

Testes para duas amostras

Francisco Caramelo - fcaramelo@fmed.uc.pt

No exercício que se segue pretende-se demonstrar a realização de testes t para duas amostras emparelhadas e duas amostras independentes. Para tal usaremos os dados constantes da base de dados iris e vamos assumir em todo o exercício que as variáveis em estudo seguem a distribuição normal.

```
library(datasets)
head(iris,10)
```

##	Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
## 1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
## 2	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
## 3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
## 4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
## 5	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
## 6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
## 7	4.6	3.4	1.4	0.3	setosa
## 8	5.0	3.4	1.5	0.2	setosa
## 9	4.4	2.9	1.4	0.2	setosa
## 10	4.9	3.1	1.5	0.1	setosa

Amostras emparelhadas

O conceito de amostras emparelhadas está associado à existência de medidas que são repetidas sobre os mesmos sujeitos. Estas medidas podem ser realizadas em tempos diferentes ou por instrumentos distintos. A sua organização na base de dados é tal que as medidas correspondem a duas colunas diferentes, sendo as linhas (os sujeitos) os mesmos. Vamos por hipótese verificar se existem diferenças estatisticamente significativas entre a largura da sépala e o comprimento da pétala, independentemente da espécie de flor.

```
t.test(iris$Sepal.Width,iris$Petal.Length,paired = T,conf.level = 0.95)

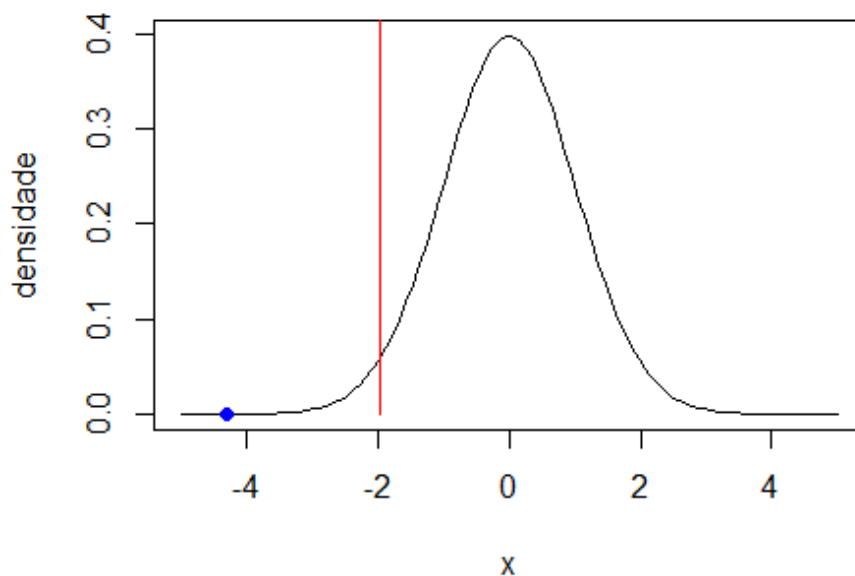
##
## Paired t-test
##
## data: iris$Sepal.Width and iris$Petal.Length
## t = -4.3093, df = 149, p-value = 2.961e-05
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -1.0219565 -0.3793768
## sample estimates:
## mean of the differences
## -0.7006667
```

A interpretação dos valores pode ser feita de várias formas diferentes mas que são complementares entre si. A forma mais directa é a comparação entre o valor p e o valor α (0.05, geralmente). Caso o valor de p seja inferior a α rejeita-se a hipótese nula, caso contrário não se deve rejeitar. O valor t representa o valor de teste e é obtido pela fórmula $t = \frac{(x-\mu)}{s/\sqrt{n}}$; em que s é o desvio padrão da distribuição das diferenças e n o número de elementos na amostra. O valor t pode ser comparado com o valor para o qual a probabilidade desde $-\infty$ até esse valor é igual a $1 - \alpha/2$. Designando esse valor por valor crítico, t_c , vem que é igual a

```
tc <- qt(0.975,149)
print(tc)
## [1] 1.976013
```

