De NTC-weerstand

Het wel en wee van de NTC!

Jesse op den Brouw

De Haagse Hogeschool

29 juli 2016

Samenvatting

Blabla

Inhoudsopgave

Lijst van figuren

Listings

Opmerkingen over dit document kunnen worden gestuurd naar J.E.J.opdenBrouw@hhs.nl

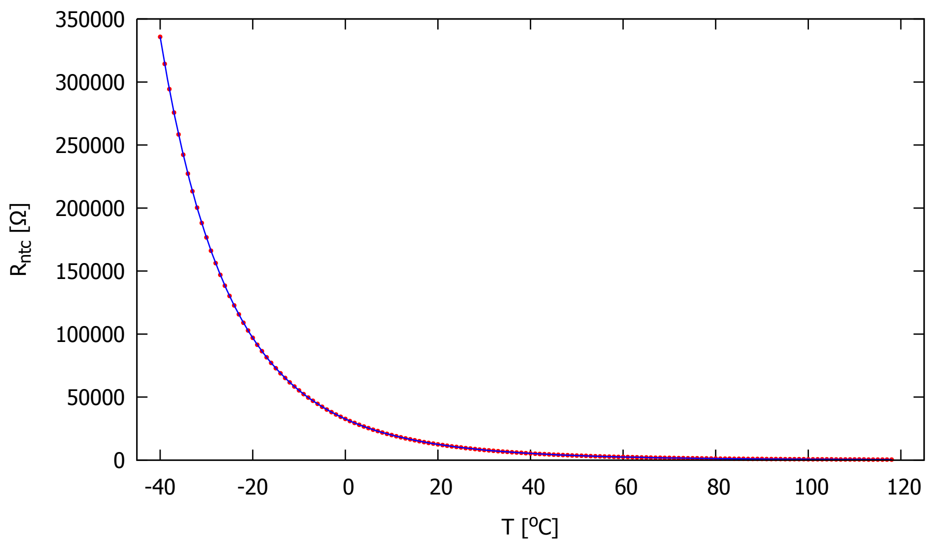
1 Introductie

Een *negatieve temperatuur-coëfficiënt*-weerstand, afgekort NTC, is een weerstand waarvan de waarde afneemt bij toenemende temperatuur. De NTC wordt gebruikt in analoge schakelingen om bijvoorbeeld iets te schakelen bij een bepaalde temperatuur, meestal in combinatie met een Schmitt-trigger. In digitale schakelingen wordt de temperatuur berekend met behulp van een analoog-digitaal converter (ADC) en software. Denk hierbij bijvoorbeeld aan een thermostaat.

1.1 Constructie en eigenschappen

Een NTC is een semiconductor weerstand en is erg gevoelig voor kleine variaties in temperatuur [1]. Er zijn diverse vormen mogelijk: een staaf, schijf of plaatje of de vorm van een druppel. Ze kunnen ingegoten worden in isolerend materiaal, bijvoorbeeld plastic of glas. NTC's worden gemaakt van een mengsel van metaaloxiden zoals kobalt, koper, magnesium, nikkel, ijzer en uranium [2]. De elektrische eigenschappen komen voort uit de het specifieke mengsel en de fysieke grootte en vorm van de NTC.

In dit document wordt gebruik gemaakt van de NTC 10K3A542i van Betatherm [3]. Dit is een NTC met een meetbereik van -40 °C tot $+118$ °C. In figuur 1 is de weerstand in Ohm uitgezet tegen de temperatuur in graden Celsius. Het is goed te zien dat het verloop niet-lineair is. De gegevens zijn te vinden in tabel 6 op pagina 17.



Figuur 1: *Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC (temperatuur in graden Celsius).*

Noot: in alle wiskundige vergelijkingen wordt de temperatuur in Kelvin gegeven tenzij anders is vermeld. Enkele gegevens die door de fabrikant verstrekt zijn te vinden in tabel 1.

Twee belangrijke parameters zijn de Beta-waarde B en de weerstandswaarde R_0 bij $+25$ °C. Voor deze NTC zijn dat $B = 3976$ en $R_0 = 10$ kΩ. De parameters worden gebruikt bij de wiskundige beschrijvingen van de NTC.

Tabel 1: *Enige gegevens van de gebruikte NTC.*

Parameter	**Eenheid**	**Waarde**
Weerstand bij +25 °C	Ω	10.000
Toleratie van 0 °C tot +70 °C	°C	$0,2$
Alpha bij +25 °C	%/°C	$-4,39$
Beta-waarde 25/85	K	3976
Dissipatie-constante	mW/°C	$2,0$ (ong.)
Thermische tijdconstante in vloeistof van +25 °C tot +75 °C	s	$< 1,3$
Bedrijfstemperatuur	°C	-40 tot $+125$

Een derde belangrijke parameters is de dissipatie-constante K en heeft te maken met zelfverwarming van de NTC. Een NTC is namelijk een weerstand en die dissipeert vermogen als er een stroom doorheen vloeit. Daardoor verwarmt de NTC zichzelf. Bij metingen moet hier rekening worden gehouden. Voor deze NTC is $K = 2$ mW/°C.

2 Wiskundige beschrijvingen van de NTC

De relatie tussen de temperatuur T en de weerstandswaarde R_{NTC} wordt zeer goed benaderd door de vergelijking van Steinhart-Hart [4]:

$$\boxed{\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln R_{\mathrm{NTC}} + c \cdot (\ln R_{\mathrm{NTC}})^3} \tag{1}$$

Hierin is T de temperatuur in K en R_{NTC} de weerstandswaarde in Ω. De constanten a, b en c zijn Steinhart–Hart coëfficiënten. Deze coëfficiënten moeten voor elke type NTC worden bepaald. In principe zijn hiervoor drie verschillende temperatuur-weerstand-paren nodig.

De vergelijking kan vereenvoudigd worden met de rekenschap dat de term $c\cdot(\ln R_{\mathrm{NTC}})^3$ slechts een kleine bijdrage levert ten opzichte van de andere twee termen. De Steinhart-Hart vergelijking wordt dan gereduceerd tot:

$$\frac{1}{T} = a + b \cdot \ln R_{\mathrm{NTC}} \tag{2}$$

Verder passen we de volgende invulling voor a en b toe:

$$a = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{B} \cdot \ln R_0 \qquad \text{en} \qquad b = \frac{1}{B} \tag{3}$$

zodat vergelijking (2) overgaat in B-parameter-vergelijking:

$$\boxed{\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{B} \cdot (\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0)} \tag{4}$$

Hierin is R_0 de weerstandswaarde van de NTC bij temperatuur T_0. Die is standaard gedefiniëerd op 25 °C (298, 15 K). Voor de gebruikte NTC is $R_0 = 10$ kΩ. De B wordt de beta-parameter genoemd en moet door metingen bepaald worden.

