. De spanningsswing is het verschil tussen de maximale uitgangsspanning en de minimale uitgangsspanning van de spanningsdeler. De *relatieve spanningsswing* is de verhouding van spanningsswing en de bronspanning. De formule is:

$$U_{SWING} = U_{O,max} - U_{O,min} \quad \text{en} \quad \frac{U_{SWING}}{U_B} = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} \quad (29)$$

We willen graag de  $U_{SWING}$  maximaliseren en bepalen hiervoor de optimale waarde van  $R_S$ . De relatieve spanningsswing  $Z$  kan berekend worden door:

$$Z = \frac{U_{SWING}}{U_B} = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} = \frac{R_S}{R_K + R_S} - \frac{R_S}{R_G + R_S} \quad (30)$$

Deze functie levert hopelijk ergens een maximum waarde op, waarbij  $R_S$  een functie is

$R_K$  en  $R_G$ . De wiskunde vertelt ons dat we de afgeleide van functie  $Z$  naar  $R_S$  moeten bepalen en deze afgeleide gelijk aan 0 stellen:

$$\frac{dZ(R_S)}{dR_S} = 0 \quad (31)$$

Na enig rekenwerk blijkt er inderdaad een optimum te zijn<sup>1</sup>:

$$\boxed{R_{S,opt} = R_{opt} = \sqrt{R_G \cdot R_K}} \quad (32)$$

Dit wordt het meetkundige gemiddelde van  $R_K$  en  $R_G$  genoemd.

### 5.7 De minimale en maximale uitgangsspanningen bij de optimale weerstandswaarde

We kunnen nu de  $U_{O,min}$  en  $U_{O,max}$  uitrekenen bij optimale waarde voor  $R_S$ :

$$\frac{U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_G + \sqrt{R_G \cdot R_K}} \quad \text{en} \quad \frac{U_{O,max}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_K + \sqrt{R_G \cdot R_K}} \quad (33)$$

Deze functies zien er niet handig uit. Daarom introduceren we een hulpvariabele  $\epsilon$  (epsilon) met de volgende definitie:

$$R_K = \epsilon \cdot R_G \quad \text{of} \quad \epsilon = \frac{R_K}{R_G} \quad (\text{met } 0 < \epsilon < 1) \quad (34)$$

Nu wordt:

$$\frac{U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_G + \sqrt{R_G \cdot R_K}} = \frac{\sqrt{\epsilon \cdot R_G \cdot R_G}}{R_G + \sqrt{\epsilon \cdot R_G \cdot R_G}} = \frac{R_G \cdot \sqrt{\epsilon}}{R_G + R_G \cdot \sqrt{\epsilon}} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \quad (35)$$

en (zonder tussenstappen):

$$\frac{U_{O,max}}{U_B} = \frac{1}{1 + \sqrt{\epsilon}} \quad (36)$$

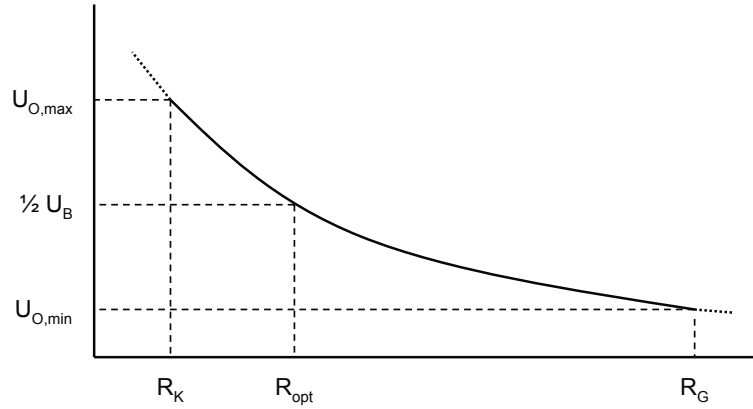
---

<sup>1</sup> De lezer wordt uitgedaagd dit rekenwerk te controleren of te kijken in bijlage C.

De relatieve spanningsswing is nu:

$$Z = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} - \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \quad (37)$$

In figuur 14 is een grafiek gegeven met daarin de belangrijkste parameters en hoe zij zich tot elkaar verhouden.



**Figuur 14:** Verloop van de uitgangsspanning als functie van de weerstandswaarde van de NTC.

## 5.8 Diverse Z-functies

In figuur 15 van diverse Z-functies gegeven. Hierbij is de algemene vorm:

