Bioestadística Uno

John Jairo Estrada Álvarez

2021-08-09

Contents

Chapter 1

Prerrequisitos

1.1 Objetivos específicos

- Describir los conceptos de población, muestra, variables y datos, así como también, discriminar entre los diversos tipos de variables.
- Producir una descripción tabular y gráfica de los datos de la muestra y resumir tales datos mediante estadísticos de tendencia central, dispersión y distribución, todo esto apoyado en un programa computacional de estadística.
- Aprender el concepto de probabilidad considerando la misma como una estrategia para cuantificar fenómenos aleatorios y aplicar la teoría matemática básica sobre el cálculo de probabilidades.
- Explicar el concepto de variable aleatoria y de modelo de distribución de probabilidad, así como también, discriminar entre diversos tipos de variables aleatorias y sus modelos asociados (por ejemplo, Binomial, Normal, Poisson, etc.)

1.2 Fechas de Evaluación segundo semestre 2021

- Primer parcial (25 %) - **Fecha: Viernes** 13 **de Agosto**
- Segundo Parcial (25 %) - **Fecha: Viernes** 10 **de Septiembre**
- Tercer Parcial (25 %) - **Fecha: Viernes** 8 **de Octubre**
- Cuarto Parcial (ó Parcial Final) (25 %) - **Fecha: Viernes** 3 **de Noviembre**

```
## ~~ Package calendR
## Visit https://r-coder.com/ for R tutorials ~~
```

JULIO 2021

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14 Inicio−Clases	15	16 Inicio−Clases	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

AGOSTO 2021

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
						1
2	3	4	5	6	7 SIM−1P	8 SIM−1P
9 SIM−1P	10	11	12	13 Parcial−01	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

1.3 Bibliografía del curso

- Samuels, M., Witmer, J., & Schaffner, A. (2012). Statistics for the life sciences (4 ed.). Boston: Pearson Education.
- Milton, J. S. (2001). Estadística para la biología y ciencias de la salud (3 ed.). Madrid: McGraw- Hill/Interamericana.

- Daniel, W. W. 2004. Bioestadística. Base para el análisis de las ciencias de la salud. 4era. Ed. Limusa Wiley Noriega Editores. México.
- Johnson, R. A. & Bhattacharyya, G. K. (2010). Statistics. Principles and Methods (6 ed.). New York: John Wiley and Sons, Inc
- Zar, J. (1999). Biostatistical analysis (5 ed.). Prentice hall Upper Saddle River, NJ.
- Zuur, A., Ieno, E., & Meesters, E. (2009). A Beginner's Guide to R. Springer.

Chapter 2

Introduction

2.1 Conceptos Introductorios

2.1.1 ¿De donde viene la palabra estadística y que significa?

- **Respuesta**: Viene del latín status. Significa estado. La estadística comenzó colectando
  y resumiendo información (o datos) sobre el estado. Aún hoy día, un segmento grande del público en general piensa en la estadística como un sinónimo de datos, tablas y gráficas.

A comienzos del siglo XX algunos matemáticos como Karl Pearson y Ronald A Fisher realizaron avances matemáticos importantes que posicionaron la Estadística como una ciencia independiente para ser usada en el análisis e interpretación de los datos en la investigación científica.

Figure 2.1: Fundamentos de la estadística [Imagen tomada de [@gutierrez2012probabilidad] pág 4]

2.1.2 ¿Qué es la estadística?

- **Respuesta**: Es el arte de la decisión frente a la incertidumbre. Milton (2001,pág. 1) Es la disciplina que ofrece un conjunto de técnicas para diseñar el proceso de colectar, resumir e interpretar datos, así como también, obtener conclusiones o generalidades a partir de ellos. Johnnson & Bahttachaaryya (1996, pág. 3)
- **Respuesta**:(Lind et al. (2012)) Ciencia que recoge, organiza, presenta, analiza e interpreta datos con el find e proporcionar una toma de decisiones más eficaz.
- **Respuesta**:(Martínez (2012)) Sistema o método usado en la recolección, organización, análisis y descripción numérica de la información. También se puede decir que la estadística estudia el comportamiento de hechos o fenómenos de grupo.

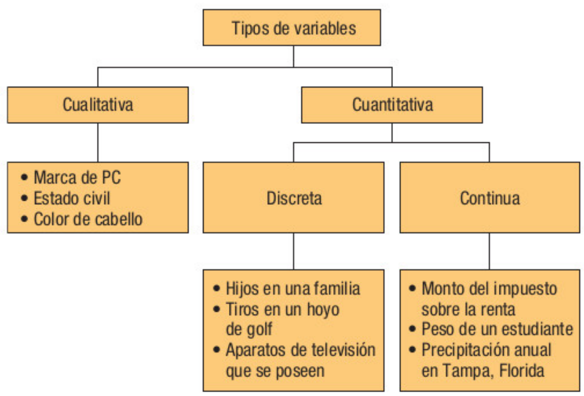


Figure 2.2: Resumen tipos de variables [Imagen tomada de [@lind2012estadistica] pág 9]

2.1.3 ¿Qué es una variable?

- **Respuesta**: Una variable representa una característica o rasgo compartido por un grupo de elementos (objetos o entidades), que toma más de un posible valor (numérico o de texto) entre los elementos del grupo.

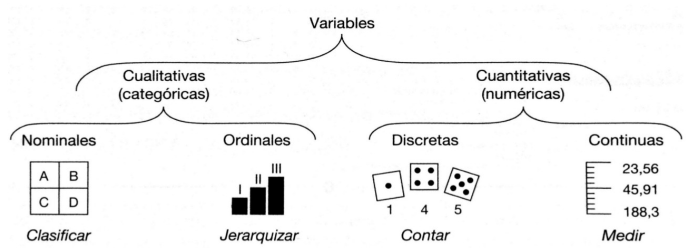
2.1.4 Variable categórica (ó cualitativa)

- Si sus valores no se pueden asociar naturalmente a un número (no se puede hacer operaciones aritméticas con ellos)
    1. **Nominales**: Si sus valores no tiene un orden natural
        a. Ejemplos: Sexo, rasgos fenotípicos y genotípicos, Fumar Si/No, Color, Nacionalidad, etc

2. **Ordinales**: Si sus valores se pueden ordenar de forma natural
   b. Ejemplos: Mejora de un tratamiento, resistencia al dolor, grado de felicidad, etc

2.1.5 Variable cuantitativa: Si sus valores son numéricos (si se pueden hacer operaciones aritméticas con ellos).

- **Continuos**: Si toma valores en una escala continua en los números reales.
- **Discretos**: Si toma valores enteros. Por lo general resultan del proceso de contar.



2.1.6 ¿Qué es un dato?

- **Respuesta**: Un dato es el resultado de realizar una observación o medición sobre un elemento del grupo de interés. Se puede tener un dato en una sola variable o en más de una variable.

El término en plural datos o conjuntos de datos hace referencia al conjunto de observaciones realizadas sobre cada uno de los elementos del grupo de interés

2.1.7 ¿Qué es una unidad de observación?

- **Respuesta**: Es un elemento ó persona a la cual se le miden una (ó más) variables sobre ella.

2.1.8 ¿Qué es una población?

- **Respuesta**: Una población es la colección entera de unidades de observación que se desea estudiar. Por lo general, tal colección esta definida por ciertas condiciones físicas, biológicas, espaciales o temporales establecidas por los objetivos de la investigación. En muchas ocasiones, las poblaciones son demasiado grandes o incluso infinitas

2.1.9 ¿Qué es una muestra?

- **Respuesta**: Una muestra es un subconjunto de elementos de la población. La muestra se obtiene para generalizar a toda la población lo observado en la muestra. Cualidades de la muestra

a. Representativa de toda la población
b. Tomada al azar (es decir todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad)

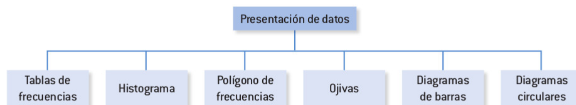


Figure 2.3: Presentación de datos [Imagen tomada de [@gutierrez2012probabilidad] pág 9]

Chapter 3

Estadística descriptiva

3.1 Qué es la Estradística descriptiva?

Es el conjunto de técnicas para organizar y describir un conjunto de datos (muestra) utilizando métodos numéricos y gráficos que resumen y presentan la información contenida en ellos.

Ejercicios para entrenar el manejo datos

- Ejemplo3

3.1.1 Los aspectos importantes de los datos

1. **Distribución de frecuencias**

Cómo están repartidos o distribuidos los datos en el rango de valores de la variable evaluada?

- Ejemplo1

Se entrevistó 20 jóvenes para conocer el número de refrescos de cola que beben al día. Las respuestas obtenidas son los siguientes:

$$\begin{array}{ccccc} 5 & 2 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 3 & 4 \end{array} \tag{3.1}$$

3.1.2 Frecuencia relativa

```
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
Tabla1 <- as.data.frame(sort(table(TC3 =Pc),decreasing = T))
```

Table 3.1: Frecuencia Relativa

TC3	Freq	FreAc	Rel
1	4	4	0.20
2	4	8	0.20
5	4	12	0.20
3	3	15	0.15
4	3	18	0.15
0	2	20	0.10

Table 3.2: Frecuencia relativa y acumulada

TC3	Freq	FreAc	Rel	RelAc
1	4	4	0.20	0.20
2	4	8	0.20	0.40
5	4	12	0.20	0.60
3	3	15	0.15	0.75
4	3	18	0.15	0.90
0	2	20	0.10	1.00

```r
Tabla2 <- transform(Tabla1, FreAc = cumsum(Freq))
Tabla3 <- transform(Tabla2,Rel = round(prop.table(Freq),3))
knitr::kable(
Tabla3,
caption = 'Frecuencia Relativa',
  booktabs = TRUE
)
```

3.1.3 Frecuencia relativa y acumulada

```r
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
Tabla1 <- as.data.frame(sort(table(TC3 =Pc),decreasing = T))
Tabla2 <- transform(Tabla1, FreAc = cumsum(Freq))
Tabla3 <- transform(Tabla2,Rel = round(prop.table(Freq),3))
Tabla4 <- transform(Tabla3,RelAc = round(cumsum(prop.table(Freq)),3))
knitr::kable(
Tabla4 , caption = 'Frecuencia relativa y acumulada',
  booktabs = TRUE
)
```

Comando para obtener el Rango de una variable: Ej obtener el rango de la variable EDAD

```
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
range(Pc, na.rm=TRUE)
```

```
## [1] 0 5
```

```
# El parámetro na.rm=TRUE se usa para que ingore la presencia de valores perdidos
```

Comando para obtener el número de clases para la variable EDAD:

```
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
nclass.Sturges(Pc)  # Número de intervalos
```

```
## [1] 6
```

Comando para obtener el límites extremo derecho; extremo derecho en cada una de las clases:

```
seq(0,5,length=nclass.Sturges(Pc))  # Límites de los intervalos
```

```
## [1] 0 1 2 3 4 5
```

Comando para obtener la Tabla de frecuencias absolutas para la variable EDAD

```
intervalosEDAD=cut(Pc,breaks=seq(0,5,length=nclass.Sturges(Pc)),include.lowest=TRUE)
intervalosEDAD # Se muestran los intervalos de edad, uno correspondiente a cada edad observada
```

```
##  [1] (4,5] [0,1] (2,3] [0,1] (1,2] [0,1] (4,5] (2,3] (1,2] (3,4] [0,1] (1,2]
## [13] (3,4] (1,2] [0,1] (2,3] (4,5] [0,1] (4,5] (3,4]
## Levels: [0,1] (1,2] (2,3] (3,4] (4,5]
```

Comando para obtener la Tabla de frecuencias absolutas para la variable EDAD

```
table(intervalosEDAD)
```

```
## intervalosEDAD
## [0,1] (1,2] (2,3] (3,4] (4,5]
##     6     4     3     3     4
```

```
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
Tabla1 <- as.data.frame(sort(table(TC3 =Pc),decreasing = T))
Tabla2 <- transform(Tabla1, FreAc = cumsum(Freq))
knitr::kable(
Tabla2 , caption = 'Frecuencia acumulada',
  booktabs = TRUE
)
```

Comando para generar la GRAFICA DE BARRAS de frecuencias absolutas relacionada a la variable Pc

```
# klippy::klippy()
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
```

Table 3.3: Frecuencia acumulada

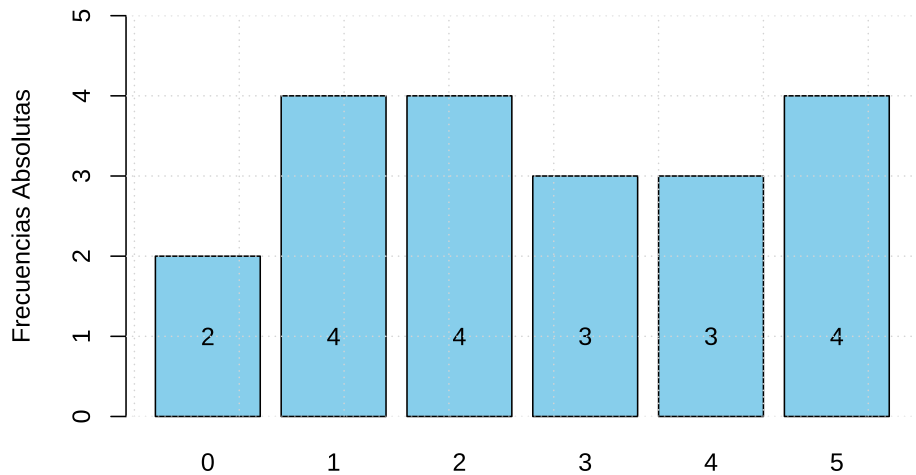
TC3	Freq	FreAc
1	4	4
2	4	8
5	4	12
3	3	15
4	3	18
0	2	20