Como se pode observar no gráfico o valor de teste fica esquerda do valor crítico, caindo assim na região de rejeição.

```
x <- seq(-5,5,length=100)
y <- dt(x,149)
plot(x,y,type="l",xlab = "x",ylab = "densidade")
points(-4.31,0,pch = 19, col = 'blue')
lines(c(-1.98,-1.98),c(0,1),pch = 19, col = 'red')
```



Por último, a análise do intervalo de confiança para a diferença também permite chegar à mesma conclusão uma vez que o mesmo não contém o valor zero. Note-se que a hipótese nula conjectura que a diferença entre as médias é igual a zero e assim,

não estando contido no IC95% somos obrigados a concluir pela rejeição da hipótese nula.

Exercício

O objectivo é verificar se existem diferenças estatisticamente significativas entre o comprimento da sépala e o comprimento da pétala para a espécie versicolor. Para tal deve responder às seguintes questões: 1. Qual é a hipótese nula do teste t-Student para amostras emparelhadas? 2. Qual é o valor de p obtido? 3. Qual é o valor do teste? 4. Que conclusão deve ser tirada? 5. O intervalo de confiança a 95% permite chegar à mesma conclusão? Justifique.

Amostras independentes

A noção simplista de independência que vamos usar é que duas amostras são independentes se os sujeitos forem diferentes. A organização da base de dados é tal que a variável que se pretende testar aparece apenas numa coluna existindo outra coluna com a informação dos grupos. Suponhamos, para efeito de exemplo, que pretendemos verificar se existem diferenças estatisticamente significativas entre o comprimento da pétala para as espécies setosa e versicolor.

```
## Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
## 1 5.1 3.5 1.4 0.2 setosa
## 2 4.9 3.0 1.4 0.2 setosa
## 3 4.7 3.2 1.3 0.2 setosa
## 4 4.6 3.1 1.5 0.2 setosa
## 5 5.0 3.6 1.4 0.2 setosa

## Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
## 60 5.2 2.7 3.9 1.4 versicolor
## 61 5.0 2.0 3.5 1.0 versicolor
## 62 5.9 3.0 4.2 1.5 versicolor
## 63 6.0 2.2 4.0 1.0 versicolor
## 64 6.1 2.9 4.7 1.4 versicolor
## 65 5.6 2.9 3.6 1.3 versicolor
```

O teste t-Student para amostras independentes é diferente caso exista ou não homocedasticidade, i. e., igualdade de variâncias. Assim, vamos começar por verificar a igualdade de variâncias recorrendo ao teste de Levene.

```
library(car)
```

```
## Warning: package 'car' was built under R version 3.2.2
```

```
leveneTest(Petal.Length~Species,data = myGroups)
```

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##      Df F value    Pr(>F)
## group 1    30.5 2.744e-07 ***
##      98
```

```
## ---  
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Podemos então concluir que, sendo o valor de p inferior a α as variâncias são diferentes. O teste t-Student para amostras independentes, vem então:

```
t.test(Petal.Length~Species,data = myGroups,var.equal = FALSE,paired =  
FALSE)  
  
##  
## Welch Two Sample t-test  
##  
## data:  Petal.Length by Species  
## t = -39.493, df = 62.14, p-value < 2.2e-16  
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0  
## 95 percent confidence interval:  
## -2.939618 -2.656382  
## sample estimates:  
##      mean in group setosa mean in group versicolor  
##                1.462                4.260
```

De onde se conclui que os comprimentos das pétalas são diferentes com significado estatístico.

Exercício

O objectivo é verificar se existem diferenças estatisticamente significativas entre o comprimento da sépala entre as espécies versicolor e virginica. Para tal deve responder às seguintes questões:

6. Qual é a hipótese nula do teste de Levene?
7. Qual o significado do valor F que aparece nos resultados do teste de Levene?
8. Por que razão se deve verificar a homocedasticidade antes de efectuar o teste t-Student para amostras independentes?
9. Qual o valor de p para o teste t-student?
10. O que conclui? Justifique.