$$Z(R_S) = \frac{R_S}{\frac{1}{n} + R_S} - \frac{R_S}{n + R_S} \quad (38)$$

met

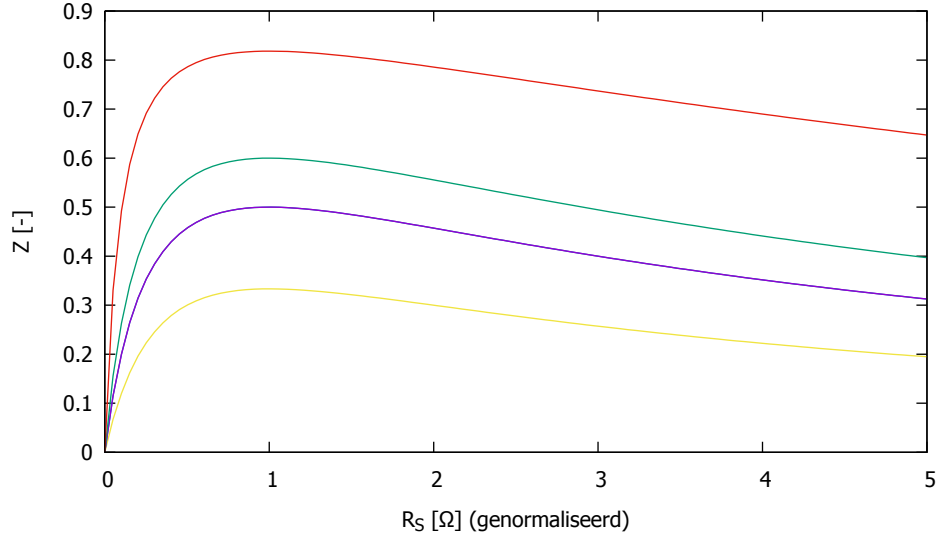
$$R_K = \frac{1}{n} \quad \text{en} \quad R_G = n \quad \longrightarrow \quad R_{opt} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot n} = 1 \quad (39)$$

voor  $n = 2, 3, 4$  en  $10$ . Het voordeel hiervan is dat  $R_{opt}$  nu altijd  $1$  is (*genormaliseerd*).

Geel:  $n = 2$ , paars:  $n = 3$ , groen:  $n = 4$ , rood:  $n = 10$ . Goed is te zien dat alle functies dezelfde vorm hebben. Naar mate  $n$  groter wordt, neemt de spanningsswing toe. Dit is logisch wat een grote  $n$  betekent dat  $R_K$  en  $R_G$  verder uit elkaar liggen.

## 5.9 Aanpassen van het meetbereik

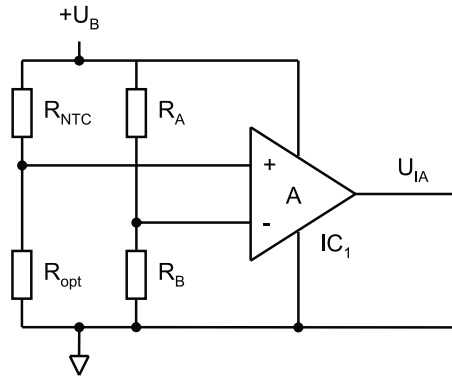
De uitgangsspanning van de spanningsdelers is begrensd tussen  $U_{O,min}$  en  $U_{O,max}$  en dat is over het algemeen niet het volledige bereik tussen de referentiespanning en de voedingsspanning. In figuur 14 is goed te zien dat, als  $R_{NTC}$  tussen  $R_K$  en  $R_G$  blijft, de uitgangsspanning nooit onder  $U_{O,min}$  komt. Dit spanningsgebied blijft onbenut. We gebruiken een aftrekschakeling om deze spanning er van af te trekken. De aftrekschakeling



**Figuur 15:** Verloop van de Z-functie bij verschillende waarden van  $n$ .

wordt gerealiseerd met een instrumentatieversterker (met in eerste instantie een versterking van 1x) in combinatie met een *Wheatstone-brug*, zie figuur 16. Merk op dat de serieweerstand  $R_S$  is vervangen door  $R_{opt}$ .

De spanning op de plus-ingang van de instrumentatieversterker wordt gevormd door eerder gepresenteerde spanningsdeler in figuur 9. De min-ingang is verbonden met de spanningsdeler die wordt gevormd door  $R_A$  en  $R_B$ .



**Figuur 16:** Schakeling voor het aanpassen van het meetbereik.

De overdracht is:

$$U_{IA} = \left( \frac{R_{opt}}{R_{NTC} + R_{opt}} - \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot U_B \quad (40)$$

Gebruikmakend van vergelijking (35) is de relatie tussen  $R_A$  en  $R_B$  als volgt:

$$\frac{U_{O,min}}{U_B} = \frac{R_B}{R_A + R_B} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \quad \longrightarrow \quad R_B = \sqrt{\epsilon} \cdot R_A \quad (41)$$

Dat is dezelfde verhouding als een spanningsdeling met  $R_{NTC} = R_G$  en  $R_S = R_{opt}$ . De uitgangsspanning van de instrumentatieversterker is nu:

$$U_{IA} = \left( \frac{R_{opt}}{R_{NTC} + R_{opt}} - \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot U_B \quad (42)$$

Deze uitgangsspanning is in de regel niet gelijk aan de bronspanning. We passen daarom versterking toe. Dit kan met de instrumentatieversterker:

$$U_{IA,amp} = A_{IA} \cdot \left( \frac{R_{opt}}{R_{NTC} + R_{opt}} - \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot U_B \quad (43)$$