We kunnen R_{NTC} expliciet schrijven zodat de exponentiële B-parameters-vergelijking als volgt wordt:

$$\boxed{R_{\text{NTC}} = R_0 \cdot \mathrm{e}^{\left(\frac{B}{T} - \frac{B}{T_0}\right)}} \tag{5}$$

Aangezien B/T_0 constant is kunnen we vergelijking (5) ook schrijven als

$$R_{\text{NTC}} = R_\infty \cdot \mathrm{e}^{\frac{B}{T}} \tag{6}$$

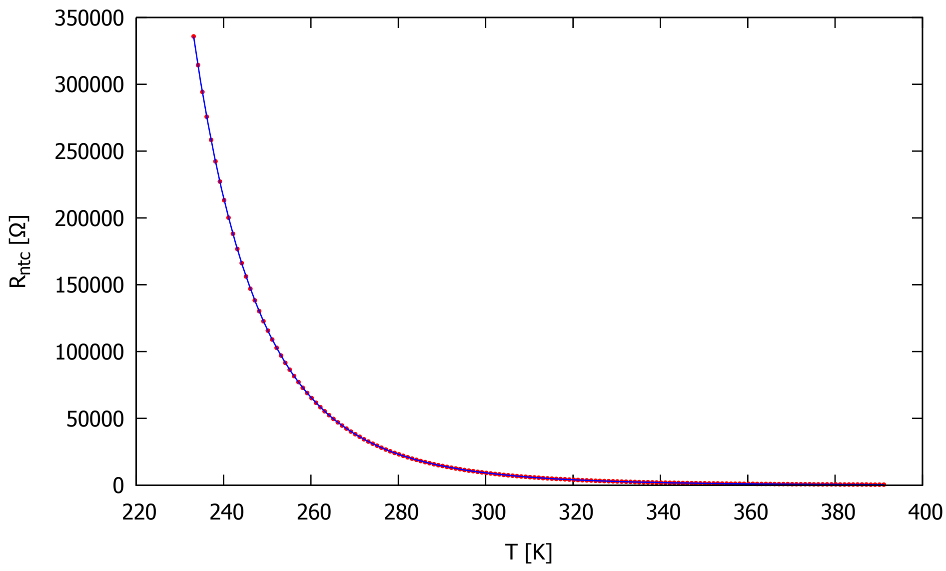
met

$$R_\infty = R_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{B}{T_0}} \tag{7}$$

Merk op dat R_∞ geen onafhankelijke variabele is.

3 Bepalen van de coëfficiënten en parameters met curve fitting

De fabrikant geeft in het algemeen een tabel op met temperatuur en bijhorende weerstandswaarden. Met behulp van *curve fitting* technieken is het mogelijk om voor de Steinhart-Hart vergelijking en de vereenvoudigde en exponentiële Steinhart-Hart vergelijking de juiste coëfficiënten te vinden. Uiteraard zoeken we naar functies die de gegevens van de NTC zo goed mogelijk benaderen. We bekijken ook nog de Beta-coëfficiënt nog nader en laten zien dat de vereenvoudigde en exponentiële Steinhart-Hart vergelijkingen beter kunnen worden benaderd door de vergelijkingen iets te wijzigen.



Figuur 2: *Weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC (temperatuur in Kelvin).*

3.1 De Steinhart-Hart vergelijking

In figuur 2 is de weerstand-temperatuur karakteristiek van de NTC nogmaals weergegeven, maar nu is de temperatuur in Kelvin gegeven. Om deze karakteristiek te benaderen gebruiken we Steinhart-Hart vergelijk in (1).

Met behulp van Gnuplot-script in listing 1 in bijlage B worden de volgende coëfficiënten en parameters gevonden:

Tabel 2: *Coëfficiënten vbij temperatuur in Kelvin.*

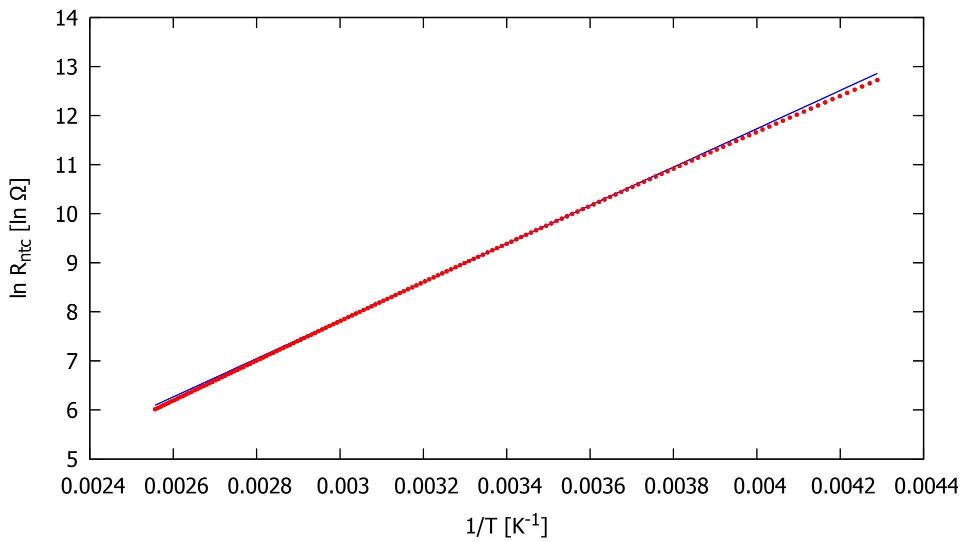
parameter	Waarde
a	$1.130399 \cdot 10^{-3}$
b	$2.339297 \cdot 10^{-4}$
c	$8.837050 \cdot 10^{-8}$
R^2	1.0000000000

De *determinatiecoëfficiënt* R^2 geeft aan hoe goed de vergelijking met de gevonden coëfficiënten de gegevens van de NTC volgt. Dit getal moet zeer dicht bij $1,0$ liggen. In het geval van de bovenstaande vergelijking past de functie perfect bij de gegevens van de NTC.

3.2 De B-parameter vergelijking

We gaan uit van de vergelijking in (4). Er is slechts één parameter te bepalen, de B-coëfficiënt. We werken deze vergelijking om en maken R_{NTC} expliciet:

$$\ln R_{\mathrm{NTC}} = \frac{B}{T} + \ln R_0 - \frac{B}{T_0} \tag{8}$$



Figuur 3: *Grafiek van de B-parameter-vergelijking. De weerstandswaarde (logaritme) is uitgezet tegen de inverse van de temperatuur.*

Dit is de functie van een rechte lijn met $1/T$ als onafhankelijke variabele, B als richtingscoëfficiënt en $\ln R_0 - B/T_0$ als startgetal. In figuur 3 is de rechte lijn uitgezet t.o.v. de gegevens van de NTC. Duidelijk is te zien dat de rechte lijn afwijkingen vertoont bij de uiteinden van het lijnstuk, dus bij hoge en lage temperaturen.

Met behulp van het Gnuplot-script in lising 2 zijn B en R^2 bepaald. In tabel 3 zijn de waarden te vinden. R^2 ligt dicht tegen 1 aan, de gegevens worden dus goed benaderd door de rechte lijn.

