



UNIVERSIDAD DE SEVILLA

TRABAJO DE CURSO

ESTRUCTURAS AERONÁUTICAS

Dimensionamiento del cajón de torsión de un ala

Jesús Cabezas Fernández

Pablo Pérez Verdugo

Antonio Rodríguez Arróniz

Pedro Vico Cantero

Juan Pérez Gómez

Germán Santiago López

17 de julio de 2021

Índice

1. Introducción	2
2. Determinación de cargas	2
2.1. Cargas debidas a la masa distribuida del ala	3
2.2. Cargas debidas al peso del motor	5
2.3. Cargas debidas a las fuerzas aerodinámicas	5
2.4. Cargas totales	7
3. Cálculo de la estructura monocasco	8
3.1. Estructura con dos largueros	8
3.1.1. Geometría	8
3.1.2. Tensiones normales	9
3.1.3. Tensiones tangenciales	9
3.1.4. Resultados	10
3.2. Estructura con tres largueros	11
3.2.1. Introducción	11
3.2.2. Propiedades geométricas	11
3.2.3. Tensiones normales	11
3.2.4. Tensiones tangenciales	12
3.2.5. Flujos de torsión	14
3.2.6. Resultados y comparación con el caso anterior	15
4. Envolvente de Maniobra	16
4.1. Límites para la envolvente de maniobra	16
4.1.1. 1 ^{er} Límite: entrada en pérdida del avión	16
4.1.2. 2 ^o Límite: límite superior absoluto para n	17
4.1.3. 3 ^{er} Límite: límite negativo	17
4.2. Velocidades características	17
5. Estructura semimonocasco	20
5.1. Estructura semimonocasco unicelular	21
5.2. Ampliando el número de cordones	24
5.3. Semimonocaco unicelular con cordones duplicados	25
6. Conclusiones	27

1. Introducción

El cajón de torsión de una aeronave es una parte importante de la estructura principal de las superficies sustentadoras. El cajón de torsión es una estructura típica compuesta por panel superior y panel inferior de paredes delgadas, y largueros anterior y posterior. También puede incluir en su interior otras estructuras para añadir rigidez longitudinal o transversal, o elementos estructurales como más largueros y costillas.

Con este trabajo vamos a diseñar y dimensionar el cajón de torsión de la aeronave KC-390. Vamos a proporcionar distintos diseños posibles para el cajón teniendo en cuenta los esfuerzos que este debe soportar y su propio peso. Propondremos un diseño como monocasco y otro como semimonocasco. Para cada caso, realizaremos un estudio con una y dos células y por último haremos los cálculos para un estrechamiento de la sección. La opción elegida finalmente será aquella que tenga la mejor relación entre peso y capacidad de soportar esfuerzos.

En el enunciado del trabajo se nos proporcionan los datos de envergadura: 35,06 m, longitud total: 33,81 m y altura total: 10,26 m.

El cajón de torsión tendrá las siguientes medidas que hemos aproximado:

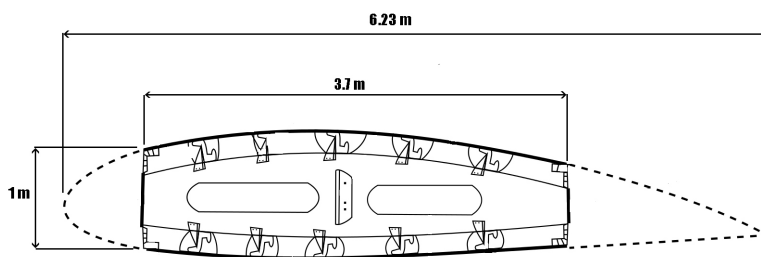


Figura 1: Medidas cajón de torsión

La anchura del cajón es de 3,7 m y la altura 1 m. La longitud de cuerda en la sección es 6,23 m.

El material con el que vamos a realizar el cajón de torsión diseñado será una aleación de aluminio-litio 2090 t83 comúnmente utilizada para este tipo de estructuras debido a su relación entre peso y resistencia, siendo su densidad $\rho = 2,59 \text{ g/cm}^3$, módulo de Young $E = 760 \text{ GPa}$ y límite elástico $\sigma_E = 517 \text{ MPa}$.

Usamos el criterio de Von-Mises como factor limitante de la plastificación de cualquier punto de la sección:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_E$$

Antes de comenzar el diseño, haremos una serie de hipótesis:

- El centro de torsión estará situado al 50 % de la cuerda.
- El centro de masas está situado al 40 % de la cuerda.

2. Determinación de cargas

El caso de carga para el cual se dimensionará nuestro modelo será:

- Maniobra simétrica estacionaria (de acuerdo a la CS 25.321)
- A 36.000 ft
- A Maximum Zero Fuel Weight (MZFW)

Para analizar las cargas se va a aplicar el principio de superposición, estudiando por separado las cargas debida a cada una de las fuerzas que aparecen (el peso debido a la masa de la estructura y de los motores, y las fuerzas aerodinámicas). Gracias a que la aeronave presenta simetría respecto a su propio eje, se simplificará el problema analizando sólo una de las dos mitades.

En nuestro sistema de referencia tomaremos como positivo: el cortante S_y en sentido vertical ascendente, el momento flector M_f que flecte las alas hacia arriba y el momento torsor M_t que provoque un momento de picado del ala.

Para determinar las cargas, es necesario dimensionar el ala. Para ello tenemos en cuenta los datos que nos proporciona el enunciado, es decir, la envergadura debe tener una longitud de 35.06 m y la superficie alar debe ser 140.6 m^2 . En los siguientes cálculos veremos que los esfuerzos se calculan como una suma de dos términos, esto se debe a que nuestra ala se puede descomponer como 2 superficies de forma trapezoidal:

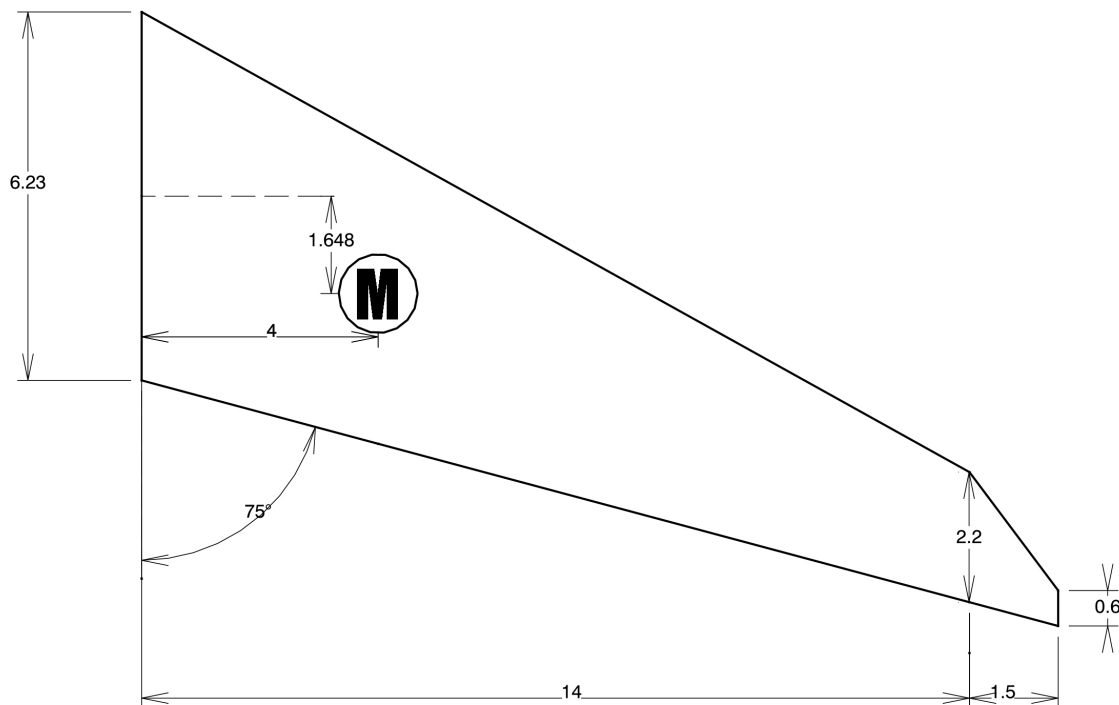


Figura 2: Medidas del ala

2.1. Cargas debidas a la masa distribuida del ala

Primero calcularemos la ley que sigue la cuerda a lo largo del ala. Para ello tenemos en cuenta que los dos tramos trapezoidales que tenemos varían linealmente:

$$\begin{cases} 6,23 - 0,288z & 0 \leq z \leq 14 \\ 17,14 - 1,067z & 14 \leq z \leq 15,5 \end{cases}$$

