TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE IZTAPALAPA

LENGUAJES Y AUTÓMATAS I

ALUMNO:

RODRÍGUEZ GARCÍA JESÚS - 181080027

"APUNTES INDIVIDUALES - LENGUAJES Y AUTÓMATAS"

TEORÍA DE LA COMPUTACIÓN

¿Cuáles son las capacidades y limitaciones fundamentales de las computadoras?

En cada una de las tres áreas (autómatas, computabilidad y complejidad) esta pregunta se interpreta de manera diferente y las respuestas varían según la interpretación.

Teoría de la Complejidad

Los problemas de la computadora vienen en diferentes variedades; algunos son fáciles y otros difíciles.

¿Qué hace que algunos problemas sean computacionalmente difíciles y otros fáciles?

Ésta es la cuestión central de la teoría de la complejidad. Sorprendentemente, no sabemos la respuesta, aunque se ha investigado intensamente durante más de 40 años. En un logro importante de la teoría de la complejidad hasta ahora, los investigadores han descubierto un elegante esquema para clasificar los problemas de acuerdo con su dificultad computacional.

Tiene varias opciones cuando se enfrenta a un problema que parece ser difícil de calcular.

Primero, al comprender qué aspecto del problema está en la raíz de la dificultad, es posible que pueda modificarlo para que el problema se resuelva más fácilmente.

En segundo lugar, es posible que pueda conformarse con una solución menos que perfecta al problema. En ciertos casos, encontrar soluciones que solo se aproximen a la perfecta es relativamente fácil.

En tercer lugar, algunos problemas son difíciles solo en el peor de los casos, pero fáciles la mayor parte del tiempo. Dependiendo de la aplicación, es posible que se sienta satisfecho con un procedimiento que ocasionalmente es lento pero que generalmente se ejecuta rápidamente.

Por último, puede considerar tipos alternativos de cálculo, como el cálculo aleatorio, que puede acelerar determinadas tareas.

Teoría de Autómata

La teoría de los autómatas se ocupa de las definiciones y propiedades de los modelos matemáticos de computación. Estos modelos juegan un papel en varias áreas aplicadas de la informática.

Uno de estos modelos son los Autómatas Finitos, utilizados en:

- Procesamiento de textos.
- Compiladores.
- Diseño de Hardware.

Otro modelo son las Gramáticas Libres de Contexto, usadas en:

- Lenguajes de programación.
- Inteligencia artificial.

Computabilidad

Está muy relacionado con la Teoría de la Complejidad, ya que introduce varios de los conceptos que esta área utiliza. Tiene como finalidad principal la clasificación de diferentes problemas, así como formalizar el concepto de computar.

Nociones matemáticas y terminología.

NOCIONES Y TERMINOLOGÍA MATEMÁTICA

Conjuntos

Un conjunto es un grupo de objetos representados como una unidad. Los conjuntos pueden contener cualquier tipo de objeto, incluidos números, símbolos e incluso otros conjuntos. Los objetos de un conjunto se denominan elementos o miembros. Los conjuntos pueden describirse formalmente de varias formas.

$$S = \{1, 2, 2, 3, 4\}$$

El conjunto con cero miembros se llama conjunto vacío y está escrito Ø. Un conjunto con un miembro a veces se denomina conjunto singleton, y un conjunto con dos miembros se llama par desordenado.

$$H = \{\ \}$$

Como suele ocurrir en matemáticas, una imagen ayuda a aclarar un concepto. Para los conjuntos, usamos un tipo de imagen llamada Diagrama de Venn. Representa conjuntos como regiones encerradas por líneas circulares.

Secuencias y Tuples

Una secuencia de objetos es una lista de estos objetos en algún orden. Por lo general, designamos una secuencia escribiendo la lista entre paréntesis. Por ejemplo, la secuencia 7, 21, 57 estaría escrito (7, 21, 57).

Los conjuntos y secuencias pueden aparecer como elementos de otros conjuntos y secuencias.

Funciones y Relaciones

Las funciones son fundamentales para las matemáticas. Una función es un objeto que establece una relación entrada-salida. Una función toma una entrada y produce una salida. En cada función, la misma

entrada siempre produce la misma salida. Si F es una función cuyo valor de salida es segundo cuando el valor de entrada es una, nosotros escribimos.

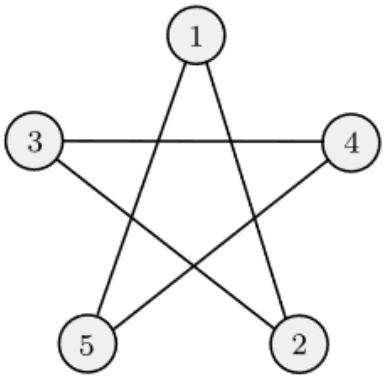
$$f(a) = b$$

Un predicado o propiedad es una función cuyo rango es {VERDADERO FALSO}

El conjunto de posibles entradas a la función se denomina DOMINIO, las salidas de una función provienen de un conjunto llamado RANGO. La notación para decir que f es una función con dominio D y rango R es:

$$f: D \rightarrow R$$

Gráficos



Un grafo no dirigido, o simplemente un gráfico, es un conjunto de puntos con líneas que conectan algunos de los puntos. Los puntos se llaman nodos o vértices y las líneas se llaman bordes. Un gráfico dirigido tiene flechas en lugar de líneas.

El número de aristas es un nodo particular es un grado de ese nodo, en la imagen anterior todos los nodos tienen 2 grados.

Cadenas y Lenguajes

Las cadenas de caracteres son bloques de construcción fundamentales en la informática. El alfabeto sobre el que se definen las cadenas puede variar según la aplicación. Para nuestros propósitos, definimos alfabeto a cualquier conjunto finito no vacío. Los miembros del alfabeto son los símbolos del alfabeto. Generalmente usamos letras griegas Σ y Γ.

Lógica Booleana

La lógica booleana es un sistema matemático construido alrededor de los dos valores CIERTO y FALSO. Los valores CIERTO y FALSO se llaman los Valores booleanos y a menudo están representados por los valores 1 y 0.

En matemáticas, un argumento debe ser hermético; es decir, convincente en un sentido absoluto.

Un teorema es una afirmación matemática probada como cierta. Generalmente nos reservamos el uso de esa palabra para declaraciones de especial interés. Tales declaraciones se llaman lemas. Un teorema o su demostración pueden permitirnos concluir fácilmente que otros enunciados relacionados son verdaderos. Estas declaraciones se llaman corolarios del teorema.

DEFINICIONES, TEOREMAS Y PRUEBAS

Los teoremas y las pruebas son el corazón y alma de las matemáticas, y las definiciones son el espíritu.

Definiciones: Describen los objetos y nociones que usamos.

Prueba: Es un argumento lógico convincente que una formación es verdadera.

Teorema: Es un enunciado matemático que su prueba es totalmente verdad.

Encontrar pruebas

La única forma de determinar la verdad o falsedad de un enunciado matemático es con una prueba matemática.

Tipos de prueba

Varios tipos de argumentos surgen con frecuencia en las demostraciones matemáticas. A continuación, describimos algunos que ocurren a menudo en la teoría de la computación. Tengamos en cuenta que una prueba puede contener más de un tipo de argumento porque la prueba puede contener varias subpruebas diferentes.

