

Práctica Módulo 6

Ecuaciones Matemáticas Básicas

Aplicaciones en Producción Pecuaria

Objetivos

- Resolver ecuaciones lineales en contextos pecuarios
- Aplicar ecuaciones cuadráticas en optimización
- Plantear sistemas de ecuaciones para problemas complejos
- Interpretar soluciones en términos productivos

1. Explicación del Módulo

Ecuaciones Matemáticas Básicas

Este módulo desarrolla competencias para plantear y resolver ecuaciones matemáticas básicas aplicadas a la producción pecuaria sostenible. Una ecuación es una igualdad algebraica que relaciona variables conocidas y desconocidas, cuya resolución permite hallar magnitudes de interés. En el quehacer constante de la actividad pecuaria, se requiere aplicar y resolver ecuaciones lineales para calcular cantidades de alimentos, dosis de medicamentos, proyecciones de crecimiento, balances nutricionales y costos de producción.

El módulo aborda el concepto de ecuación, las propiedades de la igualdad, técnicas de despeje y resolución de ecuaciones de primer grado, ecuaciones con una y varias incógnitas, y aplicaciones de ecuaciones cuadráticas. Se estudian métodos de solución como despejes algebraicos, fórmula general para ecuaciones cuadráticas, y técnicas especializadas.

Los estudiantes aprenderán a traducir problemas expresados en lenguaje natural a ecuaciones matemáticas, resolverlas aplicando procedimientos sistemáticos, e interpretar las soluciones en el contexto pecuario, facilitando procesos óptimos y eficientes.

2. Ecuaciones Lineales

2.1. Forma General

$$ax + b = c \quad (1)$$

Método de resolución:

1. Despejar términos con x a un lado
2. Despejar términos constantes al otro
3. Dividir por el coeficiente de x

3. Ejercicios Guiados

3.1. Ejercicio 1: Cálculo de Animales

Una finca tiene vacas y terneros. Hay 45 animales en total y las vacas son el triple de los terneros.

Sea x = número de terneros.

$$\text{Terneros: } x \quad (2)$$

$$\text{Vacadas: } 3x \quad (3)$$

$$\text{Total: } x + 3x = 45 \quad (4)$$

$$4x = 45 \quad (5)$$

$$x = 11,25 \approx 11 \text{ terneros} \quad (6)$$

$$\text{Vacadas: } 3(11) = 33$$

Verificación: $11 + 33 = 44$ (ajuste por redondeo)

3.2. Ejercicio 2: Mezcla de Alimentos

Se mezclan dos tipos de concentrado:

- Tipo A: 18 % proteína, costo \$1,500/kg
- Tipo B: 12 % proteína, costo \$1,000/kg

Necesitamos 100 kg con 15 % proteína.

Sea x = kg de tipo A.

$$\text{Tipo A: } x \text{ kg} \quad (7)$$

$$\text{Tipo B: } (100 - x) \text{ kg} \quad (8)$$

$$\text{Proteína: } 0,18x + 0,12(100 - x) = 0,15(100) \quad (9)$$

$$0,18x + 12 - 0,12x = 15 \quad (10)$$

$$0,06x = 3 \quad (11)$$

$$x = 50 \text{ kg de A, } 50 \text{ kg de B} \quad (12)$$

4. Ecuaciones Cuadráticas

4.1. Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (13)$$

Fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (14)$$

4.2. Ejercicio 3: Optimización de Área

Un potrero rectangular de perímetro 200 m debe maximizar área.

Sean: largo = x , ancho = $100 - x$ (perímetro/2).

$$A(x) = x(100 - x) = 100x - x^2 \quad (15)$$

Para máximo, $A'(x) = 0$:

$$100 - 2x = 0 \quad (16)$$

$$x = 50 \text{ m} \quad (17)$$

Área máxima: $50 \times 50 = 2,500 \text{ m}^2$

5. Ejercicios para Resolver

5.1. Ejercicio 4: Distribución de Animales

Un lote de 120 animales se distribuye en 3 corrales: A, B, C.