Table 3.4: Frecuencia Absoluta

TC3	Freq
1	4
2	4
5	4
3	3
4	3
0	2

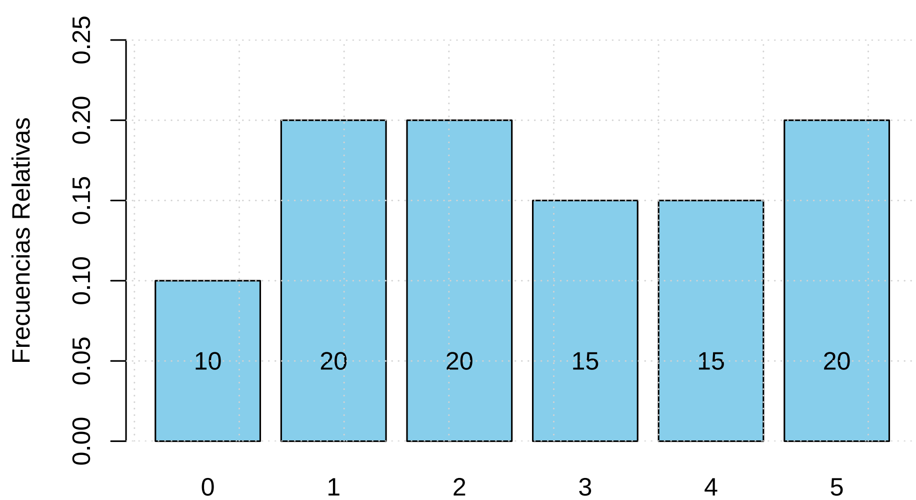
```
Tabla1 <- as.data.frame(sort(table(TC3 =Pc),decreasing = T))

knitr::kable(
Tabla1 , caption = 'Frecuencia Absoluta',
  booktabs = TRUE
)
```

```
tb <- table(Pc)
barras <- barplot(tb,col='skyblue', ylab ="Frecuencias Absolutas", ylim=c(0,5))
text(barras,c(1,1),tb)
grid()
```



Comando para generar la GRAFICA DE BARRAS de frecuencias relativas relacionada a la variable Pc

```
tbp <- prop.table(table(Pc))
barras2 <- barplot(tbp,col='skyblue', ylab ="Frecuencias Relativas", ylim=c(0,0.25))
text(barras2,c(0.05,0.05),tbp*100)
grid()
```




```
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
k12 <-ncol(matrix(Pc,1,20))
k11<-round(1 + (3.322*log10(k12)),digits = 0)
k11
```

```
## [1] 5
```

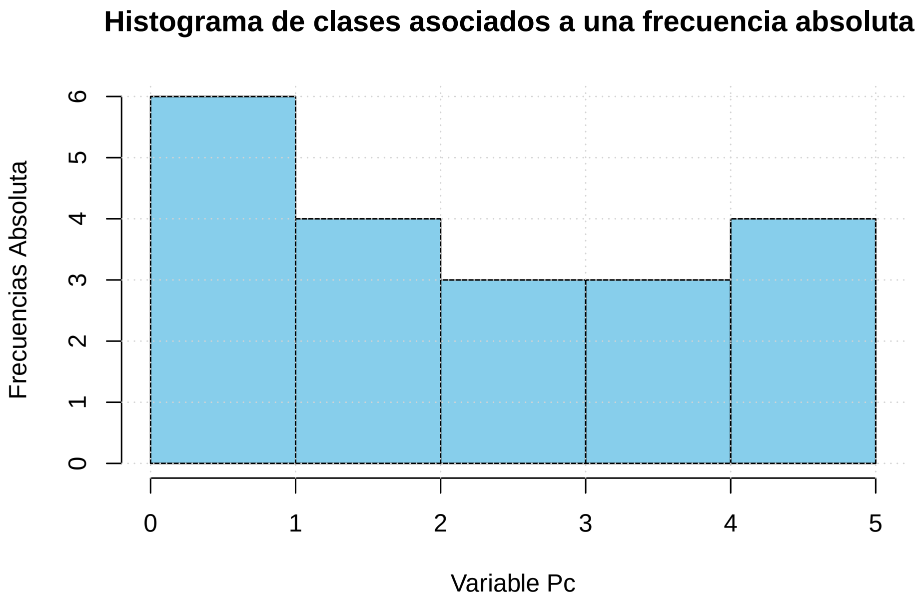
Table 3.5: Tabla en Frecuencia para Datos Agrupados

x	Freq	FreAc	Rel	RelAc
(-0.005,1]	6	6	0.30	0.30
(1,2]	4	10	0.20	0.50
(2,3]	3	13	0.15	0.65
(3,4]	3	16	0.15	0.80
(4,5]	4	20	0.20	1.00

```
Px <- as.data.frame(table(x=factor(cut(Pc,breaks=k11))))

PPx <- transform(Px,
                FreAc =cumsum(Freq),
                Rel=round(prop.table(Freq),4),
                RelAc=round(cumsum(prop.table(Freq)),4))
knitr::kable(
PPx , caption = 'Tabla en Frecuencia para Datos Agrupados',
  booktabs = TRUE
)
```

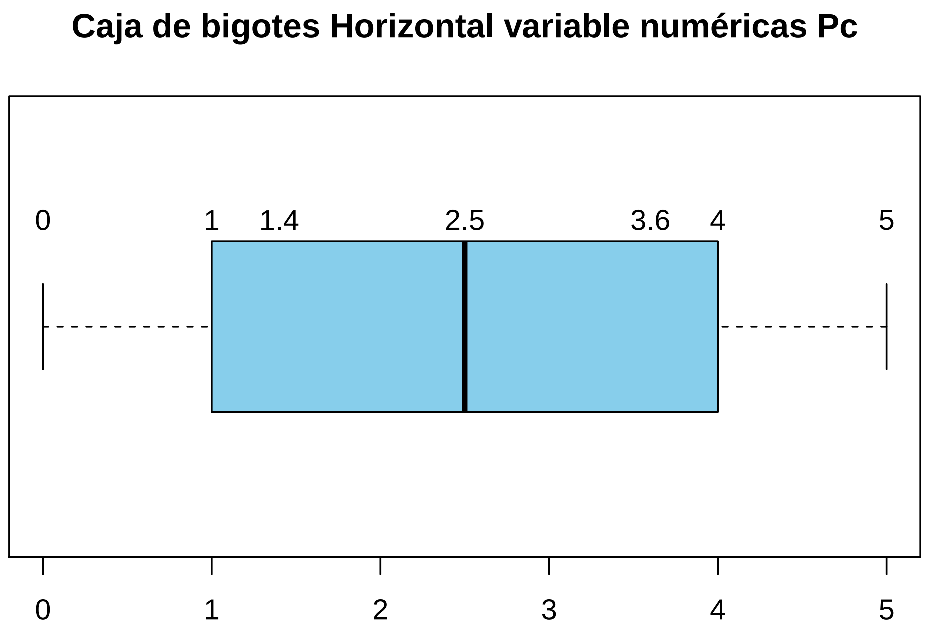
Comando para obtener el histograma (ó GRAFICO) asociado a la tabla de frecuencias absolutas

```
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
# table(intervalosEDAD)
tbp1 <- table(Pc)
grahis <-hist(Pc, ylab ="Frecuencias Absoluta", main ="Histograma de clases asociados a
# text(grahis,c(1,1),tbp1)
grid()
```

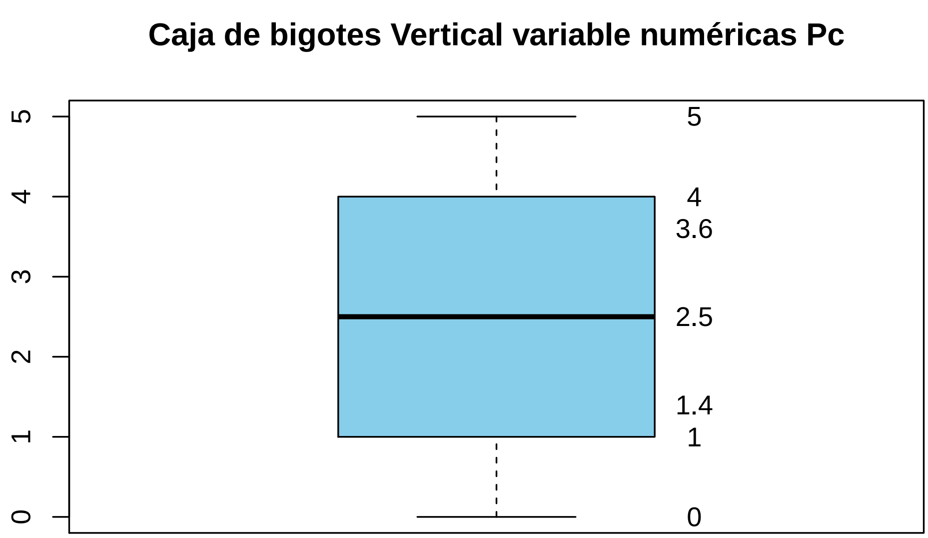


Comando para obtener la caja de bigotes (ó GRAFICO) asociado a la variable EDAD

```
boxplot(Pc,
        main="Caja de bigotes Horizontal variable numéricas Pc",
        col="skyblue",horizontal=T)
values <- c(round(boxplot.stats(Pc)$conf, 1), boxplot.stats(Pc)$stats)
text(x = values, labels = values, y = 1.25)
```




```r
boxplot(Pc,
        main="Caja de bigotes Vertical variable numéricas Pc",
        col="skyblue",horizontal=F)
values <- c(round(boxplot.stats(Pc)$conf, 1), boxplot.stats(Pc)$stats)
text(y = values, labels = values, x = 1.25)
```




```r
Pc <- c(5,1,3,0,2,1,5,3,2,4,1,2,4,2,0,3,5,1,5,4)
summary(Pc)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##    0.00    1.00    2.50    2.65    4.00    5.00
```

- Ejemplo2

Tecnología: Se pregunto a 30 jóvenes cuántas horas didicaban cada día a navegar en internet (el tiempo que dedican a sesiones de chat y a las redes sociales quedan incluido). Los resultados son los siguientes:

$$\begin{array}{ccccc} 2.5 & 4.5 & 5.8 & 2.2 & 5.7 \\ 5.3 & 4.0 & 0.9 & 2.5 & 2.3 \\ 3.2 & 4.9 & 2.7 & 3.7 & 3.8 \\ 4.9 & 2.8 & 3.6 & 4.2 & 3.1 \\ 7.2 & 1.9 & 5.9 & 3.3 & 2.9 \\ 1.1 & 1.7 & 2.6 & 3.1 & 4.4 \end{array} \tag{3.2}$$

3.2 Proceso para presentar datos en forma agrupada

- Obtener el tama~no de la muestra (n).
- Hallar el m'inimo y el m'aximo de los datos
- Obtener el recorrido de la variable (o rango) el cual se define como:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

- Calcular el número de intervalos (o clases) a utilizar.

Estos intervalos también se llaman **intervalos de clase**. La **regla de Sturges** indica que el número de intervalos de clase recomendado, es:

$$k = 1 + 3,322log_{10}(n)$$

donde n es el tamaño de la muestra.

- Obtener la amplitud de clase. La amplitud de cada celda se calcula con la fórmula.

$$a = \frac{R}{k} = \frac{x_{max} - x_{min}}{k}$$

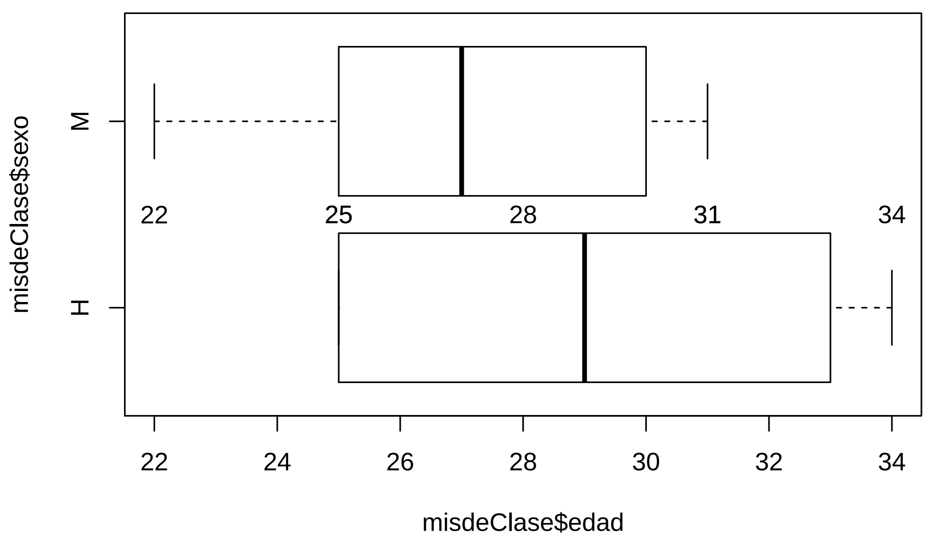
- Los intervalos seleccionados no pueden solaparse.
- Contar el número de datos que caen en cada intervalo de clase. Dicho conteo se llama la **frecuencia absoluta** de clase.
- Calcular la **frecuencia relativa de clase** dividiendo la **frecuencia absoluta de clase** por el número total de datos en la muestra.

