

De NTC-weerstand

Het wel en wee van de NTC!

Jesse op den Brouw

De Haagse Hogeschool

6 augustus 2016

Samenvatting

Blabla

Inhoudsopgave

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introductie | 4 |
| 1.1 | Constructie en eigenschappen | 4 |
| 2 | Wiskundige beschrijvingen van de NTC | 7 |
| 3 | Bepalen van de coëfficiënten en parameters met curve fitting | 9 |
| 3.1 | De Steinhart-Hart vergelijking | 9 |
| 3.2 | De B-parameter vergelijking | 10 |
| 3.3 | De exponentiële B-parameter vergelijking | 11 |
| 3.4 | Onderzoek van de Beta-coëfficiënt | 11 |
| 3.5 | De aangepaste B-parameter-vergelijking | 12 |
| 4 | Bepalen van de temperatuur | 14 |
| 5 | Gebruik van de NTC | 15 |
| 5.1 | De NTC in een spanningsdeler | 15 |
| 5.2 | Overdrachtskarakteristiek van de spanningsdeler | 15 |
| 5.3 | Bepalen van de temperatuur | 16 |
| 5.4 | Vermogensdissipatie van de NTC | 17 |
| 5.5 | De optimale waarde van de serieweerstand | 17 |
| 5.6 | De minimale en maximale uitgangsspanningen bij de optimale weerstands- waarde | 18 |
| 5.7 | Diverse Z-functies | 20 |
| 5.8 | Aanpassen van het meetbereik | 20 |
| 6 | Voorbeeld | 23 |
| A | Gegevenstabel NTC | 25 |
| B | Listings van Gnuplot-scripts | 29 |
| C | Afleiding optimale serieweerstand | 32 |
| | Referenties | 34 |

Lijst van figuren

| | | |
|----|---|----|
| 1 | Verschijningsvormen, symbool en meetschema. | 4 |
| 2 | Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC | 5 |
| 3 | Temperatuur-weerstand karakteristiek van de NTC. | 6 |
| 4 | Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC | 9 |
| 5 | Grafiek van de B-parameter-vergelijking | 10 |
| 6 | Beta als functie van de temperatuur (in graden Celsius) | 11 |
| 7 | Grafiek van de aangepaste B-parameter-vergelijking | 13 |
| 8 | Eenvoudige spanningsdeler | 15 |
| 9 | Overdracht van de spanningsdeler als functie van de temperatuur | 16 |
| 10 | Grafiek van de temperatuur als functie van de overdracht | 17 |
| 11 | Verloop van de uitgangsspanning als functie van de weerstandswaarde van de NTC. | 19 |
| 12 | Verloop van de Z-functie bij verschillende waarden van n | 20 |
| 13 | Schakeling voor het aanpassen van het meetbereik. | 21 |

Listings

| | | |
|---|-----------------|----|
| 1 | hallo | 29 |
| 2 | hallo | 30 |
| 3 | hallo | 31 |

Opmerkingen over dit document kunnen worden gestuurd naar J.E.J.opdenBrouw@hhs.nl

1 Introductie

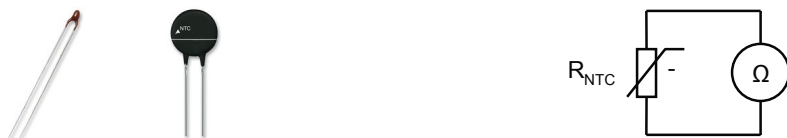
Een *negatieve temperatuur-coëfficiënt*-weerstand, afgekort NTC, is een weerstand waarvan de waarde afneemt bij toenemende temperatuur. De NTC wordt gebruikt in analoge schakelingen om bijvoorbeeld iets te schakelen bij een bepaalde temperatuur, meestal in combinatie met een Schmitt-trigger. In digitale schakelingen wordt de temperatuur berekend met behulp van een analoog-digitaal converter (ADC) en software. Denk hierbij bijvoorbeeld aan een intelligente thermostaat.

In dit hoofdstuk introduceren we de NTC. We stippen kort de constructie aan en geven de informatie van de fabrikant weer. In hoofdstuk 2 laten we diverse wiskundige beschrijvingen zien van de NTC. Deze beschrijvingen gebruiken we in hoofdstuk 3 om de diverse parameters en coëfficiënten te bepalen met behulp van curve fitting technieken. In hoofdstuk 4 is te zien hoe de temperatuur berekend kan worden als de waarde van de NTC bekend is. Hoofdstuk 5 behandelt het gebruik van de NTC in eenvoudige schakelingen. Om het geheel wat duidelijker te maken geven we in hoofdstuk 6 een voorbeeld.

1.1 Constructie en eigenschappen

Een NTC is een halfgeleider-weerstand en is erg gevoelig voor kleine variaties in temperatuur [1]. Er zijn diverse vormen mogelijk: een staaf, schijf of plaatje of de vorm van een druppel. Ze kunnen ingegoten worden in isolerend materiaal, bijvoorbeeld plastic of glas. NTC's worden gemaakt van een mengsel van metaaloxiden zoals kobalt, koper, magnesium, nikkel, ijzer en uranium [2]. De elektrische eigenschappen komen voort uit de het specifieke mengsel en de fysieke grootte en vorm van de NTC.

In figuur 1(a) is een tweetal NTC's te zien. In figuur 1(b) is het symbool van de NTC en een eenvoudige meetopstelling te zien. De waarde van de NTC wordt gemeten met een weerstandsmeter.



(a) Twee verschijningsvormen van een NTC.

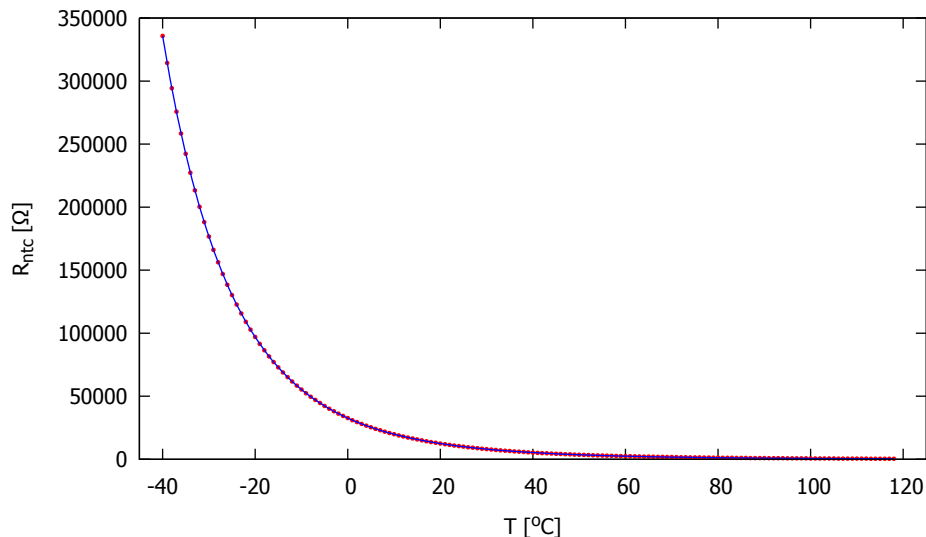
(b) Symbool en meetschema.

Figuur 1: Verschijningsvormen, symbool en meetschema.

In dit document wordt gebruik gemaakt van de NTC 10K3A542i van Betatherm [3]. Dit is een NTC met een meetbereik van $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ tot $+118\text{ }^{\circ}\text{C}$. In figuur 2 is de weerstand in Ohm uitgezet tegen de temperatuur in graden Celsius. Het is goed te zien dat het verloop niet-lineair is. De gegevens zijn te vinden in tabel 6 op pagina 25.

Noot: in alle wiskundige vergelijkingen wordt de temperatuur in Kelvin gegeven tenzij anders is vermeld.

Enkele gegevens die door de fabrikant verstrekt zijn te vinden in tabel 1. Twee belangrijke parameters zijn de Beta-waarde B en de weerstandswaarde R_0 bij $+25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Voor deze



Figuur 2: Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC (temperatuur in graden Celsius).

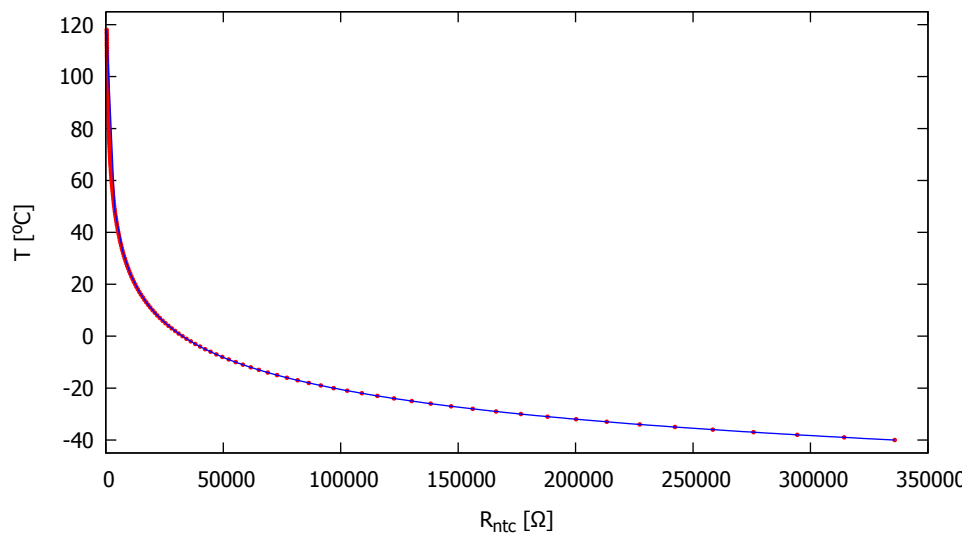
Tabel 1: Enige gegevens van de gebruikte NTC.

| Parameter | Eenheid | Waarde |
|---|---------|--------------|
| Weerstand bij +25 °C | Ω | 10.000 |
| Tolerantie van 0 °C tot +70 °C | °C | 0,2 |
| Alpha bij +25 °C | %/°C | −4,39 |
| Beta-waarde 25/85 | K | 3976 |
| Dissipatie-constante | mW/°C | 2,0 (ong.) |
| Thermische tijdconstante in vloeistof van +25 °C tot +75 °C | s | < 1,3 |
| Bedrijfstemperatuur | °C | −40 tot +125 |

NTC zijn dat $B = 3976$ en $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$. De parameters worden gebruikt bij de wiskundige beschrijvingen van de NTC.