Prueba por construcción

Muchos teoremas establecen que existe un tipo particular de objeto. Una forma de probar tal teorema es demostrando cómo construir el objeto. Esta técnica es una prueba para la construcción.

Prueba por contradicción

En una forma común de argumento para probar un teorema, asumimos que el teorema es falso y luego mostramos que esta suposición conduce a una consecuencia obviamente falsa, llamada contradicción. Usamos este tipo de razonamiento con frecuencia en la vida cotidiana.

Prueba por inducción

La prueba por inducción es un método avanzado que se usa para mostrar que todos los elementos.

1ra UNIDAD - INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE LENGUAJES FORMALES

Alfabeto

Un alfabeto es un conjunto de símbolos finito y no vacío de elementos llamados símbolos o letras. Es una agrupación, que se lee con un orden determinado, de las gráficas utilizadas para representar el lenguaje que sirve de sistema de comunicación, un grupo de letras estructurado bajo un orden específico aceptado a nivel general en el marco de una lengua

Convencionalmente, utilizados el símbolo ∑ (sumatoria) para designar un alfabeto. Entre los alfabetos más comunes se incluyen los siguientes:

- ∑= {0,1}, el alfabeto binario
- ∑= {a, b, ……. z}, es el conjunto de todas las letras minúsculas
- El conjunto de todos los caracteres ASCII

Cadena

Una cadena de caracteres (que también se denomina en ocasiones palabra) es una secuencia finita de símbolos seleccionados de algún alfabeto.

Una cadena o palabra es una secuencia finita de símbolos que pertenecen a un alfabeto y comúnmente se denota con la letra.

Ejemplo: si ∑= {0,1}, entonces ∑1= {0,1}, ∑2= {00, 01, 10, 11}, ∑3= {000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111}, etc.

La cadena vacía: La cadena vacía es aquella cadena que presenta cero apariciones de símbolos. Esta cadena, designada por £, es una cadena que puede construirse en cualquier alfabeto

Ejemplo: observe que ∑0= {£}, independientemente de cuál sea el alfabeto ∑. Es decir, £ es la única cadena cuya longitud es 0.

Lenguajes

Un conjunto de cadenas, todas ellas seleccionadas de un ∑*, donde ∑ es un determinado alfabeto se denomina lenguaje. Ya que estas pueden ser cualquier cadena que cumpla con lo siguiente, está formada por los símbolos. Los lenguajes habituales pueden interpretarse como conjuntos de cadenas.

Ejemplo: Sería el inglés, donde la colección de las palabras correctas inglesas es un conjunto de cadenas del alfabeto que consta de todas las letras.

Ejemplo: Es el lenguaje C, o cualquier otro lenguaje de programación, donde los programas correctos son un subconjunto de las posibles cadenas que pueden formarse a partir del alfabeto del lenguaje.

Tipos de Lenguajes

Lenguajes Declarativos: Es fundamentalmente lenguajes de órdenes, dominados por Sentencias que expresan “lo que hay que hacer” en vez de “cómo hacerlo”.

Lenguajes de Alto Nivel: Son los más utilizados como lenguajes de programación permiten que los algoritmos se expresen en un nivel y estilo de escritura fácilmente legible y comprensible por otros programadores.

Lenguaje ensamblador: Es el programa en que se realiza la tracción de un programa escrito en un programa escrito en ensamblador y lo pasa a lenguaje máquina. Directa o no directa de la traducción en que las instrucciones no son más que instrucciones que ejecuta la computadora.

Lenguaje máquina: Es como la máquina interpreta lo que nosotros queremos hacer es una lectura de 0 y 1 es decir binarios de un conjunto infinito tienen una propiedad.

Estructura de un traductor

Un traductor es un programa que tiene como entrada un texto escrito en un lenguaje (lenguaje fuente) y como salida produce un texto escrito en un lenguaje (lenguaje objeto) que preserva el significado de origen.

Fases de un compilador

Los compiladores son programas de computadora que traducen de un lenguaje a otro. Un compilador toma como su entrada un programa escrito en lenguaje fuente y produce un programa equivalente escrito en lenguaje objeto.

Un compilador se compone internamente de varias etapas, o fases, que realizan operaciones lógicas.

- Analizador léxico: Lee la secuencia de caracteres de izquierda a derecha del programa fuente y agrupa las secuencias de caracteres en unidades con significado propio (componentes léxicos o “tokens” en inglés).

  Las palabras clave, identificadores, operadores, constantes numéricas, signos de puntuación como separadores de sentencias, llaves, parentesis, etc. , son diversas clasificaciones de componentes léxicos.
- Análisis sintáctico: Determina si la secuencia de componentes léxicos sigue la sintaxis del lenguaje y obtiene la estructura jerárquica del programa en forma de árbol, donde los nodos son construcciones de alto nivel del lenguaje.

Se determinan las relaciones estructurales entre los componentes léxicos, esto es semejante a realizar el análisis gramatical sobre una frase en lenguaje natural. La estructura sintáctica la definiremos mediante las gramáticas independientes del contexto.

- Análisis semántico: Realiza las comprobaciones necesarias sobre el árbol sintáctico para determinar el correcto significado del programa.

  Las tareas básicas a realizar son: La verificación e inferencia de tipos en asignaciones y expresiones, la declaración del tipo de variables y funciones antes de su uso, el correcto uso de operadores, el ámbito de las variables y la correcta llamada a funciones.

  Nos limitaremos al análisis semántico estático (en tiempo de compilación), donde es necesario hacer uso de la Tabla de símbolos, como estructura de datos para almacenar información sobre los identificadores que van surgiendo a lo largo del programa. El análisis semántico suele agregar atributos (como tipos de datos) a la estructura del árbol semántico.
- Generación y optimización de código intermedio: La optimización consiste en la calibración del árbol sintáctico donde ya no aparecen construcciones de alto nivel. Generando un código mejorado, ya no estructurado, más fácil de traducir directamente a código ensamblador o máquina, compuesto de un código de tres direcciones (cada instrucción tiene un operador, y la dirección de dos operandos y un lugar donde guardar el resultado), también conocida como código intermedio.
- Generador de código objeto: Toma como entrada la representación intermedia y genera el código objeto. La optimización depende de la máquina, es necesario conocer el conjunto de instrucciones, la representación de los datos (número de bytes), modos de direccionamiento, número y propósito de registros, jerarquía de memoria, encauzamientos, etc.

  Suelen implementarse a mano, y son complejos porque la generación de un buen código objeto requiere la consideración de muchos casos particulares.
- Tabla de Símbolos: Es una estructura tipo diccionario con operaciones de inserción, borrado y búsqueda, que almacena información sobre los símbolos que van apareciendo a lo largo del programa como son: – los identificadores (variables y funciones) – Etiquetas – tipos definidos por el usuario (arreglos, registros, etc.)

  Además almacena el tipo de dato, método de paso de parámetros, tipo de retorno y de argumentos de una función, el ámbito de referencia de identificadores y la dirección de memoria. Interacciona tanto con el analizador léxico, sintáctico y semántico que introducen información conforme se procesa la entrada. La fase de generación de código y optimización también la usan.

- Gestor de errores: Detecta e informa de errores que se produzcan durante la fase de análisis. Debe generar mensajes significativos y reanudar la traducción.