- El diagrama ubica la variable evaluada en el eje x, y sobre este eje, levanta rectángulos cuyas áreas son iguales o proporcionales a la frecuencia absoluta (n_i) o relativa (f_i) de cada intervalo de clase.

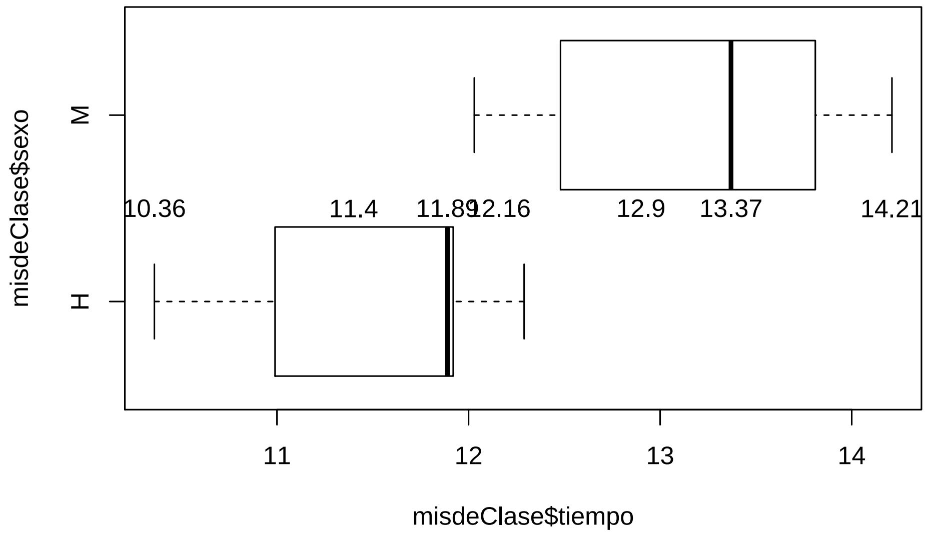
-

- Ejemplo3

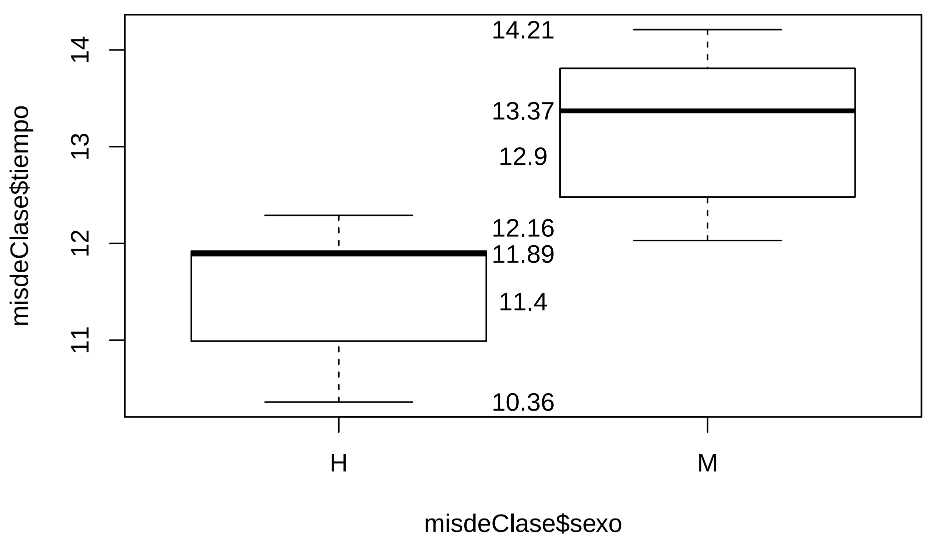
```
edad <- c(22, 34, 29, 25, 30, 33, 31, 27, 25, 25)
tiempo <- c(14.21, 10.36, 11.89, 13.81, 12.03, 10.99, 12.48, 13.37, 12.29, 11.92)
sexo <- c("M","H","H","M","M","H","M","M","H","H")
misdeClase <- data.frame(edad,tiempo,sexo)
boxplot(misdeClase$edad~misdeClase$sexo,horizontal = T)
Pc <- misdeClase$edad
values <- c(round(boxplot.stats(Pc)$conf, 1), boxplot.stats(Pc)$stats)
text(x = values, labels = values, y = 1.5)
```

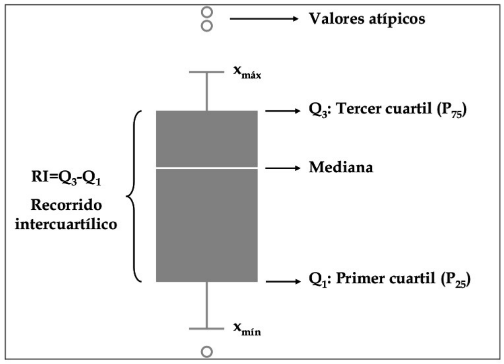



```
edad <- c(22, 34, 29, 25, 30, 33, 31, 27, 25, 25)
tiempo <- c(14.21, 10.36, 11.89, 13.81, 12.03, 10.99, 12.48, 13.37, 12.29, 11.92)
sexo <- c("M","H","H","M","M","H","M","M","H","H")
misdeClase <- data.frame(edad,tiempo,sexo)
boxplot(misdeClase$tiempo~misdeClase$sexo,horizontal = T)
P1c <- misdeClase$tiempo
values <- c(round(boxplot.stats(P1c)$conf, 1), boxplot.stats(P1c)$stats)
text(x = values, labels = values, y = 1.5)
```




```
edad <- c(22, 34, 29, 25, 30, 33, 31, 27, 25, 25)
tiempo <- c(14.21, 10.36, 11.89, 13.81, 12.03, 10.99, 12.48, 13.37, 12.29, 11.92)
sexo <- c("M","H","H","M","M","H","M","M","H","H")
misdeClase <- data.frame(edad,tiempo,sexo)
boxplot(misdeClase$tiempo~misdeClase$sexo,horizontal = F)
P1c <- misdeClase$tiempo
values <- c(round(boxplot.stats(P1c)$conf, 1), boxplot.stats(P1c)$stats)
text(y = values, labels = values, x = 1.5)
```

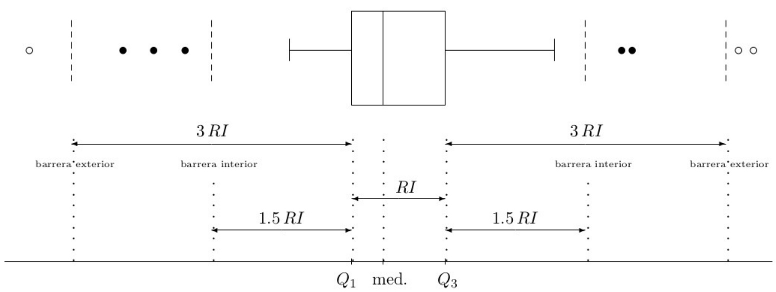




3.2.1 Críterio datos atípicos

$$\text{Dato atípico} > Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$$

$$\text{Dato atípico} < Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$$



3.3 Datos no agrupados

Las siguientes son recomendaciones en el tratamiento de datos no agrupados.

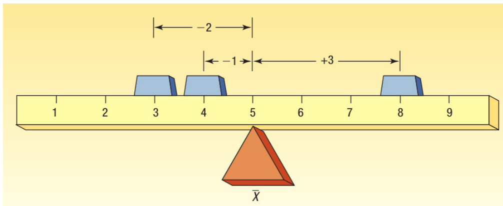
- Ordenar los datos de menor a mayor.
- Colocar una etiqueta numérica para tener clara la posición que tiene el datos en el ordenamiento.

3.3.1 Medidas de posición

Todas ellas a su manera tratan de dar una idea del número alrededor del cual se centra a todo el conjunto de datos.

3.3.2 La media aritmética para datos no agrupados ($\bar{x}$)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$



3.3.3 La mediana para datos no agrupados

El número n es impar

$$Me = X_{\frac{n+1}{2}}$$

El número n es par

$$Me = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n+2}{2}}}{2}$$

3.3.4 La Moda (M_0)

Es la medida de posición que indica la magnitud del valor que se presenta con más frecuencia en una serie de datos.

3.3.5 Cálculo de cuartiles en datos NO agrupados

Sea el conjunto de datos no agrupados:

$$20, 23, 24, 24, 24, 25, 29, 31, 31, 33, 34, 36, 36, 37, 39, 39, 40, 40, 41, 45$$

* Proceso Q_1 : El primer cuartil es el valor mayor que el 25% de los valores de la distribuci'on. como N=20 resulta que

$$\frac{n}{4} = 5$$

el primer cuartil es la media aritm'etica de dicho valor y el siguiente:

$$Q_1 = \frac{24 + 25}{2} = 24.5$$

Sea el conjunto de datos no agrupados:

$$20, 23, 24, 24, 24, 25, 29, 31, 31, 33, 34, 36, 36, 37, 39, 39, 40, 40, 41, 45$$

- Proceso Q_2 :

El segundo cuartil es, evidentemente, la medianan de la distribución, es el valor de la variable que ocupa el lugar central en un conjunto de datos ordenados. Ccomo N=20 resulta que

$$\frac{n}{2} = 10$$

la mediana es la media aritm'etica de dicho valor y el siguiente:

$$M_e = Q_2 = \frac{33+34}{2} = 33.5$$

Sea el conjunto de datos no agrupados:

$$20, 23, 24, 24, 24, 25, 29, 31, 31, 33, 34, 36, 36, 37, 39, 39, 40, 40, 41, 45$$

- Proceso Q_3 :

El tercer cuartil es, el valor que sobrepasa al 75% de los valores de la distribución. En nuestro caso, como $N = 20$ resulta que

$$\frac{3n}{4} = 15$$

resulta:

$$Q_3 = \frac{39+39}{2} = 39$$

3.4 Datos agrupados

Dada la siguiente distribución correspondiente al salario samanal en dòlares para un grupo de obreros en una empresa petrolera tradicional

SALARIOS EN DOLARES	a	b	fi	Fi	
1	200	300	85	85	
2	300	400	90	175	Q1:clase cuartil 1
3	400	500	120	295	Q2:clase cuartil 2
4	500	600	70	365	Q3:clase cuartil 3
5	600	700	62	427	
6	700	800	36	463	
		n=	463		

Obtener:

- La media ($\bar{x} = ?$)
- La mediana ($Me = ?$)
- La moda ($Mo = ?$)

- El primer cuartil ($Q_1 = ?$)
- El segundo cuartil ($Q_2 = ?$)
- El tercer cuartil ($Q_3 = ?$)
- La varianza ($\sigma^2 = ?$)
- La desviación estándar ($\sqrt{\sigma^2} = \sigma = ?$)

En la distribución de frecuencias correspondiente al peso en Kg para un grupo de obreros.