Een derde belangrijke parameters is de dissipatie-constante K en heeft te maken met zelf-verwarming van de NTC. Een NTC is namelijk een weerstand en die dissipeert vermogen als er een stroom doorheen vloeit. Daardoor verwarmt de NTC zichzelf. Bij metingen moet hier rekening worden gehouden. Voor deze NTC is $K = 2 \text{ mW}/^\circ\text{C}$. Hoewel de fabrikant het niet vermeldt, geldt het hier in open lucht. In vloeistof of vaste stof (denk aan het monteren op een koellichaam) gelden andere waarden.

In de regel zullen we de weerstandswaarde van de NTC bepalen door middel van een meting. Als de weerstandswaarde bekend is, kunnen we de temperatuur bepalen. In figuur 3 is de temperatuur uitgezet tegen de weerstandswaarde van de NTC.



Figuur 3: *Temperatuur-weerstand karakteristiek van de NTC.*

2 Wiskundige beschrijvingen van de NTC

De relatie tussen de temperatuur T en de weerstandswaarde R_{NTC} wordt zeer goed benaderd door de vergelijking van Steinhart-Hart [4]:

$$\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln R_{\text{NTC}} + c \cdot (\ln R_{\text{NTC}})^3 \quad (1)$$

Hierin is T de temperatuur in K en R_{NTC} de weerstandswaarde in Ω . De constanten a , b en c zijn Steinhart–Hart coëfficiënten. Deze coëfficiënten moeten voor elke type NTC worden bepaald. In principe zijn hiervoor drie verschillende temperatuur-weerstand-paren nodig.

De vergelijking kan vereenvoudigd worden met de rekenschap dat de term $c \cdot (\ln R_{\text{NTC}})^3$ slechts een kleine bijdrage levert ten opzichte van de andere twee termen. De Steinhart-Hart vergelijking wordt dan gereduceerd tot:

$$\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln R_{\text{NTC}} \quad (2)$$

Verder passen we de volgende invulling voor a en b toe:

$$a = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{B} \cdot \ln R_0 \quad \text{en} \quad b = \frac{1}{B} \quad (3)$$

zodat vergelijking (2) overgaat in B-parameter-vergelijking:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{B} \cdot (\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0) \quad (4)$$

Hierin is R_0 de weerstandswaarde van de NTC bij temperatuur T_0 . Die is standaard gedefiniëerd op 25 °C (298,15 K). Voor de gebruikte NTC is $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$. De B wordt de beta-parameter genoemd en moet door metingen bepaald worden.

We kunnen R_{NTC} expliciet schrijven zodat de exponentiële B-parameter-vergelijking als volgt wordt:

$$R_{\text{NTC}} = R_0 \cdot e^{\left(\frac{B}{T} - \frac{B}{T_0}\right)} \quad (5)$$

Aangezien B/T_0 constant is kunnen we vergelijking (5) ook schrijven als

$$R_{\text{NTC}} = R_{\infty} \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (6)$$

met

$$R_{\infty} = R_0 \cdot e^{-\frac{B}{T_0}} \quad (7)$$

Merk op dat R_{∞} geen onafhankelijke variabele is.

We beschouwen nog de aangepaste exponentiële B-parameter-vergelijking

$$R_{\text{NTC}} = A \cdot e^{-\frac{B}{T}}$$

(8)

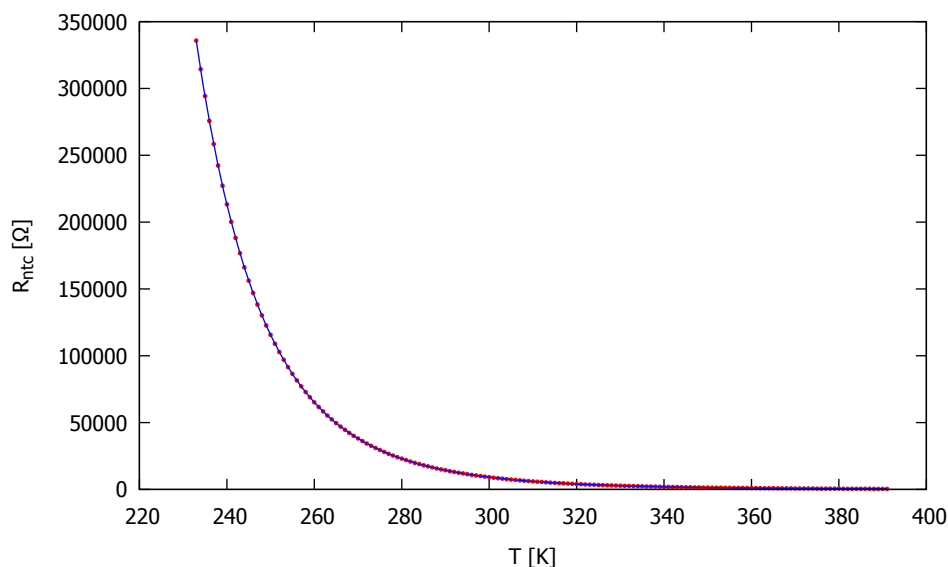
waarbij A en B onafhankelijke variabelen zijn.

3 Bepalen van de coëfficiënten en parameters met curve fitting

De fabrikant geeft in het algemeen een tabel op met temperatuur en bijbehorende weerstandswaarden. Met behulp van *curve fitting* technieken is het mogelijk om voor de Steinhart-Hart vergelijking en de B-parameter vergelijkingen de juiste coëfficiënten te vinden. Uiteraard zoeken we naar functies die de gegevens van de NTC zo goed mogelijk benaderen. We bekijken ook nog de Beta-coëfficiënt nader en laten zien dat de B-parameter vergelijkingen beter kunnen worden benaderd door de vergelijkingen iets te wijzigen.

3.1 De Steinhart-Hart vergelijking

In figuur 4 is de weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC nogmaals weergegeven, maar nu is de temperatuur in Kelvin gegeven. Om deze karakteristiek te benaderen gebruiken we Steinhart-Hart vergelijk in (1).



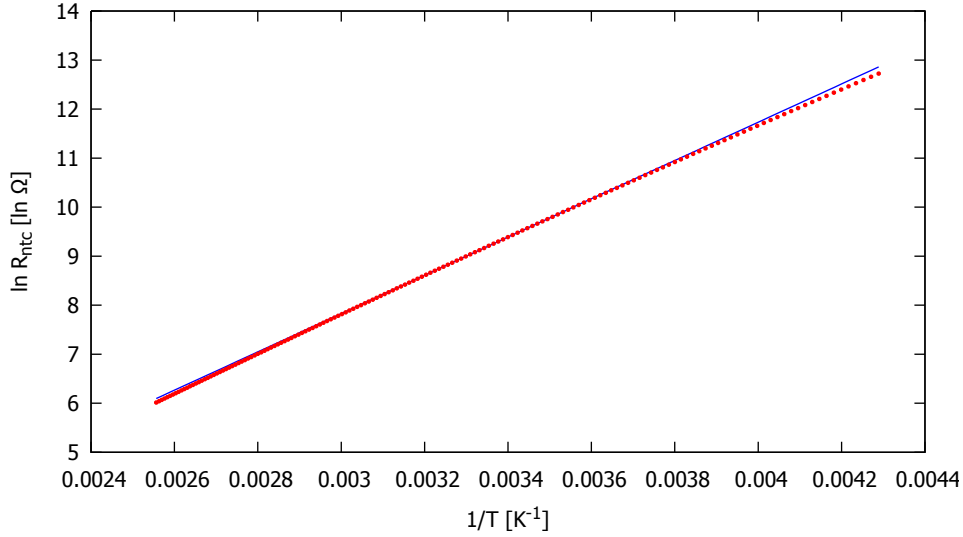
Figuur 4: Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC (temperatuur in Kelvin).

Met behulp van Gnuplot-script in listing 2 in bijlage B worden de volgende coëfficiënten en parameters gevonden:

Tabel 2: Coëfficiënten vbij temperatuur in Kelvin.

| parameter | Waarde |
|-----------|--------------------------|
| a | $1,130399 \cdot 10^{-3}$ |
| b | $2,339297 \cdot 10^{-4}$ |
| c | $8,837050 \cdot 10^{-8}$ |
| R^2 | 1,0000000000 |

De *determinatiecoëfficiënt* R^2 geeft aan hoe goed de vergelijking met de gevonden coëfficiënten de gegevens van de NTC volgt. Dit getal moet zeer dicht bij 1,0 liggen. In het



Figuur 5: Grafiek van de B-parameter-vergelijking. De weerstandswaarde (logaritme) is uitgezet tegen de inverse van de temperatuur.

geval van de bovenstaande vergelijking past de functie perfect bij de gegevens van de NTC.