  Encuentra errores: – En tiempo de compilación: errores léxicos (ortográficos), sintácticos (construcciones incorrectas) y semánticos (p.ej. errores de tipo) – En tiempo de ejecución: direccionamiento de vectores fuera de rango, divisiones por cero, etc. – De especificación/diseño: compilan correctamente pero no realizan lo que el programador desea. Se tratarán sólo errores estáticos (en tiempo de compilación). Respecto a los errores en tiempo de ejecución, es necesario que el traductor genere código para la comprobación de errores específicos, su adecuado tratamiento y los mecanismos de tratamiento de excepciones para que el programa se continúe ejecutando específica.

2da UNIDAD - EXPRESIONES REGULARES

Representación Finita

Dado un problema de Programación Semi-Infinita, si se puede obtener una representación finita del conjunto factible, pueden funcionar para resolver el problema de los métodos de programación con finitas restricciones.

En matemáticas, un conjunto finito es un conjunto que tiene un número finito de elementos.

Gramáticas

Es un conjunto finito de reglas que describen toda la secuencia de símbolos pertenecientes a un lenguaje específico *L*. Dos gramáticas que describen el mismo lenguaje se llaman gramáticas equivalentes.

Una gramática es una estructura algebraica formada por cuatro elementos fundamentales:

G = { *VN*, *VT*, *S*, *P* }

donde

- *VN* es el conjunto de elementos No Terminales
- *VT* es el conjunto de elementos Terminales
- *S* es el Símbolo inicial de la gramática
- *P* es el conjunto de Reglas de Producción

Todas las cadenas del lenguaje definidas por la gramática están formadas con símbolos del *vocabulario terminal* VT. El vocabulario terminal se define por enumeración de los símbolos terminales.

El *vocabulario no terminal* VN es el conjunto de símbolos introducidos como elementos auxiliares para la definición de la gramática, y que no figuran en las sentencias del lenguaje.

La intersección entre el vocabulario terminal y no terminal es el conjunto vacío:

$$\{VN\}\ \{VT\} = \{\emptyset\}$$

La unión entre el vocabulario terminal y no terminal es el vocabulario.

$$\{VN\}\ \{VT\} = \{V\}$$

En ocasiones es importante distinguir si un determinado vocabulario incluye o no la cadena vacía, indicándose respectivamente con superíndice + o superíndice *, tal como se muestra a continuación:

$$V+ = V - \{\}\ V* = V + \{\}$$

El *símbolo inicial* S es un símbolo no terminal a partir del cual se aplican las reglas de la gramática para obtener las distintas cadenas del lenguaje.

Las *producciones* P son las reglas que se aplican desde el símbolo inicial para obtener las cadenas del lenguaje. El conjunto de producciones P se define por medio de la enumeración de las distintas producciones, en forma de reglas o por medio de un metalenguaje.

Árboles de Derivación

Un árbol de derivación permite mostrar gráficamente cómo se puede derivar cualquier cadena de un lenguaje a partir del símbolo distinguido de una gramática que genera ese lenguaje.

Un árbol es un conjunto de puntos, llamados nodos, unidos por líneas, llamadas arcos. Un arco conecta dos nodos distintos. Para ser un árbol un conjunto de nodos y arcos debe satisfacer ciertas propiedades:

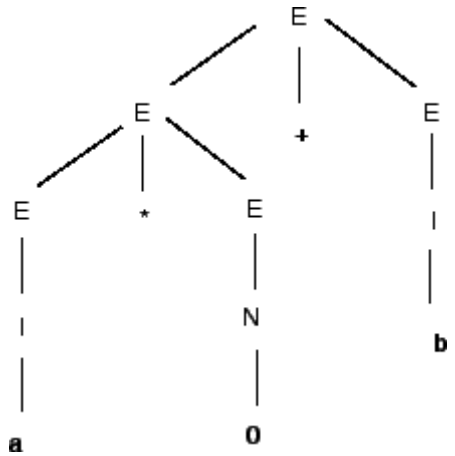
- Hay un único nodo distinguido, llamado raíz (se dibuja en la parte superior) que no tiene arcos incidentes.
- Todo nodo c excepto el nodo raíz está conectado con un arco a otro nodo k, llamado el padre de c (c es el hijo de k). El padre de un nodo, se dibuja por encima del nodo.
- Todos los nodos están conectados al nodo raíz mediante un único camino.
- Los nodos que no tienen hijos se denominan hojas, el resto de los nodos se denominan nodos interiores.

$$\Sigma = \{a, b, 0, 1, +, *, -, /, (,)\}$$

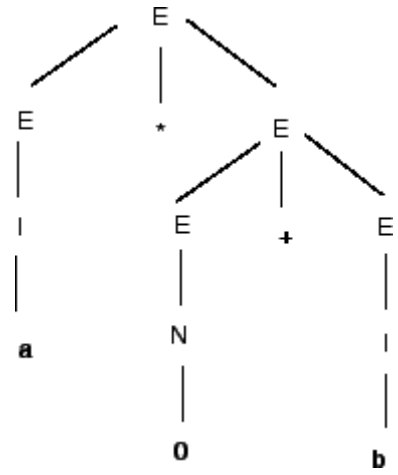
$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid E - E \mid E/E \mid (E) \mid I \mid N$$

$$N \rightarrow 0 \mid 1 \mid N0 \mid N1$$

$$I \rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$$



a * 0 + b interpretado como (a * 0) + b

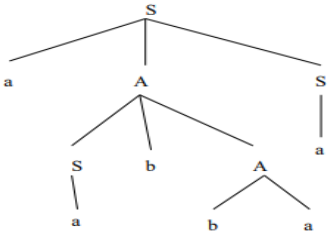


a * 0 + b interpretado como a* (0 + b)

Se llama derivación por la izquierda asociada a un árbol a aquella en la que siempre se deriva primero la primera variable (más a la izquierda) que aparece en la palabra. Se llama derivación por la derecha asociada a un árbol a aquella en la que siempre se deriva primero la última variable (más a la derecha) que aparece en la palabra.

Ejemplo

Dado el árbol de la palabra *aabbaa*



Derivación por la izquierda:

$S \Rightarrow aAS \Rightarrow aSbAS \Rightarrow aabAS \Rightarrow aabbaS \Rightarrow aabbaa$

Derivación por la derecha:

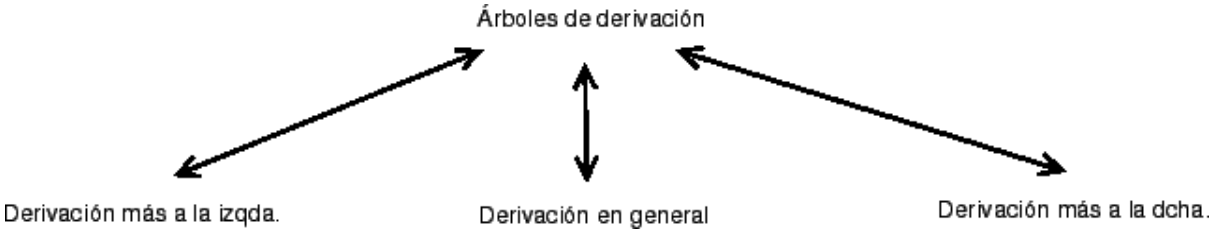
$S \Rightarrow aAS \Rightarrow aAa \Rightarrow aSbAa \Rightarrow aSbbaa \Rightarrow aabbaa$

La derivación más a la izquierda de un árbol se obtiene recorriendolo en profundidad y de izquierda a derecha.