- B tiene el doble que A
- C tiene 10 más que B

Plantee y resuelva el sistema.

5.2. Ejercicio 5: Costo de Alimentación

El costo total C de alimentar x vacas por día es:

$$C(x) = 18x + 150 \quad (18)$$

- ¿Cuánto cuesta alimentar 40 vacas?
- Si el presupuesto es \$1,000, ¿cuántas vacas?
- Interprete el término constante (150)

5.3. Ejercicio 6: Ganancia de Peso

Un cerdo pesa $W(t) = 45 + 0,8t$ kg después de t días.

- a) Peso a los 90 días
- b) ¿Cuándo alcanza 110 kg?
- c) Ganancia diaria promedio

5.4. Ejercicio 7: Producción y Demanda

Producción de huevos: $P(x) = 500x$ donde x = días. Demanda acumulada: $D(x) = 450x + 2,000$.

- a) ¿Cuándo $P(x) = D(x)$?
- b) ¿Habrá superávit o déficit antes?

5.5. Ejercicio 8: Trayectoria Parabólica

Un sistema de riego lanza agua según:

$$h(x) = -0,05x^2 + 2x \quad (19)$$

donde h = altura (m), x = distancia (m).

- a) Altura máxima
- b) Distancia máxima (cuando $h = 0$)
- c) Grafique

5.6. Ejercicio 9: Cerca Óptima

Material para 240 m de cerca. Formar rectángulo de área máxima.

- a) Plantee $A(x)$ donde x es un lado
- b) Derive e iguale a cero
- c) Calcule dimensiones óptimas
- d) Área máxima

5.7. Ejercicio 10: Sistema de Ecuaciones

Granja compra maíz (x kg) y soya (y kg):

$$x + y = 500 \quad (\text{total}) \quad (20)$$

$$1200x + 2800y = 900,000 \quad (\text{costo}) \quad (21)$$

Resuelva el sistema.

6. Aplicaciones Avanzadas

6.1. Ejercicio 11: Modelo de Población

Población de gallinas: $P(t) = -2t^2 + 60t + 400$ (meses).

1. Población inicial
2. Máxima población (vértice)
3. ¿Cuándo vuelve a 400?
4. Interprete el coeficiente negativo

6.2. Ejercicio 12: Break-Even Point

Costos: $C(x) = 250x + 15,000,000$ Ingresos: $I(x) = 450x$ donde x = cerdos producidos.

1. Punto de equilibrio ($C = I$)
2. Utilidad con 100 cerdos
3. Cerdos para \$10,000,000 de utilidad

6.3. Ejercicio 13: Concentración de Medicamento

Concentración en sangre: $C(t) = \frac{120t}{t^2+4}$ mg/L.

1. C a 2 horas
2. ¿Cuándo $C = 20$ mg/L?
3. Concentración máxima

7. Proyecto Integrador

7.1. Caso: Optimización de Producción

Finca produce leche y carne.

Restricciones:

$$x + y \leq 100 \quad (\text{total animales}) \quad (22)$$

$$6x + 12y \leq 800 \quad (\text{forraje kg/día}) \quad (23)$$

$$x \geq 30 \quad (\text{mínimo lecheras}) \quad (24)$$

Ingresos diarios:

$$I = 35,000x + 15,000y \quad (25)$$

Desarrolle:

1. Grafique las restricciones

2. Encuentre puntos factibles
3. Evalúe ingreso en cada punto
4. Determine combinación óptima
5. Calcule ingreso mensual óptimo
6. Analice sensibilidad a cambios en precios

8. Reflexión Final

Las ecuaciones matemáticas permiten:

Ecuaciones lineales:

- Planear recursos
- Calcular costos
- Distribuir animales

Ecuaciones cuadráticas:

- Optimizar áreas
- Maximizar utilidades
- Modelar crecimientos

Sistemas de ecuaciones:

- Problemas con múltiples restricciones
- Optimización multicriterio
- Planificación compleja