Tabel 3: *Coëfficiënten van de functie voor B bij temperatuur in graden Celsius en Kelvin.*

parameter	Waarde
B	3903.598412
R^2	0.999367

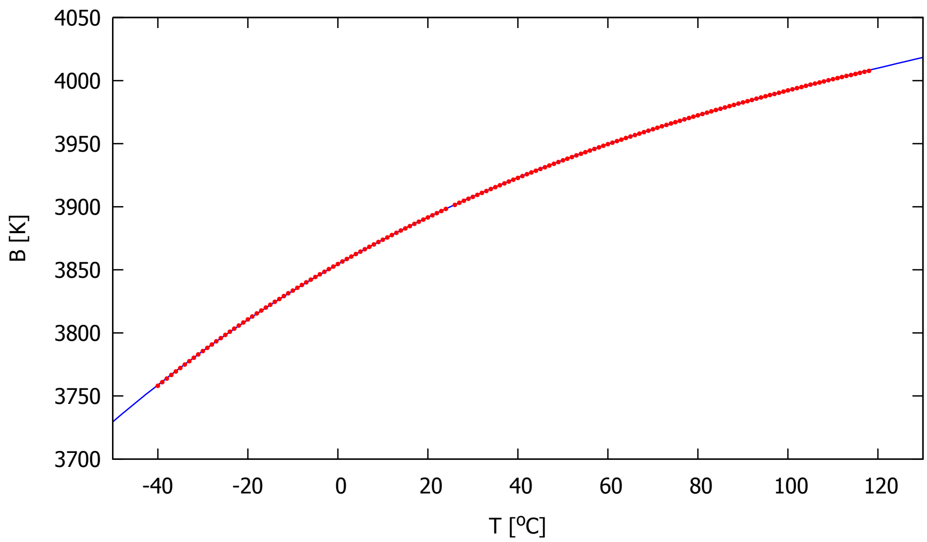
3.3 De exponentiële B-parameter vergelijking

We kunnen de gevonden B-coëfficiënt bij de B-parameter vergelijking gebruiken, deze hoeft niet apart met curve fitting bepaald te worden:

$$R_{\mathrm{NTC}} = 10\,000 \cdot \mathrm{e}^{\left(\frac{3903}{T} - \frac{3903}{298{,}15}\right)} \tag{9}$$

3.4 Onderzoek van de Beta-coëfficiënt

Meestal geeft de fabrikant een Beta-coëfficiënt bij een temperatuur van 25 °C of een gemiddelde Beta tussen 25 °C en 85 °C. Bij de gebruikte NTC is de $B_{25/85} = 3976$,



Figuur 4: *Beta als functie van de temperatuur (in graden Celsius).*

een B_{25} is niet gegeven. We kunnen voor elk paar van weerstandswaarde-temperatuur de beta uitrekenen. Uit formule (4) wordt B expliciet gemaakt:

$$B = \frac{T_0 \cdot T}{T_0 - T} \cdot (\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0) \qquad (T \neq T_0) \tag{10}$$

De functie is onbepaald bij $T = T_0$. In het ideale geval in B constant. Dit blijkt echter niet uit de grafiek in figuur 4. In deze grafiek is B uitgezet t.o.v. de temperatuur in graden Celcius. Via curve fitting met een derdegraads functie:

$$B = a \cdot T^3 + b \cdot T^2 + c \cdot T + d \tag{11}$$

in het bereik -40 °C tot $+118$ °C zijn de volgende coëfficiënten gevonden, zie tabel 4. Er zijn coëfficiënten bepaald voor de temperatuur in graden Celsius en in Kelvin.

Tabel 4: *Coëfficiënten van de functie voor B bij temperatuur in graden Celsius en Kelvin.*

parameter	bij T in °C	bij T in K
a	0.0000202071	0.0000202071
b	-0.0084855513	-0.0250442326
c	2.0227472393	11.1814077290
d	3854.4395822069	2256.9918651099
R^2	1.0000000000	0.9999937762

Met behulp van de functie kunnen we de Beta bij 25 °C berekenen: $B_{25} = 3900.0$.

3.5 De aangepaste B-parameter-vergelijking

De karakteristiek van de NTC kan benaderd worden door de exponentiële B-parameter vergelijking:

$$R_{\mathrm{NTC}} = R_\infty \cdot \mathrm{e}^{\frac{B}{T}} \qquad \text{met} \qquad R_\infty = R_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{B}{T_0}} \tag{12}$$

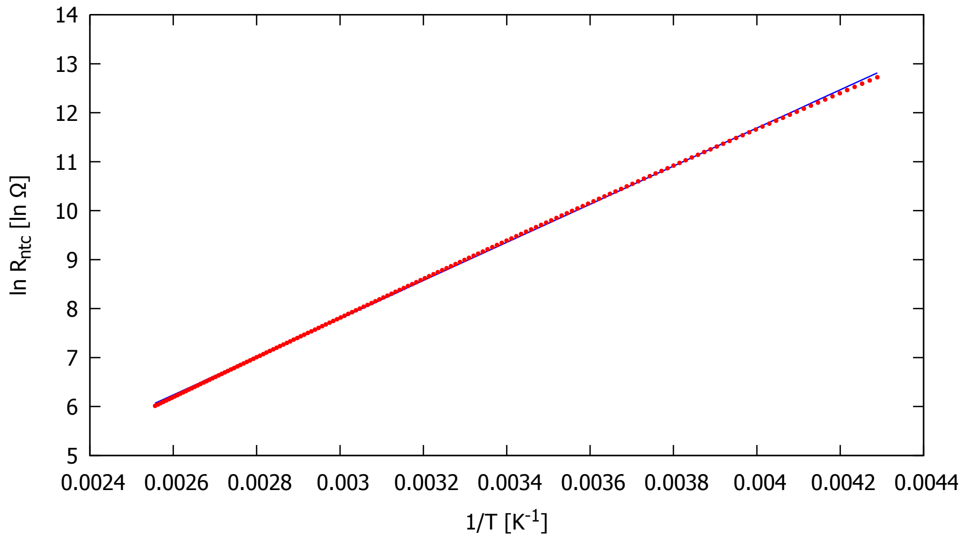
Merk op dat R_∞ geen onafhankelijke variabele is, maar afhankelijk is van B. We vervangen R_∞ nu door een onafhankelijk variabele A zodat de vergelijking overgaat in:

$$R_{\mathrm{NTC}} = A \cdot \mathrm{e}^{\frac{B}{T}} \tag{13}$$

We beschouwen A en B beide als onafhankelijke variabelen waardoor de functie beter benaderd wordt. We bewerken de vergelijking als volgt:

$$\ln R_{\mathrm{NTC}} = \frac{B}{T} + \ln A \tag{14}$$

Dit is de functie van een rechte lijn met $1/T$ als onafhankelijke variabele, B als richtingscoëfficiënt en $\ln A$ als startgetal. We kunnen nu $\ln R_{\mathrm{NTC}}$ uitzetten t.o.v. $1/T$, zie figuur 5.



Figuur 5: *Grafiek van de aangepaste B-parameter-vergelijking. De weerstandswaarde (logaritme) is uitgezet tegen de inverse van de temperatuur.*

Met behulp van het Gnuplot-script in listing 3 in bijlage B vinden we de waarde voor A en B. Deze zijn te vinden in tabel 5. Merk op dat de R^2 beter is dan die van de B-parameter vergelijking. Deze functie benadert de gegevens van de NTC dus beter.

De functie is:

$$R_{\mathrm{NTC}} = 0.020637 \cdot \mathrm{e}^{\frac{3892.2}{T}} \tag{15}$$

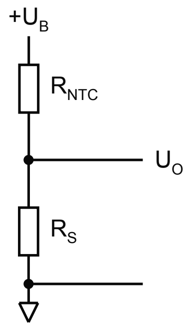
Tabel 5: *Coëfficiënten van de functie voor B bij temperatuur in graden Celsius en Kelvin.*

parameter	Waarde
B	3892.205867
A	0.020637
$\ln A$	-3.880668
R^2	0.999718

4 Bepalen van de weerstandswaarde van de NTC

Het is meestal niet mogelijk om direct de weerstandswaarde te gebruiken maar wel een afgeleide spanning daarvan. Met behulp van een eenvoudige spanningsdeler is deze spanning te op te wekken. Bij gebruik in analoge systemen wordt de uitgangsspanning van de spanningsdelen aangeboden aan een Schmitt-trigger die op bepaalde spanningen (en dus temperaturen) omschakelt. Bij gebruik van digitale systemen ligt het voor de hand om een analoog-digitaal-converter (ADC) te gebruiken. Veel microcontrollers hebben een ADC aan boord die een analoge spanning kan verwerken tussen 0 V en de voedingsspanning. Met behulp van software kan de temperatuur dan berekend worden.