Donde hemos tenido en cuenta que las pendientes que sigue la cuerda son:

$$m_1 = \frac{6,23 - 2,2}{14} = 0,288 \quad ; \quad m_2 = \frac{2,2 - 0,6}{1,5} = 1,067$$

Conocida la ley de la cuerda se pueden calcular las cargas asociadas al peso de la estructura, ya que la masa de cada sección se puede expresar como una constante por la cuerda elevado a 1.2:

$$M_{semiala} = 5000kg = K \left[\int_0^{14} (6,23 - 0,288z)^{1,2} dz + \int_{14}^{15,5} (17,14 - 1,067z)^{1,2} dz \right] = 81,67K$$

Obteniendo una $K=61.22$.

Ahora podemos calcular el momento flector debido al peso del ala:

$$M_f = K \left[\int_0^{14} (6,23 - 0,288z)^{1,2} z dz + \int_{14}^{15,5} (17,14 - 1,067z)^{1,2} z dz \right] = 290693N \cdot m = 290,69KN \cdot m$$

También podemos calcular el cortante S_y como:

$$S_y = M_{semiala} \cdot g = 5000(-9,81) = -49050N = -49KN$$

Para determinar el momento torsor, debemos primero calcular la recta que une todos los centros de torsores de la sección:

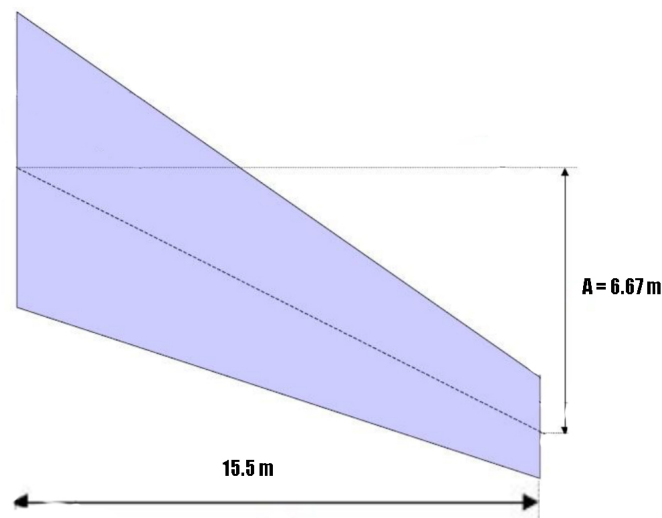


Figura 3: Medidas del ala

La recta que buscamos será:

$$x = -\frac{A}{15,5}z = -\frac{6,67}{15,5}z = -0,43z$$

Tomando momentos en la sección del encastre en el centro de torsión, se obtiene un momento torsor:

$$M_t = g \cdot K \int_0^{14} c^{1,2}(0,1c - 0,43z)dz + g \cdot K \int_{14}^{15,5} c^{1,2}(0,1c - 0,43z)dz$$

$$\begin{aligned} M_t &= 9,81 \cdot 61,22 \int_0^{14} 0,1 \cdot (6,23 - 0,288z)^{2,2}dz - 9,81 \cdot 61,22 \int_0^{14} (6,23 - 0,288z)^{1,2} \cdot 0,43zdz \\ &\quad + 9,81 \cdot 61,22 \int_{14}^{15,5} 0,1 \cdot (17,14 - 1,067z)^{2,2}dz - 9,81 \cdot 61,22 \int_{14}^{15,5} (17,14 - 1,067z)^{1,2} \cdot 0,43zdz \end{aligned}$$

Obteniendo como resultado $M_t = 102871N \cdot m = 102,9KN \cdot m$. Se trata de un momento positivo según el sistema de referencia establecido, lo que en aeronáutica se conoce como momento de picado, el cual puede provocar que la aeronave vuelque, provocando un gran daño a la estructura.

2.2. Cargas debidas al peso del motor

Estudiaremos las cargas asociadas al motor, cuya masa es de 2000 Kg, para ello consideraremos que está situado al 50 % de la cuerda. Como podemos ver en la Imagen 2, la sección del motor se sitúa a 4 m de la sección del encastre y su centro de torsión se encuentra a 1.648 m del centro de torsión del encastre, por lo cual:

$$S_y = -9,81 \cdot 2000 = -19620N = -19,6KN$$

$$M_f = 9,81 \cdot 2000 \cdot 4 = 78480N \cdot m = 78,5K \cdot m$$

$$M_t = 9,81 \cdot 2000 \cdot 1,648 = 32333N \cdot m = 32,3K \cdot m$$

2.3. Cargas debidas a las fuerzas aerodinámicas

A partir de los datos de velocidad máxima operativa $M = 0,8$ y los datos atmosféricos para una altura de 36.000 ft: $\sigma = 0,2971$; $\delta = 0,2234$; $\theta = 0,7519$ calculamos la velocidad V_{EAS} , que es necesaria para calcular el momento torsor en el encastre debido al momento torsor en el centro aerodinámico.

$$V_{TAS} = a_0 M \sqrt{\theta} = 236,04m/s \quad ; \quad V_{EAS} = V_{TAS} \sqrt{\sigma} = 128,66m/s$$

Calculamos el momento torsor:

$$\begin{aligned} M_{t1} &= \int \frac{1}{2} \rho_0 V_{EAS}^2 c^2 c_m dz = -709,73 \int c^2 dz = \\ &= -709,73 \left[\int_0^{14} (6,23 - 0,288z)^2 dz + \int_{14}^{15,5} (17,14 - 1,067z)^2 dz \right] = \\ &= -192229N \cdot m = -192,23KN \cdot m \end{aligned}$$

Para calcular el otro torsor y el resto de esfuerzos (cortante y flexor) haremos uso de la ecuación de la elipse adimensionalizando con la sustentación total, con lo que:

$$\left(\frac{l}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{L_E}\right)^2 = 1 \quad ; \quad L = \frac{\pi L_E b}{4}$$

Donde L_E es la longitud de la envergadura.

Para calcular la sustentación debemos tener en cuenta el factor de carga que tiene un límite superior absoluto que se establece con la fórmula:

$$n \geq 2,1 + \frac{24000}{W + 10000}$$

Tomando W como la $MTOW = 81$ ton obtenemos una $n=2.23$ sin embargo debe ser mayor que 2.5, así que nos quedamos con $n=2.5$. Ahora que tenemos el factor de carga podemos calcular la sustentación como:

$$L = W \cdot g \cdot n \cdot 105 \% = 71500 \cdot 9,81 \cdot 2,5 \cdot 1,05 = 1839337,5 N$$

Donde hemos tomado el peso $W = 71.5$ ton = MZFW (Maximum Zero Fuel Weight), además hemos multiplicado por un factor de 1.05 debido a que los flaps estaban retraídos.