3.2 De B-parameter vergelijking

We gaan uit van de vergelijking in (4). Er is slechts één parameter te bepalen, de B-coëfficiënt. We werken deze vergelijking om en maken R_{NTC} expliciet:

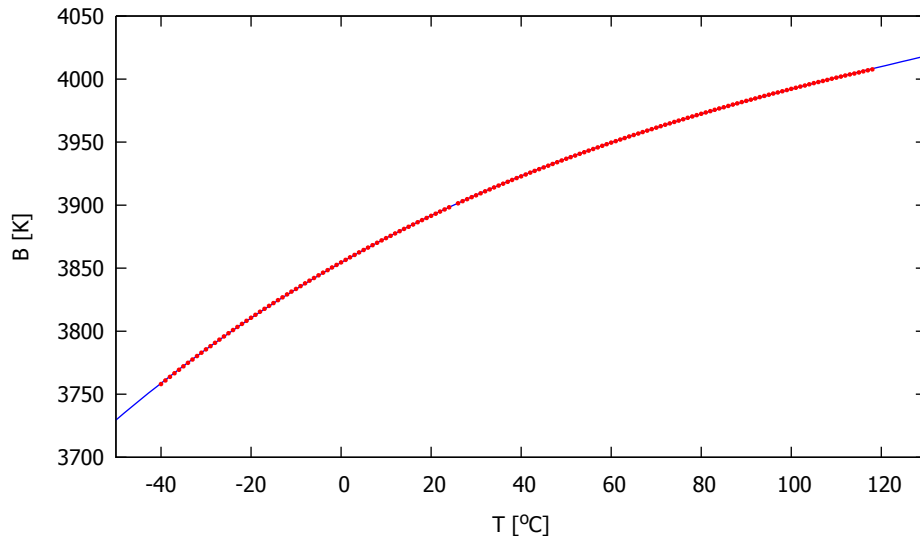
$$\ln R_{NTC} = \frac{B}{T} + \ln R_0 - \frac{B}{T_0} \quad (9)$$

Dit is de functie van een rechte lijn met $1/T$ als onafhankelijke variabele, B als richtingscoëfficiënt en $\ln R_0 - B/T_0$ als startgetal. In figuur 5 is de rechte lijn uitgezet t.o.v. de gegevens van de NTC. Duidelijk is te zien dat de rechte lijn afwijkingen vertoont bij de uiteinden van het lijnstuk, dus bij hoge en lage temperaturen.

Met behulp van het Gnuplot-script in lising 1 zijn B en R^2 bepaald. In tabel 3 zijn de waarden te vinden. R^2 ligt dicht tegen 1 aan, de gegevens worden dus goed benaderd door de rechte lijn.

Tabel 3: Coëfficiënten van de functie voor B bij temperatuur in graden Celsius en Kelvin.

| parameter | Waarde |
|-----------|-------------|
| B | 3903,598412 |
| R^2 | 0,999367 |



Figuur 6: Beta als functie van de temperatuur (in graden Celsius).

3.3 De exponentiële B-parameter vergelijking

We kunnen de gevonden B-coëfficiënt bij de B-parameter vergelijking gebruiken, deze hoeft niet apart met curve fitting bepaald te worden:

$$R_{\text{NTC}} = 10\,000 \cdot e^{\left(\frac{3903}{T} - \frac{3903}{298,15}\right)} \quad (10)$$

3.4 Onderzoek van de Beta-coëfficiënt

Meestal geeft de fabrikant een Beta-coëfficiënt bij een temperatuur van 25 °C of een gemiddelde Beta tussen 25 °C en 85 °C. Bij de gebruikte NTC is de $B_{25/85} = 3976$, een B_{25} is niet gegeven. We kunnen voor elk paar van weerstandswaarde-temperatuur de beta uitrekenen. Uit formule (4) wordt B expliciet gemaakt:

$$B = \frac{T_0 \cdot T}{T_0 - T} \cdot (\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0) \quad (T \neq T_0) \quad (11)$$

De functie is onbepaald bij $T = T_0$. In het ideale geval is B constant. Dit blijkt echter niet uit de grafiek in figuur 6. In deze grafiek is B uitgezet t.o.v. de temperatuur in graden Celcius. Via curve fitting met een derdegraads functie:

$$B = a \cdot T^3 + b \cdot T^2 + c \cdot T + d \quad (12)$$

in het bereik -40 °C tot $+118$ °C zijn de volgende coëfficiënten gevonden, zie tabel 4. Er zijn coëfficiënten bepaald voor de temperatuur in graden Celsius en in Kelvin.

Met behulp van de functie kunnen we de Beta bij 25 °C berekenen: $B_{25} = 3900,0$.

Tabel 4: Coëfficiënten van de functie voor B bij temperatuur in graden Celsius en Kelvin.

| parameter | bij T in °C | bij T in K |
|-----------|---------------------------|---------------------------|
| a | $2,020707 \cdot 10^{-5}$ | $2,020707 \cdot 10^{-5}$ |
| b | $-8,485551 \cdot 10^{-3}$ | $-2,504423 \cdot 10^{-2}$ |
| c | 2,022747 | 11,181408 |
| d | 3854,439582 | 2256,991865 |
| R^2 | 1,000000 | 0,999994 |

3.5 De aangepaste B-parameter-vergelijking

De karakteristiek van de NTC kan benaderd worden door de exponentiële B-parameter vergelijking:

$$R_{\text{NTC}} = R_{\infty} \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad \text{met} \quad R_{\infty} = R_0 \cdot e^{-\frac{B}{T_0}} \quad (13)$$

Merk op dat R_{∞} geen onafhankelijke variabele is, maar afhankelijk is van B . We vervangen R_{∞} nu door de variabele A zodat de vergelijking overgaat in:

$$R_{\text{NTC}} = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (14)$$

We beschouwen A en B beide als onafhankelijke variabelen waardoor de functie beter benaderd wordt. We bewerken de vergelijking als volgt:

$$\ln R_{\text{NTC}} = \frac{B}{T} + \ln A \quad (15)$$

Dit is de functie van een rechte lijn met $1/T$ als onafhankelijke variabele, B als richtingscoëfficiënt en $\ln A$ als startgetal. We kunnen nu $\ln R_{\text{NTC}}$ uitzetten t.o.v. $1/T$, zie figuur 7.

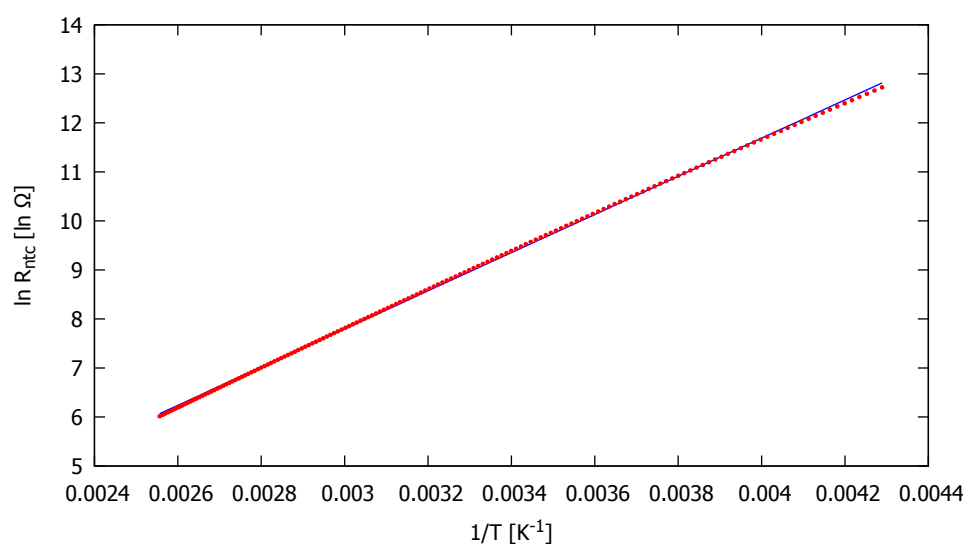
Met behulp van het Gnuplot-script in listing 3 in bijlage B vinden we de waarde voor A en B . Deze zijn te vinden in tabel 5. Merk op dat de R^2 beter is dan die van de B-parameter vergelijking. Deze functie benadert de gegevens van de NTC dus beter.

Tabel 5: Coëfficiënten van de functie voor B bij temperatuur in graden Celsius en Kelvin.

| parameter | Waarde |
|-----------|-------------|
| B | 3892,205867 |
| A | 0,020637 |
| $\ln A$ | -3,880668 |
| R^2 | 0,999718 |

De functie is:

$$R_{\text{NTC}} = 0,020637 \cdot e^{\frac{3892,2}{T}} \quad (16)$$



Figuur 7: Grafiek van de aangepaste B-parameter-vergelijking. De weerstandswaarde (logaritme) is uitgezet tegen de inverse van de temperatuur.

4 Bepalen van de temperatuur

De temperatuur is te bepalen door de weerstandswaarde van de NTC te meten of te berekenen. Met de Steinhart-Hart-vergelijking gaat dat als volgt:

$$T = \frac{1}{a + b \cdot \ln R_{\text{NTC}} + c \cdot (\ln R_{\text{NTC}})^3} \quad (17)$$

Hierin zijn a , b en c bekende constanten.

Met de B-parameter-vergelijking:

$$T = \frac{B}{\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0 + \frac{B}{T_0}} \quad (18)$$

Hierin zijn B , R_0 en T_0 bekende constanten.

Met de aangepaste B-parameter-vergelijking:

$$T = \frac{B}{\ln R_{\text{NTC}} - \ln A} \quad (19)$$

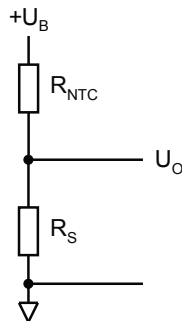
Hierin zijn A en B bekende constanten, $\ln A$ is dus ook een constante.

5 Gebruik van de NTC

Het is meestal niet mogelijk om direct de weerstandswaarde te gebruiken maar wel een afgeleide spanning daarvan. Met behulp van een eenvoudige spanningsdeler is deze spanning te op te wekken. Bij gebruik in analoge systemen wordt de uitgangsspanning van de spanningsdeler aangeboden aan een Schmitt-trigger die op bepaalde spanningen (en dus temperaturen) schakelt. Bij gebruik van digitale systemen ligt het voor de hand om een analoog-digitaal-converter (ADC) te gebruiken. Veel microcontrollers hebben een ADC aan boord die een analoge spanning kan verwerken tussen 0 V en de voedingsspanning. Met behulp van software kan de temperatuur dan berekend worden.

5.1 De NTC in een spanningsdeler

In figuur 8 is de spanningsdeler te zien. Merk op dat de NTC bovenin is geplaatst. Dit heeft als voordeel dat bij toenemende temperatuur de uitgangsspanning ook toeneemt.



Figuur 8: Eenvoudige spanningsdeler.

De overdracht van de spanningsdeler is:

$$U_O = \frac{R_S}{R_{NTC} + R_S} \cdot U_B \quad \text{of} \quad \frac{U_O}{U_B} = \frac{R_S}{R_{NTC} + R_S} \quad (20)$$

We kunnen nu R_{NTC} expliciet maken:

$$R_{NTC} = \frac{U_B - U_O}{U_O} \cdot R_S \quad (21)$$

Door de uitgangsspanning U_O te meten is R_{NTC} te berekenen.

