

Ejercicios Reglas Multiplicativas

1. En cierta región del país se sabe por experiencia del pasado que la probabilidad de seleccionar a un adulto mayor de 40 años de edad con cáncer es 0,05. Si la probabilidad de que un Dr. diagnostique de forma correcta que una persona con cáncer tiene la enfermedad es 0,78 y la probabilidad de que diagnostique de forma incorrecta que una persona sin cáncer como si tuviera la enfermedad es 0,06, ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona se le diagnostique cáncer?

A = Tiene Cáncer

B = No tiene cáncer

C = Diagnosticado con cáncer

PCD

$$P(C) = P(A) P(C|A) + P(B) P(C|B)$$

$$P(C) = 0,05 (0,78) + 0,95 (0,06)$$

$$P(C) = 0,096 \text{ R//}$$

3. Referirse al ejercicio 1. ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona a la que se le diagnostica cáncer realmente tenga la enfermedad?

$$P(C) = P(A) P(C|A) + P(B) P(C|B)$$

$$P(C) = 0,05 (0,096) + (0,95) (0,06)$$

$$P(C) = 0,0618$$

5. Suponga que los inspectores de una fábrica de películas colocan la fecha de caducidad en cada paquete de película al final de la línea de montaje. John, que coloca la fecha de caducidad en 20% de los paquetes, no la pone una vez en cada 200 paquetes; Tom que coloca en 60% de los paquetes, no la coloca una vez en cada 100 paquetes; Jeff quien la coloca en un 15% de los paquetes, no lo hace una vez en 90 paquetes; y Pat que fecha 5% de los paquetes. Si un consumidor se queja de que un paquete de película no muestra la fecha de caducidad, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido inspeccionado por John?

I_1 = Juan

I_2 = Tomás

I_3 = Jesús

I_4 = Pedro

Inspectores

$$P(I_1) = 20\% = 0,2$$

$$P(I_2) = 60\% = 0,6$$

$$P(I_3) = 15\% = 0,15$$

$$P(I_4) = 5\% = 0,05$$

Probabilidad de la inspección

$$P(F|I_1) = 1/200 = 0,005$$

$$P(F|I_2) = 1/100 = 0,010$$

$$P(F|I_3) = 1/90 = 0,011$$

$$P(F|I_4) = 1/200 = 0,005$$

Fechas faltantes

$$P(F) = P(I_1) P(F|I_1) + P(I_2) P(F|I_2) + P(I_3) P(F|I_3) + P(I_4) P(F|I_4)$$

$$P(F) = (0,2)(0,005) + (0,6)(0,010) + (0,15)(0,011) + (0,05)(0,005)$$

$$P(F) = 0,089$$

$$P(I_1|F) = (P(I_1) * P(F|I_1)) / P(F)$$

$$P(I_1|F) = (0,02 * 0,005) / 0,0089$$

$$P(I_1|F) = 0,1124 \text{ R//}$$

UPS

7. La contaminación de los ríos en ECU es un problema de hace varios años. Considere los eventos sig:

$A = \{\text{El río está contaminado}\}$

$B = \{\text{Una prueba en una muestra de agua detecta la contaminación}\}$

$C = \{\text{Se permite la pesca}\}$

Suponga: $P(A) = 0,3$; $P(B|A) = 0,75$;

$P(B|A^c) = 0,20$; $P(C|A \cap B) = 0,20$;

$P(C|A^c \cap B) = 0,15$;

$P(C|A \cap B^c) = 0,80$;

$P(C|A^c \cap B^c) = 0,90$

a) Encuentre $P(A \cap B \cap C)$

b) Encuentre $P(B^c \cap C)$

c) Encuentre $P(C)$

d) Encuentre la probabilidad de que el río esté contaminado, dado que se permite la pesca y que la prueba de la muestra no detecta contaminación.

a) $P(B|A) = 0,75$

$P(B|A) / P(A) = 0,75$

$P(B|A) / 0,3 = 0,75$

$P(A \cap B) = 0,225$

$P(C|A \cap B) = 0,20$

$P(C|A \cap B) / P(A \cap B) = 0,20$

$P(C|A \cap B) / 0,225 = 0,20$

$P(A \cap B \cap C) = 0,045$

b) $P(C) = 0,14$

$P(B \cap C) = P[A \cap B \cap C] + P[A^c \cap B \cap C] = 0,045 + P[A^c \cap B \cap C]$

$0,20 = P(B|A^c) = P(A^c \cap B) / P(A^c) =$

$P(A^c \cap B) / (1 - 0,3) = P(A^c \cap B) / 0,7$

$P(A^c \cap B) / 0,7 = 0,20$

$P(A^c \cap B) = 0,14$

$0,15 = P(C|A^c \cap B) = P(A^c \cap B \cap C) / P(A^c \cap B)$

$P(A^c \cap B \cap C) / 0,14$

$P(A^c \cap B \cap C) = 0,15 \cdot 0,14$

$P(A^c \cap B \cap C) = 0,021$

$P(B \cap C) = 0,045 + 0,021 =$

$P(B \cap C) = 0,066$

$0,14 = 0,066 + P(B^c \cap C)$

$P(B^c \cap C) = 0,14 - 0,066$

$P(B^c \cap C) = 0,074$

c) $P(A^c \cap B \cap C) = 0,021$

$0,15 = 0,021 / P(C)$

$P(C) = 0,021 / 0,15$

$P(C) = 0,14$

UPS

$$d) P(A|B^c \cap C) = P(A \cap B^c \cap C) / P(B^c \cap C) = \\ P(A \cap B^c \cap C) / 0,074$$

$$0,8 = P(A \cap B^c \cap C) / P(B^c \cap C)$$

$$0,8 = P(A \cap B^c \cap C) / 0,074$$

$$P(A \cap B^c \cap C) = 0,8 \cdot 0,074$$

$$P(A \cap B^c \cap C) = 0,0592$$

$$P(A|B^c \cap C) = 0,0592 / 0,074$$

$$P(A|B^c \cap C) = 0,8$$