Procederemos a calcular los esfuerzos:

$$S_y = \frac{4L}{\pi L_E} \int_0^{15,5} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{\frac{L_E}{2}}\right)^2} dz = \frac{L}{2} = 919668,8 N = 919,7 K N$$

$$M_f = \frac{4L}{\pi L_E} \int_0^{15,5} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{\frac{L_E}{2}}\right)^2} z dz = 6144693 N \cdot m = 6144,7 K N \cdot m$$

$$M_{t2} = \frac{4L}{\pi L_E} \int_0^{15,5} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{\frac{L_E}{2}}\right)^2} D dz$$

Donde D es la distancia entre el 25 % de la cuerda que es donde se producen las fuerzas aerodinámicas y el centro de torsión que está en el 50 % de la cuerda. Viene expresado por: $D = 0,25c - 0,43z$. Introduciendo este término en la integral podemos calcular entonces el momento torsor:

$$\begin{aligned} M_{t2} &= \frac{4L}{\pi L_E} \int_0^{14} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{\frac{L_E}{2}}\right)^2} (0,25(6,23 - 0,288z) - 0,43z) dz + \\ &+ \frac{4L}{\pi L_E} \int_{14}^{15,5} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{\frac{L_E}{2}}\right)^2} (0,25(17,14 - 1,067z) - 0,43z) dz = \\ &= -1716693 N \cdot m = -1716 K N \cdot m \end{aligned}$$

2.4. Cargas totales

Se aplica a la estructura un factor de carga de 1.75 para tener en cuenta errores de fabricación, estructurales, etc. Las cargas totales se obtienen sumando las debidas al peso del ala, peso del motor y fuerzas aerodinámicas; y aplicando el factor de seguridad indicado anteriormente. En la siguiente tabla recopilaremos todos los valores de los esfuerzos:

Esfuerzos	Peso Ala	Peso Motor	Fuerzas Aerodinámicas	Totales	Unidades
S_y	-49	-19.6	919.7	1489.4	(KN)
M_f	290.69	78.5	6144.7	11399.3	(KN · m)
M_t	102.9	32.3	-1908.2	-3102.8	(KN · m)

Como podemos observar las fuerzas aerodinámicas son las más predominantes en todos los esfuerzos.

3. Cálculo de la estructura monocasco

En esta sección trabajaremos con el perfil monocasco del encastre de acuerdo a las siguientes hipótesis:

- No serán de interés los efectos de la inestabilidad a compresión de los paneles.
- El material de la viga se considerará homogéneo, isótropo y linealmente elástico.
- Las secciones de la estructura continúan planas tras la deformación producida por las cargas.
- Se supondrán despreciables los efectos del estrechamiento del ala, por lo que se considerará una viga recta.
- Además, se trabajará con una viga en voladizo pues de obviarán los movimientos del encastre en el fuselaje.

Además, por tratarse de un perfil de pared delgada asumiremos que:

- La sección queda representada por la línea media.
- Los términos en t de orden superior serán despreciados en el cálculo de los momentos de inercia de la sección.
- Se consideran los esfuerzos constantes a lo largo del espesor.
- Se suponen que los esfuerzos de cortadura no causan tensiones normales.
- Se suponen constantes los flujos generados por los torsores.

3.1. Estructura con dos largueros

3.1.1. Geometría

Primero, modelaremos la estructura como un cajón rectangular monocasco con dos largueros y dimensionaremos los grosores de los paneles. Para ello tendremos en cuenta tanto los esfuerzos de cortadura como los de tracción/compresión y supondremos que los paneles horizontales tienen el mismo grosor. Los parámetros de diseño que utilizaremos serán:

- t_{ba} = espesor del borde de ataque
- t_{bs} = espesor del borde de salida
- t_h = espesor del panel horizontal

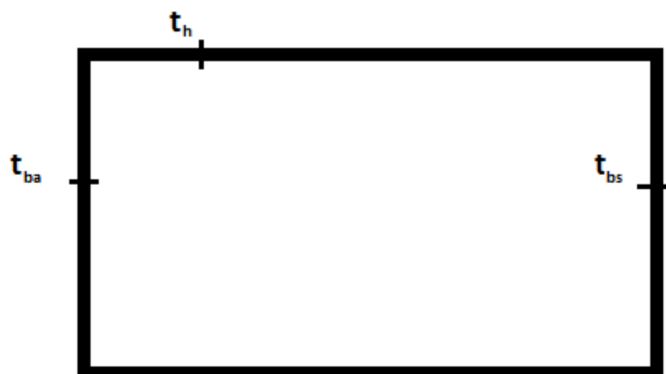


Figura 4: Parámetros de diseño

Comenzaremos calculando los momentos de inercia de la sección, la cuál, como podemos ver es simétrica respecto de x, luego $I_{xy} = 0$, esto facilitará los cálculos ya que no tendremos que calcular cargas generalizadas. Para ello tendremos en cuenta tanto los espesores como la longitud de los paneles, la cuál es $a = 1m$ para los paneles verticales y $b = 3,7m$ para los paneles horizontales.

$$I_{xx} = \frac{a^3}{12}(t_{ba} + t_{bs}) + \frac{ba^2}{2}t_h$$

$$I_{yy} = \frac{ab^2}{4}(t_{bs} + t_{ba}) + \frac{b^3}{6}t_h$$

3.1.2. Tensiones normales

Calcularemos los esfuerzos tanto normales como tangenciales para dimensionar los grosores. Primero comenzaremos con los de compresión y tracción, los cuáles son máximos en los paneles horizontales ya que son función de y.

$$\overline{M_x} = M_x = 11399,3KN \cdot m$$

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_{xx}}y$$

3.1.3. Tensiones tangenciales

Para los esfuerzos de cortadura tenemos lo siguiente:

$$\overline{S_y} = S_y = 1489,4KN \quad \overline{S_x} = 0$$

$$q = q_b + q_t + q_0$$

Siendo las componentes de q calculadas de la siguiente manera:

$$q_b = -\frac{S_y}{I_{xx}} \int_0^s t \cdot y \cdot ds$$

$$q_t = \frac{T}{2 \cdot a \cdot b}$$

$$q_0 = \frac{\oint \frac{q_i}{t_i} ds}{\oint \frac{ds}{t_i}}$$

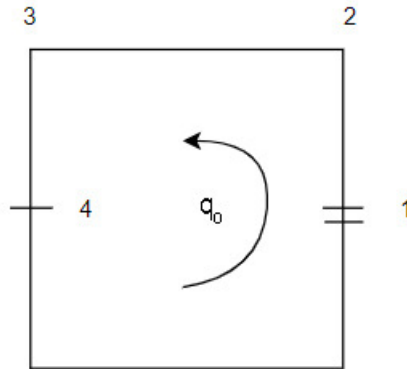


Figura 5: Sentido de las tensiones

3.1.4. Resultados

Con las expresiones de los apartados anteriores calcularemos las tensiones producidas por las cargas, y con el criterio de Von-Mises optimizaremos los grosores para que no plastifique la estructura:

$$\sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_e$$

donde $\sigma_e = 517MPa$ y $\tau = \frac{q}{t}$.

Además tendremos en cuenta el peso de la estructura para optimizar esta:

$$P = (t_{bs}^2 \cdot a \cdot \rho + t_{ba}^2 \cdot a \cdot \rho + 2 \cdot t_h^2 \cdot b \cdot \rho) \cdot g$$

Las secciones más desfavorables de la estructura son los paneles horizontales, ya que es en ellos donde se maximizan las tensiones normales. Por ello, teniendo en cuenta la máxima tensión admisible en la estructura hemos calculado las tensiones que se producirían en dichos paneles, y hemos dimensionado los espesores minimizando peso y tensiones producidas en la sección.