In figuur 6 is de spanningsdeler te zien. Merk op dat de NTC bovenin is geplaatst. Dit heeft als voordeel dat bij toenemende temperatuur de uitgangsspanning ook toeneemt.



Figuur 6: *Eenvoudige spanningsdeler.*

De overdracht van de spanningsdeler is:

$$U_O = \frac{R_S}{R_{\text{NTC}} + R_S} \cdot U_B \qquad \text{of} \qquad \frac{U_O}{U_B} = \frac{R_S}{R_{\text{NTC}} + R_S} \tag{16}$$

We kunnen nu R_{NTC} expliciet maken:

$$R_{\text{NTC}} = \frac{U_B - U_0}{U_0} \cdot R_S \tag{17}$$

Door de uitgangsspanning te meten is R_{NTC} te berekenen.

We kunnen nu iets zeggen over de serieweerstand R_S. Als deze weerstandswaarde veel groter is dan R_{NTC}, dan ligt de uitgangsspanning U_O dicht tegen de voedingsspanning aan en varieert niet zo veel bij verandering van de waarde van de NTC. Is R_S veel kleiner dan R_{NTC}, dan ligt de uitgangsspanning tegen de referentiespanning aan en varieert niet zo veel.

Natuurlijk willen we de verandering van de uitgangsspanning ten gevolge van een verandering van R_{NTC} zo groot mogelijk hebben. We beschouwen alleen het temperatuurbereik tussen T_{laag} en T_{hoog}; hierbij horen resp. de weerstandswaarden $R_{\text{NTC,groot}} = R_G$ en $R_{\text{NTC,klein}} = R_K$. De waarde van de NTC varieert dus tussen R_K en R_G. Het is eenvoudig in te zien dat U_O maximaal is bij $R_{\text{NTC}} = R_K$ (de noemer heeft nu de kleinst mogelijke waarde) en U_O minimaal bij $R_{\text{NTC}} = R_G$ (de noemer heeft nu de grootst mogelijke waarde)

We introduceren een nieuwe term: *spanningsswing*. De spanningsswing is het verschil tussen de maximale uitgangsspanning en de minimale uitgangsspanning. De *relatieve spanningsswing* is de verhouding van spanningsswing en de bronspanning. De formule is:

$$U_{SWING} = U_{O,max} - U_{O,min} \qquad \text{en} \qquad \frac{U_{SWING}}{U_B} = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} \tag{18}$$

We willen graag de U_{SWING} maximaliseren en bepalen hiervoor de optimale waarde van R_S. De relatieve spanningsswing Z kan berekend worden door:

$$Z = \frac{U_{SWING}}{U_B} = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} = \frac{R_S}{R_K + R_S} - \frac{R_S}{R_G + R_S} \tag{19}$$

Deze functie levert hopelijk ergens een maximum waarde op, waarbij R_S een functie is R_K en R_G. De wiskunde vertelt ons dat we de afgeleide van functie Z naar R_S moeten bepalen en deze afgeleide gelijk aan 0 stellen:

$$\frac{\mathrm{d}Z(R_S)}{\mathrm{d}R_S} = 0 \tag{20}$$

Na enig rekenwerk blijkt er inderdaad een optimum te zijn[1]:

$$R_{S,opt} = R_{opt} = \sqrt{R_G \cdot R_K} \tag{21}$$

Dit wordt het meetkundige gemiddelde van R_K en R_G genoemd. We kunnen nu de $U_{O,min}$ en $U_{O,max}$ uitrekenen bij optimale waarde voor R_S:

$$\frac{U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_G + \sqrt{R_G \cdot R_K}} \qquad \text{en} \qquad \frac{U_{O,max}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_K + \sqrt{R_G \cdot R_K}} \tag{22}$$

[1] De lezer wordt uitgedaagd dit rekenwerk te controleren

Deze functies zien er niet handig uit. Daarom introduceren we een hulpvariabele ϵ (epsilon) met de volgende definitie:

$$R_K = \epsilon \cdot R_G \qquad \text{of} \qquad \epsilon = \frac{R_K}{R_G} \qquad \text{(met } 0 < \epsilon < 1\text{)} \tag{23}$$

Nu wordt:

$$\frac{U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{R_G \cdot R_K}}{R_G + \sqrt{R_G \cdot R_K}} = \frac{\sqrt{\epsilon \cdot R_G \cdot R_G}}{R_G + \sqrt{\epsilon \cdot R_G \cdot R_G}} = \frac{R_G \cdot \sqrt{\epsilon}}{R_G + R_G \cdot \sqrt{\epsilon}} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \tag{24}$$

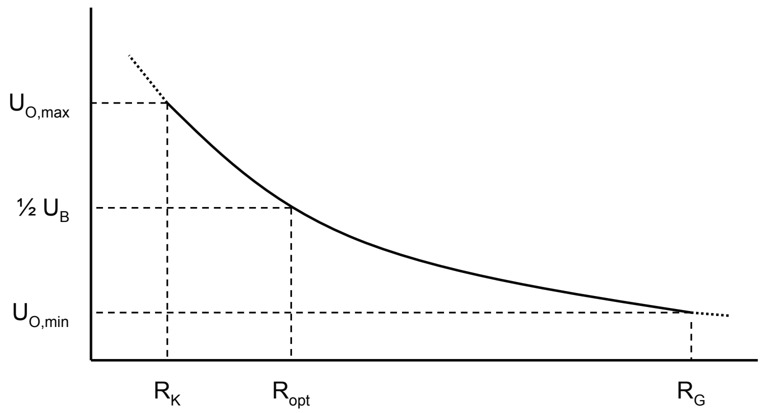
en

$$\frac{U_{O,max}}{U_B} = \frac{1}{1 + \sqrt{\epsilon}} \tag{25}$$

De relatieve spanningsswing is nu:

$$Z = \frac{U_{O,max} - U_{O,min}}{U_B} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} - \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \tag{26}$$

In figuur 7 is een grafiek gegeven met daarin de belangrijkste parameters en hoe zij zich tot elkaar verhouden.



Figuur 7: *Verloop van de uitgangsspanning als functie van de weerstandswaarde van de NTC.*