Hierin is  $A_{IA}$  de versterking van de instrumentatieversterker. We zoeken nu de waarde van  $A_{IA}$  waarbij  $U_{IA,amp}$  maximaal is. Dan geldt namelijk dat  $U_{IA,amp} = U_B$ . De uitgangsspanning van de instrumentatieversterker is maximaal bij  $R_{NTC} = R_K$ . Verder geldt dat  $R_B = \sqrt{\epsilon} \cdot R_A$  zodat:

$$\begin{aligned} U_{IA,max,ampl} &= A_{IA} \cdot \left( \frac{R_{opt}}{R_K + R_{opt}} - \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot U_B \\ &= A_{IA} \cdot \left( \frac{U_{O,max}}{U_B} - \frac{U_{O,min}}{U_B} \right) \cdot U_B \\ &= A_{IA} \cdot \left( \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \right) \cdot U_B \end{aligned} \quad (44)$$

Om  $U_{IA,max,ampl}$  gelijk aan  $U_B$  te krijgen moet gelden dat:

$$A_{IA} = \left( \frac{1 + \sqrt{\epsilon}}{1 - \sqrt{\epsilon}} \right) \quad (45)$$

We vervangen de instrumentatieversterker in figuur 16 met één die een versterking heeft van  $A_{IA}$ .

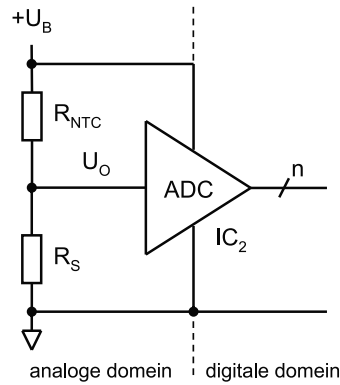
Opmerking: praktisch gezien moet de versterking iets kleiner zijn dan  $A_{IA}$  omdat de uitgang van de instrumentatieversterker niet tegen de voedingsspanningen mag vastlopen. Zogenaamde *rail-to-real* versterkers komen tot een tiental millivolt van de voedingsspanningen.

## 6 De ADC

Bij gebruik van digitale systemen wordt de

De ADC

In figuur 17 is de eenvoudige spanningsdeler met de ADC te zien.



**Figuur 17:** Eenvoudige spanningsdeler met ADC.

Aangezien de ADC lineair is en de referentiespanning weergeeft met het getal  $G_{adc,0} = 0$  en de voedingsspanning met de maximale waarde  $G_{adc,max}$  kunnen we het volgende stellen:

$$H = \frac{U_O}{U_B} = \frac{G_{adc}}{G_{adc,max}} \quad (46)$$

De overdracht, uitgedrukt in waarden van de ADC is dan:

$$\begin{aligned} T &= \frac{B}{\ln\left(\frac{1-H}{H}\right) + \ln\left(\frac{R_S}{A}\right)} \\ &= \frac{B}{\ln\left(\frac{1 - \frac{G_{adc}}{G_{adc,max}}}{\frac{G_{adc}}{G_{adc,max}}}\right) + \ln\left(\frac{R_S}{A}\right)} \\ &= \frac{B}{\ln\left(\frac{G_{adc,max} - G_{adc}}{G_{adc}}\right) + \ln\left(\frac{R_S}{A}\right)} \end{aligned} \quad (47)$$



## 7 Voorbeeld

We willen de temperatuur meten tussen 0 °C en 30 °C. We gaan in eerste instantie uit van de spanningsdeler in figuur 9. We nemen als bronspanning  $U_B = 5$  V. In tabel 6 zoeken we de bijbehorende weerstandswaarde die de NTC kan aannemen:  $R_G = 32.650 \Omega$  bij 0 °C en  $R_K = 8.056 \Omega$  (afgerond) bij 30 °C. Van de NTC is gegeven dat  $B = 3892,2$  K en  $A = 0,020637 \Omega$ .

We kunnen nu de optimale serieweerstand uitrekenen:

$$R_{opt} = \sqrt{R_K \cdot R_G} = \sqrt{8056 \cdot 32650} = 16218 \Omega \quad (48)$$

De verhouding  $\epsilon$  is:

$$\epsilon = \frac{R_K}{R_G} = \frac{8056}{32650} = 0,2467 \quad \longrightarrow \quad \sqrt{\epsilon} = 0,4967 \quad (49)$$

De minimale en maximale spanningen zijn:

$$U_{O,min} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \cdot U_B = \frac{0,4967}{1 + 0,4967} \cdot 5 = 0,3319 \cdot 5 = 1,6595 \text{ V} \quad (50)$$

$$U_{O,max} = \frac{1}{1 + \sqrt{\epsilon}} \cdot U_B = \frac{1}{1 + 0,4967} \cdot 5 = 0,6681 \cdot 5 = 3,3405 \text{ V} \quad (51)$$

De spanningsswing is:

$$U_{SWING} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \cdot U_B = \frac{1 - 0,4967}{1 + 0,4967} \cdot 5 = 0,3362 \cdot 5 = 1,6810 \text{ V} \quad (52)$$

De versterking  $A_{IA}$  van de instrumentatieversterker is:

$$A_{IA} = \frac{1 + \sqrt{\epsilon}}{1 - \sqrt{\epsilon}} = \frac{1 + 0,4967}{1 - 0,4967} = 2,9738 \quad (53)$$