PESO (Kg)	A	B	TRABAJADORES	
	30	40	2	
	40	50	2	
	50	60	7	
	60	70	11	
	70	80	12	
	80	90	16	CLASE MODAL
	90	100	2	
		n=	52	

Calcule:

- La media ($\bar{x} = ?$)
- La mediana ($Me = ?$)
- La moda ($Mo = ?$)
- El primer cuartil ($Q_1 = ?$)
- El segundo cuartil ($Q_2 = ?$)
- El tercer cuartil ($Q_3 = ?$)
- La varianza ($\sigma^2 = ?$)
- La desviación estándar ($\sqrt{\sigma^2} = \sigma = ?$)

Para la tabla de distribución en frecuencias correspondiente a las horas extras laboradas por un grupo de obreros

# DE HORAS EXTRAS	A	B	fi
	55	60	6
	60	65	20
	65	70	18
	70	75	50
	75	80	17
	80	85	16
	85	90	5
		n=	132

Realice el cálculo de:

- La media ($\bar{x} = ?$)
- La mediana ($Me = ?$)
- La moda ($Mo = ?$)
- El primer cuartil ($Q_1 = ?$)
- El segundo cuartil ($Q_2 = ?$)
- El tercer cuartil ($Q_3 = ?$)
- La varianza ($\sigma^2 = ?$)
- La desviación estándar ($\sqrt{\sigma^2} = \sigma = ?$)
- **Simétrica**, si la mayor concentración de datos se localiza en el centro de la distribución
- **Sesgada a derecha**, si la mayor concentración de datos se localiza a la izquierda de la distribución
- **Sesgada a izquierda**, si la mayor concentración de datos se localiza a la derecha de la distribución

3.4.1 La media para datos agrupados ($\bar{x}$)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n}$$

3.4.2 La mediana para datos agrupados (Me)

Proceso:

- Se elabora la tabla de frecuencias de datos con diferentes intervalos de clases, se ubican las frecuencias absolutas n_i y se calculan las frecuencias acumuladas F_i de la distribución.
- Se determina la ubicación o posición de la mediana en el intervalo de la distribución de frecuencia, mediante la fórmula $\frac{n}{2}$. Esta clase se llamará

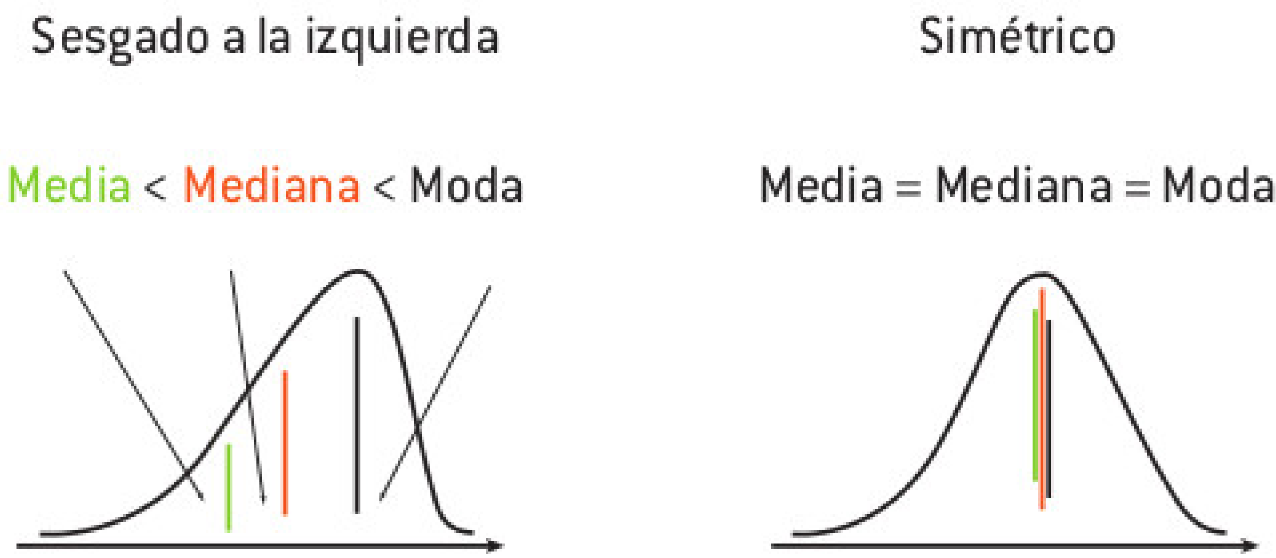


Figure 3.1: Medidas de tendencia central y de dispersión [Imagen tomada de [@gutierrez2012probabilidad] pág 51]

clase de la mediana. El resultado obtenido determinarí la clase donde se encuentra ubicada f_i sea igual o superior a este resultado. Luego se aplica la fórmula:

$$Me = L_i + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right) I_c$$

- $\frac{n}{2}$: Posición de la mediana.()

Este valor de posición se comparó con las datos que se tienen en la columna (F_i), y posteriormente se selecciona el valor más proximo pero mayor que $\frac{n}{2}$. El intervalo donde se encontro dicho valor se denomina "**Intervalo de la mediana**"

- L_i: Es el limite inferior de la clase donde se ubicada la mediana.
- $F_{(i-1)}$: Es el valor de la frecuencia acumulada anterior a la clase mediana.
- f_i: Es el valor de la frecuencia de clase donde se encuentra la mediana.
- I_c: Es el tamaño del intervalo de clase.
- n: Es el número total de datos de la distribuación en estudio.

3.4.3 Los cuartiles para datos agrupados (Q_c)

$$Q_c = L_i + \left(\frac{\frac{cn}{4} - F_{(i-1)}}{f_i} \right) I_c$$

Se inicia determinando la posición que ocupa el cuartil solicitado mediante la fórmula

Posición de clase para el cuartil c;

$$P_c = \frac{cn}{4}$$

$\frac{cn}{4}$: Posición que ocupa el cuartil en la distribución de frecuencia.

Este valor de posición se comparó con las datos que se tienen en la columna (F_i), y posteriormente se selecciona el valor más proximo pero mayor que $\frac{n}{2}$. El intervalo donde se encontro dicho valor se denomina "**Intervalo intercuartílico Q_c**"

c: Corresponde al número del cuartil solicitado: $1, 2, 3$.

L_i: Es el limite inferior de la clase donde se encuentra ubicado el cuartil deseado.

3.4.4 La moda para datos agrupados (Mo)

$$M_o = L_i + \left(\frac{{}_1}{{}_1 + {}_2} \right) I_c$$

L_i: Es el limite inferior de la clase modal.

$_1$:Es la diferencia entre la frecuencia absoluta de la clase modal y la frecuencia de la clase anterior a la modal.

$_2$:Es la diferencia entre la frecuencia absoluta de la clase modal y la frecuencia de la clase siguiente a la modal.

I_c: Es el tamaño del intervalo de clase.

3.4.5 Cálculo de Deciles para datos agrupados.

$$D_k = L_i + \left(\frac{\frac{kn}{10} - F_{(i-1)}}{f_i} \right) I_c$$

3.4.6 Percentil para datos agrupados.

$$P_k = L_i + \left(\frac{\frac{kn}{100} - F_{(i-1)}}{f_i} \right) I_c$$

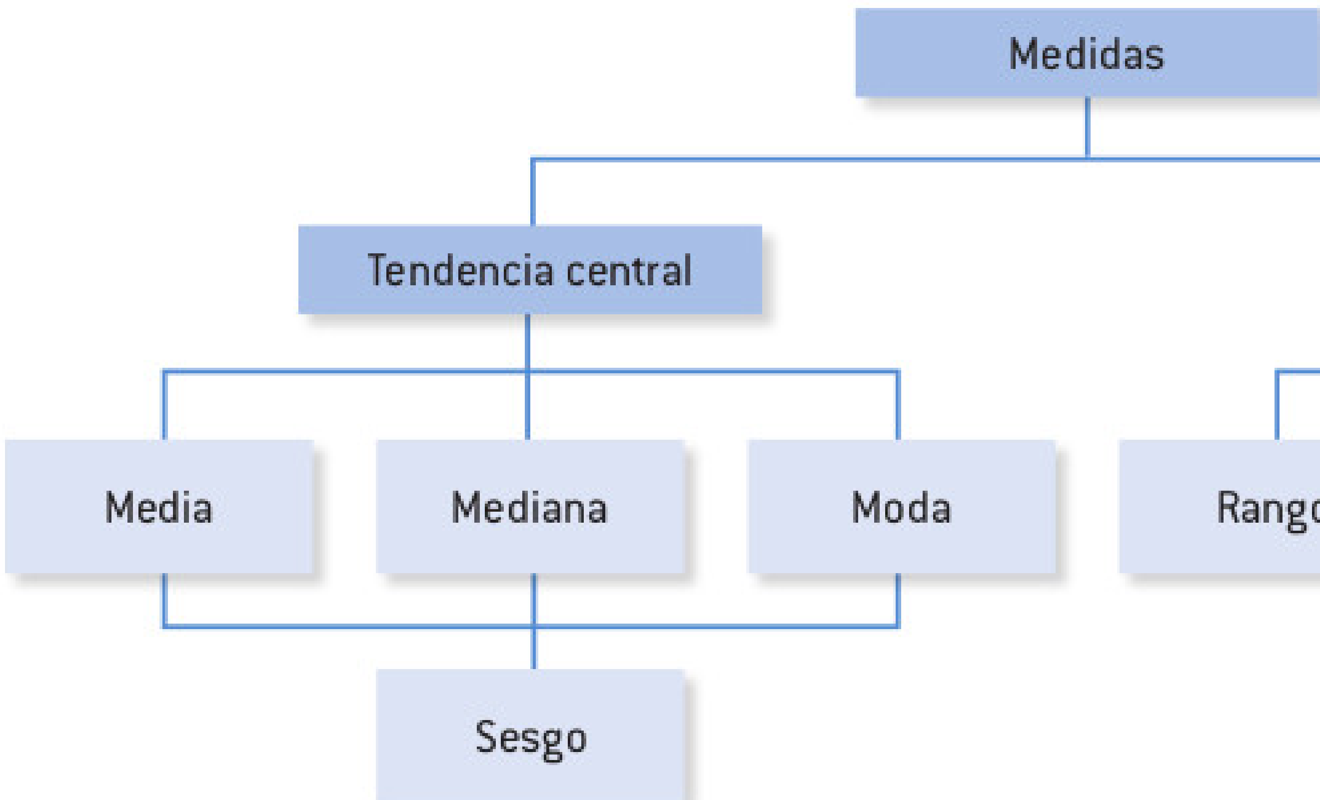


Figure 3.2: Medidas de tendencia central y de dispersión [Imagen tomada de [@gutierrez2012probabilidad] pág 46]

3.5 Medidas de dispersión

La medida de dispersión es un número que nos indica el grado de separación en un conjunto de datos. Si el valor de la dispersión es pequeño (respecto de la unidad de medida) entonces hay una gran uniformidad entre los datos (homogénea)

Por el contrario, un gran valor en la dispersión nos indica poca uniformidad (heterogénea). Cuando es cero quiere decir que todos los datos son iguales. Las medidas de dispersión se clasifican en dos grupos

- **Dispersión absoluta**

Entre ellas el rango, el rango intercuartilico, la desviación media, la varianza y la desviación típica.

$$\text{Para datos no agrupados}: \ \text{DM} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum |d_i|}{n}$$
$$\text{Para datos agrupados}: \ \text{DM} = \frac{\sum |x_{PM} - \bar{x}|\, f_i}{n} = \frac{\sum x_i\, |d_i|}{n}$$

- **Dispersión relativa**

La que tiene mayor importancia es el coeficiente de variación.

El valor numérico de la varianza es mayor cuando más dispersión tienen los valores de la variable en estudio, y por tanto, cuanto menos representativa es la media.

El coeficiente de variación (ó coeficiente de Pearson) CV, se define por el cociente entre la desviación típica (ó estándar) y la media aritmética de la variable e indica, por tanto, el número de veces que la desviación típica contiene a la media.

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%$$

El inconveniente de esta medida es que si es igual a cero el denominador de la fracción; es decir, la media de la variable, carece de significado.

El valor mínimo del coeficiente de variación es cero, que es el valor que toma cuando es igual a cero el numerador de la fracción; es decir, la variación típica. En tal caso, todos los valores de la variable son iguales a la media, de manera que la dispersión de los valores en torno a la media es nula y la media es la representación perfecta de la serie de datos.

La media es tanto más representativa cuando más próximo a cero está el coeficiente de variación , y cuanto más elevado es el coeficiente de variación, menos representativa es la media.

NOTA:

La varianza es más significativa cuando se comparan dos o más conjuntos de observaciones.

- **Varianza para datos no agrupados**

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

- **Varianza para datos agrupados**

$$S^2 = \frac{\sum n_i(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- **Desviación típica para datos no agrupados**

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

- **Desviación típica para datos agrupados**

$$S = \sqrt{\frac{\sum n_i(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

3.6 Coeficiente para variación de Karl Pearson

Este es un criterio numérico para determinar la simetría (ó sesgo) en un histograma o en una gráfica poligonal continua

$$A_p = \frac{\bar{x} - M_0}{S}$$

- Asimétria por la derecha (ó distribuación es asimétrica positiva) ($M_0 < \bar{x}$), y $A_p > 0$
- Asimétria por la izquierda (ó distribución es asimétrica negativa) ($\bar{x} < M_0$) y $A_p < 0$
- Asimétria $A_p = 0$

Chapter 4

Probabilidad

4.1 Teoría de conjuntos

Definición 4.1. Un **conjunto** es una colección bien definida de objetos, llamados sus elementos. Los conjuntos se simbolizan con letras minúsculas A, B, ... Los objetos que componen el conjunto se denominan elementos y se denotan con letras minúsculas $a, b, ...$ [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 21]

Definición 4.2. Para definir un **conjunto por extensión**, se enumeran todos sus elementos separándolos por comas y luego se encierran entre llaves.

Para escribir un **conjunto por comprensión** se elige un elemento arbitrario x y se señala que cumple la propiedad $P(x)$. Finalmente, se encierra toda la expresión entre llaves. [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 22]

$$A = \{x | x \ \text{ cumple la propiedad } \ P(x)\}$$

Definición 4.3. Diremos que dos conjutnos A y B son iguales si tienen los mismos elementos. Para indicar que A y B son iguales se escribe:[Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 22]

$$A = B$$

Nota:. Un conjunto que posee un número finito de elementos; se llaman **conjuntos finitos**.