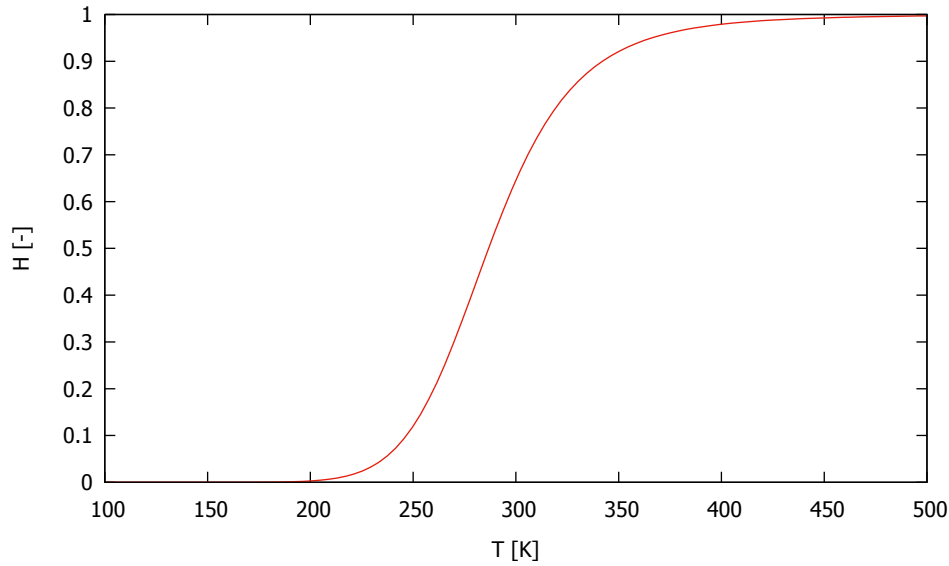
5.2 Overdrachtskarakteristiek van de spanningsdeler

Voor de overdrachtskarakteristiek maken we gebruik van de aangepaste exponentiële B-parameter vergelijking — het gebruik van de Steinhart-Hart-vergelijking levert veel re-

kenwerk op. De overdrachtsfunctie van de spanningsdeler als functie van de temperatuur is:

$$H(T) = \frac{U_O}{U_B} = \frac{R_S}{R_{NTC} + R_S} = \frac{R_S}{A \cdot e^{(B/T)} + R_S} \quad (22)$$

De overdrachtsfunctie is te zien in figuur 9. De gebruikte waarden zijn: $R_S = 16218 \Omega$, $B = 3892,2 \text{ K}$ en $A = 0,020637035 \Omega$. Zie ook hoofdstuk 6.



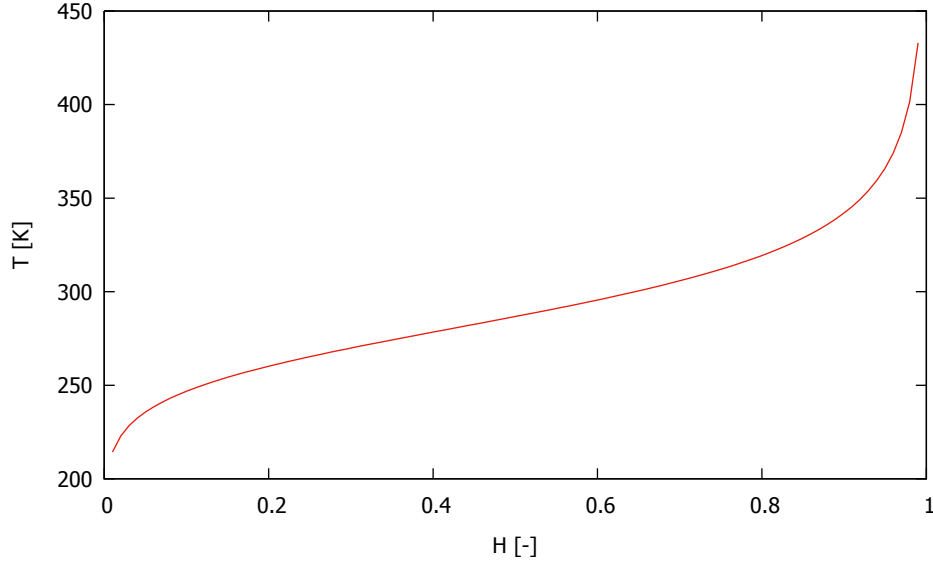
Figuur 9: Overdracht van de spanningsdeler als functie van de temperatuur. Noot: de NTC heeft een werkgebied van 233,15 K tot 391,15 K.

5.3 Bepalen van de temperatuur

Om de temperatuur te berekenen als functie van de overdracht werken we de vergelijking in (22) om:

$$T = \frac{B}{\ln(R_S - H \cdot R_S) - \ln(H \cdot A)} \quad \text{met } H = \frac{U_O}{U_B} \quad (23)$$

Let erop dat T in Kelvin wordt uitgedrukt. In figuur 10 is de karakteristiek te zien. Merk op dat H niet 0 of 1 kan zijn, omdat de noemer van (23) dan onbepaald is. Merk ook op dat de overdracht in het gebied $H = 0,2$ tot $H = 0,8$ behoorlijk lineair is.



Figuur 10: Grafiek van de temperatuur als functie van de overdracht. Noot: de NTC heeft een werkgebied van 233,15 K tot 391,15 K.

5.4 Vermogensdissipatie van de NTC

De NTC is een weerstand en dissipeert zodoende vermogen. Daar verwarmt de NTC zichzelf. Het gevolg daarvan is dat weerstandswaarde afwijkt.

$$P_{ntc} = I_{ntc} \cdot U_{ntc} = \frac{U_B}{R_{NTC} + R_S} \cdot \frac{R_{NTC}}{R_{NTC} + R_S} \cdot U_B = \frac{R_{NTC}}{(R_{NTC} + R_S)^2} \cdot U_B^2 \quad (24)$$

Het maximaal gedissipeerde vermogen wordt bereikt als $R_{NTC} = R_S$:

$$P_{ntc,max} = \frac{R_S}{(R_S + R_S)^2} \cdot U_B^2 = \frac{1}{4R_S} \cdot U_B^2 \quad (25)$$

5.5 De optimale waarde van de serieweerstand

We kunnen nu iets zeggen over de serieweerstand R_S . Als deze weerstandswaarde veel groter is dan R_{NTC} , dan ligt de uitgangsspanning U_O dicht tegen de voedingsspanning aan en varieert niet zo veel bij verandering van de waarde van de NTC. Is R_S veel kleiner dan R_{NTC} , dan ligt de uitgangsspanning tegen de referentiespanning aan en varieert niet zo veel.

Natuurlijk willen we de verandering van de uitgangsspanning als gevolg van een verandering van R_{NTC} zo groot mogelijk hebben. We beschouwen alleen het temperatuurbereik tussen T_{laag} en T_{hoog} ; hierbij horen resp. de weerstandswaarden $R_{NTC,groot} = R_G$ en $R_{NTC,klein} = R_K$. De waarde van de NTC varieert dus tussen R_K en R_G . Het is eenvoudig in te zien dat U_O maximaal is bij $R_{NTC} = R_K$ (de noemer heeft nu de kleinst mogelijke waarde) en U_O minimaal bij $R_{NTC} = R_G$ (de noemer heeft nu de grootst mogelijke waarde)

We introduceren een nieuwe term: *spanningsswing*. De spanningsswing is het verschil tussen de maximale uitgangsspanning en de minimale uitgangsspanning van de spanningsdeler. De *relatieve spanningsswing* is de verhouding van spanningsswing en de bronspanning. De formule is:

$$U_{SWING} = U_{O,max} - U_{O,min} \quad \text{en} \quad \frac{U_{SWING}}{U_B} = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} \quad (26)$$

We willen graag de U_{SWING} maximaliseren en bepalen hiervoor de optimale waarde van R_S . De relatieve spanningsswing Z kan berekend worden door:

$$Z = \frac{U_{SWING}}{U_B} = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} = \frac{R_S}{R_K + R_S} - \frac{R_S}{R_G + R_S} \quad (27)$$

Deze functie levert hopelijk ergens een maximum waarde op, waarbij R_S een functie is R_K en R_G . De wiskunde vertelt ons dat we de afgeleide van functie Z naar R_S moeten bepalen en deze afgeleide gelijk aan 0 stellen:

$$\frac{dZ(R_S)}{dR_S} = 0 \quad (28)$$

Na enig rekenwerk blijkt er inderdaad een optimum te zijn¹:

$$R_{S,opt} = R_{opt} = \sqrt{R_G \cdot R_K} \quad (29)$$

Dit wordt het meetkundige gemiddelde van R_K en R_G genoemd.

5.6 De minimale en maximale uitgangsspanningen bij de optimale weerstandswaarde

We kunnen nu de $U_{O,min}$ en $U_{O,max}$ uitrekenen bij optimale waarde voor R_S :

$$\frac{U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_G + \sqrt{R_G \cdot R_K}} \quad \text{en} \quad \frac{U_{O,max}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_K + \sqrt{R_G \cdot R_K}} \quad (30)$$

¹ De lezer wordt uitgedaagd dit rekenwerk te controleren of te kijken in bijlage C.