Stel nu dat  $U_0 = 2,1$  V. Dan is

$$R_{NTC} = \frac{U_B - U_0}{U_0} \cdot R_S = \frac{5,0 - 2,1}{2,1} \cdot 16218 = 22396 \Omega \quad (54)$$

We berekenen de temperatuur met behulp van de aangepaste B-parameter vergelijking:

$$T = \frac{B}{\ln R_{\text{NTC}} - \ln A} = \frac{3892,2}{10,0167 + 3,8807} = 280,17 \text{ K} \quad (55)$$

Dit is de temperatuur in Kelvin, omrekenen naar graden Celcius:

$$T_{\text{Celcius}} = T - 273,15 = 280,17 - 273,15 = 7,02 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (56)$$

Berekening van de temperatuur met de Steinhart-Hart-vergelijking geeft een temperatuur van 280,71 K. Omrekenen naar Celsius levert 7,56 °C.

De vermogensdissipatie is

$$P_{ntc} = \frac{R_{\text{NTC}}}{(R_{\text{NTC}} + R_s)^2} \cdot U_B^2 = \frac{22396}{(22396 + 16218)^2} \cdot 5^2 = 0,0003755094 \text{ W} \quad (57)$$

De temperatuurstijging  $T_{\text{self}}$  als gevolg van de zelfverwarming is:

$$T_{\text{self}} = \frac{P_{ntc}}{K} = \frac{0,37551 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,188 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (58)$$

Deze stijging geldt alleen maar bij een constante temperatuur en na een langere tijd.

## A Gegevenstabel NTC

**Tabel 6:** Gegevenstabel van de NTC 10K3A542i. Kolom 1 en 2 zijn gegevens van Betatherm, de overige gegevens zijn berekend.

$T$ [°C]	$R_{NTC}$	$1/T$ [K <sup>-1</sup> ]	$\ln R_{NTC}$	$T$ [K]	$\ln \frac{R_{NTC}}{R_0}$	$B^a$
-40	335853,73	0,00428908	12,72443102	233,15	3,51	3758,11
-39	314334,81	0,00427077	12,65821397	234,15	3,45	3760,97
-38	294329,41	0,00425260	12,59245486	235,15	3,38	3763,81
-37	275722,23	0,00423460	12,52714922	236,15	3,32	3766,62
-36	258407,39	0,00421674	12,46229265	237,15	3,25	3769,40
-35	242287,63	0,00419903	12,39788085	238,15	3,19	3772,16
-34	227273,52	0,00418148	12,33390951	239,15	3,12	3774,89
-33	213282,83	0,00416406	12,27037440	240,15	3,06	3777,60
-32	200239,90	0,00414680	12,20727143	241,15	3,00	3780,28
-31	188075,05	0,00412967	12,14459636	242,15	2,93	3782,94
-30	176724,13	0,00411269	12,08234521	243,15	2,87	3785,57
-29	166128,01	0,00409584	12,02051391	244,15	2,81	3788,18
-28	156232,18	0,00407914	11,95909851	245,15	2,75	3790,77
-27	146986,36	0,00406256	11,89809507	246,15	2,69	3793,33
-26	138344,16	0,00404613	11,83749977	247,15	2,63	3795,87
-25	130262,73	0,00402982	11,77730869	248,15	2,57	3798,39
-24	122702,51	0,00401365	11,71751809	249,15	2,51	3800,89
-23	115626,94	0,00399760	11,65812425	250,15	2,45	3803,36
-22	109002,22	0,00398168	11,59912353	251,15	2,39	3805,81
-21	102797,07	0,00396589	11,54051213	252,15	2,33	3808,24
-20	96982,57	0,00395023	11,48228655	253,15	2,27	3810,64
-19	91531,94	0,00393468	11,42444326	254,15	2,21	3813,03
-18	86420,37	0,00391926	11,36697869	255,15	2,16	3815,39
-17	81624,87	0,00390396	11,30988927	256,15	2,10	3817,74
-16	77124,15	0,00388878	11,25317174	257,15	2,04	3820,06
-15	72898,45	0,00387372	11,19682266	258,15	1,99	3822,36
-14	68929,43	0,00385877	11,14083851	259,15	1,93	3824,64
-13	65200,09	0,00384394	11,08521613	260,15	1,87	3826,90
-12	61694,63	0,00382922	11,02995217	261,15	1,82	3829,15
-11	58398,38	0,00381461	10,97504343	262,15	1,76	3831,37
-10	55297,71	0,00380011	10,92048678	263,15	1,71	3833,57
-9	52379,93	0,00378573	10,86627878	264,15	1,66	3835,75
-8	49633,27	0,00377145	10,81241665	265,15	1,60	3837,92
-7	47046,75	0,00375728	10,75889707	266,15	1,55	3840,06
-6	44610,17	0,00374322	10,70571714	267,15	1,50	3842,19
-5	42314,01	0,00372926	10,65287352	268,15	1,44	3844,30
-4	40149,43	0,00371540	10,60036352	269,15	1,39	3846,39
-3	38108,17	0,00370165	10,54818397	270,15	1,34	3848,46
-2	36182,55	0,00368800	10,49633224	271,15	1,29	3850,52