5 Diverse Z-functies

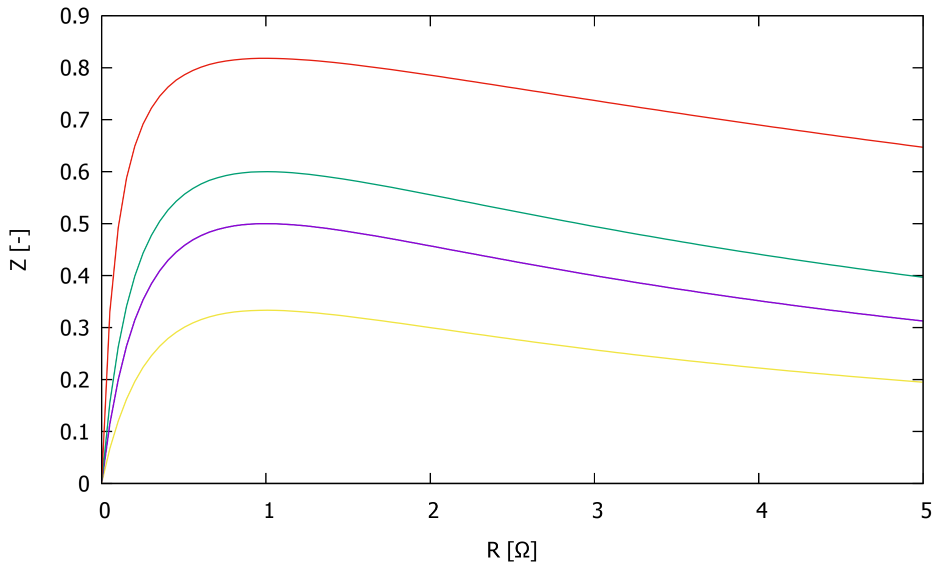
In figuur 8 van diverse Z-functies gegeven. Hierbij is de algemene vorm:

$$Z(R_S) = \frac{R_S}{\frac{1}{n} + R_S} - \frac{R_S}{n + R_S} \tag{27}$$

met

$$R_K = \frac{1}{n} \quad \text{en} \quad R_G = n \qquad \longrightarrow \qquad R_{opt} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot n} = 1 \tag{28}$$

voor $n = 2, 3, 4, 10$. Het voordeel hiervan is dat R_{opt} nu altijd 1 is (*genormaliseerd*).



Figuur 8: *Verloop van de Z-functie bij verschillende waarden van n.*

Geel: $n = 2$, paars: $n = 3$, groen: $n = 4$, rood: $n = 10$. Goed is te zien dat alle functies dezelfde vorm hebben. Naar mate n groter wordt, neemt de spanningsswing toe. Dit is logisch wat een grote n betekent dat R_K en R_G verder uit elkaar liggen.

6 Bepalen van de temperatuur

De temperatuur is te bepalen door de weerstandswaarde van de NTC te meten of te berekenen. Met de Steinhart-Hart-vergelijking gaat dat als volgt:

$$\boxed{T = \frac{1}{a + b \cdot \ln R_{\text{NTC}} + c \cdot (\ln R_{\text{NTC}})^3}} \tag{29}$$

Hierin zijn a, b en c bekende constanten.

Met de B-parameter-vergelijking:

$$\boxed{T = \frac{B}{\ln R_{\text{NTC}} - \ln R_0 + \frac{B}{T_0}}} \tag{30}$$

Hierin zijn B, R_0 en T_0 bekende constanten.

Met de aangepaste B-parameter-vergelijking:

$$\boxed{T = \frac{B}{\ln R_{\mathrm{NTC}} - \ln A}} \tag{31}$$

Hierin zijn A en B bekende constanten, $\ln A$ is dus ook een constante.

7 Voorbeeld

We willen de temperatuur meten tussen 0 °C en 30 °C. In tabel 6 zoeken we de bijbehorende weerstandswaarde de de NTC kan aannemen: $R_G = 32.650\ \Omega$ bij 0 °C en $R_K = 8.056\ \Omega$ (afgerond) bij 30 °C. We de kunnen nu de optimale serieweerstand uitrekenen:

$$R_{opt} = \sqrt{R_K \cdot R_G} = \sqrt{8056 \cdot 32650} = 16218\ \Omega \tag{32}$$

De verhouding ϵ is:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{R_K}{R_G}} = \frac{8056}{32650} = 0,2467 \tag{33}$$

De minimale en maximale spanningen zijn:

$$U_{O,min} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{1+\sqrt{\epsilon}} \cdot U_B == \frac{0,4967}{1+0,4967} \cdot U_B = 0,3319 \cdot U_B \tag{34}$$

$$U_{O,max} = \frac{1}{1+\sqrt{\epsilon}} \cdot U_B == \frac{1}{1+0,4967} \cdot U_B = 0,6681 \cdot U_B \tag{35}$$

De spanningsswing is:

$$U_{SWING} = \frac{1-\sqrt{\epsilon}}{1+\sqrt{\epsilon}} \cdot U_B == \frac{1-0,4967}{1+0,4967} \cdot U_B = 0,3362 \cdot U_B \tag{36}$$

We nemen als bronspanning $U_B = 5$ V. Stel dat $U_0 = 2,1$ V. Dan is

$$R_{\mathrm{NTC}} = \frac{U_B - U_0}{U_0} \cdot R_S = \frac{5,0-2,1}{2,1} \cdot 16218 = 22396\ \Omega \tag{37}$$

We berekenen de temperatuur met behulp van de aangepaste B-parameter vergelijking:

$$T = \frac{B}{\ln R_{\text{NTC}} - \ln A} = \frac{3892,2}{10,0167 + 3,8807} = 280,17 \tag{38}$$

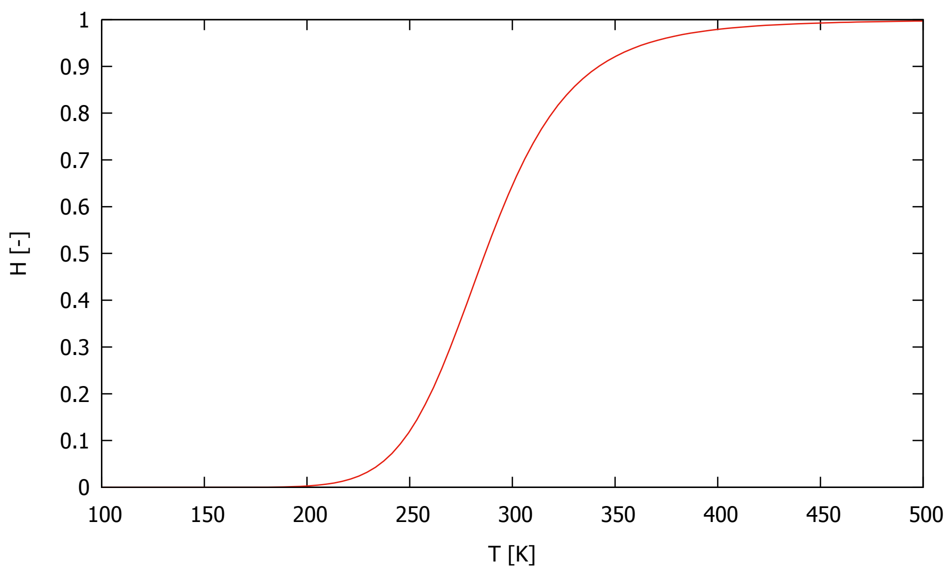
Dit is de temperatuur in Kelvin, omrekenen naar graden Celcius:

$$T_{Celcius} = T - 273,15 = 280,17 - 273,15 = 6,92\ ^{\circ}\text{C} \tag{39}$$

De overdrachtsfunctie van de spanningsdeler als functie van de temperatuur is:

$$H(T) = \frac{Ropt}{R_{\text{NTC}} + R_{opt}} = \frac{R_{opt}}{A \cdot \mathrm{e}^{(B/T)} + R_{opt}} \tag{40}$$

De overdrachtsfunctie is te zien in figuur 9.