Deze functies zien er niet handig uit. Daarom introduceren we een hulpvariabele ϵ (epsilon) met de volgende definitie:

$$R_K = \epsilon \cdot R_G \quad \text{of} \quad \epsilon = \frac{R_K}{R_G} \quad (\text{met } 0 < \epsilon < 1) \quad (31)$$

Nu wordt:

$$\frac{U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_G + \sqrt{R_G \cdot R_K}} = \frac{\sqrt{\epsilon \cdot R_G \cdot R_G}}{R_G + \sqrt{\epsilon \cdot R_G \cdot R_G}} = \frac{R_G \cdot \sqrt{\epsilon}}{R_G + R_G \cdot \sqrt{\epsilon}} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \quad (32)$$

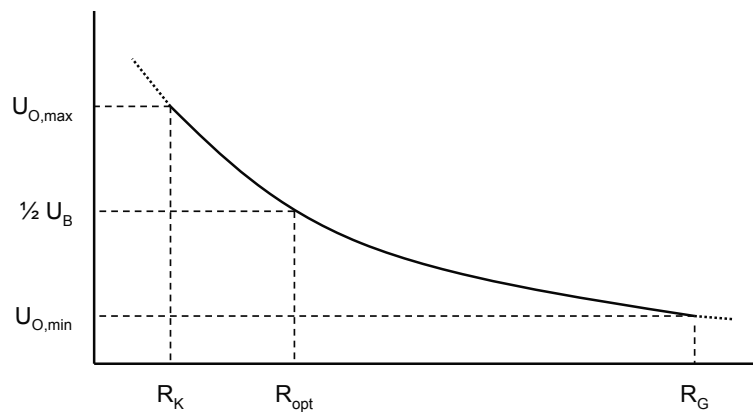
en (zonder tussenstappen):

$$\frac{U_{O,max}}{U_B} = \frac{1}{1 + \sqrt{\epsilon}} \quad (33)$$

De relatieve spanningsswing is nu:

$$Z = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} - \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \quad (34)$$

In figuur 11 is een grafiek gegeven met daarin de belangrijkste parameters en hoe zij zich tot elkaar verhouden.



Figuur 11: Verloop van de uitgangsspanning als functie van de weerstandswaarde van de NTC.

5.7 Diverse Z-functies

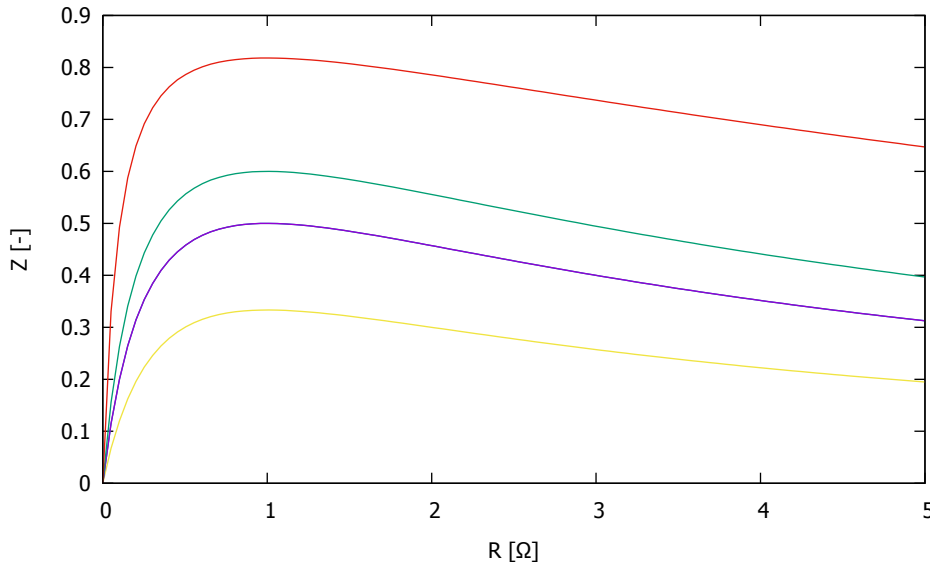
In figuur 12 van diverse Z-functies gegeven. Hierbij is de algemene vorm:

$$Z(R_S) = \frac{R_S}{\frac{1}{n} + R_S} - \frac{R_S}{n + R_S} \quad (35)$$

met

$$R_K = \frac{1}{n} \quad \text{en} \quad R_G = n \quad \longrightarrow \quad R_{opt} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot n} = 1 \quad (36)$$

voor $n = 2, 3, 4$ en 10 . Het voordeel hiervan is dat R_{opt} nu altijd 1 is (*genormaliseerd*).



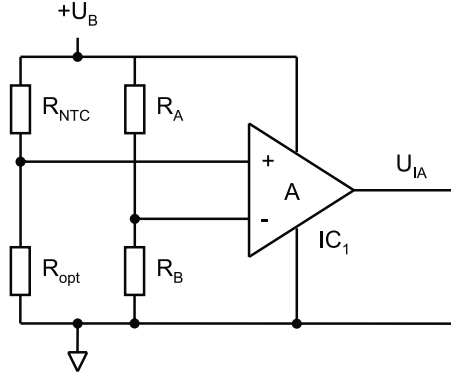
Figuur 12: Verloop van de Z-functie bij verschillende waarden van n .

Geel: $n = 2$, paars: $n = 3$, groen: $n = 4$, rood: $n = 10$. Goed is te zien dat alle functies dezelfde vorm hebben. Naar mate n groter wordt, neemt de spanningsswing toe. Dit is logisch wat een grote n betekent dat R_K en R_G verder uit elkaar liggen.

5.8 Aanpassen van het meetbereik

De uitgangsspanning van de spanningsdeler is begrensd tussen $U_{O,min}$ en $U_{O,max}$ en dat is over het algemeen niet het volledige bereik tussen de referentiespanning en de voedingsspanning. In figuur 11 is goed te zien dat, als R_{NTC} tussen R_K en R_G blijft, de uitgangsspanning nooit onder $U_{O,min}$ komt. Dit spanningsgebied blijft onbenut. We gebruiken een aftrekschakeling om deze spanning er van af te trekken. De aftrekschakeling wordt gerealiseerd met een instrumentatieversterker (met in eerste instantie een versterking van 1x) in combinatie met een *Wheatstone-brug*, zie figuur 13. Merk op dat de seriëleweerstand R_S is vervangen door R_{opt} .

De spanning op de plus-ingang van de instrumentatieversterker wordt gevormd door eerder gepresenteerde spanningsdeler in figuur 8. De min-ingang is verbonden met de spanningsdeler die wordt gevormd door R_A en R_B .



Figuur 13: Schakeling voor het aanpassen van het meetbereik.

De overdracht is:

$$U_{IA} = \left(\frac{R_{opt}}{R_{NTC} + R_{opt}} - \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot U_B \quad (37)$$

Gebruikmakend van vergelijking (32) is de relatie tussen R_A en R_B als volgt:

$$\frac{U_{O,min}}{U_B} = \frac{R_B}{R_A + R_B} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \quad \longrightarrow \quad R_B = \sqrt{\epsilon} \cdot R_A \quad (38)$$

Dat is dezelfde verhouding als een spanningsdeling met $R_{NTC} = R_G$ en $R_S = R_{opt}$. De uitgangsspanning van de instrumentatieversterker is nu:

$$U_{IA} = \left(\frac{R_{opt}}{R_{NTC} + R_{opt}} - \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot U_B \quad (39)$$

Deze uitgangsspanning is in de regel niet gelijk aan de bronspanning. We passen daarom versterking toe. Dit kan met de instrumentatieversterker:

$$U_{IA,amp} = A_{IA} \cdot \left(\frac{R_{opt}}{R_{NTC} + R_{opt}} - \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot U_B \quad (40)$$

Hierin is A_{IA} de versterking van de instrumentatieversterker. We zoeken nu de waarde van A_{IA} waarbij $U_{IA,amp}$ maximaal is. Dan geldt namelijk dat $U_{IA,amp} = U_B$. De uitgangsspanning van de instrumentatieversterker is maximaal bij $R_{NTC} = R_K$. Verder geldt

dat $R_B = \sqrt{\epsilon} \cdot R_A$ zodat:

$$\begin{aligned}
 U_{IA,max,ampl} &= A_{IA} \cdot \left(\frac{R_{opt}}{R_K + R_{opt}} - \frac{R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot U_B \\
 &= A_{IA} \cdot \left(\frac{U_{O,max}}{U_B} - \frac{U_{O,min}}{U_B} \right) \cdot U_B \\
 &= A_{IA} \cdot \left(\frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \right) \cdot U_B
 \end{aligned} \tag{41}$$

Om $U_{IA,max,ampl}$ gelijk aan U_B te krijgen moet gelden dat:

$$A_{IA} = \left(\frac{1 + \sqrt{\epsilon}}{1 - \sqrt{\epsilon}} \right) \tag{42}$$

We vervangen de instrumentatieversterker in figuur 13 met één die een versterking heeft van A_{IA} .

Opmerking: praktisch gezien moet de versterking iets kleiner zijn dan A_{IA} omdat de uitgang van de instrumentatie versterker niet tegen de voedingsspanningen mag vastlopen. Zogenaamde *rail-to-rail* versterkers komen tot een tiental millivolt van de voedingsspanningen.

6 Voorbeeld

We willen de temperatuur meten tussen 0 °C en 30 °C. We gaan in eerste instantie uit van de spanningsdeler in figuur 8. We nemen als bronspanning $U_B = 5$ V. In tabel 6 zoeken we de bijbehorende weerstandswaarde die de NTC kan aannemen: $R_G = 32.650 \Omega$ bij 0 °C en $R_K = 8.056 \Omega$ (afgerond) bij 30 °C. Van de NTC is gegeven dat $B = 3892,2$ K en $A = 0,020637 \Omega$.