vervolg op de volgende pagina

$T$ [°C]	$R_{NTC}$	$1/T$ [K <sup>-1</sup> ]	$\ln R_{NTC}$	$T$ [K]	$\ln \frac{R_{NTC}}{R_0}$	$B^a$
-1	34365,39	0,00367444	10,44480523	272,15	1,23	3852,55
0	32650,00	0,00366099	10,39360013	273,15	1,18	3854,57
1	31030,13	0,00364764	10,34271395	274,15	1,13	3856,57
2	29499,96	0,00363438	10,29214419	275,15	1,08	3858,56
3	28054,04	0,00362122	10,24188793	276,15	1,03	3860,53
4	26687,28	0,00360815	10,19194233	277,15	0,98	3862,48
5	25394,93	0,00359518	10,14230483	278,15	0,93	3864,41
6	24172,55	0,00358230	10,09297297	279,15	0,88	3866,33
7	23015,97	0,00356952	10,04394360	280,15	0,83	3868,23
8	21921,31	0,00355682	9,99521450	281,15	0,78	3870,12
9	20884,93	0,00354421	9,94678313	282,15	0,74	3871,99
10	19903,41	0,00353170	9,89864635	283,15	0,69	3873,84
11	18973,57	0,00351927	9,85080224	284,15	0,64	3875,68
12	18092,41	0,00350693	9,80324779	285,15	0,59	3877,50
13	17257,14	0,00349467	9,75598125	286,15	0,55	3879,31
14	16465,12	0,00348250	9,70899948	287,15	0,50	3881,10
15	15713,90	0,00347041	9,66230095	288,15	0,45	3882,88
16	15001,15	0,00345841	9,61588214	289,15	0,41	3884,64
17	14324,71	0,00344649	9,56974130	290,15	0,36	3886,39
18	13682,54	0,00343466	9,52387585	291,15	0,31	3888,13
19	13072,73	0,00342290	9,47828366	292,15	0,27	3889,85
20	12493,48	0,00341122	9,43296219	293,15	0,22	3891,55
21	11943,10	0,00339963	9,38790898	294,15	0,18	3893,23
22	11420,02	0,00338811	9,34312323	295,15	0,13	3894,92
23	10922,73	0,00337667	9,29860122	296,15	0,09	3896,59
24	10449,83	0,00336530	9,25434099	297,15	0,04	3898,25
25	10000,00	0,00335402	9,21034037	298,15	0,00	— <sup>b</sup>
26	9572,00	0,00334280	9,16659745	299,15	-0,04	3901,50
27	9164,66	0,00333167	9,12311006	300,15	-0,09	3903,11
28	8776,88	0,00332060	9,07987627	301,15	-0,13	3904,70
29	8407,62	0,00330961	9,03689372	302,15	-0,17	3906,28
30	8055,91	0,00329870	8,99416126	303,15	-0,22	3907,83
31	7720,81	0,00328785	8,95167456	304,15	-0,26	3909,40
32	7401,47	0,00327708	8,90943391	305,15	-0,30	3910,94
33	7097,06	0,00326637	8,86743589	306,15	-0,34	3912,48
34	6806,81	0,00325574	8,82567886	307,15	-0,38	3914,01
35	6530,00	0,00324517	8,78416222	308,15	-0,43	3915,51
36	6265,93	0,00323468	8,74288230	309,15	-0,47	3917,00
37	6013,95	0,00322425	8,70183705	310,15	-0,51	3918,49
38	5773,46	0,00321388	8,66102683	311,15	-0,55	3919,96
39	5543,87	0,00320359	8,62044809	312,15	-0,59	3921,42
40	5324,63	0,00319336	8,58009850	313,15	-0,63	3922,86
41	5115,22	0,00318319	8,53997569	314,15	-0,67	3924,31
42	4915,16	0,00317309	8,50007959	315,15	-0,71	3925,74