Figuur 9: *Overdracht van de spanningsdeler als functie van de temperatuur. Noot: de NTC heeft een werkgebied van 233,15 K tot 391,15 K.*

A Gegevenstabel NTC

Tabel 6: *Gegevenstabel van de NTC 10K3A542i. Kolom 1 en 2 zijn gegevens van Betatherm, de overige gegevens zijn berekend.*

T [°C]	R_{NTC}	$1/T$ [K^{-1}]	$\ln R_{\mathrm{NTC}}$	T [K]	$\ln \frac{R_{\mathrm{NTC}}}{R_0}$	B
-40	335853,73	0,00428908	12,72443102	233,15	3,51	3758,11
-39	314334,81	0,00427077	12,65821397	234,15	3,45	3760,97
-38	294329,41	0,00425260	12,59245486	235,15	3,38	3763,81
-37	275722,23	0,00423460	12,52714922	236,15	3,32	3766,62
-36	258407,39	0,00421674	12,46229265	237,15	3,25	3769,40
-35	242287,63	0,00419903	12,39788085	238,15	3,19	3772,16
-34	227273,52	0,00418148	12,33390951	239,15	3,12	3774,89
-33	213282,83	0,00416406	12,27037440	240,15	3,06	3777,60
-32	200239,90	0,00414680	12,20727143	241,15	3,00	3780,28
-31	188075,05	0,00412967	12,14459636	242,15	2,93	3782,94
-30	176724,13	0,00411269	12,08234521	243,15	2,87	3785,57
-29	166128,01	0,00409584	12,02051391	244,15	2,81	3788,18
-28	156232,18	0,00407914	11,95909851	245,15	2,75	3790,77
-27	146986,36	0,00406256	11,89809507	246,15	2,69	3793,33
-26	138344,16	0,00404613	11,83749977	247,15	2,63	3795,87
-25	130262,73	0,00402982	11,77730869	248,15	2,57	3798,39
-24	122702,51	0,00401365	11,71751809	249,15	2,51	3800,89
-23	115626,94	0,00399760	11,65812425	250,15	2,45	3803,36
-22	109002,22	0,00398168	11,59912353	251,15	2,39	3805,81
-21	102797,07	0,00396589	11,54051213	252,15	2,33	3808,24
-20	96982,57	0,00395023	11,48228655	253,15	2,27	3810,64
-19	91531,94	0,00393468	11,42444326	254,15	2,21	3813,03
-18	86420,37	0,00391926	11,36697869	255,15	2,16	3815,39
-17	81624,87	0,00390396	11,30988927	256,15	2,10	3817,74
-16	77124,15	0,00388878	11,25317174	257,15	2,04	3820,06
-15	72898,45	0,00387372	11,19682266	258,15	1,99	3822,36
-14	68929,43	0,00385877	11,14083851	259,15	1,93	3824,64
-13	65200,09	0,00384394	11,08521613	260,15	1,87	3826,90
-12	61694,63	0,00382922	11,02995217	261,15	1,82	3829,15
-11	58398,38	0,00381461	10,97504343	262,15	1,76	3831,37
-10	55297,71	0,00380011	10,92048678	263,15	1,71	3833,57
-9	52379,93	0,00378573	10,86627878	264,15	1,66	3835,75
-8	49633,27	0,00377145	10,81241665	265,15	1,60	3837,92
-7	47046,75	0,00375728	10,75889707	266,15	1,55	3840,06
-6	44610,17	0,00374322	10,70571714	267,15	1,50	3842,19
-5	42314,01	0,00372926	10,65287352	268,15	1,44	3844,30
-4	40149,43	0,00371540	10,60036352	269,15	1,39	3846,39
-3	38108,17	0,00370165	10,54818397	270,15	1,34	3848,46
-2	36182,55	0,00368800	10,49633224	271,15	1,29	3850,52
-1	34365,39	0,00367444	10,44480523	272,15	1,23	3852,55

vervolg op de volgende pagina

T [°C]	R_{NTC}	$1/T$ [K^{-1}]	$\ln R_{\mathrm{NTC}}$	T [K]	$\ln \frac{R_{\mathrm{NTC}}}{R_0}$	B
0	32650,00	0,00366099	10,39360013	273,15	1,18	3854,57
1	31030,13	0,00364764	10,34271395	274,15	1,13	3856,57
2	29499,96	0,00363438	10,29214419	275,15	1,08	3858,56
3	28054,04	0,00362122	10,24188793	276,15	1,03	3860,53
4	26687,28	0,00360815	10,19194233	277,15	0,98	3862,48
5	25394,93	0,00359518	10,14230483	278,15	0,93	3864,41
6	24172,55	0,00358230	10,09297297	279,15	0,88	3866,33
7	23015,97	0,00356952	10,04394360	280,15	0,83	3868,23
8	21921,31	0,00355682	9,99521450	281,15	0,78	3870,12
9	20884,93	0,00354421	9,94678313	282,15	0,74	3871,99
10	19903,41	0,00353170	9,89864635	283,15	0,69	3873,84
11	18973,57	0,00351927	9,85080224	284,15	0,64	3875,68
12	18092,41	0,00350693	9,80324779	285,15	0,59	3877,50
13	17257,14	0,00349467	9,75598125	286,15	0,55	3879,31
14	16465,12	0,00348250	9,70899948	287,15	0,50	3881,10
15	15713,90	0,00347041	9,66230095	288,15	0,45	3882,88
16	15001,15	0,00345841	9,61588214	289,15	0,41	3884,64
17	14324,71	0,00344649	9,56974130	290,15	0,36	3886,39
18	13682,54	0,00343466	9,52387585	291,15	0,31	3888,13
19	13072,73	0,00342290	9,47828366	292,15	0,27	3889,85
20	12493,48	0,00341122	9,43296219	293,15	0,22	3891,55
21	11943,10	0,00339963	9,38790898	294,15	0,18	3893,23
22	11420,02	0,00338811	9,34312323	295,15	0,13	3894,92
23	10922,73	0,00337667	9,29860122	296,15	0,09	3896,59
24	10449,83	0,00336530	9,25434099	297,15	0,04	3898,25
25	*10000,00*	*0,00335402*	*9,21034037*	*298,15*	*0,00*	—
26	9572,00	0,00334280	9,16659745	299,15	-0,04	3901,50
27	9164,66	0,00333167	9,12311006	300,15	-0,09	3903,11
28	8776,88	0,00332060	9,07987627	301,15	-0,13	3904,70
29	8407,62	0,00330961	9,03689372	302,15	-0,17	3906,28
30	8055,91	0,00329870	8,99416126	303,15	-0,22	3907,83
31	7720,81	0,00328785	8,95167456	304,15	-0,26	3909,40
32	7401,47	0,00327708	8,90943391	305,15	-0,30	3910,94
33	7097,06	0,00326637	8,86743589	306,15	-0,34	3912,48
34	6806,81	0,00325574	8,82567886	307,15	-0,38	3914,01
35	6530,00	0,00324517	8,78416222	308,15	-0,43	3915,51
36	6265,93	0,00323468	8,74288230	309,15	-0,47	3917,00
37	6013,95	0,00322425	8,70183705	310,15	-0,51	3918,49
38	5773,46	0,00321388	8,66102683	311,15	-0,55	3919,96
39	5543,87	0,00320359	8,62044809	312,15	-0,59	3921,42
40	5324,63	0,00319336	8,58009850	313,15	-0,63	3922,86
41	5115,22	0,00318319	8,53997569	314,15	-0,67	3924,31
42	4915,16	0,00317309	8,50007959	315,15	-0,71	3925,74
43	4723,99	0,00316306	8,46040906	316,15	-0,75	3927,15

