

Aproximación de Taylor

Jessica Isamar Uriarte Garcia
Universidad de Sonora

Marzo 2015

1 Polinomio de Taylor

Algunas veces podemos aproximar funciones complicadas mediante otras funciones más simples que dan la exactitud adecuada en ciertas aplicaciones.

1.1 Definición

Sea $y=f(x)$ una función real e variable real definida en un intervalo abierto I que contenga a a ($f : I \rightarrow \mathbb{R}$) n veces derivable en a .

$$P_n(x) = f(a) + (f'(a)/1!)(x-a) + (f''(a)/2!)(x-a)^2 + \dots + (f^n(a)/n!)(x-a)^n \quad (1)$$

1.2 Teorema

Sea $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ n veces derivable en a y tal que la derivada n -ésima de la función sea continua en a . Sea $R_n(x) = f(x) - P_n(x)$ es el polinomio de Taylor de la función en a , entonces el límite cuando $n \rightarrow \infty$ $(R_n(x)/(x-a)^n) = 0$.

2 Aproximaciones

Se pide obtener la aproximación de Taylor de las siguientes funciones;

2.1 $f(x) = \sin(x)$

Código utilizado en Máxima

```
/* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r959546617
[wxMaxima: comment end ] */

/* [wxMaxima: input start ] */
f(x):= sin(x);
t1(x):=taylor(f(x), x, 0, 1);
t3(x):=taylor(f(x), x, 0, 3);
t5(x):=taylor(f(x), x, 0, 5);
t7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
fortran(t1(x));
fortran(t3(x));
fortran(t5(x));
fortran(t7(x));
tex(t1(x));
tex(t3(x));
tex(t5(x));
tex(t7(x));
plot2d ([f(x),t1(x),t3(x),t5(x),t7(x)], [x, -\% pi, \% pi]);
/* [wxMaxima: input end ] */
```

2.2 $f(x) = \log(1+x)$

Código utilizado en Máxima.

```
* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r-1011506623
[wxMaxima: comment end ] */
```

```

/* [wxMaxima: input  start ] */
f(x):= log (1+x);
t4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);
t7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
t11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);
t16(x):=taylor(f(x), x, 0,16);
fortran(t4(x));
fortran(t7(x));
fortran(t11(x));
fortran(t16(x));
tex(t4(x));
tex(t7(x));
tex(t11(x));
tex(t16(x));
plot2d ([f(x),t4(x),t7(x),t11(x),t16(x)], [x, -1.5,1.5],[y,-4,4]);
/* [wxMaxima: input  end  ] */

```

2.3 $f(x) = \log(\cos)$

Código utilizado en Máxima.

```

/* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r-330745655
[wxMaxima: comment end  ] */

/* [wxMaxima: input  start ] */
f(x):= log (cos(x));
t4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);
t7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
t11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);
t16(x):=taylor(f(x), x, 0,16);
fortran(t4(x));
fortran(t7(x));

```

```

fortran(t11(x));
fortran(t16(x));
tex(t4(x));
tex(t7(x));
tex(t11(x));
tex(t16(x));
plot2d ([f(x),t4(x),t7(x),t11(x),t16(x)], [x, -%pi/2, %pi/2],[y,-4,4]);
/* [wxMaxima: input    end    ] */

```

2.4 $f(x) = \exp(x)/\cos(x)$

Código utilizado en Máxima.

```

* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */

/* [wxMaxima: comment start ]
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r313196233
[wxMaxima: comment end    ] */

/* [wxMaxima: input    start ] */
f(x):= exp (x)/cos(x);
t4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);
t7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);
t11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);
t16(x):=taylor(f(x), x, 0,16);
fortran(t4(x));
fortran(t7(x));
fortran(t11(x));
fortran(t16(x));
tex(t4(x));
tex(t7(x));
tex(t11(x));
tex(t16(x));
plot2d ([f(x),t4(x),t7(x),t11(x),t16(x)], [x, -4, 4],[y,-4,4]);
/* [wxMaxima: input    end    ] */

```

2.5 $f(x) = (1+x)\exp(x)$

Código utilizado en Máxima.

```
/* [wxMaxima batch file version 1] [ DO NOT EDIT BY HAND! ]*/  
/* [ Created with http://maxima-online.org ] */
```

```
/* [wxMaxima: comment start ]  
This solution online http://maxima-online.org/?inc=r-2062794685  
[wxMaxima: comment end ] */
```

```
/* [wxMaxima: input start ] */  
f(x):= (1+x)*exp (x);  
t4(x):=taylor(f(x), x, 0, 4);  
t7(x):=taylor(f(x), x, 0, 7);  
t11(x):=taylor(f(x), x, 0, 11);  
t16(x):=taylor(f(x), x, 0,16);  
fortran(t4(x));  
fortran(t7(x));  
fortran(t11(x));  
fortran(t16(x));  
tex(t4(x));  
tex(t7(x));  
tex(t11(x));  
tex(t16(x));  
plot2d ([f(x),t4(x),t7(x),t11(x),t16(x)], [x, -8, 2],[y,-4,4]);  
/* [wxMaxima: input end ] */
```