We kunnen nu de optimale serieweerstand uitrekenen:

$$R_{opt} = \sqrt{R_K \cdot R_G} = \sqrt{8056 \cdot 32650} = 16218 \Omega \quad (43)$$

De verhouding ϵ is:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{R_K}{R_G}} = \frac{8056}{32650} = 0,2467 \quad (44)$$

De minimale en maximale spanningen zijn:

$$U_{O,min} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \cdot U_B = \frac{0,4967}{1 + 0,4967} \cdot 5 = 0,3319 \cdot 5 = 1,6595 \text{ V} \quad (45)$$

$$U_{O,max} = \frac{1}{1 + \sqrt{\epsilon}} \cdot U_B = \frac{1}{1 + 0,4967} \cdot 5 = 0,6681 \cdot 5 = 3,3090 \text{ V} \quad (46)$$

De spanningsswing is:

$$U_{SWING} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \cdot U_B = \frac{1 - 0,4967}{1 + 0,4967} \cdot 5 = 0,3362 \cdot 5 = 1,6810 \text{ V} \quad (47)$$

Stel dat $U_0 = 2,1$ V. Dan is

$$R_{NTC} = \frac{U_B - U_0}{U_0} \cdot R_S = \frac{5,0 - 2,1}{2,1} \cdot 16218 = 22396 \Omega \quad (48)$$

We berekenen de temperatuur met behulp van de aangepaste B-parameter vergelijking:

$$T = \frac{B}{\ln R_{NTC} - \ln A} = \frac{3892,2}{10,0167 + 3,8807} = 280,17 \quad (49)$$

Dit is de temperatuur in Kelvin, omrekenen naar graden Celcius:

$$T_{Celcius} = T - 273,15 = 280,17 - 273,15 = 6,92 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (50)$$

De versterking A_{IA} van de instrumentatieversterker is:

$$A_{IA} = \frac{1 + \sqrt{\epsilon}}{1 - \sqrt{\epsilon}} = \frac{1 + 0,4967}{1 - 0,4967} = 2,9738 \quad (51)$$

De maximale vermogensdissipatie is

$$P_{ntc,max} = \frac{1}{4 \cdot R_{opt}} \cdot U_B^2 = \frac{1}{4 \cdot 16218} \cdot 5^2 = 0,000385374 \text{ W} \quad (52)$$

Dat is ongeveer 0,4 mW. De maximale temperatuurstijging $T_{self,max}$ als gevolg van de zelfverwarming is:

$$T_{self,max} = \frac{P_{ntc,max}}{K} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,2 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (53)$$

A Gegevenstabel NTC

Tabel 6: Gegevenstabel van de NTC 10K3A542i. Kolom 1 en 2 zijn gegevens van Betatherm, de overige gegevens zijn berekend.

| T [°C] | R_{NTC} | $1/T$ [K ⁻¹] | $\ln R_{\text{NTC}}$ | T [K] | $\ln \frac{R_{\text{NTC}}}{R_0}$ | B^a |
|----------|------------------|--------------------------|----------------------|---------|----------------------------------|---------|
| -40 | 335853,73 | 0,00428908 | 12,72443102 | 233,15 | 3,51 | 3758,11 |
| -39 | 314334,81 | 0,00427077 | 12,65821397 | 234,15 | 3,45 | 3760,97 |
| -38 | 294329,41 | 0,00425260 | 12,59245486 | 235,15 | 3,38 | 3763,81 |
| -37 | 275722,23 | 0,00423460 | 12,52714922 | 236,15 | 3,32 | 3766,62 |
| -36 | 258407,39 | 0,00421674 | 12,46229265 | 237,15 | 3,25 | 3769,40 |
| -35 | 242287,63 | 0,00419903 | 12,39788085 | 238,15 | 3,19 | 3772,16 |
| -34 | 227273,52 | 0,00418148 | 12,33390951 | 239,15 | 3,12 | 3774,89 |
| -33 | 213282,83 | 0,00416406 | 12,27037440 | 240,15 | 3,06 | 3777,60 |
| -32 | 200239,90 | 0,00414680 | 12,20727143 | 241,15 | 3,00 | 3780,28 |
| -31 | 188075,05 | 0,00412967 | 12,14459636 | 242,15 | 2,93 | 3782,94 |
| -30 | 176724,13 | 0,00411269 | 12,08234521 | 243,15 | 2,87 | 3785,57 |
| -29 | 166128,01 | 0,00409584 | 12,02051391 | 244,15 | 2,81 | 3788,18 |
| -28 | 156232,18 | 0,00407914 | 11,95909851 | 245,15 | 2,75 | 3790,77 |
| -27 | 146986,36 | 0,00406256 | 11,89809507 | 246,15 | 2,69 | 3793,33 |
| -26 | 138344,16 | 0,00404613 | 11,83749977 | 247,15 | 2,63 | 3795,87 |
| -25 | 130262,73 | 0,00402982 | 11,77730869 | 248,15 | 2,57 | 3798,39 |
| -24 | 122702,51 | 0,00401365 | 11,71751809 | 249,15 | 2,51 | 3800,89 |
| -23 | 115626,94 | 0,00399760 | 11,65812425 | 250,15 | 2,45 | 3803,36 |
| -22 | 109002,22 | 0,00398168 | 11,59912353 | 251,15 | 2,39 | 3805,81 |
| -21 | 102797,07 | 0,00396589 | 11,54051213 | 252,15 | 2,33 | 3808,24 |
| -20 | 96982,57 | 0,00395023 | 11,48228655 | 253,15 | 2,27 | 3810,64 |
| -19 | 91531,94 | 0,00393468 | 11,42444326 | 254,15 | 2,21 | 3813,03 |
| -18 | 86420,37 | 0,00391926 | 11,36697869 | 255,15 | 2,16 | 3815,39 |
| -17 | 81624,87 | 0,00390396 | 11,30988927 | 256,15 | 2,10 | 3817,74 |
| -16 | 77124,15 | 0,00388878 | 11,25317174 | 257,15 | 2,04 | 3820,06 |
| -15 | 72898,45 | 0,00387372 | 11,19682266 | 258,15 | 1,99 | 3822,36 |
| -14 | 68929,43 | 0,00385877 | 11,14083851 | 259,15 | 1,93 | 3824,64 |
| -13 | 65200,09 | 0,00384394 | 11,08521613 | 260,15 | 1,87 | 3826,90 |
| -12 | 61694,63 | 0,00382922 | 11,02995217 | 261,15 | 1,82 | 3829,15 |
| -11 | 58398,38 | 0,00381461 | 10,97504343 | 262,15 | 1,76 | 3831,37 |
| -10 | 55297,71 | 0,00380011 | 10,92048678 | 263,15 | 1,71 | 3833,57 |
| -9 | 52379,93 | 0,00378573 | 10,86627878 | 264,15 | 1,66 | 3835,75 |
| -8 | 49633,27 | 0,00377145 | 10,81241665 | 265,15 | 1,60 | 3837,92 |
| -7 | 47046,75 | 0,00375728 | 10,75889707 | 266,15 | 1,55 | 3840,06 |
| -6 | 44610,17 | 0,00374322 | 10,70571714 | 267,15 | 1,50 | 3842,19 |
| -5 | 42314,01 | 0,00372926 | 10,65287352 | 268,15 | 1,44 | 3844,30 |
| -4 | 40149,43 | 0,00371540 | 10,60036352 | 269,15 | 1,39 | 3846,39 |
| -3 | 38108,17 | 0,00370165 | 10,54818397 | 270,15 | 1,34 | 3848,46 |
| -2 | 36182,55 | 0,00368800 | 10,49633224 | 271,15 | 1,29 | 3850,52 |

vervolg op de volgende pagina

| T [°C] | R_{NTC} | $1/T$ [K ⁻¹] | $\ln R_{NTC}$ | T [K] | $\ln \frac{R_{NTC}}{R_0}$ | B^a |
|----------|-----------|--------------------------|---------------|---------|---------------------------|----------------|
| -1 | 34365,39 | 0,00367444 | 10,44480523 | 272,15 | 1,23 | 3852,55 |
| 0 | 32650,00 | 0,00366099 | 10,39360013 | 273,15 | 1,18 | 3854,57 |
| 1 | 31030,13 | 0,00364764 | 10,34271395 | 274,15 | 1,13 | 3856,57 |
| 2 | 29499,96 | 0,00363438 | 10,29214419 | 275,15 | 1,08 | 3858,56 |
| 3 | 28054,04 | 0,00362122 | 10,24188793 | 276,15 | 1,03 | 3860,53 |
| 4 | 26687,28 | 0,00360815 | 10,19194233 | 277,15 | 0,98 | 3862,48 |
| 5 | 25394,93 | 0,00359518 | 10,14230483 | 278,15 | 0,93 | 3864,41 |
| 6 | 24172,55 | 0,00358230 | 10,09297297 | 279,15 | 0,88 | 3866,33 |
| 7 | 23015,97 | 0,00356952 | 10,04394360 | 280,15 | 0,83 | 3868,23 |
| 8 | 21921,31 | 0,00355682 | 9,99521450 | 281,15 | 0,78 | 3870,12 |
| 9 | 20884,93 | 0,00354421 | 9,94678313 | 282,15 | 0,74 | 3871,99 |
| 10 | 19903,41 | 0,00353170 | 9,89864635 | 283,15 | 0,69 | 3873,84 |
| 11 | 18973,57 | 0,00351927 | 9,85080224 | 284,15 | 0,64 | 3875,68 |
| 12 | 18092,41 | 0,00350693 | 9,80324779 | 285,15 | 0,59 | 3877,50 |
| 13 | 17257,14 | 0,00349467 | 9,75598125 | 286,15 | 0,55 | 3879,31 |
| 14 | 16465,12 | 0,00348250 | 9,70899948 | 287,15 | 0,50 | 3881,10 |
| 15 | 15713,90 | 0,00347041 | 9,66230095 | 288,15 | 0,45 | 3882,88 |
| 16 | 15001,15 | 0,00345841 | 9,61588214 | 289,15 | 0,41 | 3884,64 |
| 17 | 14324,71 | 0,00344649 | 9,56974130 | 290,15 | 0,36 | 3886,39 |
| 18 | 13682,54 | 0,00343466 | 9,52387585 | 291,15 | 0,31 | 3888,13 |
| 19 | 13072,73 | 0,00342290 | 9,47828366 | 292,15 | 0,27 | 3889,85 |
| 20 | 12493,48 | 0,00341122 | 9,43296219 | 293,15 | 0,22 | 3891,55 |
| 21 | 11943,10 | 0,00339963 | 9,38790898 | 294,15 | 0,18 | 3893,23 |
| 22 | 11420,02 | 0,00338811 | 9,34312323 | 295,15 | 0,13 | 3894,92 |
| 23 | 10922,73 | 0,00337667 | 9,29860122 | 296,15 | 0,09 | 3896,59 |
| 24 | 10449,83 | 0,00336530 | 9,25434099 | 297,15 | 0,04 | 3898,25 |
| 25 | 10000,00 | 0,00335402 | 9,21034037 | 298,15 | 0,00 | — ^b |
| 26 | 9572,00 | 0,00334280 | 9,16659745 | 299,15 | -0,04 | 3901,50 |
| 27 | 9164,66 | 0,00333167 | 9,12311006 | 300,15 | -0,09 | 3903,11 |
| 28 | 8776,88 | 0,00332060 | 9,07987627 | 301,15 | -0,13 | 3904,70 |
| 29 | 8407,62 | 0,00330961 | 9,03689372 | 302,15 | -0,17 | 3906,28 |
| 30 | 8055,91 | 0,00329870 | 8,99416126 | 303,15 | -0,22 | 3907,83 |
| 31 | 7720,81 | 0,00328785 | 8,95167456 | 304,15 | -0,26 | 3909,40 |
| 32 | 7401,47 | 0,00327708 | 8,90943391 | 305,15 | -0,30 | 3910,94 |
| 33 | 7097,06 | 0,00326637 | 8,86743589 | 306,15 | -0,34 | 3912,48 |
| 34 | 6806,81 | 0,00325574 | 8,82567886 | 307,15 | -0,38 | 3914,01 |
| 35 | 6530,00 | 0,00324517 | 8,78416222 | 308,15 | -0,43 | 3915,51 |
| 36 | 6265,93 | 0,00323468 | 8,74288230 | 309,15 | -0,47 | 3917,00 |
| 37 | 6013,95 | 0,00322425 | 8,70183705 | 310,15 | -0,51 | 3918,49 |
| 38 | 5773,46 | 0,00321388 | 8,66102683 | 311,15 | -0,55 | 3919,96 |
| 39 | 5543,87 | 0,00320359 | 8,62044809 | 312,15 | -0,59 | 3921,42 |
| 40 | 5324,63 | 0,00319336 | 8,58009850 | 313,15 | -0,63 | 3922,86 |
| 41 | 5115,22 | 0,00318319 | 8,53997569 | 314,15 | -0,67 | 3924,31 |
| 42 | 4915,16 | 0,00317309 | 8,50007959 | 315,15 | -0,71 | 3925,74 |