vervolg op de volgende pagina

$T$ [°C]	$R_{\text{NTC}}$	$1/T$ [K <sup>-1</sup> ]	$\ln R_{\text{NTC}}$	$T$ [K]	$\ln \frac{R_{\text{NTC}}}{R_0}$	$B^a$
43	4723,99	0,00316306	8,46040906	316,15	-0,75	3927,15
44	4541,26	0,00315308	8,42095979	317,15	-0,79	3928,55
45	4366,57	0,00314317	8,38173308	318,15	-0,83	3929,94
46	4199,51	0,00313332	8,34272313	319,15	-0,87	3931,32
47	4039,72	0,00312354	8,30393066	320,15	-0,91	3932,69
48	3886,85	0,00311381	8,26535434	321,15	-0,94	3934,05
49	3740,57	0,00310414	8,22699329	322,15	-0,98	3935,40
50	3600,55	0,00309454	8,18884189	323,15	-1,02	3936,74
51	3466,50	0,00308499	8,15090072	324,15	-1,06	3938,07
52	3338,15	0,00307550	8,11317204	325,15	-1,10	3939,38
53	3215,21	0,00306607	8,07564795	326,15	-1,13	3940,69
54	3097,43	0,00305670	8,03832801	327,15	-1,17	3941,99
55	2984,58	0,00304739	8,00121431	328,15	-1,21	3943,28
56	2876,42	0,00303813	7,96430174	329,15	-1,25	3944,56
57	2772,74	0,00302893	7,92759128	330,15	-1,28	3945,83
58	2673,33	0,00301978	7,89108017	331,15	-1,32	3947,08
59	2577,99	0,00301069	7,85476530	332,15	-1,36	3948,33
60	2486,54	0,00300165	7,81864746	333,15	-1,39	3949,57
61	2398,81	0,00299267	7,78272806	334,15	-1,43	3950,79
62	2314,61	0,00298374	7,74699649	335,15	-1,46	3952,02
63	2233,80	0,00297486	7,71145945	336,15	-1,50	3953,22
64	2156,22	0,00296604	7,67611197	337,15	-1,53	3954,43
65	2081,73	0,00295727	7,64095456	338,15	-1,57	3955,61
66	2010,18	0,00294855	7,60597955	339,15	-1,60	3956,81
67	1941,46	0,00293988	7,57119555	340,15	-1,64	3957,98
68	1875,43	0,00293126	7,53659325	341,15	-1,67	3959,15
69	1811,98	0,00292269	7,50217545	342,15	-1,71	3960,30
70	1751,00	0,00291418	7,46794233	343,15	-1,74	3961,45
71	1692,37	0,00290571	7,43388519	344,15	-1,78	3962,59
72	1636,00	0,00289729	7,40000952	345,15	-1,81	3963,72
73	1581,79	0,00288892	7,36631240	346,15	-1,84	3964,84
74	1529,64	0,00288060	7,33278769	347,15	-1,88	3965,96
75	1479,48	0,00287233	7,29944595	348,15	-1,91	3967,05
76	1431,20	0,00286410	7,26626853	349,15	-1,94	3968,16
77	1384,74	0,00285592	7,23326768	350,15	-1,98	3969,25
78	1340,02	0,00284779	7,20043982	351,15	-2,01	3970,33
79	1296,96	0,00283970	7,16777834	352,15	-2,04	3971,40
80	1255,50	0,00283166	7,13528918	353,15	-2,08	3972,47
81	1215,57	0,00282366	7,10296838	354,15	-2,11	3973,52
82	1177,10	0,00281571	7,07080907	355,15	-2,14	3974,57
83	1140,04	0,00280781	7,03881863	356,15	-2,17	3975,61
84	1104,33	0,00279994	7,00699410	357,15	-2,20	3976,64
85	1069,91	0,00279213	6,97532981	358,15	-2,24	3977,66
86	1036,73	0,00278435	6,94382681	359,15	-2,27	3978,68

vervolg op de volgende pagina

$T$ [°C]	$R_{\text{NTC}}$	$1/T$ [K <sup>-1</sup> ]	$\ln R_{\text{NTC}}$	$T$ [K]	$\ln \frac{R_{\text{NTC}}}{R_0}$	$B^a$
87	1004,73	0,00277662	6,91247413	360,15	-2,30	3979,71
88	973,89	0,00276893	6,88129836	361,15	-2,33	3980,70
89	944,13	0,00276129	6,85026387	362,15	-2,36	3981,71
90	915,43	0,00275368	6,81939390	363,15	-2,39	3982,70
91	887,74	0,00274612	6,78867891	364,15	-2,42	3983,68
92	861,02	0,00273860	6,75811773	365,15	-2,45	3984,66
93	835,24	0,00273112	6,72771911	366,15	-2,48	3985,62
94	810,35	0,00272368	6,69746625	367,15	-2,51	3986,58
95	786,32	0,00271628	6,66736383	368,15	-2,54	3987,53
96	763,11	0,00270893	6,63740219	369,15	-2,57	3988,49
97	740,71	0,00270161	6,60760919	370,15	-2,60	3989,42
98	719,06	0,00269433	6,57794480	371,15	-2,63	3990,36
99	698,15	0,00268709	6,54843398	372,15	-2,66	3991,30
100	677,95	0,00267989	6,51907354	373,15	-2,69	3992,21
101	658,43	0,00267272	6,48985821	374,15	-2,72	3993,12
102	639,56	0,00266560	6,46078044	375,15	-2,75	3994,04
103	621,33	0,00265851	6,43186234	376,15	-2,78	3994,92
104	603,69	0,00265146	6,40306082	377,15	-2,81	3995,83
105	586,64	0,00264445	6,37441134	378,15	-2,84	3996,73
106	570,16	0,00263748	6,34591702	379,15	-2,86	3997,59
107	554,21	0,00263054	6,31754368	380,15	-2,89	3998,47
108	538,78	0,00262364	6,28930732	381,15	-2,92	3999,35
109	523,85	0,00261677	6,26120538	382,15	-2,95	4000,22
110	509,41	0,00260994	6,23325319	383,15	-2,98	4001,07
111	495,43	0,00260315	6,20542607	384,15	-3,00	4001,93
112	481,90	0,00259639	6,17773662	385,15	-3,03	4002,77
113	468,80	0,00258967	6,15017624	386,15	-3,06	4003,62
114	456,12	0,00258298	6,12275593	387,15	-3,09	4004,45
115	443,84	0,00257632	6,09546414	388,15	-3,11	4005,28
116	431,95	0,00256970	6,06830984	389,15	-3,14	4006,09
117	420,43	0,00256312	6,04127800	390,15	-3,17	4006,91
118	409,27	0,00255656	6,01437508	391,15	-3,20	4007,72

<sup>a</sup> De waarden in kolom  $B$  zijn berekend met behulp van vergelijking (11).