La derivación más a la derecha de un árbol se obtiene recorriendolo en profundidad y de derecha a izquierda.

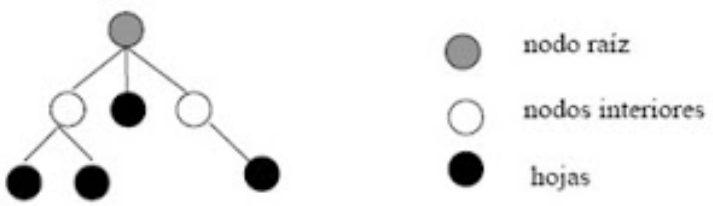
En una derivación en general, seguimos el orden que queremos.

Se dan las siguientes correspondencias:



El árbol de derivación tiene las siguientes propiedades:

- el nodo raíz está rotulado con el símbolo distinguido de la gramática;
- cada hoja corresponde a un símbolo terminal o un símbolo no terminal;
- cada nodo interior corresponde a un símbolo no terminal.



Para cada cadena del lenguaje generado por una gramática es posible construir (al menos) un árbol de derivación, en el cual cada hoja tiene como título uno de los símbolos de la cadena.

Gramáticas regulares

Son una gramática formal (N, Σ, P, S) que pueden ser clasificadas como regular izquierda y regular derecha. Estas gramáticas solo pueden generar a los lenguajes regulares de manera similar a los autómatas finitos y las expresiones regulares.

Una gramática regular derecha es aquella cuyas reglas de producción P son de la siguiente forma:

1. $A \rightarrow a$, donde A es un símbolo no-terminal en N y a uno terminal en Σ
2. $A \rightarrow aB$, donde A y B pertenecen a N y a pertenece a Σ
3. $A \rightarrow \varepsilon$, donde A pertenece a N.

Análogamente, en una gramática regular izquierda, las reglas son de la siguiente forma:

1. $A \rightarrow a$, donde A es un símbolo no-terminal en N y a uno terminal en Σ
2. $A \rightarrow Ba$, donde A y B pertenecen a N y a pertenece a Σ
3. $A \rightarrow \varepsilon$, donde A pertenece a N.

Las gramáticas formales definen un lenguaje describiendo cómo se pueden generar las cadenas del lenguaje. Una gramática formal es una cuádrupla:

$$G = (N, T, P, S)$$

Donde:

N es un conjunto finito de símbolos no terminales

T es un conjunto finito de símbolos terminales $N \cap T = \emptyset$

P es un conjunto finito de producciones

Cada producción de P tiene la forma

$\alpha \rightarrow \beta$, $\alpha = \varphi A \rho$ y $\beta = \varphi \omega \rho$

$\varphi, \omega, \rho \in (N \cup T)^*$ y A es S ó $A \in N$

- S es el símbolo distinguido o axioma $S \notin (N \cup T)$

Restringiendo los formatos de producciones permitidas en una gramática, se pueden especificar cuatro tipos de gramáticas (tipo 0, 1, 2 y 3) y sus correspondientes clases de lenguajes.

3ra UNIDAD - AUTÓMATAS FINITOS

Autómata Finito

Es un modelo computacional que realiza cómputos en forma automática sobre una entrada para producir una salida (máquina de estado finito).

Este modelo está conformado por un alfabeto, un conjunto de estados y un conjunto de transiciones entre dichos estados. Su funcionamiento se basa en una función de transición, que recibe a partir de un estado inicial una cadena de caracteres pertenecientes al alfabeto (la entrada), y que va leyendo dicha cadena a medida que el autómata se desplaza de un estado a otro, para finalmente detenerse en un estado final o de aceptación, que representa la salida.

La finalidad de los autómatas finitos es la de reconocer lenguajes regulares, que corresponden a los lenguajes formales más simples según la Jerarquía de Chomsky.

Formalmente, un autómata finito es una 5-tupla $(Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ donde:

- Q es un conjunto finito de estados;
- Σ es un alfabeto finito;
- $q_0 \in Q$ es el estado inicial;

- $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ es una función de transición;
- $F \subseteq Q$ es un conjunto de estados finales o de aceptación.

Autómata Finito Determinista

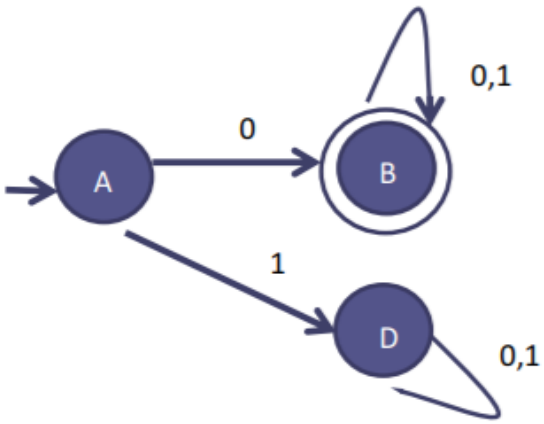
Un autómata finito determinista (AFD) es un autómata finito que además es un sistema determinista; es decir, para cada estado q ∈ Q en que se encuentre el autómata, y con cualquier símbolo a ∈ Σ del alfabeto leído, existe siempre a lo más una transición posible δ(q,a).

En un AFD no pueden darse ninguno de estos dos casos:

- Que existan dos transiciones del tipo δ(q,a)=q1 y δ(q,a)=q2, siendo q1 ≠ q2;
- Que existan transiciones del tipo δ(q,ε), salvo que q sea un estado final, sin transiciones hacia otros estados.

Ejemplo: Obtenga un AFD dado el siguiente lenguaje definido en el alfabeto Σ= {0,1}. El conjunto de cadenas que inician en "0".

SOLUCIÓN



Autómata Finito No Determinista

Un autómata finito no determinista (AFND) es aquel que, a diferencia de los autómatas finitos deterministas, posee al menos un estado q ∈Q, tal que para un símbolo a ∈ Σ del alfabeto, existe más de una transición δ(q,a) posible.

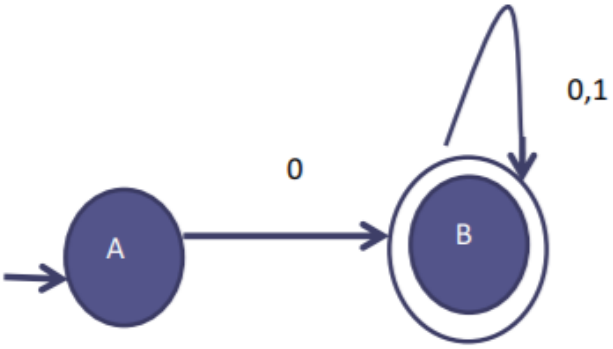
Haciendo la analogía con los AFDs, en un AFND puede darse cualquiera de estos dos casos:

- Que existan transiciones del tipo δ(q,a)=q1 y δ(q,a)=q2, siendo q1 ≠ q2;
- Que existan transiciones del tipo δ(q,ε), siendo q un estado no-final, o bien un estado final pero con transiciones hacia otros estados.