Los resultados de los espesores se han optimizado utilizando MATLAB, y realizando tres iteraciones.

Iteración	1	2	3
t_h	6.9063	6.8928	6.8927
t_{ba}	5.9980	5.9008	5.7990
t_{bs}	2.9870	3.0899	3.0900

Tabla 1: Espesores de los paneles

Como vemos los paneles horizontales tienen un espesor mayor ya que es donde se soportan las mayores tensiones. En el caso de los paneles de borde de ataque y de salida, hemos supuesto que el panel de borde de ataque es mayor que el de borde de salida, ya que sabemos que en un ala el centro de gravedad debe de estar a 1/4 de la cuerda y que es en esa sección donde se soportan los mayores esfuerzos.

Para estos valores de la tercera iteración podemos hallar los valores característicos del diseño:

$$I_{yy} = 8,8613 \cdot 10^{10} mm^4 \quad I_{xx} = 1,3492 \cdot 10^{10} mm^4$$

Además tenemos que las tensiones máximas que soporta la estructura en la sección más desfavorable son:

$$\sigma_z = 422,433MPa \quad \tau = -172,084MPa$$

Y un peso de 10.0299 N.

3.2. Estructura con tres largueros

3.2.1. Introducción

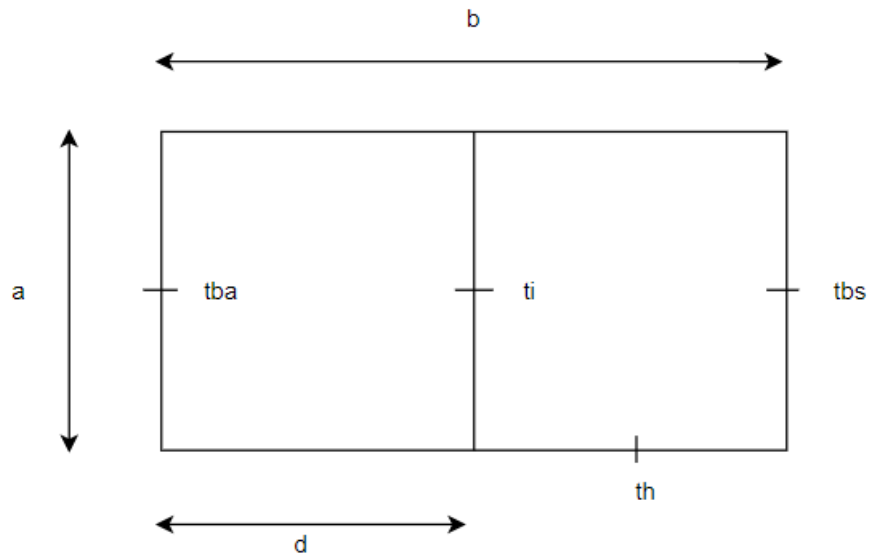
En el caso de la estructura monocasco con dos células incorporaremos 2 nuevos parámetros, el espesor de la nueva pared intermedia de la estructura y una distancia para conocer la posición de esta barra.

Parámetros:

-tba:espesor del borde de ataque -tbs:espesor del borde de salida

-th:espesor del larguero horizontal -ti:espesor del larguero intermedia

-d:distancia del borde de ataque al larguero intermedio



3.2.2. Propiedades geométricas

Para esto tomaremos los ejes de coordenadas en el eje de simetría conocido (centro de las paredes de espesores tba, ti y tbs) y sobre la pared del borde de ataque.

$$X_G = \frac{abt_{bs} + adt_i + b^2t_h}{2bt_h + a \cdot (t_{ba} + t_i + t_{bs})}$$

$$I_{xx} = \frac{1}{12} \cdot a^3(t_{ba} + t_{bs} + t_{bi}) + \frac{a^2bt_h}{2}$$

No es necesario el cálculo de Iyy para los cálculos.

3.2.3. Tensiones normales

Dado que existe simetría en la estructura, M_{xy} será nulo, y los momentos generalizados serán:

$$\overline{M_x} = M_x = M_f$$

$$\overline{M}_y = M_y = 0$$

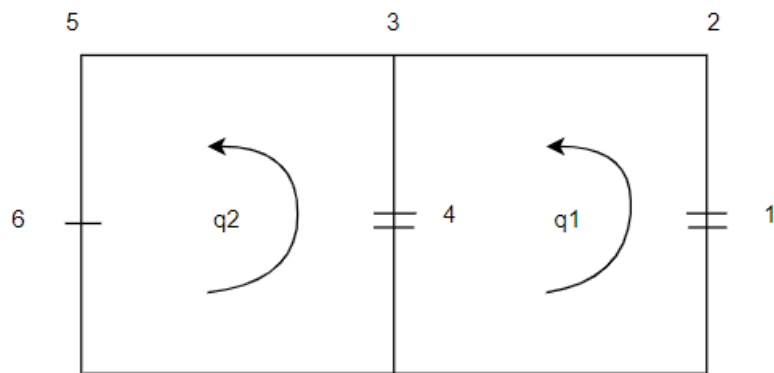
En cuanto al cálculo de las tensiones normales tenemos que:

$$\sigma_z = \frac{\overline{M}_x}{I_{xx}} * y + \frac{\overline{M}_y}{I_{yy}} * x = \frac{\overline{M}_x}{I_{xx}} * y$$

La tensión máxima estará localizada en $y = \frac{a}{2}$.

3.2.4. Tensiones tangenciales

Al añadir un nuevo larguero tenemos una sección bicelular, por ello tenemos que abrir la sección por dos puntos, en el centro del larguero intermedio y del borde de salida.



Comenzamos con el cálculo de las tensiones tangenciales producidas por el cortantes S_y .

$$\overline{S}_y = S_y$$

$$q = -\frac{S_y}{I_{xx}} \int_0^s t \cdot y \cdot ds$$

Tramo 1-2: $y=s$; $s \in [0, a/2]$

$$q_{12} = -\frac{S_y t_{bs} \cdot s^2}{2I_{xx}}$$

$$\int_0^{a/2} \frac{q_{12}(s)}{t_{bs}} ds = -\frac{S_y \cdot a^3}{48I_{xx}}$$

Tramo 2-3: $y=a/2$ $s \in [0, b-d]$

$$q_{23} = -\frac{S_y a}{I_{xx}} \cdot \left(\frac{at_{bs}}{8} + \frac{t_h s}{2} \right)$$

$$\int_0^{b-d} \frac{q_{23}(s)}{t_h} ds = -\frac{S_y \cdot a}{I_{xx}} \left(\frac{at_{bs}(b-d)}{8t_h} + \frac{(b-d)^2}{4} \right)$$

Tramo 4-3: $y=s$; $s \in [0, a/2]$

Este tramo será equivalente al tramo 1-2, únicamente habría que sustituir el valor del espesor del larguero 1-2 con el del 4-3.