Un conjunto que no tiene un número finito de elemenos se llaman **conjunto infinito**.

[Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 23]

Definición 4.4. El número de elementos de un conjunto finito es lo que se llama la **cardinalidad** de dicho conjunto. La cardinalidad de un conjunto finito A se denota por: [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 24]

$$Card(A) \quad \text{ó} \quad |A|$$

Definición 4.5. Dos conjuntos finitos X y Y se dicen ser **equipotentes** si tienen exactamente el mismo número de elementos. [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 24]

Definición 4.6. Un conjunto se dice **vacío** si no posee elementos. El conjunto vacío se denota como:

$$\{\} \quad \text{ó} \quad \Phi$$

Definición 4.7. El conjunto **universal** se define como el conjunto que posee todos los elementos de todos los conjuntos, y se denota como:[Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 25]

$$\text{Conjunto universal:} \quad U$$

Definición 4.8. Si cada elemento de un conjunto A es también elemento de un conjunto B, entonces se dice que A es un subconjunto de B. Se dice también que A está contenido en B o que B contiene a A. La relación de subconjunto se denota como: [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 25]

$$A \subset B \quad \text{ó} \quad B \supset A$$

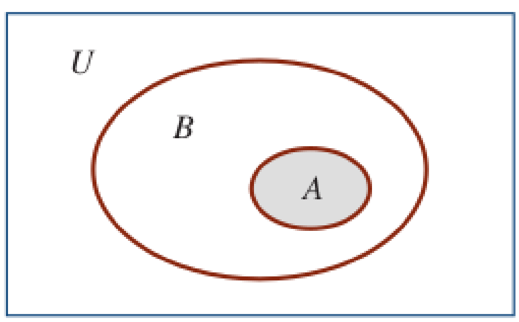


Figure 4.1: Relación de subconjunto [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 26]

Definición 4.9. La unión de dos conjuntos A y B consta de todos los elementos que pertenecen a A o a B. La unión de A y B se denota por $A \cup B$. [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 31]

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ o } x \in B\}$$

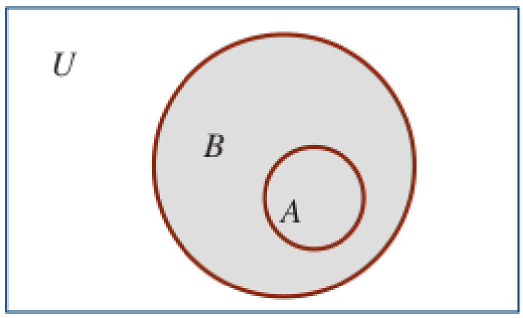


Figure 4.2: Relación de subconjunto [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 32]

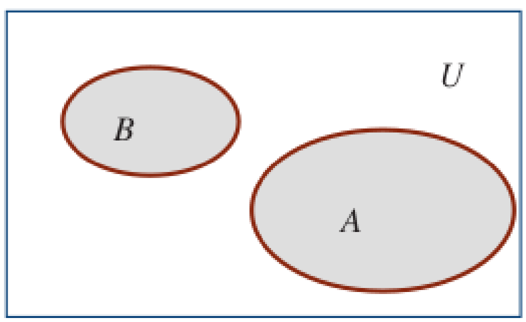


Figure 4.3: Relación de subconjunto [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 32]

4.2 Propiedades de la Unión

Definición 4.10. La intersección de dos conjuntos A y B consta de todos los elementos que pertenecen a A y a B. La intersección de A y B se denota por $A \cap B$. [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 30]

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ y } x \in B\}$$

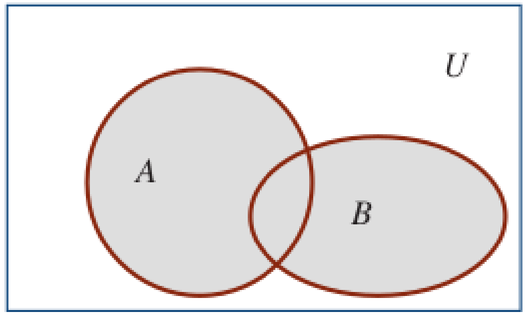
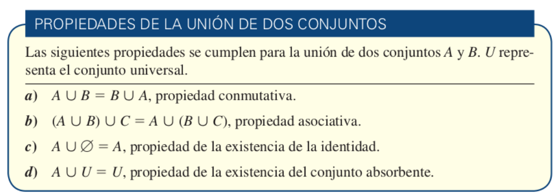


Figure 4.4: Relación de subconjunto [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 32]



PROPIEDADES DE LA UNIÓN DE DOS CONJUNTOS

Las siguientes propiedades se cumplen para la unión de dos conjuntos A y B. U representa el conjunto universal.

a) $A \cup B = B \cup A$, propiedad conmutativa.

b) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, propiedad asociativa.

c) $A \cup \varnothing = A$, propiedad de la existencia de la identidad.

d) $A \cup U = U$, propiedad de la existencia del conjunto absorbente.

Figure 4.5: Propiedades de la unión [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 32]

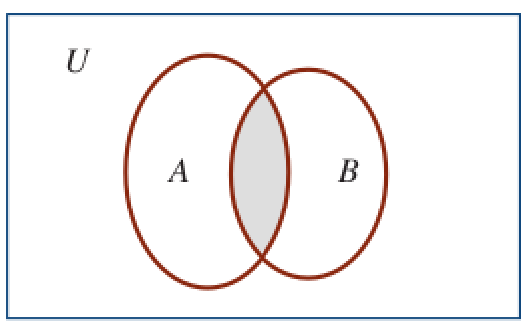


Figure 4.6: Intersección de conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 30]

4.3 Propiedades de la Intersección

PROPIEDADES DE LA INTERSECCIÓN DE CONJUNTOS

Las propiedades siguientes se cumplen para la intersección de dos conjuntos A y B. U representa el conjunto universal.

a) $A \cap B = B \cap A$, propiedad conmutativa.

b) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$, propiedad asociativa.

c) $A \cap U = A$, propiedad de la existencia de la identidad.

d) $\varnothing \cap A = \varnothing$, propiedad de la existencia de un elemento absorbente.

Figure 4.7: Propiedades de la intersección [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 30]

4.4 Propiedades de la unión y la intersección

PROPIEDADES DE LA UNIÓN Y LA INTERSECCIÓN DE CONJUNTOS

Las propiedades siguientes se cumplen para las operaciones de unión e intersección de conjuntos.

a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, propiedad distributiva de la unión respecto a la intersección.

b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, propiedad distributiva de la intersección respecto a la unión.

Figure 4.8: Propiedades de la unión y la intersección [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 33]

4.5 Diferencia entre dos conjuntos

Definición 4.11. La diferencia de dos conjuntos A y B consta de todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B. La diferencia de A y B se denota por $A - B$. [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 34]

$$A - B = \{x|x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

4.6 Complemento de un conjunto

Definición 4.12. El complemento de un conjunto A consta de todos los elementos del universo U, y que no pertenecen a A. El complemento de A se denota por A^c. [Tomado de (Zill and Dewar, 2012) pág 34]

$$A' = A^c = \{x|x \notin A\}$$

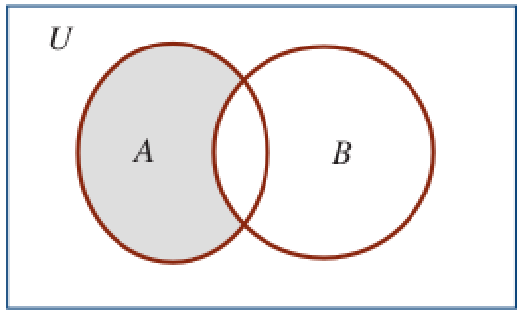


Figure 4.9: Diferencia entre conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 34]

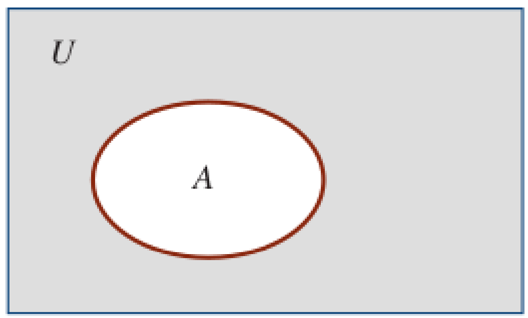


Figure 4.10: Complemento de un conjunto [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 34]

LEYENDAS DEL ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

Leyes idemponentes
1a. $A \cup A = A$ **1b.** $A \cap A = A$

Leyes asociativas
2a. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ **2b.** $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Leyes conmutativas
3a. $A \cup B = B \cup A$ **3b.** $A \cap B = B \cap A$

Leyes distributivas
4a. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ **4b.** $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leyes de identidad y absorción
5a. $A \cup \varnothing = A$ **5b.** $A \cap U = A$
6a. $A \cup U = U$ **6b.** $A \cap \varnothing = \varnothing$

Ley involutiva
7a. $(A^c)^c = A$

Leyes del complementario
8a. $A \cup A^c = U$ **8b.** $A \cap A^c = \varnothing$
9a. $U^c = \varnothing$ **9b.** $\varnothing = U$

Leyes de De Morgan
10a. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ **10b.** $A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Figure 4.11: Leyes del algebra de Conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 36]

4.7 Propiedades del algebra de conjuntos

4.7.1 Ejemplo1

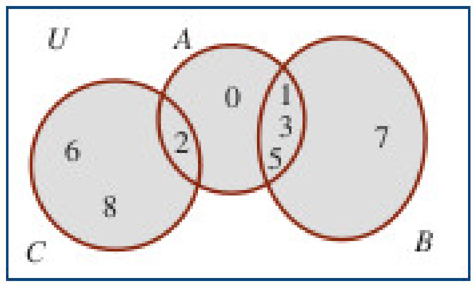


Figure 4.12: Ejemplo 1 de conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 33]

A partir de la figura 4.12, obtener la solución a los enunciados de conjuntos

- Obtener $A \cup B = \{0, 2, 1, 3, 5, 7\}$
- Obtener $A \cup C = \{0, 2, 6, 8, 1, 3, 5\}$
- Obtener $C \cup B = ?$
- Obtener $A \cap B = ?$
- Obtener $A \cap C = ?$
- Obtener $C \cap B = ?$
- Obtener $A - B = ?$
- Obtener $B - A = \{7\}$
- Obtener $A - C = ?$
- Obtener $C - B = ?$
- Obtener $B - C = ?$
- Obtener $(A \cap B) - C = \{1, 3, 5\}$
- Obtener $(C \cap B) - A = ?$

4.7.2 Ejemplo2

A partir de la figura 4.13, obtener la solución a los enunciados de conjuntos

- Obtener $A \cup B = ?$
- Obtener $A \cap B = ?$

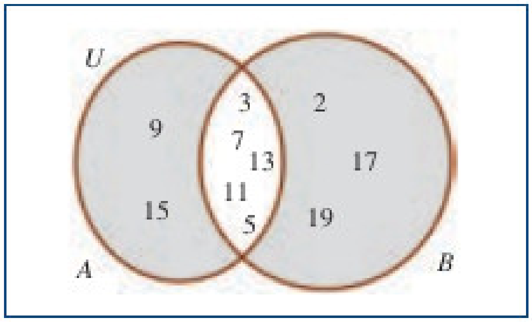


Figure 4.13: Ejemplo 2 de conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 35]

- Obtener $A - B = ?$
- Obtener $B - A = ?$

4.7.3 Ejemplo3

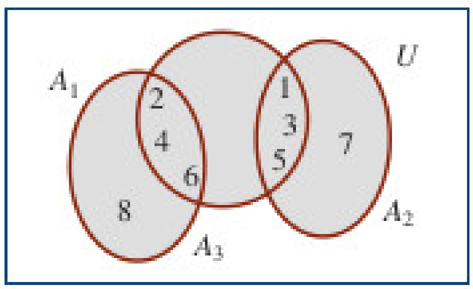


Figure 4.14: Ejemplo 3 de conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 33]

A partir de la figura 4.14, obtener la solución a los enunciados de conjuntos

- Obtener $\bigcup_{i=1}^{2} A_i = A_1 \cup A_2 = \{8, 6, 4, 2, 1, 3, 5, 7\}$
- Obtener $\bigcap_{i=2}^{3} A_i = ?$
- Obtener $\bigcup_{i=1}^{3} A_i = ?$
- Obtener $\bigcap_{i=1}^{2} A_i = ?$
- Obtener $\bigcap_{i=2}^{3} A_i = ?$
- Obtener $\bigcap_{i=1}^{3} A_i = ?$

- Obtener $\left(\bigcup_{i=1}^{2} A_i\right) - A_3 = ?$
- Obtener $A_1 - \left(\bigcup_{i=2}^{3} A_i\right) = ?$