Cuando se cumple el segundo caso, se dice que el autómata es un autómata finito no determinista con transiciones vacías o transiciones ε (abreviado AFND-ε). Estas transiciones permiten al autómata cambiar de estado sin procesar ningún símbolo de entrada.

Ejemplo: Obtenga un AFND dado el siguiente lenguaje definido en el alfabeto Σ= {0,1}. El conjunto de cadenas que inician en "0".

SOLUCIÓN



Teorema de Myhill-Nerode

El teorema de Myhill-Nerode proporciona una condición necesaria y suficiente para que un lenguaje sea regular . El teorema lleva el nombre de John Myhill y Anil Nerode , quienes lo demostraron en la Universidad de Chicago en 1958.

Se puede utilizar para demostrar que un lenguaje *L* es regular demostrando que el número de clases de equivalencia de *RL* es finito. Esto puede hacerse mediante un análisis de caso exhaustivo en el que, a partir de la cadena vacía , se utilizan extensiones distintivas para encontrar clases de equivalencia adicionales hasta que no se puedan encontrar más.

Minimización

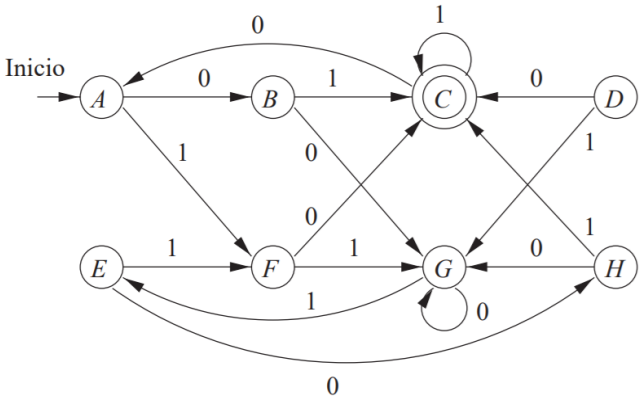
Un AFD está minimizado, si todos sus estados son distinguibles y alcanzables. Un algoritmo de minimización de AFD es el siguiente:

- Eliminar los estados inaccesibles del autómata.
- Construir una tabla con todos los pares (p, q) de estados restantes.
- Marcar en la tabla aquellas entradas donde un estado es final y el otro es no-final, es decir, aquellos pares de estados que son claramente distinguibles.
- Para cada par (p, q) y cada símbolo a del alfabeto, tal que r = δ(p,a) y s = δ(q,a):
- Si (r, s) ya ha sido marcado, entonces p y q también son distinguibles, por lo tanto marcar la entrada (p, q).

- De lo contrario, colocar (p, q) en una lista asociada a la entrada (r, s).
- Agrupar los pares de estados no marcados.

Luego del tercer paso, si la tabla creada queda completamente marcada, entonces el AFD inicial ya era mínimo.

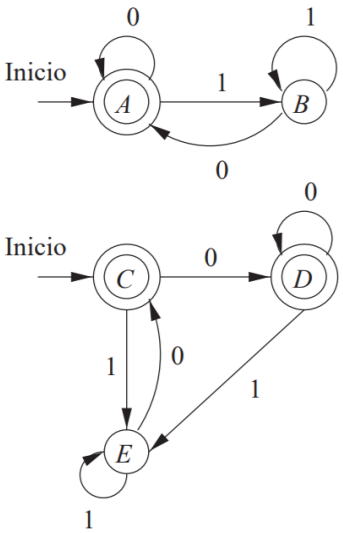
Ejemplos:



	A	B	C	D	E	F	G
B	x						
C	x	x					
D	x	x	x				
E		x	x	x			
F	x	x	x		x		
G	x	x	x	x	x	x	
H	x		x	x	x	x	x

Consideremos la tabla de la Figura anterior, donde hemos determinado los estados equivalentes y distinguibles correspondientes al autómata mostrado anteriormente. La partición de los estados en bloques equivalentes es (*{A,E}, {B,H}, {C}, {D,F}, {G}*). Observe que los tres pares de estados que son equivalentes se incluyen en un mismo bloque, mientras que los estados que son distinguibles de los restantes estados se incluyen cada uno en un bloque distinto.

Para el siguiente autómata, la partición es ({A, C, D}, {B, E}). Este ejemplo muestra que podemos tener más dos estados en un bloque. Parece fortuito que A, C y D puedan estar en un mismo bloque, porque todos los pares que forman entre los tres son equivalentes, y ninguno de ellos es equivalente a cualquier otro estado. Sin embargo, como veremos en el siguiente teorema que vamos a demostrar, esta situación está garantizada por la definición de “equivalencia” de estados.



Conversión de RE a FA

Para convertir el RE en FA, usaremos un método llamado método de subconjunto. Este método se utiliza para obtener FA a partir de la expresión regular dada. Este método se da a continuación:

Paso 1: Diseñe un diagrama de transición para una expresión regular dada, utilizando NFA con movimientos ε.

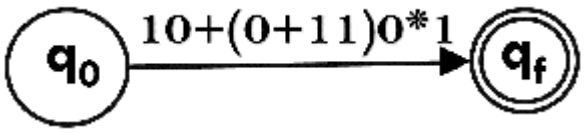
Paso 2: Convierta este NFA con ε en NFA sin ε.

Paso 3: Convierta el NFA obtenido en DFA equivalente.

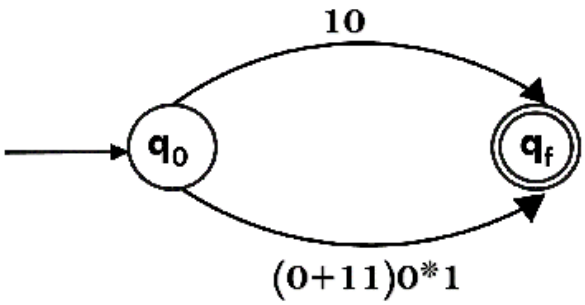
Ejemplo 1: Diseñe un FA a partir de la expresión regular dada 10 + (0 + 11) 0 * 1.

Solución: Primero construiremos el diagrama de transición para una expresión regular dada.

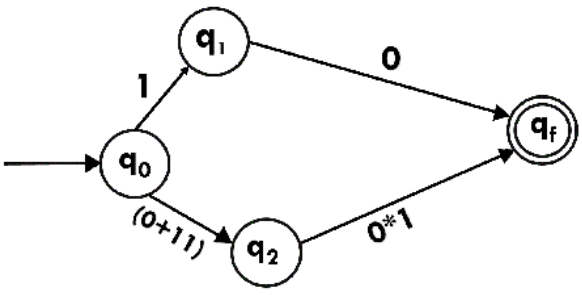
Paso 1:



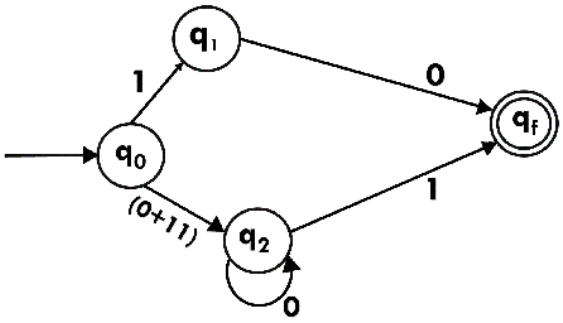
Paso 2:



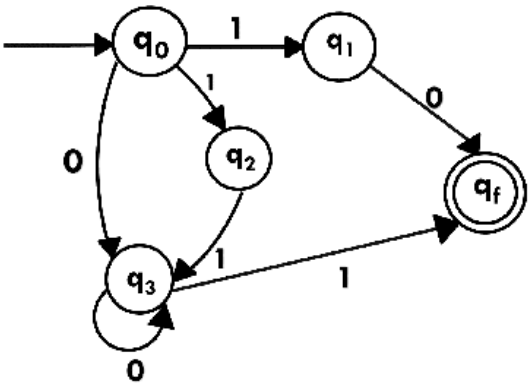
Paso 3:



Paso 4:



Paso 5:



Ahora tenemos NFA sin ε. Ahora lo convertiremos en DFA requerido para eso, primero escribiremos una tabla de transición para este NFA.