Tramo 3-5: $y=a/2$ $s \in [0, d]$

$$q_{35} = -\frac{S_y a}{I_{xx}} \cdot \left(\frac{(t_{bs} + t_i)a}{8} + \frac{(b-d)t_h}{4} + \frac{t_h s}{2} \right)$$

$$\int_0^d \frac{q_{35}(s)}{t_h} ds = -\frac{S_y \cdot a}{I_{xx}} \left(\frac{(t_{bs} + t_i)ad}{8t_h} + \frac{(b-d)d}{4} + \frac{d^2}{4} \right)$$

Tramo 5-6: $y=a/2-s$; $s \in [0, a/2]$

$$q_{56} = -\frac{S_y}{I_{xx}} \cdot \left(\frac{(t_{bs} + t_i)a^2}{8} + \frac{abt_h}{2} + \frac{t_{ba}as}{2} - t_{ba}s^2 \right)$$

$$\int_0^{a/2} \frac{q_{56}(s)}{t_{ba}} ds = -\frac{S_y \cdot a^2}{I_{xx}} \left(\frac{(t_{bs} + t_i)a}{16t_{ba}} + \frac{t_h b}{4t_{ba}} + \frac{a}{24} \right)$$

En este caso, al tratarse de una estructura bicelular hemos de calcular los flujos constantes q_1 y q_2 a través de las siguientes expresiones e igualando el giro a cero, ya que suponemos que la carga aplicada estará en el centro de cortadura:

$$\dot{\theta} = \frac{1}{2GA_i} \cdot (\delta_{ii}q_{0i} - \delta_{i(i-1)}q_{0(i-1)} - \delta_{i(i+1)}q_{0(i+1)} + \oint \frac{q_{si}}{t_d} ds)$$

$$0 = \delta_{11}q_1 - \delta_{12}q_2 + \oint_1 \frac{q_s}{t} ds$$

$$0 = \delta_{22}q_2 - \delta_{12}q_1 + \oint_2 \frac{q_s}{t} ds$$

Los valores tomados en estas expresiones son:

$$\delta_{11} = \frac{2(b-d)}{t_h} + \frac{a}{t_{bs}} + \frac{a}{t_i}$$

$$\delta_{22} = \frac{2d}{t_h} + \frac{a}{t_{ba}} + \frac{a}{t_i}$$

$$\delta_{12} = \frac{a}{t_i}$$

$$\oint_1 \frac{q_s}{t} ds = 2 \left[\int_0^{a/2} \frac{q_{12}(s)}{t_{bs}} ds + \int_0^{b-d} \frac{q_{23}(s)}{t_h} ds + \int_0^{a/2} \frac{q_{43}(s)}{t_i} ds \right]$$

$$\oint_2 \frac{q_s}{t} ds = 2 \left[\int_0^{a/2} \frac{q_{43}(s)}{t_i} ds + \int_0^d \frac{q_{35}(s)}{t_h} ds + \int_0^{a/2} \frac{q_{56}(s)}{t_{ba}} ds \right]$$

Con todo esto ya podemos realizar el cálculo del centro de cortadura, tomando momentos respecto a 3.

$$-S_y d_{cc} = -2 \int_0^{a/2} q_{12}(b-d) ds - 2 \int_0^{a/2} dq_{56} ds + 2q_1 A_1 + 2q_2 A_2$$

con $A_1 = a \cdot (b-d)$ y $A_2 = ad$

3.2.5. Flujos de torsión

A continuación hallaremos los flujos debidos al tursor en cada célula resolviendo el siguiente sistema:

$$T = \sum_{i=1}^n 2q_i A_i$$

$$\dot{\theta}_i = \frac{1}{2GA_i} \cdot (\delta_{ii}q_i - \delta_{i(i-1)}q_{(i-1)} - \delta_{i(i+1)}q_{(i+1)})$$

Es decir:

$$\dot{\theta} = \frac{1}{2GA_1}(\delta_{11}q_{t1} - \delta_{12}q_{t2}) = \frac{1}{2GA_2}(\delta_{22}q_{t2} - \delta_{12}q_{t1})$$

$$T = 2A_1q_{t1} + 2A_2q_{t2}$$

3.2.6. Resultados y comparación con el caso anterior

Tras localizar la sección más desfavorable de la estructura y realizar los pasos anteriores, hacer los cálculos necesarios tratando de cumplir las condiciones mencionadas en el apartado anterior (que no sobrepase las tensiones máximas admisibles y que el peso sea mínimo) y realizando 3 iteraciones con MATLAB obtenemos los resultados mostrados en la siguiente tabla:

Iteración	1	2	3
t_h	7.3764	7.082	6.8157
t_{ba}	3.7751	3.5761	3.3315
t_{bs}	2.5806	2.3892	2.1732
t_i	3.1222	2.984	2.7916

Tabla 2: Espesores de los paneles

En este caso también hemos obtenido los siguientes resultados:

$$\tau = -166,9818 MPa \quad \sigma_z = 428,5321 MPa \quad P = 9,3342 N$$

Posteriormente hemos tratado de optimizar el valor de la distancia d (distancia entre el borde de ataque y el larguero interior) con lo que hemos obtenido que la mejor situación será con $d = 0,2 \cdot b$ con lo que obtendremos los resultados reflejados en la tabla que mostramos a continuación tras haber realizado otras tres iteraciones con MATLAB.

Iteración	1	2	3
t_h	7.1107	6.8889	6.6718
t_{ba}	4.3411	4.1680	3.9766
t_{bs}	2.8371	2.6370	2.4345
t_i	2.5441	2.3308	2.1181

Tabla 3: Espesores de los paneles

En este segundo caso hemos obtenido los siguientes resultados:

$$\tau = -159,8346 MPa \quad \sigma_z = 436,6344 MPa \quad P = 9,0356 N$$

En este caso hemos tomado las mismas suposiciones tomadas en el caso de la estructura unicelular con lo que tenemos que $t_{ba} > t_{bs}$.

Al comparar el caso con $d = 0,5b$ con el caso unicelular podemos ver que los espesores de los largueros pueden ser más pequeños ya que hemos conseguido reducir las tensiones tangenciales máximas que se han producido en la estructura y con la reducción de estos espesores, a pesar de haber añadido un nuevo larguero, hemos podido reducir el peso total de la estructura.

Esto mismo ocurre al comparar el caso con $d = 0,5b$ con el caso de $d = 0,2b$, es decir, con esto conseguiremos reducir las tensiones tangenciales máximas, con lo cual nos podremos permitir reducir los espesores de los largueros y con ello también conseguiremos reducir el peso total de la estructura.

4. Envolvente de Maniobra

Con la envolvente de maniobra tratamos de determinar la región en la que el avión va a poder moverse. Viene determinado por los siguientes factores:

- Peso del avión
- Altura
- Simetría de cargas
- Configuración del avión

Una modificación de cualquiera de las variables anteriores haría necesario recalcular los límites operativos del avión.

En el diagrama se representa $V_{EAS} - n$, la velocidad equivalente del aire (velocidad a nivel del mar que produce la misma dinámica incompresible que la velocidad real a nivel del mar) frente al factor de carga $n = N/W$ (cociente entre la fuerza aerodinámica perpendicular a la línea de referencia del avión y el peso del avión).

Para el cálculo del diagrama se van a emplear como peso MZFW y altura 36000 ft. Podemos considerar la aproximación $C_N \approx C_L$ si los ángulos de ataque no son muy grandes, pero si nos acercamos a los ángulos de entrada en pérdida (donde son apreciables) ya no será correcto y se tomará $C_{Nmax} = 1,1C_{Lmax}$.

A esta altura, hay que tener en cuenta la compresibilidad del aire, ya que los cambios de densidad son apreciables. Se expresa a través de $\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$ y nos permite expresar la velocidad en v_{EAS} , para ello, a la v_{TAS} (*True Air Speed*) habrá que multiplicarla por $\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}$.

4.1. Límites para la envolvente de maniobra

4.1.1. 1^{er} Límite: entrada en pérdida del avión

El diagrama queda delimitado por la curva de sustentación máxima en la dirección normal a la línea de referencia del avión. Su forma teórica es una parábola aunque su forma real es más tendida ya que C_{Nmax} no es constante.