4.8 Conjuntos numéricos

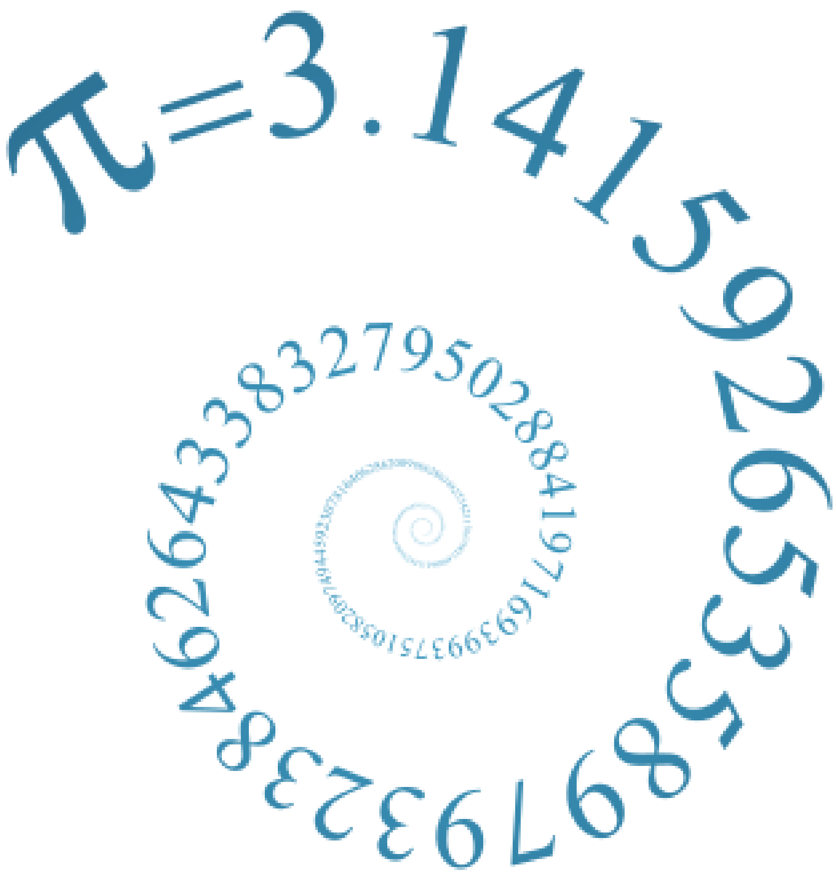


Figure 4.15: Número Irracional [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 50]

Definición 4.13. El conjunto de los números naturales consta de:

$$N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$$

Definición 4.14. El conjunto de los números enteros consta de:

$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

Definición 4.15. El conjunto de los números racionales consta de todos los números que son cociente de dos enteros, siempre que el denominador sea diferente de cero. Es decir:

$$Q = \{\frac{p}{q} | p \text{ y } q \text{ son números enteros}, \quad q \neq 0\}$$

Definición 4.16. El conjunto de los números irracionales consta de todos los números que no son el cociente de dos enteros, siempre que el denominador sea diferente de cero. Es decir:

$$Q^* = \{x | \; x \neq \frac{p}{q}, \quad q \neq 0 \}$$

Definición 4.17. El conjunto de los números reales consta de la unión entre el conjunto de los racionales y los irracionales. Es decir:

$$R = \{x | \; x \in Q \text{ o } x \in Q^*\} = Q \cup Q^*$$

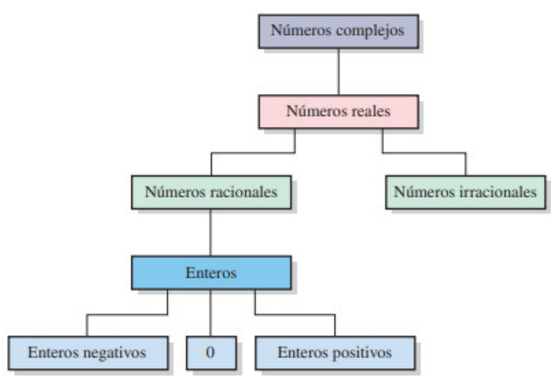


Figure 4.16: Diagrama de los conjuntos numéricos [Imagen tomada de [@swokowski1996algebra] pág 3]

4.9 Propiedades de los números Reales

Podcast

PROPIEDADES BÁSICAS DE LOS NÚMEROS REALES

Adición	Multiplicación
1. Propiedades de cerradura	
i) $a + b$ es un número real	*ii)* $a \cdot b$ es un número real
2. Propiedades conmutativas	
i) $a + b = b + a$	*ii)* $a \cdot b = b \cdot a$
3. Propiedades asociativas	
i) $a + (b + c) = (a + b) + c$	*ii)* $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
4. Propiedades de identidad	
i) $a + 0 = 0 + a = a$	*ii)* $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
5. Propiedades del inverso	
i) $a + (-a) = (-a) + a = 0$	*ii)* $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$

Figure 4.17: Propiedades de los números reales [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 51]

PROPIEDADES BÁSICAS DE LOS NÚMEROS REALES (CONTINÚA)

6. Propiedades distributivas:	
i) $a(b + c) = ab + ac$	*ii)* $(a + b)c = ac + bc$

Figure 4.18: Propiedades de los números reales [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 51]

PROPIEDADES ADICIONALES

7. Propiedades de igualdad:
i) Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$ para todo número real c.
ii) Si $a = b$, entonces $ac = bc$ para todo número real c.

8. Propiedades de la multiplicación por cero:
i) $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$
ii) Si $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$, $b = 0$, o ambas.

9. Propiedades de cancelación:
i) Si $ac = bc$, y $c \neq 0$, entonces $a = b$.
ii) $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$, siempre que $c \neq 0$ y $b \neq 0$.

Figure 4.19: Propiedades de los números reales [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 53]

PROPIEDADES ADICIONALES (CONTINÚA)

10. Propiedades de la sustracción y negativos:
i) $-(-a) = a$
ii) $-(ab) = (-a)(b) = a(-b)$
iii) $-a = (-1)a$
iv) $(-a)(-b) = ab$

Figure 4.20: Propiedades de los números reales [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 53]

PROPIEDADES ADICIONALES (CONTINÚA)

11. Fracciones equivalentes:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y sólo si $ad = bc$

12. Regla de los signos:

$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

13. Adición o sustracción con denominadores comunes:

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$

14. Multiplicación:

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

15. División:

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}, c \neq 0$

Figure 4.21: Propiedades de los números reales [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 54]

Propiedad	Ilustración
(1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si $ad = bc$	$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ porque $2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$
(2) $\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b}$	$\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{2}{5}$
(3) $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$	$\frac{2}{-5} = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$
(4) $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$	$\frac{2}{5} + \frac{9}{5} = \frac{2+9}{5} = \frac{11}{5}$
(5) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$	$\frac{2}{5} + \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{26}{15}$
(6) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15}$
(7) $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$	$\frac{2}{5} \div \frac{7}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$

Figure 4.22: Propiedades de los números reales [Imagen tomada de [@swokowski1996algebra] pág 8]

PROPIEDADES ADICIONALES (CONTINÚA)

16. División de cero y división por cero

i) $0 \div b = \frac{0}{b} = 0, \quad b \neq 0$

ii) $a \div 0 = \frac{a}{0}$ es indefinida, $a \neq 0$

iii) $0 \div 0 = \frac{0}{0}$ es indefinida

Figure 4.23: Propiedades de los números reales [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 55]

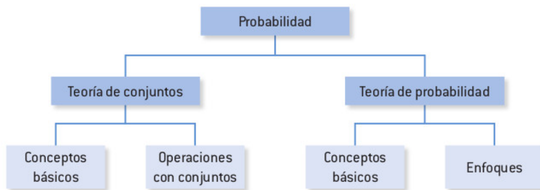


Figure 4.24: Esquema de probabilidad y conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 55]

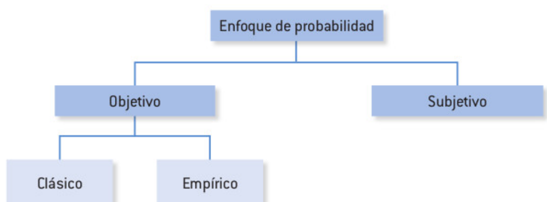


Figure 4.25: Esquema de probabilidad y conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 55]

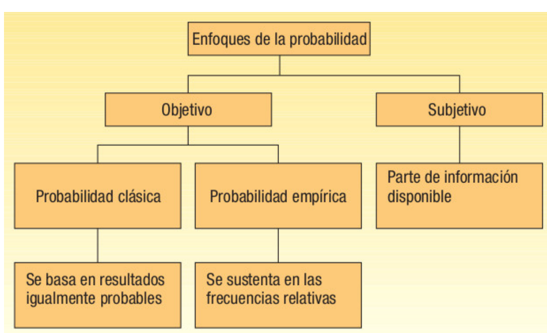


Figure 4.26: Esquema de probabilidad y conjuntos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 55]

4.10 Conceptos introductorios de probabilidad

Definición 4.18. Se dice que un espacio muestral S es discreto si su resultado puede ponerse en una correspondencia uno a uno con el conjunto de los enteros positivos

Definición 4.19. Un conjunto S que consta de todeos los resultados posibles de un experimento aleatorio se llama espacio muestal, y cada resultado se denomina punto muestral. Con frecuencia habrá más de un espacio muestral que puede describir los resultados de un experimento, pero generalmente habrá uno que provee la mayor información.

Definición 4.20. Se dice que un espacio muestral S es continuo si sus resultados consisten de un intervalo de números reales.

Definición 4.21. Un evento A del espacio muestral S es un grupo (ó subconjunto) de resultados contenidos en éste, cuyos miembros tiene una caracteríscita común.

Definición 4.22. Un evento es un subconjunto A del espacio muestral S, es decir, un conjunto de resultados posibles. Si el resultado de un experimento es un elemento de A, decimos que el evento A ocurrió. Un evento que consta de un punto sencillo de S se denomina con frecuencia un evento simple o elemental.

Definición 4.23. Sean S cualquier espacion muestral y A cualquier evento de éste. Se llamará función de probabilidad sobre el espacio muestral S a $P(A)$ si satisface los siguientes axiomas:

4.11 Definición1(Frecuentista)

Probabilidad empírica La probabilidad de que un evento ocurra representa una fracción de los eventos similares que sucedieron en el pasado.

Fórmula

$$\text{Probabilidad empírica} = \frac{\text{Número de veces en que el evento ha ocurrido en el pasado}}{\text{Número total de observaciones}}$$

4.12 Definición2(Clásica)

Probabilidad clasica La probabilidad clásica de un evento E se determina mediante la

Fórmula

$$\text{Probabilidad clásica} = \frac{\text{Número de formas en las que puede ocurrir un evento}}{\text{Número total de posibles resultados}}$$

La probabilidad clásica implica la determinación de la probabilidad de algún evento a priori (**antes del hecho**)

4.13 Simulaciones básicas

Lanzamiento de un dado

Lanzamiento de dos dados

Lanzamiento de una moneda

Lanzamiento de dos monedas

Lanzamiento de tres monedas

Lanzamiento de cuatro monedas

Lanzamiento de un dado y una moneda

Ley de los grandes números

4.14 Lanzamiento de un dado

Lanzamiento de un dado

Espacio muestral

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Evento : Subconjunto del espacio S

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 3, 5\}$$

4.15 Lanzamiento de dos dados

Espacio muestral al lanzar dos dados

$$S = \{(R1D = 2, R2D = 2); ...\}$$

Primera componente resultados del primer dado Segunda componente resultados del segundo dado

$$S = \{(2, 2); (1, 6); (1, 3); (4, 4); ...\}$$

Generar todas las posibles parejas al lanzar dos dados en forma inst.