<sup>b</sup> Bij  $T = 25$  °C is  $B$  niet te berekenen.

## B Listings van Gnuplot-scripts

```
1 # This is a GNUPLOT script
2 #
3 reset
4 set autoscale          # scale axes automatically
5 unset log              # remove any log-scaling
6 unset label            # remove any previous labels
7 set xtic auto           # set xtics automatically
8 set ytic auto           # set ytics automatically
9
10 # Set terminal type
11 set terminal pdfcairo
12 set output "ntc_shh_straightline_beta_fig.pdf"
13
14 ### Calculate mean to set some gnuplot internals
15 mean(x)= m
16 fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 3:4 via m
17 SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)
18
19 # Do a fit using a power function:
20 R0 = 10000.0
21 T0 = 273.15+25.0
22 B = 5000.0
23 straightline_beta(x) = B*x + log(R0) - B/T0
24 fit straightline_beta(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 via B
25
26 ### Caculcate some ...
27 SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)
28 SSR=SST-SSE
29 R2=SSR/SST
30
31 # Do the plot
32 set yrange [5:14]
33 set xlabel "1/T [K^-^1]" # offset 0,-1
34 set ylabel "ln R_n_t_c [ln {/Symbol W}]" # offset -1
35 plot straightline_beta(x) title "" lc "blue" with lines, "
    GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 with points pt 7 ps 0.2 lc "red"
    title ""
36
37 # Create LaTeX file with parameters
38 set decimalsign locale
39 set print "ntc_shh_straightline_beta_curve_fitting_params.tex"
40 print "% Curve fitting parameters for fitting straight line"
41 print "% ln Rntc = B*x + log(R0) - B/T0"
42 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaB}{%f}", B)
43 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaBonedec}{%.1f}", B)
44 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaBint}{%d}", B)
45 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaRsqr}{%f}", R2)
46
47 set output
```

Listing 1: Gnuplot-script voor het bepalen van de Beta.

```

1 # This is a GNUPLOT script
2 #
3 reset
4 set autoscale          # scale axes automatically
5 unset log             # remove any log-scaling
6 unset label           # remove any previous labels
7 set xtic auto          # set xtics automatically
8 set ytic auto          # set ytics automatically
9
10 # Set terminal type
11 set terminal pdfcairo
12 set output "ntc_shh_kelvin_fig.pdf"
13
14 ### Calculate mean to set some gnuplot internals
15 mean(x)= m
16 fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 2:5 via m
17 SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)
18
19 # Do a fit using the Steinhart-Hart beta function:
20 # Give some start values for a and b
21 A=1.0
22 B=1.0/3800.0
23 C=1e-6
24 shh_curve_fit(x) = 1.0/(A + B*log(x) + C*(log(x)**3))
25 fit shh_curve_fit(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 2:5 via C,B,A
26
27 ### Caculcate some ...
28 SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)
29 SSR=SST-SSE
30 R2=SSR/SST
31
32 # Do the plot
33 #set xrange [-50:130]
34 #set yrange [3700:4050]
35 set xlabel "R_n_t_c [{/Symbol W}]" # offset 0,-1
36 set ylabel "T [K]" # offset -1
37 plot shh_curve_fit(x) title "" with lines lc "blue", "GegevensBetatherm10K3A542I.
    dat" using 2:5 with points pt 7 ps 0.2 lc "red" title ""
38
39 # Create LaTeX file with parameters
40 set decimalsign locale
41 set print "ntc_shh_kelvin_curve_fitting_params.tex"
42 print "% Curve fitting parameters for fitting Steinhart-Hart plot in Kelvin"
43 print "%1/T = A + B*log(x) + C*log(x)**3"
44 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinA}{\$").gprintf("%t", A).sprintf("\\cdot
    10^{").gprintf("%T", A).sprintf("}\$}")
45 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinB}{\$").gprintf("%t", B).sprintf("\\cdot
    10^{").gprintf("%T", B).sprintf("}\$}")
46 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinC}{\$").gprintf("%t", C).sprintf("\\cdot
    10^{").gprintf("%T", C).sprintf("}\$}")
47 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinRsqr}{%.10f}", R2)
48
49 set output