vervolg op de volgende pagina

T [°C]	R_{NTC}	$1/T$ [K^{-1}]	$\ln R_{\mathrm{NTC}}$	T [K]	$\ln \frac{R_{\mathrm{NTC}}}{R_0}$	B
44	4541,26	0,00315308	8,42095979	317,15	-0,79	3928,55
45	4366,57	0,00314317	8,38173308	318,15	-0,83	3929,94
46	4199,51	0,00313332	8,34272313	319,15	-0,87	3931,32
47	4039,72	0,00312354	8,30393066	320,15	-0,91	3932,69
48	3886,85	0,00311381	8,26535434	321,15	-0,94	3934,05
49	3740,57	0,00310414	8,22699329	322,15	-0,98	3935,40
50	3600,55	0,00309454	8,18884189	323,15	-1,02	3936,74
51	3466,50	0,00308499	8,15090072	324,15	-1,06	3938,07
52	3338,15	0,00307550	8,11317204	325,15	-1,10	3939,38
53	3215,21	0,00306607	8,07564795	326,15	-1,13	3940,69
54	3097,43	0,00305670	8,03832801	327,15	-1,17	3941,99
55	2984,58	0,00304739	8,00121431	328,15	-1,21	3943,28
56	2876,42	0,00303813	7,96430174	329,15	-1,25	3944,56
57	2772,74	0,00302893	7,92759128	330,15	-1,28	3945,83
58	2673,33	0,00301978	7,89108017	331,15	-1,32	3947,08
59	2577,99	0,00301069	7,85476530	332,15	-1,36	3948,33
60	2486,54	0,00300165	7,81864746	333,15	-1,39	3949,57
61	2398,81	0,00299267	7,78272806	334,15	-1,43	3950,79
62	2314,61	0,00298374	7,74699649	335,15	-1,46	3952,02
63	2233,80	0,00297486	7,71145945	336,15	-1,50	3953,22
64	2156,22	0,00296604	7,67611197	337,15	-1,53	3954,43
65	2081,73	0,00295727	7,64095456	338,15	-1,57	3955,61
66	2010,18	0,00294855	7,60597955	339,15	-1,60	3956,81
67	1941,46	0,00293988	7,57119555	340,15	-1,64	3957,98
68	1875,43	0,00293126	7,53659325	341,15	-1,67	3959,15
69	1811,98	0,00292269	7,50217545	342,15	-1,71	3960,30
70	1751,00	0,00291418	7,46794233	343,15	-1,74	3961,45
71	1692,37	0,00290571	7,43388519	344,15	-1,78	3962,59
72	1636,00	0,00289729	7,40000952	345,15	-1,81	3963,72
73	1581,79	0,00288892	7,36631240	346,15	-1,84	3964,84
74	1529,64	0,00288060	7,33278769	347,15	-1,88	3965,96
75	1479,48	0,00287233	7,29944595	348,15	-1,91	3967,05
76	1431,20	0,00286410	7,26626853	349,15	-1,94	3968,16
77	1384,74	0,00285592	7,23326768	350,15	-1,98	3969,25
78	1340,02	0,00284779	7,20043982	351,15	-2,01	3970,33
79	1296,96	0,00283970	7,16777834	352,15	-2,04	3971,40
80	1255,50	0,00283166	7,13528918	353,15	-2,08	3972,47
81	1215,57	0,00282366	7,10296838	354,15	-2,11	3973,52
82	1177,10	0,00281571	7,07080907	355,15	-2,14	3974,57
83	1140,04	0,00280781	7,03881863	356,15	-2,17	3975,61
84	1104,33	0,00279994	7,00699410	357,15	-2,20	3976,64
85	1069,91	0,00279213	6,97532981	358,15	-2,24	3977,66
86	1036,73	0,00278435	6,94382681	359,15	-2,27	3978,68
87	1004,73	0,00277662	6,91247413	360,15	-2,30	3979,71

vervolg op de volgende pagina

T [°C]	R_{NTC}	$1/T$ [K^{-1}]	$\ln R_{\mathrm{NTC}}$	T [K]	$\ln \frac{R_{\mathrm{NTC}}}{R_0}$	B
88	973,89	0,00276893	6,88129836	361,15	-2,33	3980,70
89	944,13	0,00276129	6,85026387	362,15	-2,36	3981,71
90	915,43	0,00275368	6,81939390	363,15	-2,39	3982,70
91	887,74	0,00274612	6,78867891	364,15	-2,42	3983,68
92	861,02	0,00273860	6,75811773	365,15	-2,45	3984,66
93	835,24	0,00273112	6,72771911	366,15	-2,48	3985,62
94	810,35	0,00272368	6,69746625	367,15	-2,51	3986,58
95	786,32	0,00271628	6,66736383	368,15	-2,54	3987,53
96	763,11	0,00270893	6,63740219	369,15	-2,57	3988,49
97	740,71	0,00270161	6,60760919	370,15	-2,60	3989,42
98	719,06	0,00269433	6,57794480	371,15	-2,63	3990,36
99	698,15	0,00268709	6,54843398	372,15	-2,66	3991,30
100	677,95	0,00267989	6,51907354	373,15	-2,69	3992,21
101	658,43	0,00267272	6,48985821	374,15	-2,72	3993,12
102	639,56	0,00266560	6,46078044	375,15	-2,75	3994,04
103	621,33	0,00265851	6,43186234	376,15	-2,78	3994,92
104	603,69	0,00265146	6,40306082	377,15	-2,81	3995,83
105	586,64	0,00264445	6,37441134	378,15	-2,84	3996,73
106	570,16	0,00263748	6,34591702	379,15	-2,86	3997,59
107	554,21	0,00263054	6,31754368	380,15	-2,89	3998,47
108	538,78	0,00262364	6,28930732	381,15	-2,92	3999,35
109	523,85	0,00261677	6,26120538	382,15	-2,95	4000,22
110	509,41	0,00260994	6,23325319	383,15	-2,98	4001,07
111	495,43	0,00260315	6,20542607	384,15	-3,00	4001,93
112	481,90	0,00259639	6,17773662	385,15	-3,03	4002,77
113	468,80	0,00258967	6,15017624	386,15	-3,06	4003,62
114	456,12	0,00258298	6,12275593	387,15	-3,09	4004,45
115	443,84	0,00257632	6,09546414	388,15	-3,11	4005,28
116	431,95	0,00256970	6,06830984	389,15	-3,14	4006,09
117	420,43	0,00256312	6,04127800	390,15	-3,17	4006,91
118	409,27	0,00255656	6,01437508	391,15	-3,20	4007,72

B abc

```
# This is a GNUPLOT script
#
reset
set autoscale                       # scale axes automatically
unset log                           # remove any log-scaling
unset label                         # remove any previous labels
set xtic auto                       # set xtics automatically
set ytic auto                       # set ytics automatically

# Set terminal type
set terminal pdfcairo
set output "ntc_shh_kelvin_fig.pdf"

### Calculate mean to set some gnuplot internals
mean(x)= m
fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 2:5 via m # 1 is the x axis and 2 is the y axis
SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)

# Do a fit using using the Steinhart-Hart beta function:
# Give some start values for a and b
A=1.0
B=1.0/3800.0
C=1e-6
shh_curve_fit(x) = 1.0/(A + B*log(x) + C*(log(x)**3))
fit shh_curve_fit(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 2:5 via C,B,A

### Caculcate some ...
SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)

SSR=SST-SSE
R2=SSR/SST

# Do the plot
plot shh_curve_fit(x) title "" with lines lc "blue", "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 2:5 with points pt 7 ps 0.2 lc "red" title ""

set print "ntc_shh_kelvin_curve_fitting_params.tex"
print "% Curve fitting parameters for fitting Steinhart-Hart plot in Kelvin"
print "%1/T = A + B*log(x) + C*log(x)**3"
print sprintf("%% \\newcommand{\\ntcshhkelvinA}{%.10f}", A)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinA}{$").gprintf("%t", A).sprintf("\\cdot 10^{").gprintf("%T", A).sprintf("}$}")
print sprintf("%% \\newcommand{\\ntcshhkelvinB}{%.10f}", B)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinB}{$").gprintf("%t", B).sprintf("\\cdot 10^{").gprintf("%T", B).sprintf("}$}")
print sprintf("%% \\newcommand{\\ntcshhkelvinC}{%.10f}", C)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinC}{$").gprintf("%t", C).sprintf("\\cdot 10^{").gprintf("%T", C).sprintf("}$}")
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhkelvinRsqr}{%.10f}", R2)
print sprintf("%%i C= ").gprintf("%t", C).sprintf("\\cdot 10^{").gprintf("%T", C).sprintf("}")

set output
```