Posibles Resultados de un dado (1):

$$D1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Posibles Resultados de un dado (2):

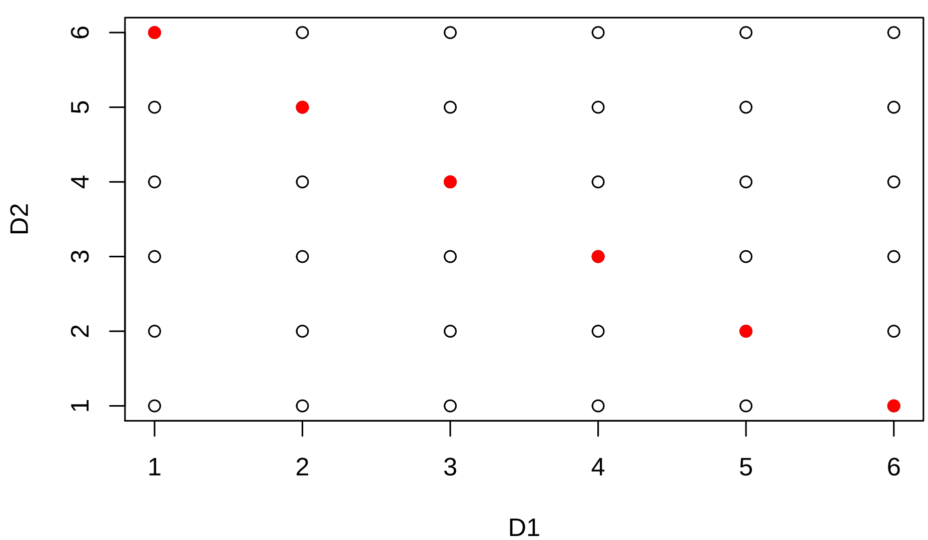
$$D2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

las posibles parejas se realizan con el producto cartesiano

X=D1

Y=D2

$$S = D1 \times D2 = \{(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (1, 6); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (2, 6); ...\}$$



Evento de los dados que al caer suman siete

$$A = \{(1, 6); (6, 1); (2, 5); (5, 2); (3, 4); (4, 3)\}$$

Resultado posible	Lanzamiento de la moneda			Número de caras
	Primero	Segundo	Tercero	
1	T	T	T	0
2	T	T	H	1
3	T	H	T	1
4	T	H	H	2
5	H	T	T	1
6	H	T	H	2
7	H	H	T	2
8	H	H	H	3

Figure 4.27: Tabla del lanzamiento de una moneda tres veces [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

4.16 Lanzamiento de una moneda tres veces

4.17 Axioma Uno de la probabilidad

Para cualquier evento A contenido en el espacio de los resultados S, se cumple que

$$P(A) \geq 0$$

4.18 Axioma Dos de la probabilidad

Si S es el conjunto que representa el espacio muestral de los resultados, entonces

$$P(S) = 1$$

4.19 Axioma Tres de la probabilidad

Si para los eventos $A_1, A_2, ...,$ y $A_i \cap A_j = \phi$ para toda $i \neq j$, entonces

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup ... \cup A_k \cup ...) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_k) + ... = \sum_{i=1}^{\propto} P(A_i) \quad (4.1)$$

4.20 Teoremas básicos de probabilidad

Teorema 4.1. *Si $A_1 \subset A_2$, entonces $P(A_1) \leq P(A_2)$, y $P(A_2 - A_1) = P(A_2) - P(A_1)$*

Teorema 4.2. *Para todo evento A*

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

o sea, la probabilidad está entre 0 *y* 1

Teorema 4.3.

$$P(\Phi) = 0$$

es decir, el evento imposible tiene probabilidad cero.

Teorema 4.4. *Si* A^c *es el complemento de* A*, entonces*

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Definición 4.24. Se dice que dos eventos A y B son mutumente excluyentes si no tienen resultados, o elementos comunes. En otras palabras los eventos A y B no pueden ocurrir al mismo tiempo.

Teorema 4.5. *Si* $A = A_1 \cup A_2 ... \cup A_n$*, donde* A_1*,* A_2*, ...,* A_n *son mutuamente excluyentes, entonces*

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Teorema 4.6. *Si* A *y* B *son dos eventos cualesquiera, entonces*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Teorema 4.7. *Para cualquier par de eventos* A *y* B*,*

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$$

Teorema 4.8. *Si un evento* A *debe dar como resultado la ocurrencia de uno de los eventos mutuamente excluyentes* A_1*,* A_2*,...,*A_n*, entonces*

$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + ... + P(A \cap A_n)$$

Teorema 4.9. *Sean* A *y* B *dos eventos tales que* $P(A) > 0$*. Denótese por* $P(B|A)$ *la probabilidad de* B *dado que ocurrió* A*. Puesto que sabemos que ocurrió* A*, éste se convierte en el nuevo espacio muestral reemplazando al original* S*. A partir de esto llegamos a la defınción*

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

NOTA: Para tres eventos cualesquiera A_1, A_2, A_3, tenemos

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2)$$

Teorema 4.10. *Si un evento A debe originar uno de los eventos mutuamente excluyentes A_1, A_2, ..., A_n, entonces*

$$P(A) = P(A_1)P(A|A_1) + P(A_2)P(A|A_2) + P(A_3)P(A|A_3) + ... + P(A_n)P(A|A_n)$$

Teorema 4.11. *Suponga que A_1, A_2, ..., A_n, son eventos mutuamente excluyentes cuya unión es el espacio muestral S, es decir, que debe ocurrir uno de los eventos. Entonces si B es un evento cualquiera, tenemos*

$$P(A_k|B) = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_{j=1}^{n} P(A_j)P(B|A_j)}$$

Esto nos permite encontrar las probabilidades de diferentes eventos A_1, A_2, ..., A_n que pueden hacer que ocurra B.

*Este teorema se conoce como el **teorema de Bayes** (ó el teorema de la probabilidad de las causas)*

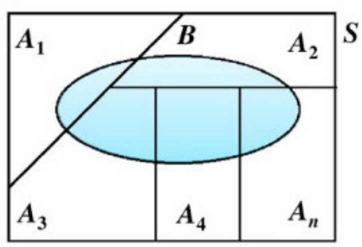


Figure 4.28: Teorema de Bayes [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 51]

4.21 Demostración probabilidad del complemento

Demostrar que $P(A^c) = 1 - P(A)$

Justificación (ó argumentación)

$$\begin{aligned} S &= A^c \cup A \\ P(S) &= P(A^c \cup A) \\ &= P(A^c) + P(A), \qquad \text{ya que } A^c \cap A = \Phi \\ 1 &= P(A^c) + P(A), \qquad \text{ya que } P(S) = 1 \\ 1 - P(A) &= P(A^c), \qquad \text{Q.E.D.} \end{aligned}$$

4.22 Demostración probabilidad de la inclusión

Demostrar que si $A \subseteq B$, entonces $P(A) \leq P(B)$

Justificación (ó argumentación)

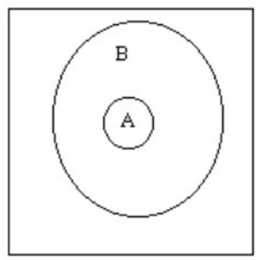


Figure 4.29: Justificación teorema 3.1 [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

$$\begin{aligned} B &= A \cup (B - A) \\ P(B) &= P(A \cup (B - A)) \\ &= P(A) + P(B - A), \qquad \text{ya que } A \cap (B - A) = \Phi \\ \text{Luego, } P(A) &\leq P(B), \qquad \text{Q.E.D.} \end{aligned}$$

4.23 Demostración probabilidad de la unión

Demostrar que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Justificación (ó argumentación)

$$\begin{aligned} A \cup B &= A \cup (B - A) \\ P(A \cup B) &= P\left(A \cup (B - A)\right) \\ P(A \cup B) &= P(A) + P(B - A), \qquad \text{ya que } A \cap (B - A) = \Phi \\ P(A \cup B) - P(A) &= P(B - A) \qquad (1) \end{aligned}$$

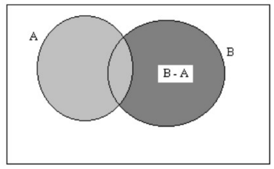


Figure 4.30: Justificación teorema 3.6 [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

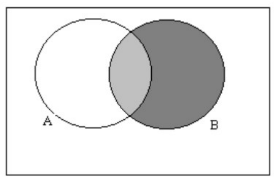


Figure 4.31: Justificación teorema 3.6 [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

De otro lado

$$\begin{aligned} B &= (A \cap B) \cup (B - A) \\ P(B) &= P(A \cap B) + P(B - A), \qquad \text{ya que } A \cap B) \cap (B - A) = \Phi \end{aligned}$$

$P(B) - P(A \cap B) = P(B - A) \quad (2)$

de (1) y (2)

$$\begin{aligned} P(A \cup B) - P(A) &= P(B - A) \\ P(B) - P(A \cap B) &= P(B - A) \end{aligned}$$

Igualamos los lados izquierdos, así

$$\begin{aligned} P(A \cup B) - P(A) &= P(B) - P(A \cap B) \\ P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B), \qquad \text{Q.E.D.} \end{aligned}$$

4.23.1 Ejemplo 1

Suponga que lanzamos un dado justo una vez.

¿Qué probabilidad hay de obtener 7?

Respuesta

Como el número 7 no está incluido en el conjunto S de todos los posibles resultados, el evento A de **obtener un** 7 es un evento imposible, es decir $A = \Phi$. Entonces

$$P(A) = P(\text{Obtener un } 7) = \frac{0}{6} = 0$$

4.23.2 Ejemplo 2

Suponga que lanzamos un dado justo una vez.

¿Qué probabilidad hay de obtener un número menor que 7?

Respuesta

Ya que el resultado de lanzar un dado son todos enteros positivos menores que 7, entonces el evento A: **obtener un número menor que** 7 es

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$$

de donde

$$P(A) = \frac{6}{6} = 1$$

4.23.3 Ejemplo 3

El 1 de febrero de 2003 explotó el transbordador espacial Columbia. Este fue el segundo desastre en 113 misiones espaciales de la NASA. Con base en esta información, cuál es la probabilidad de que una futura misión concluya con éxito?

$$\text{Probabilidad de un vuelo exitoso} = \frac{111}{113} = 0.98$$

4.23.4 Ejemplo 4

Una encuesta de 34 estudiantes en una Universidad mostró que éstos tiene las siguientes especialidades:

1) Contabilidad 10
2) Finanzas 5
3) Economía 3
4) Administración 6

5) Marketing 10

Suponga que elige a un estudiante y observa su especialidad.

Cuál es la probabilidad de que el estudiante tenga una especialidad en Administración?

Solución:

$$\text{Probabilidad de que sea especialista en Administración} = \frac{6}{34} = \frac{3}{17} = 0.18$$

Definición 4.25. Se dice que dos eventos A y B son mutumente excluyentes si no tienen resultados, o elementos comunes. En otras palabras los eventos A y B no pueden ocurrir al mismo tiempo.

En términos de conjuntos, A y B son conjuntos **disjuntos** o **ajenos**; es decir,

$$A \cap B = \Phi$$

4.24 Regla de la adición

Para aplicar la regla de la adición, los eventos deben ser mutuamente excluyentes. Es decir si tenemos dos eventos son A, y B, estos son mutuamente excluyentes si su intersección es el vacío. Es decir

$$A \cap B = \Phi$$

4.24.1 Ejemplo3

Una máquina automática llena bolsas de plástico con una combinación de frijoles, brócoli y otras verduras. La mayoría de las bolsas contiene el peso correcto, aunque, como consecuencia de la variación del tamaño del frijol y de otras verduras, un paquete podría pesar menos o más. Una versión de 4000 paquetes que se llenaron el mes pasado arrojó los siguientes datos:

Cuál es la probabilidad de que un paquete en particular pese menos o pese más?

```
Peso <- c("Menos peso","Peso satisfactorio","Más peso")
Evento <- c("A","B","C")
Numero_Paquetes <- c(10,3600,300)
Probabilidad <- c(0.025,0.900,0.075)

Ejemplo <- data.frame(Peso, Evento, Numero_Paquetes, Probabilidad)

knitr::kable(
```

Table 4.1: Tabla en Frecuencia para Datos Agrupados

Peso	Evento	Numero_Paquetes	Probabilidad
Menos peso	A	10	0.025
Peso satisfactorio	B	3600	0.900
Más peso	C	300	0.075

```
Ejemplo , caption = 'Tabla en Frecuencia para Datos Agrupados',
  booktabs = TRUE
)
```

Solución: Como A y C son eventos excluyentes, entonces $A \cap C = \Phi$, ya que un paquete de verduras mixtas no puede pesar menos, tener el peso satisfactorio y pesar más al mismo tiempo.

$$P(A \text{ ó } C) = P(A \cup C) = P(A) + P(C)$$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) = 0.025 + 0.075 = 0.10$$

Definición 4.26. Se dice que dos eventos A y B son independientes, si $P(B|A) = P(B)$. Es decir, la probabilidad de que ocurra B no está afectada por la ocurrencia o no de A. Además esto equivale a:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Definición 4.27. Una tabla de contingencia es cuadro que se utiliza para clasificar observaciones de una muestraa de acuerdo con dos o más características identificables.

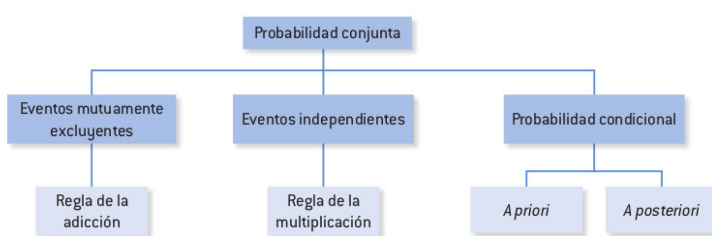


Figure 4.32: Esquema de probabilidad conjunta [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

4.25 Ley de los grandes números

En una gran cantidad de intentos, la probabilidad empírica de un evento se aproxima a su probabilidad real.