```

**Listing 2:** Gnuplot-script voor het bepalen van de Steinhart-Hart-coëfficiënten.



```

1 # This is a GNUPLOT script
2 #
3 reset
4 set autoscale                # scale axes automatically
5 unset log                   # remove any log-scaling
6 unset label                 # remove any previous labels
7 set xtic auto               # set xtics automatically
8 set ytic auto               # set ytics automatically
9
10 # Set terminal type
11 set terminal pdfcairo
12 set output "ntc_shh_straightline_adapt_fig.pdf"
13
14 ### Calculate mean to set some gnuplot internals
15 mean(x)= m
16 fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 3:4 via m
17 SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)
18
19 # Do a fit using a power function:
20 #lnA = 0.1
21 #B = 5000.0
22 straightline(x) = B*x + lnA
23 fit straightline(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 via B, lnA
24
25 ### Caculcate some ...
26 SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)
27 SSR=SST-SSE
28 R2=SSR/SST
29
30 # Do the plot
31 set yrange [5:14]
32 set xlabel "1/T [K^-^1]" # offset 0,-1
33 set ylabel "ln R_n_t_c [ln {/Symbol W}]" # offset -1
34 plot straightline(x) title "" lc "blue" with lines, "GegevensBetatherm10K3A542I.
    dat" using 3:4 with points pt 7 ps 0.2 lc "red" title ""
35
36 # Create LaTeX file with parameters
37 set decimalsign locale
38 set print "ntc_shh_straightline_adapt_curve_fitting_params.tex"
39 print "% Curve fitting parameters for fitting straight line"
40 print "% ln Rntc = B*x + A"
41 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineLnA}{%f}", lnA)
42 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineA}{%f}", exp(lnA))
43 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineB}{%f}", B)
44 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineBonedec}{%.1f}", B)
45 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineBint}{%d}", B)
46 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineRsqr}{%f}", R2)
47 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineRnull}{%f}", exp(lnA+B/298.15))
48
49 set output

```

**Listing 3:** Gnuplot-script voor het bepalen van de Beta en A.

## C Afleiding optimale serieweerstand

De functie:

$$Z(R_S) = \frac{R_S}{R_K + R_S} - \frac{R_S}{R_G + R_S} \quad (59)$$

Eerst gelijknamig maken:

$$\begin{aligned} Z(R_S) &= \frac{R_S \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_K + R_S)}{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S)} \\ &= \frac{R_S \cdot R_G - R_S \cdot R_K}{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S)} \end{aligned} \quad (60)$$

We maken gebruik van de quotiëntregel:

$$f = \frac{g}{h} \rightarrow f' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \quad (61)$$

Dus:

$$\begin{aligned} \frac{dZ(R_S)}{dR_S} &= \frac{(R_G - R_K) \cdot (R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - (R_S \cdot R_G - R_S \cdot R_K) \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{(R_G - R_K) \cdot (R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_G - R_K) \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{R_K \cdot R_G + R_K \cdot R_S + R_G \cdot R_S + R_S^2 - R_G \cdot R_S - R_K \cdot R_S - 2R_S^2}{N} \\ &= \frac{R_K \cdot R_G - R_S^2}{N} \end{aligned} \quad (62)$$

met

$$N = ((R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S))^2 \quad (63)$$

We stellen de afgeleide gelijk aan 0 om de extreme te bepalen. Dat houdt in dat de teller 0 moet zijn en de noemer ongelijk aan 0 moet zijn. Aangezien alle weerstandswaarden

groter dan 0 zijn, wordt aan de tweede voorwaarde automatisch voldaan. We bekijken dus alleen de noemer:

$$\frac{dZ(R_S)}{dR_S} = 0 \quad \rightarrow \quad R_K \cdot R_G - R_S^2 = 0 \quad \rightarrow \quad R_S^2 = R_K \cdot R_G \quad (64)$$

Voor  $R_S$  volgt:

$$R_S = \sqrt{R_K \cdot R_G} \quad \text{en} \quad R_S = -\sqrt{R_K \cdot R_G} \quad (65)$$

Dit zijn de optimale waarden van  $R_S$ . Alleen de linker oplossing heeft fysieke betekenis, dus:

$$\boxed{R_{opt} = \sqrt{R_K \cdot R_G}} \quad (66)$$

want we zoeken naar een optimale waarde van  $R_S$ .

## Referenties

- [1] N.D. Jespersen. *Thermal Analysis: Biochemical and Clinical Applications of Thermometric and Thermal Analysis*. Comprehensive Analytical Chemistry. Elsevier Science, 1982. ISBN: 9781483289731. URL: <https://books.google.nl/books?id=8USPDAAAQBAJ> (blz. 4).
- [2] U.A. Bakshi en A.P. Godse. *Basic Electronics Engineering*. Technical Publications, 2009. ISBN: 9788184315806. URL: <https://books.google.nl/books?id=n0RMHUQUUY4C> (blz. 4).
- [3] Betatherm. *Datasheet 10K3A542i*. URL: [http://www.farnell.com/datasheets/69441.pdf?\\_ga=1.31461886.1374476496.1461826737](http://www.farnell.com/datasheets/69441.pdf?_ga=1.31461886.1374476496.1461826737) (bezocht op 23-07-2016) (blz. 4).
- [4] John S. Steinhart en Stanley R. Hart. „Calibration curves for thermistors”. In: *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts* 15.4 (1968), p. 497–503. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0011747168900570> (blz. 7).