Estado	0	1
→ q0	q3	{q1, q2}
q1	qf	ϕ
q2	ϕ	q3
q3	q3	qf
* qf	ϕ	ϕ

El DFA equivalente será:

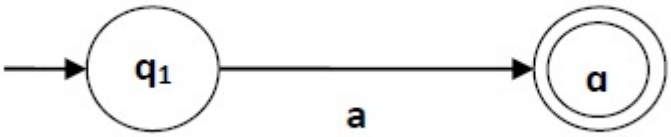
Estado	0	1
→ [q0]	[q3]	[q1, q2]
[q1]	[qf]	ϕ
[q2]	ϕ	[q3]
[q3]	[q3]	[qf]
[q1, q2]	[qf]	[qf]
* [qf]	ϕ	ϕ

Conversión de FA a RE

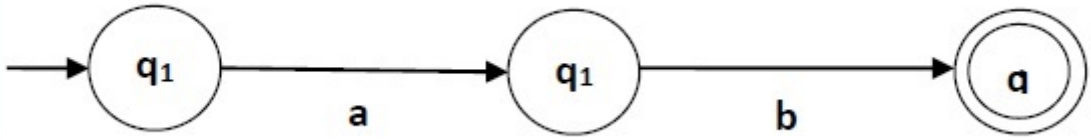
Podemos usar la construcción de Thompson para encontrar un autómata finito a partir de una expresión regular. Reduciremos la expresión regular a expresiones regulares más pequeñas y las convertiremos a NFA y finalmente a DFA.

Algunas expresiones RA básicas son las siguientes:

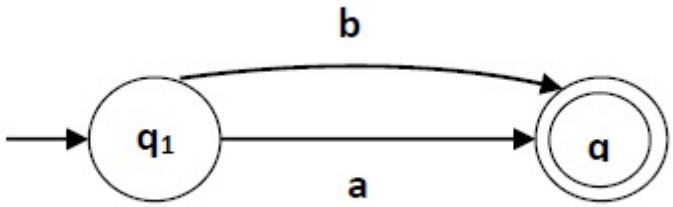
Caso 1 - Para una expresión regular 'a', podemos construir el siguiente FA -



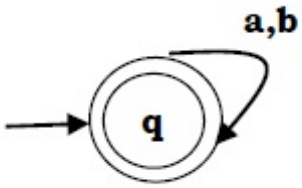
Caso 2 - Para una expresión regular 'ab', podemos construir el siguiente FA -



Caso 3 - Para una expresión regular (a + b), podemos construir el siguiente FA -



Caso 4 - Para una expresión regular (a + b) *, podemos construir el siguiente FA -



Método

Paso 1: Construya un NFA con movimientos nulos a partir de la expresión regular dada.

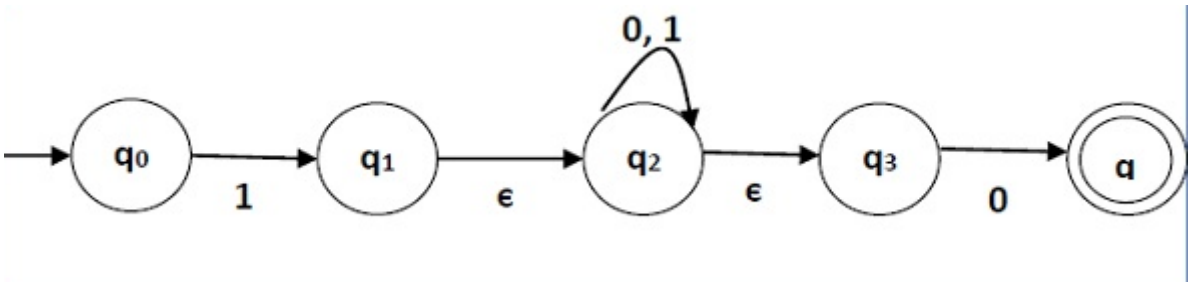
Paso 2: Elimine la transición nula de la NFA y conviértela en su DFA equivalente.

Problema

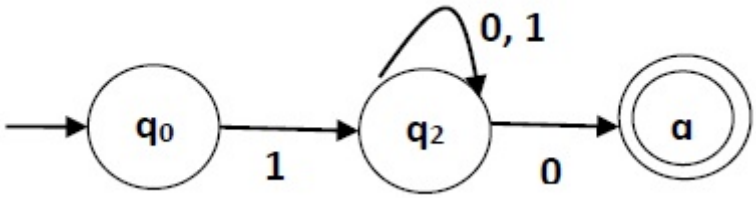
Convierta el siguiente RA en su DFA equivalente - 1 (0 + 1) * 0

Solución

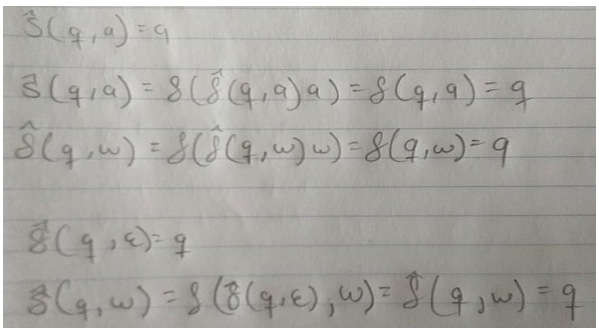
Concatenamos tres expresiones "1", "(0 + 1) *" y "0"

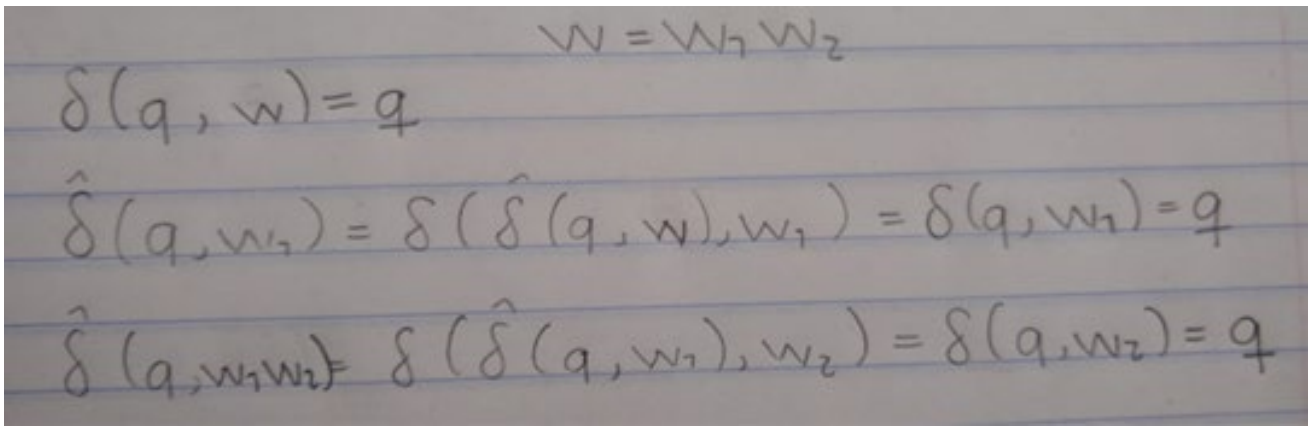


Ahora eliminaremos las transiciones ε . Después de eliminar las transiciones ε del NDFA, obtenemos lo siguiente:



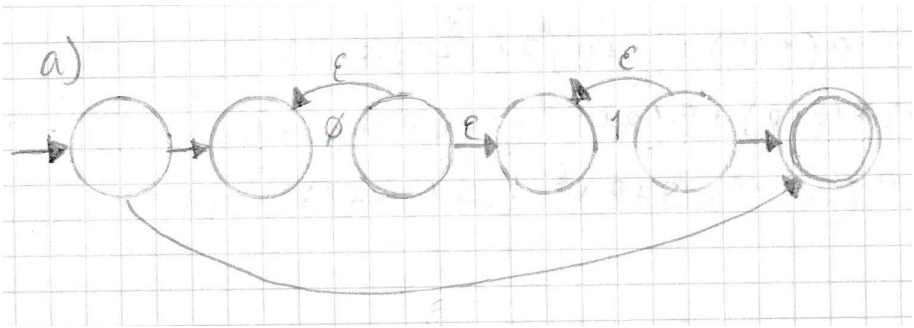
2.2.7. Sea *A* un AFD y *q* un estado concreto de *A*, tal que *δ(q,a) = q* para todos los símbolos *a* de entrada. Demuestre por inducción sobre la longitud de la entrada que para todas las cadenas de entrada *w*, se cumple que *δ(q,w) = q*.



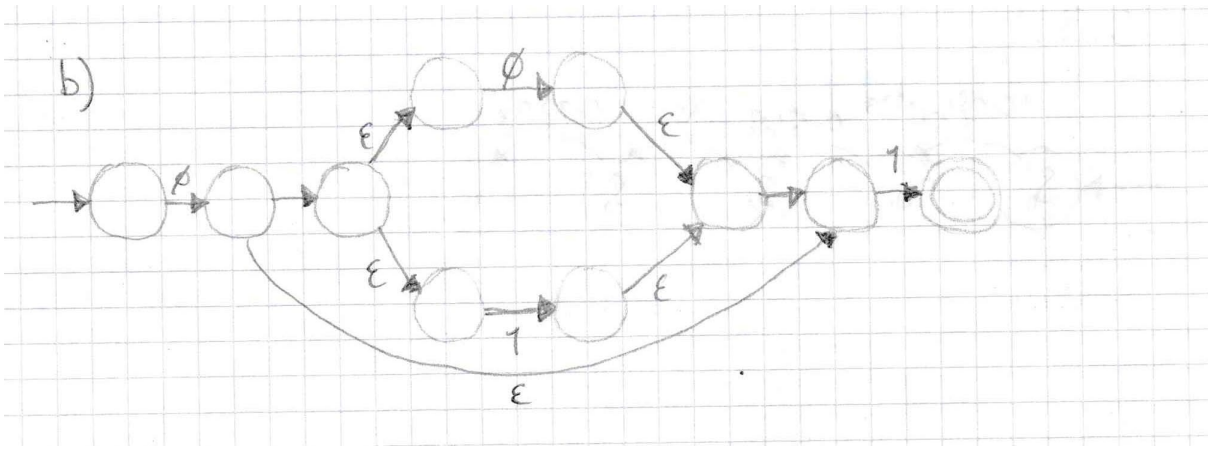


3.2.4. Convierta las siguientes expresiones regulares en un AFN con transiciones-ε.

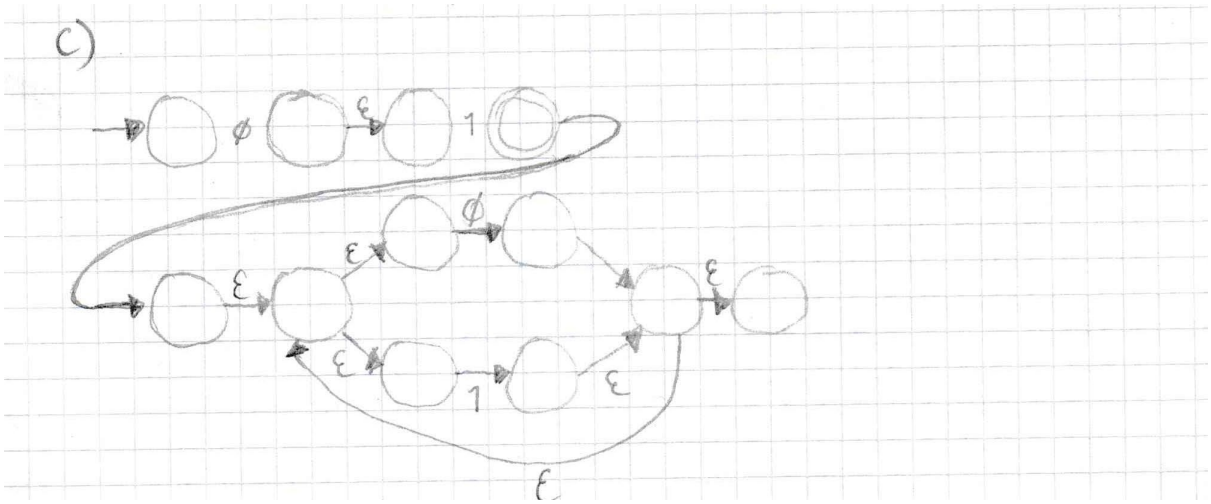
a) 01*.



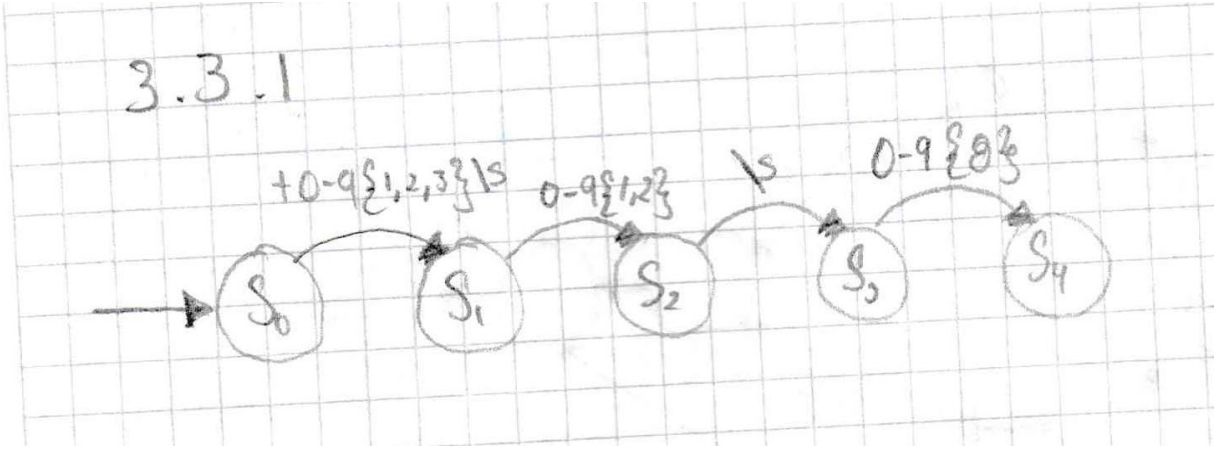
b) (0+1)01.



c) 00(0+1)*.