Existe una velocidad de pérdida en vuelo rectilíneo horizontal V_S y otra velocidad de pérdida en maniobra V_m para cada maniobra, ambas se miden en EAS , y existe una relación que las liga. En maniobra, la sustentación L y fuerza aerodinámica normal a la línea de referencia del avión N valen:

$$L = \frac{1}{2}\rho_0 V_m^2 S C_{Lmax} \quad y \quad N = \frac{1}{2}\rho_0 V_m^2 S C_{Nmax}.$$

La velocidad a la que se consigue C_{Nmax} es:

$$\frac{1}{2}\rho_0 S_w C_{Nmax} V_{C_{Nmax}}^2 = n_{C_{Nmax}} W$$

En la maniobra de entrada en pérdida, para determinar V_{1g} :

$$V_{1g} = \frac{V_{C_{Nmax}}}{\sqrt{n_{C_{Nmax}}}},$$

que despejando y sustituyendo obtenemos la siguiente expresión de la velocidad de entrada en pérdida:

$$V_{1g} = \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 S_w C_{nmax}}} \quad \Rightarrow \quad V_m = \sqrt{n} V_{1g}$$

4.1.2. 2º Límite: límite superior absoluto para n

Este límite se establece según la fórmula $n_{lim} \geq 2,1 + \frac{24000lb}{W + 10,000lb}$. No debe ser ni menor que 2,5 ni mayor que 3,8:

$$n_{lim} \geq 2,1 + \frac{24000lb}{81 \cdot 2204,62 + 10,000lb} = 2,227$$

que al ser menor que 2,5 se escogerá este valor como límite superior.

4.1.3. 3º Límite: límite negativo

Se suele elegir el mínimo que establecen las normas para que la estructura sea lo más ligera posible. En valor absoluto no podrá superar la unidad y su variación es lineal desde la velocidad de crucero V_C hasta 0 en la velocidad de picado V_D .

4.2. Velocidades características

Para el cálculo de las velocidades características son necesarios los siguientes datos:

Pesos	Características del aire	Coef. de sustentación	Atmósfera
W(MZFW) = 701415 N	$\rho_o = 1,225 \frac{kg}{m^3}$	$C_{Nmax} = 1,75$	$R_g = 287,14 \frac{J}{kgK}$
W(MTOW) = 794619 N	$\sigma = 0,2971$	$C_{NmaxTO} = 2,5$	$T_0 = 288,15 K$
W(MLW) = 735750 N	$\theta = 0,7519$	$C_{NmaxL} = 2,8$	$\gamma = 1,4$
-	$\delta = 0,2234$	$S_w = 140,6 m^2$	$M_c = 0,8$

Empezaremos calculando la velocidad de maniobra con el valor normal de la gravedad, flaps retraídos, el peso de diseño a la altura considerada de 36000 ft (MTOW) y factor de carga unidad (V_{S1}). La velocidad de maniobra evaluada para n_{max} será V_A . Para V_{S1} :

$$V_{S1} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 S_w C_{Nmax}}} = 68,22 \frac{m}{s}$$

Para V_A , $n = 2,5$:

$$V_A = \sqrt{2,5} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 701415}{1,225 \cdot 140,6 \cdot 1,75}} = 107,87 \frac{m}{s}$$

La velocidad de maniobra de despegue para $n = 1$ y con flaps a 15º vale:

$$V_m = \sqrt{1} \cdot \sqrt{\frac{2W}{\rho_0 S_w C_{N_{maxTO}}}} = 57,07 \frac{m}{s}$$

La velocidad de crucero V_c la podemos calcular con el número de Mach de crucero $M_c = 0,8$ y teniendo en cuenta la compresibilidad del aire:

$$V_C = M_c \cdot \sqrt{T_0 R_g \gamma} \cdot \sqrt{\sigma} \cdot \sqrt{\theta} = 128,69 \frac{m}{s}$$

También calculamos la velocidad de de cálculo de picado, V_D , que se hace para un número de Mach $M_D = 0,87$:

$$V_D = M_D \cdot \sqrt{\sigma} \cdot \sqrt{\theta} \cdot \sqrt{T_0 R_g \gamma} = 139,95 \frac{m}{s}$$

Por último será necesario calcular la velocidad de cálculo con flaps extendidos, V_F , la cual debe ser suficientemente mayor que las velocidades recomendadas en cada una de las fases de vuelo. Será la mayor de las siguientes:

- $1,6V_{S1}$ a MTOW y flaps en configuración de despegue (15°).

$$1,6V_{S1} = 1,6 \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{2W(MTOW)}{\rho_0 S_w C_{N_{maxTO}}}} = 97,20 \frac{m}{s},$$

- $1,8V_{S1}$ a MLW y flaps en configuración de aproximación (30°).

$$1,8V_{S1} = 1,8 \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{2W(MLW)}{\rho_0 S_w C_{N_{maxL}}}} = 99,43 \frac{m}{s},$$

- $1,8V_{S0}$ a MLW y flaps en configuración de aterrizaje (0°).

$$1,8 \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{2W(MLW)}{\rho_0 S_w C_{N_{max}}}} = 125,77 \frac{m}{s},$$

que corresponde con la última de ellas, por tanto, $V_F = 125,77 \frac{m}{s}$. Conocidas las velocidades características podemos representar ya el diagrama:

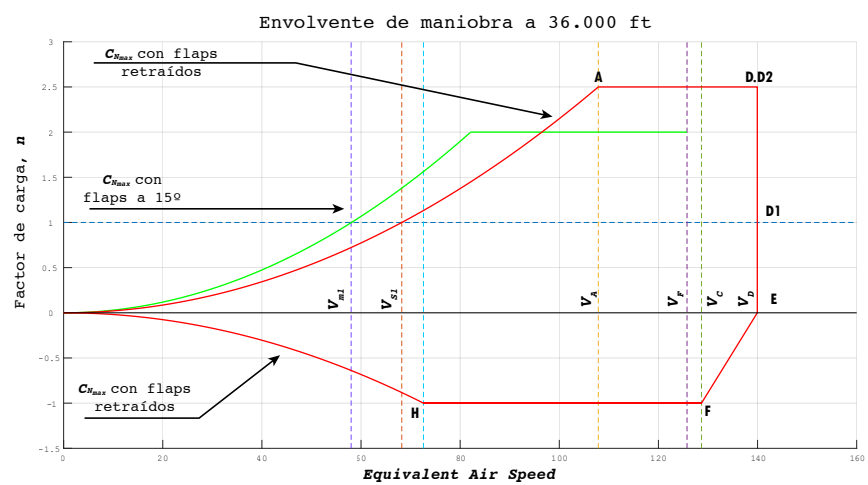


Figura 6: Envolvente de maniobra del aeronave Embraer KC-390 a 36.000 ft.

5. Estructura semimonocasco

En el siguiente apartado se llevará a cabo el análisis de la estructura del encastre considerándola como estructura semimonocasco. Dada la complejidad del problema a resolver, es necesario realizar una serie de hipótesis simplificativas que faciliten el análisis. La principal hipótesis a tener en cuenta es que se admitirá que la estructura alar está dividida en larguerillos, soportando estos los esfuerzos normales, que están unidos a través de paneles que son los que soportan esfuerzos de cortadura, es decir, eliminamos la capacidad resistiva de los paneles frente a esfuerzos normales.

En la representación idealizada, se considerará que los larguerillos se representan a través de círculos, denominados cordones. Dichos cordones consisten en concentraciones de área en el plano. El valor de los esfuerzos se determina en el centro de gravedad de los cordones, y se supondrán constantes a lo largo de su sección transversal. De igual manera que en los cordones, en los paneles los esfuerzos cortantes serán constantes a lo largo de todo el panel.