vervolg op de volgende pagina

| $T [^{\circ}\text{C}]$ | R_{NTC} | $1/T [\text{K}^{-1}]$ | $\ln R_{\text{NTC}}$ | $T [\text{K}]$ | $\ln \frac{R_{\text{NTC}}}{R_0}$ | B^a |
|------------------------|------------------|-----------------------|----------------------|----------------|----------------------------------|---------|
| 43 | 4723,99 | 0,00316306 | 8,46040906 | 316,15 | -0,75 | 3927,15 |
| 44 | 4541,26 | 0,00315308 | 8,42095979 | 317,15 | -0,79 | 3928,55 |
| 45 | 4366,57 | 0,00314317 | 8,38173308 | 318,15 | -0,83 | 3929,94 |
| 46 | 4199,51 | 0,00313332 | 8,34272313 | 319,15 | -0,87 | 3931,32 |
| 47 | 4039,72 | 0,00312354 | 8,30393066 | 320,15 | -0,91 | 3932,69 |
| 48 | 3886,85 | 0,00311381 | 8,26535434 | 321,15 | -0,94 | 3934,05 |
| 49 | 3740,57 | 0,00310414 | 8,22699329 | 322,15 | -0,98 | 3935,40 |
| 50 | 3600,55 | 0,00309454 | 8,18884189 | 323,15 | -1,02 | 3936,74 |
| 51 | 3466,50 | 0,00308499 | 8,15090072 | 324,15 | -1,06 | 3938,07 |
| 52 | 3338,15 | 0,00307550 | 8,11317204 | 325,15 | -1,10 | 3939,38 |
| 53 | 3215,21 | 0,00306607 | 8,07564795 | 326,15 | -1,13 | 3940,69 |
| 54 | 3097,43 | 0,00305670 | 8,03832801 | 327,15 | -1,17 | 3941,99 |
| 55 | 2984,58 | 0,00304739 | 8,00121431 | 328,15 | -1,21 | 3943,28 |
| 56 | 2876,42 | 0,00303813 | 7,96430174 | 329,15 | -1,25 | 3944,56 |
| 57 | 2772,74 | 0,00302893 | 7,92759128 | 330,15 | -1,28 | 3945,83 |
| 58 | 2673,33 | 0,00301978 | 7,89108017 | 331,15 | -1,32 | 3947,08 |
| 59 | 2577,99 | 0,00301069 | 7,85476530 | 332,15 | -1,36 | 3948,33 |
| 60 | 2486,54 | 0,00300165 | 7,81864746 | 333,15 | -1,39 | 3949,57 |
| 61 | 2398,81 | 0,00299267 | 7,78272806 | 334,15 | -1,43 | 3950,79 |
| 62 | 2314,61 | 0,00298374 | 7,74699649 | 335,15 | -1,46 | 3952,02 |
| 63 | 2233,80 | 0,00297486 | 7,71145945 | 336,15 | -1,50 | 3953,22 |
| 64 | 2156,22 | 0,00296604 | 7,67611197 | 337,15 | -1,53 | 3954,43 |
| 65 | 2081,73 | 0,00295727 | 7,64095456 | 338,15 | -1,57 | 3955,61 |
| 66 | 2010,18 | 0,00294855 | 7,60597955 | 339,15 | -1,60 | 3956,81 |
| 67 | 1941,46 | 0,00293988 | 7,57119555 | 340,15 | -1,64 | 3957,98 |
| 68 | 1875,43 | 0,00293126 | 7,53659325 | 341,15 | -1,67 | 3959,15 |
| 69 | 1811,98 | 0,00292269 | 7,50217545 | 342,15 | -1,71 | 3960,30 |
| 70 | 1751,00 | 0,00291418 | 7,46794233 | 343,15 | -1,74 | 3961,45 |
| 71 | 1692,37 | 0,00290571 | 7,43388519 | 344,15 | -1,78 | 3962,59 |
| 72 | 1636,00 | 0,00289729 | 7,40000952 | 345,15 | -1,81 | 3963,72 |
| 73 | 1581,79 | 0,00288892 | 7,36631240 | 346,15 | -1,84 | 3964,84 |
| 74 | 1529,64 | 0,00288060 | 7,33278769 | 347,15 | -1,88 | 3965,96 |
| 75 | 1479,48 | 0,00287233 | 7,29944595 | 348,15 | -1,91 | 3967,05 |
| 76 | 1431,20 | 0,00286410 | 7,26626853 | 349,15 | -1,94 | 3968,16 |
| 77 | 1384,74 | 0,00285592 | 7,23326768 | 350,15 | -1,98 | 3969,25 |
| 78 | 1340,02 | 0,00284779 | 7,20043982 | 351,15 | -2,01 | 3970,33 |
| 79 | 1296,96 | 0,00283970 | 7,16777834 | 352,15 | -2,04 | 3971,40 |
| 80 | 1255,50 | 0,00283166 | 7,13528918 | 353,15 | -2,08 | 3972,47 |
| 81 | 1215,57 | 0,00282366 | 7,10296838 | 354,15 | -2,11 | 3973,52 |
| 82 | 1177,10 | 0,00281571 | 7,07080907 | 355,15 | -2,14 | 3974,57 |
| 83 | 1140,04 | 0,00280781 | 7,03881863 | 356,15 | -2,17 | 3975,61 |
| 84 | 1104,33 | 0,00279994 | 7,00699410 | 357,15 | -2,20 | 3976,64 |
| 85 | 1069,91 | 0,00279213 | 6,97532981 | 358,15 | -2,24 | 3977,66 |
| 86 | 1036,73 | 0,00278435 | 6,94382681 | 359,15 | -2,27 | 3978,68 |

vervolg op de volgende pagina

| T [°C] | R_{NTC} | $1/T$ [K ⁻¹] | $\ln R_{\text{NTC}}$ | T [K] | $\ln \frac{R_{\text{NTC}}}{R_0}$ | B^a |
|----------|------------------|--------------------------|----------------------|---------|----------------------------------|---------|
| 87 | 1004,73 | 0,00277662 | 6,91247413 | 360,15 | -2,30 | 3979,71 |
| 88 | 973,89 | 0,00276893 | 6,88129836 | 361,15 | -2,33 | 3980,70 |
| 89 | 944,13 | 0,00276129 | 6,85026387 | 362,15 | -2,36 | 3981,71 |
| 90 | 915,43 | 0,00275368 | 6,81939390 | 363,15 | -2,39 | 3982,70 |
| 91 | 887,74 | 0,00274612 | 6,78867891 | 364,15 | -2,42 | 3983,68 |
| 92 | 861,02 | 0,00273860 | 6,75811773 | 365,15 | -2,45 | 3984,66 |
| 93 | 835,24 | 0,00273112 | 6,72771911 | 366,15 | -2,48 | 3985,62 |
| 94 | 810,35 | 0,00272368 | 6,69746625 | 367,15 | -2,51 | 3986,58 |
| 95 | 786,32 | 0,00271628 | 6,66736383 | 368,15 | -2,54 | 3987,53 |
| 96 | 763,11 | 0,00270893 | 6,63740219 | 369,15 | -2,57 | 3988,49 |
| 97 | 740,71 | 0,00270161 | 6,60760919 | 370,15 | -2,60 | 3989,42 |
| 98 | 719,06 | 0,00269433 | 6,57794480 | 371,15 | -2,63 | 3990,36 |
| 99 | 698,15 | 0,00268709 | 6,54843398 | 372,15 | -2,66 | 3991,30 |
| 100 | 677,95 | 0,00267989 | 6,51907354 | 373,15 | -2,69 | 3992,21 |
| 101 | 658,43 | 0,00267272 | 6,48985821 | 374,15 | -2,72 | 3993,12 |
| 102 | 639,56 | 0,00266560 | 6,46078044 | 375,15 | -2,75 | 3994,04 |
| 103 | 621,33 | 0,00265851 | 6,43186234 | 376,15 | -2,78 | 3994,92 |
| 104 | 603,69 | 0,00265146 | 6,40306082 | 377,15 | -2,81 | 3995,83 |
| 105 | 586,64 | 0,00264445 | 6,37441134 | 378,15 | -2,84 | 3996,73 |
| 106 | 570,16 | 0,00263748 | 6,34591702 | 379,15 | -2,86 | 3997,59 |
| 107 | 554,21 | 0,00263054 | 6,31754368 | 380,15 | -2,89 | 3998,47 |
| 108 | 538,78 | 0,00262364 | 6,28930732 | 381,15 | -2,92 | 3999,35 |
| 109 | 523,85 | 0,00261677 | 6,26120538 | 382,15 | -2,95 | 4000,22 |
| 110 | 509,41 | 0,00260994 | 6,23325319 | 383,15 | -2,98 | 4001,07 |
| 111 | 495,43 | 0,00260315 | 6,20542607 | 384,15 | -3,00 | 4001,93 |
| 112 | 481,90 | 0,00259639 | 6,17773662 | 385,15 | -3,03 | 4002,77 |
| 113 | 468,80 | 0,00258967 | 6,15017624 | 386,15 | -3,06 | 4003,62 |
| 114 | 456,12 | 0,00258298 | 6,12275593 | 387,15 | -3,09 | 4004,45 |
| 115 | 443,84 | 0,00257632 | 6,09546414 | 388,15 | -3,11 | 4005,28 |
| 116 | 431,95 | 0,00256970 | 6,06830984 | 389,15 | -3,14 | 4006,09 |
| 117 | 420,43 | 0,00256312 | 6,04127800 | 390,15 | -3,17 | 4006,91 |
| 118 | 409,27 | 0,00255656 | 6,01437508 | 391,15 | -3,20 | 4007,72 |

^a De waarden in kolom B zijn berekend met behulp van vergelijking (11).