Listing 1: *hallo*

```
# This is a GNUPLOT script
#
reset
set autoscale                          # scale axes automatically
unset log                              # remove any log-scaling
unset label                            # remove any previous labels
set xtic auto                          # set xtics automatically
set ytic auto                          # set ytics automatically

# Set terminal type
set terminal pdfcairo
set output "ntc_shh_straightline_beta_fig.pdf"

### Calculate mean to set some gnuplot internals
mean(x)= m
fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 3:4 via m
SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)

# Do a fit using a power function:
R0 = 10000.0
T0 = 273.15+25.0
B = 5000.0
straightline_beta(x) = B*x + log(R0) - B/T0
fit straightline_beta(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 via B

### Caculcate some ...
SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)
SSR=SST-SSE
R2=SSR/SST

# Do the plot
set yrange [5:14]
set xlabel "1/T [K^-^1]" # offset 0,-1
set ylabel "ln R_n_t_c [ln {/Symbol W}]" # offset -1
plot straightline_beta(x) title "" lc "blue" with lines, "
    GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 with points pt 7 ps 0.2 lc "red"
    title ""

# Output the parameters to an TeX file.
set print "ntc_shh_straightline_beta_curve_fitting_params.tex"
print "% Curve fitting parameters for fitting straight line"
print "% ln Rntc = B*x + log(R0) - B/T0"
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaB}{%f}", B)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaBonedec}{%.1f}", B)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaBint}{%d}", B)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinebetaRsqr}{%f}", R2)

set output
```

Listing 2: *hallo*

```
# This is a GNUPLOT script
#
reset
set autoscale                           # scale axes automatically
unset log                               # remove any log-scaling
unset label                             # remove any previous labels
set xtic auto                           # set xtics automatically
set ytic auto                           # set ytics automatically

# Set terminal type
set terminal pdfcairo
set output "ntc_shh_straightline_adapt_fig.pdf"

### Calculate mean to set some gnuplot internals
mean(x)= m
fit mean(x) 'GegevensBetatherm10K3A542I.dat' using 3:4 via m
SST = FIT_WSSR/(FIT_NDF+1)

# Do a fit using a power function:
lnA = 0.1
B = 0.1
straightline(x) = B*x + lnA
fit straightline(x) "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 via B, lnA

### Caculcate some ...
SSE=FIT_WSSR/(FIT_NDF)
SSR=SST-SSE
R2=SSR/SST

# Do the plot
set yrange [5:14]
set xlabel "1/T [K^-^1]" # offset 0,-1
set ylabel "ln R_n_t_c [ln {/Symbol W}]" # offset -1
plot straightline(x) title "" lc "blue" with lines, "GegevensBetatherm10K3A542I.dat" using 3:4 with points pt 7 ps 0.2 lc "red" title ""

# Output the parameters to an TeX file.
set print "ntc_shh_straightline_adapt_curve_fitting_params.tex"
print "% Curve fitting parameters for fitting straight line"
print "% ln Rntc = B*x + A"
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlinelnA}{%f}", lnA)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineA}{%f}", exp(lnA))
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineB}{%f}", B)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineBonedec}{%.1f}", B)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineBint}{%d}", B)
print sprintf("\\newcommand{\\ntcshhstraightlineRsqr}{%f}", R2)

set output
```

Listing 3: *hallo*

C Afleiding optimale serieweerstand

De functie:

$$Z(R_S) = \frac{R_S}{R_K + R_S} - \frac{R_S}{R_G + R_S} \tag{41}$$

Eerst gelijknamig maken:

$$\begin{aligned} Z(R_S) &= \frac{R_S \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_K + R_S)}{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S)} \\ &= \frac{R_S \cdot R_G - R_S \cdot R_K}{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S)} \end{aligned} \tag{42}$$

We maken gebruik van de quotiëntregel:

$$f = \frac{g}{h} \quad \rightarrow \quad f' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \tag{43}$$

Dus:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}Z(R_S)}{\mathrm{d}R_S} &= \frac{(R_G - R_K) \cdot (R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - (R_S \cdot R_G - R_S \cdot R_K) \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{(R_G - R_K) \cdot (R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_G - R_K) \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{(R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S) - R_S \cdot (R_G + R_K + 2R_S)}{N} \\ &= \frac{R_K \cdot R_G + R_K \cdot R_S + R_G \cdot R_S + R_S^2 - R_G \cdot R_S - R_K \cdot R_S - 2R_S^2}{N} \\ &= \frac{R_K \cdot R_G - R_S^2}{N} \end{aligned} \tag{44}$$

met

$$N = ((R_K + R_S) \cdot (R_G + R_S))^2 \tag{45}$$

We stellen de afgeleide gelijk aan 0 om de extreme te bepalen. Dat houdt in dat de teller 0 moet zijn en de noemer ongelijk aan 0 moet zijn. Aangezien alle weerstandswaarden groter dan 0 zijn, wordt aan de tweede voorwaarde automatisch voldaan. We bekijken dus alleen de noemer:

$$\frac{\mathrm{d}Z(R_S)}{\mathrm{d}R_S} = 0 \quad \rightarrow \quad R_K \cdot R_G - R_S^2 = 0 \quad \rightarrow \quad R_S^2 = R_K \cdot R_G \tag{46}$$

Voor R_S volgt:

$$R_S = \sqrt{R_K \cdot R_G} \qquad \text{en} \qquad R_S = -\sqrt{R_K \cdot R_G} \tag{47}$$

Dit zijn de optimale waarden van R_S. Alleen de linker oplossing heeft fysieke betekenis, dus:

$$\boxed{R_{opt} = \sqrt{R_K \cdot R_G}} \tag{48}$$

want we zoeken naar een optimale waarde van R_S.

Referenties

[1] N.D. Jespersen. *Thermal Analysis: Biochemical and Clinical Applications of Thermometric and Thermal Analysis*. Comprehensive Analytical Chemistry. Elsevier Science, 1982. ISBN: 9781483289731. URL: https://books.google.nl/books?id=8USPDAAAQBAJ (blz. 4).

[2] U.A. Bakshi en A.P. Godse. *Basic Electronics Engineering*. Technical Publications, 2009. ISBN: 9788184315806. URL: https://books.google.nl/books?id=n0RMHUQUUY4C (blz. 4).

[3] Betatherm. *Datasheet 10K3A542i*. URL: http://www.farnell.com/datasheets/69441.pdf?_ga=1.31461886.1374476496.1461826737 (bezocht op 23-7-2016) (blz. 4).

[4] John S. Steinhart en Stanley R. Hart. „Calibration curves for thermistors". In: *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts* 15.4 (1968), p. 497–503. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0011747168900570 (blz. 5).