Número de ensayos	Número de caras	Frecuencia relativa de las caras
1	0	.00
10	3	.30
50	26	.52
100	52	.52
500	236	.472
1 000	494	.494
10 000	5 027	.5027

Figure 4.33: Tabla ley de los grandes números [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

4.26 Tabla de contingencia

Datos	A_1	A_2
B_1	n_{11}	n_{12}
B_2	n_{21}	n_{22}

Figure 4.34: Tabla de contingencia definiciones básicas [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

La tabla describe la relación entre dos eventos A y B. Para obtener $P(A_j)$ se debe proceder como:

$$P(A_j) = \sum_{i=1}^{2} \frac{n_{ij}}{n}$$

Ejemplo

La tabla de contingencia muestra la relación entre el color de cabello del pelo y el color de ojos de un grupo de 1770 hombres alemanes.

$$j = 1, j = 2p(A_j) = \sum_{i=1}^{2} \frac{n_{ij}}{n} = \frac{n_{1j}}{n} + \frac{n_{2j}}{n} = \frac{n_{1j} + n_{2j}}{n} p(A_1) = \sum_{i=1}^{2} \frac{n_{i1}}{n} = \frac{n_{11}}{n} + \frac{n_{21}}{n} = \frac{n_{11} + n_{21}}{n} p(A_2) = \sum_{i=1}^{2} \frac{n_{i2}}{n} = \frac{n_{12}}{n}$$

La tabla describe la relación entre dos eventos A y B. Para obtener $P(B_i)$ se debe proceder como:

Tabla 3.3.1 Color de cabello y de ojos

		Color de cabello			
		Castaño	Negro	Rojo	Total
Color de ojos	Castaño	400	300	20	720
	Azules	800	200	50	1.050
	Total	1.200	500	70	1.770

Figure 4.35: Tabla de contingencia realción del color de cabello y color de ojos [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

Datos	A_1	A_2
B_1	n_{11}	n_{12}
B_2	n_{21}	n_{22}

Figure 4.36: Tabla de contingencia definiciones básicas [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

$$P(B_i) = \sum_{j=1}^{2} \frac{n_{ij}}{n}$$

$$i = 1, i = 2p(B_i) = \sum_{j=1}^{2} \frac{n_{ij}}{n} = \frac{n_{i1}}{n} + \frac{n_{i2}}{n} = \frac{n_{i1} + n_{i2}}{n} p(B_1) = \sum_{j=1}^{2} \frac{n_{1j}}{n} = \frac{n_{11}}{n} + \frac{n_{12}}{n} = \frac{n_{11} + n_{12}}{n} p(B_2) = \sum_{j=}^{2}$$

Datos	A_1	A_2
B_1	n_{11}	n_{12}
B_2	n_{21}	n_{22}

Figure 4.37: Tabla de contingencia definiciones básicas [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

La tabla describe la relación entre dos eventos A y B. Para obtener $P(A_j \cap B_i)$ se debe proceder como:

$$P(A_j \cap B_i) = \frac{n_{ij}}{n}$$

$$P(A_j \cap B_i) = \frac{n_{ij}}{n} i = 1, j = 1 P(A_1 \cap B_1) = \frac{n_{11}}{n} \tag{4.2}$$

$$P(A_2 \cap B_2) = \frac{n_{22}}{n} \tag{4.3}$$

```
nal <- 400/1770
round(nal,2)*100
```

```
## [1] 23
```

La tabla describe la relación entre dos eventos A y B. Para obtener $P(B_i|A_j)$ se debe proceder como:

$$\frac{P(B_i \cap A_j)}{P(A_j)} = P(B_i|A_j) = \frac{n_{ij}}{\sum_{i=1}^{2} n_{ij}}$$

$$\frac{P(B_{i=1} \cap A_{j=2})}{P(A_{j=2})} = P(B_1|A_2) = \frac{n_{ij}}{\sum_{i=1}^{2} n_{ij}} = \frac{n_{12}}{n_{12} + n_{22}}$$

$$i = 1, 2j = 1, 2, 3P(A_j \cap B_i) = \frac{n_{ij}}{n} i = 1; j = 1P(A_1 \cap B_1) = \frac{n_{11}}{n} P(\text{ojos castaños y cabello castaño}) = P(A_1 \cap B_1) = \frac{n_1}{n} \tag{4.4}$$

4.26.1 Ejemplo(Encuesta de ver cine)

Ejemplo

Una encuesta de 150 adultos clasificados según su género y la cantidad de películas que vieron cine el mes pasado.

	Género		
Películas vistas	**Hombres**	**Mujeres**	**Total**
0	20	40	60
1	40	30	70
2 o más	10	10	20
Total	70	80	150

Figure 4.38: Tabla de contingencia de películas según el genero [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

Cúal es la probabilidad de que no se vió ninguna película

donde:

1) B_1: Cero películas
2) B_2: Una sola película
3) B_3: Dos o más películas

4) n: Tamaño de la muestra es de 150 personas

5) A_1: Hombres

6) A_2: Mujeres

```
n<- 150
numB1 <- 60
rd1 <- round(numB1/n,2)
```

$$P(B_1) = \frac{60}{150} = 0.4$$

```
n<- 150
numB2 <- 70
rd2 <- round(numB2/n,2)
```

$$P(B_2) = \frac{70}{150} = 0.47$$

```
n<- 150
numB3 <- 70
rd3 <- round(numB3/n,2)
```

$$P(B_3) = \frac{70}{150} = 0.47$$

```
n <- 150
numA1 <- 70
rd4 <- round(numA1/n,2)
```

$$P(A_1) = \frac{70}{150} = 0.47$$

```
n <- 150
numA2 <- 80
rd5 <- round(numA2/n,2)
```

$$P(A_2) = \frac{80}{150} = 0.53$$

```
n <- 150
numB3A2 <- 10
rd6 <- round(numB3A2/n,2)
```

$$P(A_2 \cap B_3) = \frac{10}{150} = 0.07$$

4.27 Probabilidad condicional y tabla de contingencia

Probabilidad condicional

Si tenermos dos eventos A, B

siempre que $P(A) > 0$ y $P(B) > 0$, entonces

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \tag{4.5}$$

$$P(A \cap B) = P(A).P(A|B) \tag{4.6}$$

$$P(A \cap B) = P(B).P(B|A) \tag{4.7}$$

4.27.1 Ejemplo(Café)

	Consumo de café			
Edad (años)	Bajo	Moderado	Alto	Total
Menos de 30	36	32	24	92
30 a 40	18	30	27	75
40 a 50	10	24	20	54
50 o más	26	24	29	79
Total	90	110	100	300

Figure 4.39: Tabla de contingencia de películas segun el genero [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 188]

GRAFICAtabladeContingencia3

1) B_1: Menos de 30
2) B_2: Entre 30 a 40
3) B_3: Entre 40 a 50
4) B_4: 50 ó más
5) n: Tamaño de la muestra es de 150 personas
6) A_1: Bajo
7) A_2: Moderado
8) A_3: Alto

$$P(B_3|A_2) = \frac{P(B_3 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{\frac{24}{300}}{\frac{110}{300}} = \frac{24}{110}$$

4.28 Regla del producto

Dados dos eventos A y B, diremos que son independientes uno del otro si cumplen que

$$P(A|B) = P(A) \quad \text{ó} \quad P(B|A) = P(B)$$

Entonces se puede deducir la **regla del producto** para la probabilidad de la intersección entre dos eventos A y B.

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

4.29 Teorema de Bayes

Dado su interés en las matemáticas, intentó crear una fórmula para llegar a la probabilidad de que Dios existiera sobre la base de la evidencia de la que, se disponía en la Tierra. Más tarde, Pierre-Simon Laplace perfeccionó el trabajo de Bayes y le dio el nombre de teorema de Bayes. De una forma entendible.

Ejemplo(Urnas)

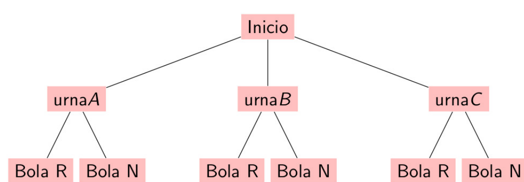


Figure 4.40: Teorema de Bayes problema de las Urnas [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 51]

Tenemos tres urnas:

La urna A con 3 bolas rojas y 5 negras, la urna B con 2 bolas rojas y 1 negra, y la urna C con 2 bolas rojas y 3 negras. Escoger una urna al azar y extraemos una bola. Si la bola ha sido roja, ¿cual es la probabilidad de haber sido extraída de la urna A?

$$P(A|R) = \frac{P(A)P(R|A)}{P(A)P(R|A) + P(B)P(R|B) + P(C)P(R|C)}$$

$$P(A|R) = \frac{(\frac{1}{3})(\frac{3}{8})}{(\frac{1}{3})(\frac{3}{8}) + (\frac{1}{3})(\frac{2}{3}) + (\frac{1}{3})(\frac{2}{5})} = \frac{45}{173} = 0.260$$

Ejemplo(CIRUGIAS)

Un médico cirujano se especializa en cirugías estéticas. Entre sus pacientes, el 20 por ciento se realizan correcciones faciales, un 35 por ciento implantes mamarios y el restante en otras cirugías correctivas. Se sabe además, que son de genero masculino el 25 por ciento de los que se realizan correcciones faciales, 15 por ciento implantes mamarios y 40 por ciento otras cirugías correctivas. Si se selecciona un paciente al azar, determine:

- La probabilidad de que sea de género masculino.

*Si resulta que es de genero masculino, determine la probabilidad que se haya realizado una cirugía de implantes mamarios.

- F: Pacientes que realizan cirugías faciales
- M: Pacientes que se realizan implantes mamarios
- O: Pacientes que se realizan otras cirugías correctivas
- H: pacientes de género masculino

$$S = F \cup M \cup O$$
$$H = (H \cap F) \cup (H \cap M) \cup (H \cap O)$$

$$P(H) = ?P(H) = P((H \cap F) \cup (H \cap M) \cup (H \cap O))$$

$$P(H) = P(F)P(H|F) + P(M)P(H|M) + P(O)P(H|O)$$

$$P(H) = (0.2)(0.25) + (0.35)(0.15) + (0.45)(0.40) = 0.28$$

$$P(H) = P(H \cap F) + P(H \cap M) + P(H \cap O) = 0.28P(H \cap F) = P(F)P(H|F)P(Mujer) = 1 - P(H) = 1 - 0.28$$

$$P(M|H) = \frac{P(M)P(H|M)}{P(M)P(H|M) + P(F)P(H|F) + P(O)P(H|O)}$$

$$P(M|H) = \frac{(0.35)(0.15)}{(0.35)(0.15) + (0.2)(0.25) + (0.45)(0.40)} = \frac{0.0525}{0.2825} = 0.19$$

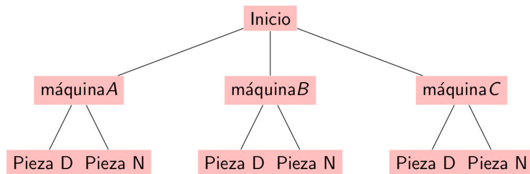


Figure 4.41: Teorema de Bayes problema de las máquinas [Imagen tomada de [@zill2012algebra] pág 51]

Ejemplo(Máquinas de productos)

Tres máquinas, A,B y C, producen el 45 porciento, 30 porciento y 25 porciento, respectivamente, del total de las piezas producidas en una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosas de estas máquinas son del 3 porciento, 4 porciento y 5 porciento. Tomamos, al azar, una pieza y resulta ser defectuosa; calcular la probabilidad de haber sido producida por al máquina B.

$$P(B|D) = \frac{P(B)P(D|B)}{P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B) + P(C)P(D|C)}$$

$$P(B|D) = \frac{(0.30)(0.04)}{(0.30)(0.04) + (0.45)(0.03) + (0.25)(0.05)} = \frac{12}{38} = 0.316$$

Chapter 5

Modelos de probabilidad

Chapter 6

Temas Extras

Chapter 7

Programación R_Rstudio

7.1 Repaso de R y Rstudio

Los conceptos básicos para el manejo de R los recorremos usando el documento elaborado por Vicente Coll y Pedro J Pérez (Junio 2017) Página web

Ver también la página web Todo sobre programción en R

7.2 Páginas donde se puede trabajar R en línea

Una página donde se puede elaborar prácticas básicas para uso de comandos en R es: Compile R online

También se puede trabajar en línea con las siguientes páginas.

- R en línea Dos
- R en línea Tres
- R en línea Cuatro

Chapter 8

Videos de Clase

8.1 Clases semestre 02-2021

Clase1 Miércoles 14 de Julio 2021

Clase2 Viernes 16 de Julio 2021

Clase3 Miércoles 21 de Julio 2021

[Clase4 Viernes 23 de Julio 2021 PROBLEMAS DE RED NO SE REALIZO LA CLASE]

Clase5 Miércoles 28 de Julio 2021

Clase6 Viernes 30 de Julio 2021

Clase7 Miércoles 04 de Agosto 2021

Clase8 Viernes 06 de Agosto 2021

Chapter 9

Videos de Asesoría

9.1 Asesorías semestre 02-2021

Bibliography

Lind, D. A., Marchal, W. G., Wathen, S. A., Obón León, M. d. P., and León Cárdenas, J. (2012). *Estadística aplicada a los negocios y la economía.* México: McGraw-Hill/Interamericana Editores.

Martínez, C. (2012). *Estadística y muestreo-13ra Edición.* Ecoe ediciones.

Zill, D. G. and Dewar, J. M. (2012). *Algebra, trigonometria y geometria analitica.* McGraw Hill.