Realmente, la hipótesis comentada anteriormente no es del todo cierta en la realidad pues los paneles tienen cierta capacidad para soportar esfuerzos normales, pero esto complicaría bastante el análisis. Por ello se ha considerado, mediante la idealización, que dicha capacidad se transmite completamente a los larguerillos.

Como aproximación, se tomará la estructura semimonocasco según el siguiente esquema:

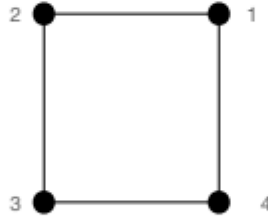


Figura 7: Esquema

En primer lugar, se considerará únicamente el caso en el que se tienen cuatro cordones, posteriormente se irá aumentando el número de cordones y se realizará un análisis similar viendo que implicaciones tiene esto.

Se procede ahora a la determinación de los esfuerzos que aparecen en la sección considerada del encastre debido a las cargas actuantes sobre el ala completa, así como la optimización del espesor de los paneles y el área de los cordones, con el fin de tratar conseguir el diseño más eficiente en relación al peso de la estructura y los límites de carga a soportar.

Antes se determinarán las expresiones usadas para el cálculo de los flujos en cada panel:

$$q_b = -\frac{\overline{S}_x}{I_y} \int x t ds - \frac{\overline{S}_y}{I_x} \int y t ds$$

Donde los cortantes generalizados toman la siguiente expresión, que debido a la simetría de la estructura dichos cortantes coinciden con los cortantes a los que está sometido la estructura:

$$\overline{S}_y = \frac{S_y - S_x \frac{I_{xy}}{I_{yy}}}{1 - \frac{I_{xy}^2}{I_{xx} I_{yy}}} = S_y \quad \overline{S}_x = \frac{S_x - S_y \frac{I_{xy}}{I_{yy}}}{1 - \frac{I_{xy}^2}{I_{xx} I_{yy}}} = S_x$$

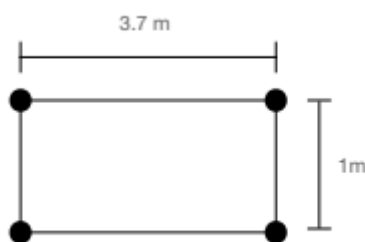
Si particularizamos para el caso que nos ocupa, en donde el flujo es constante la expresión anterior pasa a ser:

$$q_b = -\frac{\bar{S}_x}{I_y} \sum B_r x_r - \frac{\bar{S}_y}{I_x} \sum B_r y_r$$

Donde B_r , x_r e y_r son el área del cordón y suposición respecto al centro de gravedad respectivamente.

5.1. Estructura semimonocasco unicelular

Se muestra a continuación un esquema de la estructura con las medidas que se han obtenido mediante escalado:



Se tendrá en cuenta en dicha resolución las hipótesis mencionadas anteriormente. Si se supone en primer lugar la actuación de un cortante S_y el incremento de flujo que habrá que añadir en cada panel será:

$$\Delta q_y = -\frac{\bar{S}_y}{I_{xx}} \sum Y_r B_r$$

Donde únicamente habría que calcular el momento de inercia I_{xx} mediante la siguiente expresión:

$$I_{xx} = \sum Y_r^2 B_r$$

Al tratarse de una célula cerrada será necesario abrirla por uno de los paneles, dicho panel será el 1-4 pues ahí es donde se ha cortado para iniciar el cálculo del flujo variable. Para el cálculo de flujo constante se usará la expresión:

$$q_0 = \frac{-\sum q_b \frac{\Delta S}{t}}{\sum \frac{\Delta S}{t}}$$

Una vez obtenido el flujo q_0 se añadirá su valor a la variable q_b para cada panel para determinar así el flujo total debido a un cortante vertical.

Una vez determinado ya el flujo total debido a la acción de un cortante, habría que determinar los flujos que aparecen en la sección como consecuencia de la aplicación de un torsor. Una vez obtenido dicho flujo si

se lo sumamos a q_0 y al flujo básico (q_b) determinaríamos el flujo total. El cálculo del flujo debido al torsor se realizará mediante la expresión:

$$q_t = \frac{T}{2A}$$

Siendo A el área de la sección.

Para hallar el área de los cordones, consideraremos que todos los cordones tienen la misma área. Primeramente, consideraremos el momento de inercia del perfil considerando nuestro caso particular:

$$I_x = 4 \cdot A^* \cdot 0,5^2$$

Dicha expresión se sustituirá en la de la máxima tensión normal y se impondrá la condición de no plastificación para obtener un criterio óptimo:

$$|\sigma_{zr}| = \left| \frac{M_f}{I_{xx}} \times y \right| = \frac{5999650}{A^*}$$

Imponiendo ahora la condición de no plastificación:

$$|\sigma_{zr}| \leq |\sigma_e|$$

Por tanto, el valor del área obtenido es: $A^* = 0,01102m^2$. Se procede ahora a calcular los saltos de flujo que se produce entre los cordones, sin tener en cuenta el estrechamiento del ala:

Cordón	$Y_r(m)$	$B_r(m^2)$	$B_r Y_r$	$\Delta q(N/m)$
1	0,5	0,01102	0,00551	-744700
2	0,5	0,01102	0,00551	-744700
3	-0,5	0,01102	-0,00551	744700
4	-0,5	0,01102	-0,00551	744700

Para estudiar el flujo provocados por el cortante y por el torsor haremos una nueva hipótesis, dicha hipótesis consiste en considerar que el espesor de los paneles verticales (t_{bs} y t_{ba}) es mayor que el de los horizontales(t_h).

Calculamos ahora los flujos básicos en los paneles, para ello, abrimos por 1-2 y seguimos el siguiente sentido de integración: 1-2-3-4

Panel	$\Delta S/t$	q_b
1 - 2	$1/t_{ba}$	0
2 - 3	$3,7/t_h$	-744700
3 - 4	$1/t_{bs}$	0
4 - 1	$3,7/t_h$	744700

Dado que la estructura es simétrica el valor de q_0 será 0 en todos los paneles.

Se calculará ahora el flujo constante producido por el torsor:

$$T = 2 \cdot A \cdot q_{torsor}$$

Donde se obtiene que:

$$q_T = \frac{T}{2A} = \frac{-3102800}{2 \times 3,7} = -419297 \text{ N/m}$$

Donde se ha supuesto que el sentido de q_T es horario, que haya salido negativo indica que su sentido es el de q_6 .

Por tanto, la tensión tangencial máxima soportada por los paneles 1-2 y 3-4 será:

$$|\tau_{max}| \cdot \left| \frac{q_0}{t_h} \right|$$

Donde q_0 en la expresión anterior es el resultado de sumar q_b y q . Considerando:

$$\tau_{max}^2 = \left(\frac{\sigma_e}{\sqrt{3}} \right)^2$$

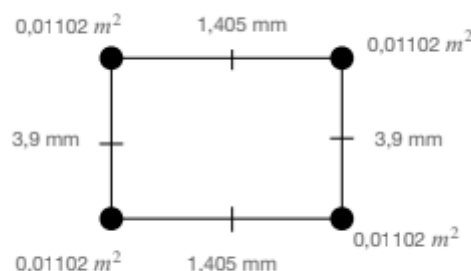
De dichas ecuaciones se obtiene que el valor del espesor en los paneles horizontales es de: $t_h = 1,405 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

De manera análoga se calcularían los espesores de los paneles verticales. Considerando el panel del borde de ataque, es decir, el 2-3, tenemos que:

$$q_{Tot} = q_b + q_T = 419297 + 744700 = 1163997 \text{ N/m}$$

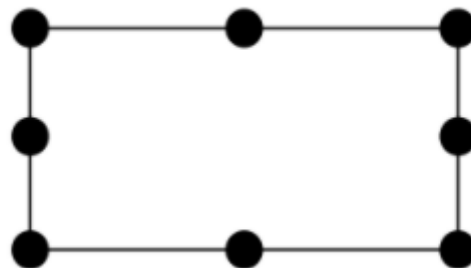
Y usando las mismas dos expresiones anteriores se tiene un valor de $t_{ba} = t_{bs} = 3,9 \cdot 10^{-3}$

Por lo que se tendría que:



5.2. Ampliando el número de cordones

En este apartado se llevará a cabo una ampliación del número de cordones en cada panel. En concreto se añadirá un cordón en el punto intermedio de cada panel y el análisis a realizar será similar al anterior.



