Week 10/13 ⑤⑥

5.

(I) 李先生每週早餐預算 $300.

消費習慣為：$10 奶茶(x)與 $20 漢堡(Y)

① 預算限制式 ⇒ $10X+20Y=300$

偏好：$U=f(X,Y)=X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$

② 早餐消費決策 ⇒ Max $U=f(X,Y)=X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$

subject to $10X+20Y=300$

最適消費條件：

$$MRS_{xy}=\frac{\frac{2}{3}X^{-\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}X^{\frac{2}{3}}Y^{-\frac{2}{3}}}=\frac{P_X}{P_Y}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$$

⇒ 得 $Y=\frac{1}{4}X$ ⇒ 代入 $10X+20Y=300$

$10X+\frac{1}{4}X\cdot 20=300$

$15X=300$，$X=20$，$Y=20\times\frac{1}{4}=5$ ⇒ $\begin{cases}X=20\\Y=5\end{cases}$

⇒ 李先生每週會購買 20 杯奶茶和 5 個漢堡 #

(II) 吃早餐只為了飽足感，1 個漢堡份量抵 3 杯奶茶

偏好：$U=f(X,Y)=X+3Y$

② 消費決策 ⇒ Max $U=f(X,Y)=X+3Y$

subject to $10X+20Y=300$

最適消費條件：

$$MRS_{xy}=\frac{1}{3}<\frac{P_X}{P_Y}=\frac{1}{2}$$

⇒ 願意以漢堡取代奶茶，直到所有預算都購買漢堡為止。

⇒ 早餐消費決策：$X=0$，$Y=15$

⇒ 李先生每週購買 15 個漢堡 #

(II) 漢堡太多難入嘴，奶茶太多又太甜膩，因此認為1個漢堡沙項配1杯奶茶.

偏好 = $U = f(X,Y) = \min(X,Y)$

消費決策 = $\text{Max} \quad U = f(X,Y) = \min(X,Y)$

subject to $10X + 20Y = 300$

最適消費條件 = $X = Y$ ⇒ 代入

$10X + 20X = 300$

$30X = 300$, $\begin{cases} X = 10 \\ Y = 10 \end{cases}$

⇒ 李先生每週買10杯奶茶和10個漢堡#

6. 設英文課400/hr. (X) 電腦課600/hr. (Y), 預算12000/月, 效用函數 $U = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

① 最適課程選修時數? ⇒ 英文15hr 電腦10hr #

$\text{Max} \quad U = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

subject to $400x + 600y = 12000$

最適消費條件 = $MRS_{xy} = \frac{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3}$

⇒ $y = \frac{2}{3}x$ 代入

$400x + 600 \cdot \frac{2}{3}x = 12000$

$400x + 400x = 12000$

$800x = 12000$

$x = 15$

$y = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10$

⇒ $\begin{cases} X = 15 \\ Y = 10 \end{cases}$

② 最多時間只有23hr ◎是最適選修時數是否改變? 更時數為何? ⇒ 英文13.8hr 電腦9.2hr

$\text{Max} \quad U = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

subject to $\begin{cases} 400x + 600y = 12000 \quad -① \\ x + y = 23 \quad -② \end{cases}$

$y = \frac{2}{3}x$ 代② ←

$x + \frac{2}{3}x = 23$

$\frac{5}{3}x = 23$, $x = 23 \times \frac{3}{5} = \frac{69}{5} = 13.8$

$y = \frac{2}{3} \times \frac{138}{10}$

$= \frac{276}{30} = 9.2$

⇒ $\begin{cases} X = 13.8 \\ Y = 9.2 \end{cases}$