^b Bij $T = 25$ °C is B niet te berekenen.

B Listings van Gnuplot-scripts

```
1 # This is a GNUPLOT script
2 #
3 reset
4 set autoscale          # scale axes automatically
5 unset log              # remove any log-scaling
6 unset label            # remove any previous labels
7 set xtic auto          # set xtics automatically
8 set ytic auto          # set ytics automatically
9
10 # Set terminal type
11 set terminal pdfcairo
12 set output "ntc_shh_straightline_beta_fig.pdf"
13
14 ### Calculate mean to set some gnuplot internals
15 mean(x)= m
16 fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 3:4 via m
17 SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)
18
19 # Do a fit using a power function:
20 R0 = 10000.0
21 T0 = 273.15+25.0
22 B = 5000.0
23 straightline_beta(x) = B*x + log(R0) - B/T0
24 fit straightline_beta(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 via B
25
26 ### Caculcate some ...
27 SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)
28 SSR=SST-SSE
29 R2=SSR/SST
30
31 # Do the plot
32 set yrange [5:14]
33 set xlabel "1/T [K^-^1]" # offset 0,-1
34 set ylabel "ln R_n_t_c [ln {/Symbol W}]" # offset -1
35 plot straightline_beta(x) title "" lc "blue" with lines, "
    GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 with points pt 7 ps 0.2 lc "red"
    title ""
36
37 # Create LaTeX file with parameters
38 set decimalsign locale
39 set print "ntc_shh_straightline_beta_curve_fitting_params.tex"
40 print "% Curve fitting parameters for fitting straight line"
41 print "% ln Rntc = B*x + log(R0) - B/T0"
42 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaB}{%f}", B)
43 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaBonedec}{%.1f}", B)
44 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaBint}{%d}", B)
45 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaRsqr}{%f}", R2)
46
47 set output
```

Listing 1: *hallo*

```

1 # This is a GNUPLOT script
2 #
3 reset
4 set autoscale          # scale axes automatically
5 unset log             # remove any log-scaling
6 unset label           # remove any previous labels
7 set xtic auto          # set xtics automatically
8 set ytic auto          # set ytics automatically
9
10 # Set terminal type
11 set terminal pdfcairo
12 set output "ntc_shh_kelvin_fig.pdf"
13
14 ### Calculate mean to set some gnuplot internals
15 mean(x)= m
16 fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 2:5 via m
17 SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)
18
19 # Do a fit using the Steinhart-Hart beta function:
20 # Give some start values for a and b
21 A=1.0
22 B=1.0/3800.0
23 C=1e-6
24 shh_curve_fit(x) = 1.0/(A + B*log(x) + C*(log(x)**3))
25 fit shh_curve_fit(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 2:5 via C,B,A
26
27 ### Caculcate some ...
28 SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)
29 SSR=SST-SSE
30 R2=SSR/SST
31
32 # Do the plot
33 #set xrange [-50:130]
34 #set yrange [3700:4050]
35 set xlabel "R_n_t_c [{/Symbol W}]" # offset 0,-1
36 set ylabel "T [K]" # offset -1
37 plot shh_curve_fit(x) title "" with lines lc "blue", "GegevensBetatherm10K3A542I.
    dat" using 2:5 with points pt 7 ps 0.2 lc "red" title ""
38
39 # Create LaTeX file with parameters
40 set decimalsign locale
41 set print "ntc_shh_kelvin_curve_fitting_params.tex"
42 print "% Curve fitting parameters for fitting Steinhart-Hart plot in Kelvin"
43 print "%1/T = A + B*log(x) + C*log(x)**3"
44 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinA}{\$").gprintf("%t", A).sprintf("\\cdot
    10^{").gprintf("%T", A).sprintf("}\$}")
45 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinB}{\$").gprintf("%t", B).sprintf("\\cdot
    10^{").gprintf("%T", B).sprintf("}\$}")
46 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinC}{\$").gprintf("%t", C).sprintf("\\cdot
    10^{").gprintf("%T", C).sprintf("}\$}")
47 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinRsqr}{%.10f}", R2)
48
49 set output

```

Listing 2: *hallo*

```

1 # This is a GNUPLOT script
2 #
3 reset
4 set autoscale                # scale axes automatically
5 unset log                    # remove any log-scaling
6 unset label                  # remove any previous labels
7 set xtic auto                # set xtics automatically
8 set ytic auto                # set ytics automatically
9
10 # Set terminal type
11 set terminal pdfcairo
12 set output "ntc_shh_straightline_adapt_fig.pdf"
13
14 ### Calculate mean to set some gnuplot internals
15 mean(x)= m
16 fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 3:4 via m
17 SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)
18
19 # Do a fit using a power function:
20 lnA = 0.1
21 B = 0.1
22 straightline(x) = B*x + lnA
23 fit straightline(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 via B, lnA
24
25 ### Caculcate some ...
26 SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)
27 SSR=SST-SSE
28 R2=SSR/SST
29
30 # Do the plot
31 set yrange [5:14]
32 set xlabel "1/T [K^-^1]" # offset 0,-1
33 set ylabel "ln R_n_t_c [ln {/Symbol W}]" # offset -1
34 plot straightline(x) title "" lc "blue" with lines, "GegevensBetatherm10K3A542I.
    dat" using 3:4 with points pt 7 ps 0.2 lc "red" title ""
35
36 # Create LaTeX file with parameters
37 set decimalsign locale
38 set print "ntc_shh_straightline_adapt_curve_fitting_params.tex"
39 print "% Curve fitting parameters for fitting straight line"
40 print "% ln Rntc = B*x + A"
41 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineLnA}{%f}", lnA)
42 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineA}{%f}", exp(lnA))
43 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineB}{%f}", B)
44 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineBonedec}{%.1f}", B)
45 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineBint}{%d}", B)
46 print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineRsqr}{%f}", R2)
47
48 set output

```

Listing 3: *hallo*

C Afleiding optimale serieweerstand

De functie:

$$Z(R_S) = \frac{R_S}{R_K + R_S} - \frac{R_S}{R_G + R_S} \quad (54)$$

Eerst gelijknamig maken:

$$\begin{aligned} Z(R_S) &= \frac{R_S \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_K + R_S)}{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S)} \\ &= \frac{R_S \cdot R_G - R_S \cdot R_K}{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S)} \end{aligned} \quad (55)$$

We maken gebruik van de quotiëntregel:

$$f = \frac{g}{h} \rightarrow f' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \quad (56)$$

Dus:

$$\begin{aligned} \frac{dZ(R_S)}{dR_S} &= \frac{(R_G - R_K) \cdot (R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - (R_S \cdot R_G - R_S \cdot R_K) \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{(R_G - R_K) \cdot (R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_G - R_K) \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{R_K \cdot R_G + R_K \cdot R_S + R_G \cdot R_S + R_S^2 - R_G \cdot R_S - R_K \cdot R_S - 2R_S^2}{N} \\ &= \frac{R_K \cdot R_G - R_S^2}{N} \end{aligned} \quad (57)$$

met

$$N = ((R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S))^2 \quad (58)$$

We stellen de afgeleide gelijk aan 0 om de extreme te bepalen. Dat houdt in dat de teller 0 moet zijn en de noemer ongelijk aan 0 moet zijn. Aangezien alle weerstandswaarden

groter dan 0 zijn, wordt aan de tweede voorwaarde automatisch voldaan. We bekijken dus alleen de noemer:

$$\frac{dZ(R_S)}{dR_S} = 0 \quad \rightarrow \quad R_K \cdot R_G - R_S^2 = 0 \quad \rightarrow \quad R_S^2 = R_K \cdot R_G \quad (59)$$

Voor R_S volgt:

$$R_S = \sqrt{R_K \cdot R_G} \quad \text{en} \quad R_S = -\sqrt{R_K \cdot R_G} \quad (60)$$

Dit zijn de optimale waarden van R_S . Alleen de linker oplossing heeft fysieke betekenis, dus:

$$\boxed{R_{opt} = \sqrt{R_K \cdot R_G}} \quad (61)$$

want we zoeken naar een optimale waarde van R_S .

Referenties

- [1] N.D. Jespersen. *Thermal Analysis: Biochemical and Clinical Applications of Thermometric and Thermal Analysis*. Comprehensive Analytical Chemistry. Elsevier Science, 1982. ISBN: 9781483289731. URL: <https://books.google.nl/books?id=8USPDAAAQBAJ> (blz. 4).
- [2] U.A. Bakshi en A.P. Godse. *Basic Electronics Engineering*. Technical Publications, 2009. ISBN: 9788184315806. URL: <https://books.google.nl/books?id=n0RMHUQUUY4C> (blz. 4).
- [3] Betatherm. *Datasheet 10K3A542i*. URL: http://www.farnell.com/datasheets/69441.pdf?_ga=1.31461886.1374476496.1461826737 (bezocht op 23-7-2016) (blz. 4).
- [4] John S. Steinhart en Stanley R. Hart. „Calibration curves for thermistors”. In: *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts* 15.4 (1968), p. 497–503. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0011747168900570> (blz. 7).