Se estudiará el nuevo espesor de los paneles buscando que la tensión equivalente del panel sea igual a la de los cordones y ambas sean lo más pequeñas posible. Se ha tomado este criterio porque carecería de sentido que, para cierto nivel de cargas, la tensión máxima que alcanzaran los cordones fuese mayor que la de los paneles o viceversa.

Forzando que estas sean iguales, una vez alcanzado el límite elástico, tanto paneles como cordones plastificarían a la vez, pero más tarde que con cualquier otra configuración pues de otra forma paneles (o cordones) alcanzarían antes el límite elástico mientras que los cordones (o paneles) estarían más liberados, desaprovechando capacidad resistente del material.

Cabe destacar, que se ha optado por seguir manteniendo el área de la sección constante e igual a la de la estructura monocasco. Se ha creído que esto es lo más conveniente pues ante un mismo estado de carga la introducción de unos largueros hace que se alivien las tensiones a las cuales la estructura está sometida sin varía el peso de esta. El añadir los cordones permite reducir el espesor de los paneles originales de la estructura semimonocasco.

Las fórmulas a aplicar durante el presente desarrollo son las fórmulas anteriormente expuestas por lo que se omite su introducción.

Por otro lado, deberemos imponer que tanto las tensiones normales como las tangenciales tengan un valor inferior al límite elástico, consiguiendo así que la estructura no plastifique. Para ello se usará el criterio de Von Mises:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_e$$

Siendo el valor de las tensiones:

$$\tau = \frac{q_s + q_T}{t}$$

$$\sigma = \frac{M_x}{I_{xx}} y$$

Los resultados a obtener serán el área de los cordones. Debido a la actuación de las cargas aerodinámicas los larguerillos superiores se encuentran trabajando a compresión, mientras que los inferiores a tracción. Dada esta situación de carga y para optimizar el modelo se decide optar porque el área de los cordones superiores sea mayor que la de los inferiores.

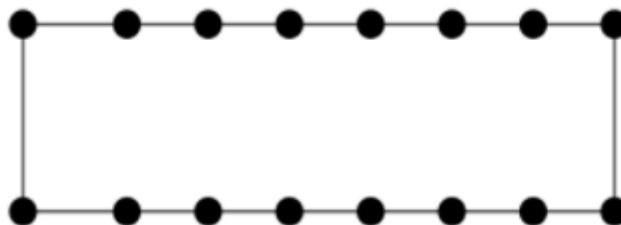
El otro resultado a obtener será también el espesor de los paneles. De manera análoga al caso de los cordones se supondrá que el espesor del panel del borde de ataque, es decir, el espesor del panel situado más a la izquierda será mayor que el espesor del panel del borde de salida, el situado más a la derecha.

Para obtener dichos resultados se recurre al método de iteración visto en la asignatura. Las soluciones obtenidas tras 3 iteraciones han sido:

Iteración	1	2	3
$A1(m^2)$	0,552	0,434	0,402
$A2(m^2)$	0,348	0,302	0,296
$t_{ba}(mm)$	6,974	6,327	5,954
$t_{bs}(mm)$	3,859	3,012	2,715
$t_h(mm)$	7,965	7,315	6,937

5.3. Semimonocaco unicelular con cordones duplicados

En este apartado se realizará un duplicado de cordones respecto al apartado anterior. Las variables a modificar ahora serán: espesor tanto de los paneles de extradós e intradós como el de los largueros y además, el área de los cordones.



El número de cordones viene determinado por el apartado anterior. Se considerarán 16 cordones, uno en cada esquina y el resto distribuido por los paneles.

Se supondrá que el área de los cordones de las esquinas es 4 veces mayor que la de los intermedios, por razones de optimización de la estructura y para aproximarnos de mejor manera a cómo sería la estructura real. Además, se mantendrá la hipótesis anterior de que la tensión equivalente de panel será igual a la de los cordones y ambas serán lo más pequeña posible. Se mantendrá además las mismas dimensiones

que se han venido considerando hasta ahora.

Aplicaremos el criterio de Von-Mises para optimizar el problema y por ello las fórmulas a usar son las mismas que se han mostrado anteriormente para la estructura semimonocasco. Los esfuerzos se calculan de manera análoga a la del apartado anterior.

Por otro lado, se realizan una serie de hipótesis simplificadoras. Dichas hipótesis son: que el espesor de los paneles horizontales superior e inferior son iguales y que el espesor de los paneles de borde de ataque y borde de salida también son iguales. Esta última hipótesis podría no considerarse y asumir que el espesor de borde de salida es menor que el del borde de ataque.

Una vez formulado el planteamiento, se hace el proceso iterativo. Para ello, consideraremos de los resultados obtenidos anteriormente y se irá iterando a partir de ellos. Los resultados obtenidos son los siguientes tras 3 iteraciones:

$t_h(mm)$	$t_v(mm)$	Área cordón esquina (cm^2)	Área cordón intermedio (cm^2)
5,019	5,392	16,55	4,139

Se concluye el presente apartado, exponiendo que el uso de la estructura semimonocasco radica en evitar la aparición del efecto de inestabilidad a compresión en los paneles. En otro caso no tendría sentido el uso de la estructura semimonocasco y se recurriría a la monocasco, ya que el diseño semimonocasco no aportaría mejora.

6. Conclusiones

Vamos a hacer un breve resumen con las conclusiones más importantes obtenidas del trabajo.

Para comenzar, hemos de decir que la solución obtenida será una aproximación de la solución real debido a que es inviable realizar una optimización total debido a todas las variables manejadas, entre ellas, áreas, espesores de paneles, posición del larguero central, o número de cordones y áreas. Todas las hipótesis realizadas para la simplificación realizada se han ido detallando a lo largo del trabajo.

En cuanto a la comparación de los dos problemas monocasco, hemos podido observar una disminución de la carga al añadir el larguero ya que de esta manera aumentamos la inercia I_{xx} , y al mantener constante el momento y la distancia máxima al centro de gravedad, se producirá una disminución importante de esta.

También observamos que con la colocación de un tercer larguero, se coloque en la posición que sea, provocará una disminución en la tensión tangencial máxima.

En el análisis de semimonocasco, si consideramos el problema ideal serán los cordones los que resistan las tensiones normales mientras que serán los paneles los que aguanten las tensiones tangenciales. Observamos que el aumento de cordones no provoca una gran optimización en los resultados obtenidos debido a que los cordones están relacionados con la inestabilidad a compresión, la cual, no hemos tenido en cuenta en el trabajo.

Esta inestabilidad a compresión, también nos obligaría a aumentar el área de los cordones para que los esfuerzos calculados fueran iguales ya que con las hipótesis realizadas, no estaríamos teniendo en cuenta el efecto del pandeo.