3.3.1. Obtenga una expresión regular que describa números de télefono en todas las variantes que pueda imaginar. Tenga en cuenta los números internacionales así como el hecho de que los distintos países emplean una cantidad diferente de dígitos para los códigos de área de los números de teléfono locales.

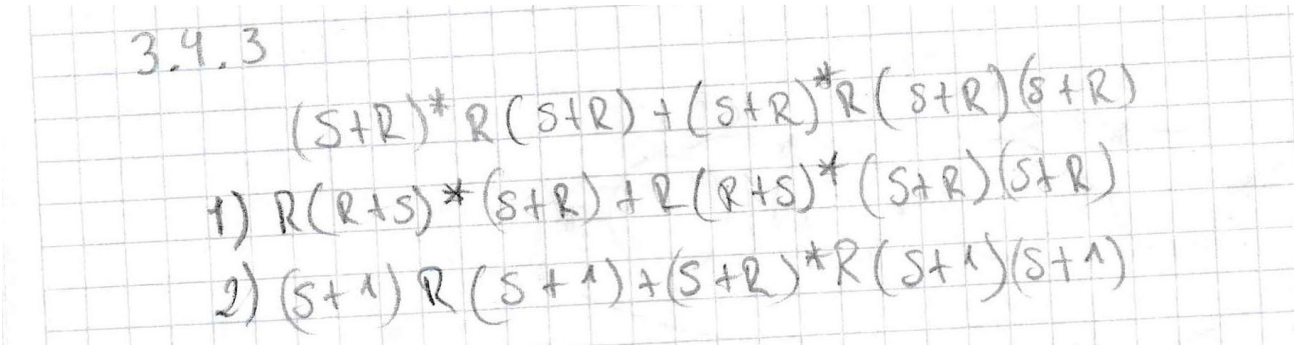


3.4.2. Demuestre si cada una de las siguientes proposiciones acerca de expresiones regulares es verdadera o falsa.

a) (R+S)* = R* +S*. -Es verdadera
b) (RS+R)*R = R(SR+R)*. -Es verdadera
c) (RS+R)*RS = (RR*S)*. -Es falsa
d) (R+S)*S = (R*S)*. -Es verdadera
e) S(RS+S)*R = RR*S(RR*S)*. -Es falsa

3.4.3. En el Ejemplo 3.6 hemos desarrollado la expresión regular

(0+1) *1(0+1)+(0+1)*1(0+1)(0+1)



Referencias

Anónimo. (2017). Definición de alfabetos, cadena, lenguaje, tipos de lenguaje, gramática y autómatas. Recuperado el 29 de noviembre de 2020, de https://lengyaut.blogspot.com/2017/08/definicion-alfabetos-cadena-lenguaje.html

Anónimo. (S.F). 1.6. Estructura de un traductor. Recuperado el 29 de noviembre de 2020, de https://sites.google.com/site/teoriadelenguajesformaless/1-6-estru

Anónimo. (S.F). 1.7. Fases de un compilador. Recuperado el 29 de noviembre de 2020, de https://sites.google.com/site/teoriadelenguajesformaless/1-7-fases-de-un-compilador

Wikipedia. (2020). Conjunto finito. Recuperado el 26 de octubre de 2020, de https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto_finito

Wikipedia. (2020). Gramática (autómata). Recuperado el 26 de octubre de 2020, de https://es.wikipedia.org/wiki/Gram%C3%A1tica_(aut%C3%B3mata)#:~:text=Una%20gram%C3%A1tica%20(%22G%22),lenguaje%20se%20llaman%20gram%C3%A1ticas%20equivalentes.

Cueva Lovelle J.M. (2001). Lenguajes, Gramáticas y autómatas. Recuperado el 26 de octubre de 2020, de https://es.wikipedia.org/wiki/Gram%C3%A1tica_(aut%C3%B3mata)#:~:text=Una%20gram%C3%A1tica%20(%22G%22),lenguaje%20se%20llaman%20gram%C3%A1ticas%20equivalentes.

Ma. Alejandra. (2011). Árboles de derivación. Recuperado el 26 de octubre de 2020, de https://teodelacomp.blogspot.com/2011/03/arboles-de-derivacion.html#:~:text=Un%20%C3%A1rbol%20de%20derivaci%C3%B3n%20permite,arco%20conecta%20dos%20nodos%20distintos.

Anónimo. (S.F). Árboles de derivación. Recuperado el 26 de octubre de 2020, de ftp://decsai.ugr.es/pub/utai/other/smc/docencia/tr4.pdf

Wikipedia. (2020). Gramática Regular. Recuperado el 02 de noviembre de 2020, de https://es.wikipedia.org/wiki/Gram%C3%A1tica_regular#:~:text=En%20inform%C3%A1tica%20una%20gram%C3%A1tica%20regular,finitos%20y%20las%20expresiones%20regulares.

LetySystem's. (S.F). Gramática Regular. Recuperado el 02 de noviembre de, https://letysystem.wordpress.com/gramatica-regular/

Wikipedia. (2020). Autómata finito. Recuperado el 02 de noviembre de 2020. De https://es.wikipedia.org/wiki/Aut%C3%B3mata_finito#:~:text=Un%20aut%C3%B3mata%20finito%20(AF)%20o,un%20conjunto%20de%20estados%20finales.

Ojeda Toche L. (2017). Autómatas deterministas y no deterministas (Ejercicios). Recuperado el 02 de noviembre de 2020, de https://core.ac.uk/download/pdf/154797605.pdf

Wikipedia. (2020). Myhill-Nerode theorem. Recuperado el 05 de noviembre de 2020, de https://en.wikipedia.org/wiki/Myhill%E2%80%93Nerode_theorem

Anónimo. (S.F). Minimización de estados. Recuperado el 05 de noviembre de 2020, de https://sites.google.com/site/tautomatasfinal/minimizaci

Anónimo. (S.F). Conversion of RE to FA. Recuperado el 12 de noviembre de 2020, de https://www.javatpoint.com/automata-conversion-of-re-to-fa#:~:text=To%20convert%20the%20RE%20to,using%20NFA%20with%20%CE%B5%20moves.

Anónimo. (S.F). Construction of an FA from an RE. Recuperado el 16 de noviembre de 2020, de https://www.tutorialspoint.com/automata_theory/constructing_fa_from_re.htm

Hopcroft, J., Motwani, R. and Ullman, J., 2008. *Introducción A La Teoría De Autómatas Lenguajes Y Computación*. 3rd ed. Madrid: Miguel Martín-Romo.