



UNIVERSIDAD DE JAÉN

UJa Universidad
de Jaén

Práctica 2

X



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Metaheurísticas

GRUPO 2

| | | | | |
|------------------------|-----|-----------|-----|-----------|
| Jesús Morales Villegas | --- | @Jmv00037 | --- | 77770715X |
| Jesús Manzano Álvarez | --- | @Jma00068 | --- | 20887601J |

| | |
|------------------------------------|----------|
| 1. Objetivo de la práctica | 3 |
| 2. Descripción del problema | 3 |
| 2.1 Función de Ackley | 3 |
| 2.2 Función de Griewank | 4 |



| | |
|--|-----------|
| 2.3 Función de Rastrigin | 4 |
| 2.4 Función de Schewefel | 4 |
| 2.5 Función permanente 0, D, Beta | 5 |
| 2.6 Función Rotated Hyper-Ellipsoid | 5 |
| 2.7 Función de Rosenbrock | 5 |
| 2.8 Función de Michalewicz | 6 |
| 2.9 Función de Trid | 6 |
| 2.10 Función de Dixon-price | 6 |
| 3. Algoritmos basados en poblaciones | 7 |
| 3.1 Esquema general del algoritmo evolutivo | 8 |
| 3.2 Esquema general del algoritmo de evolución diferencial | 9 |
| 4. Operadores utilizados | 10 |
| 4.1 Parámetros de configuración | 10 |
| 4.2 Métodos utilizados | 12 |
| 5. Análisis de los algoritmos | 12 |
| 5.1 Algoritmo evolutivo (EvM) | 13 |
| 5.2 Algoritmo evolutivo (EvBLX) | 16 |
| 5.3 Algoritmo evolutivo diferencial (ED) | 18 |
| 5.4 Comparación entre algoritmos | 21 |
| 5.5 Comparación entre algoritmo trayectorias y poblaciones | 23 |
| 6. Aplicación de los algoritmos en caso real | 24 |
| 6.1 Resultados con algoritmo evolutivo (EvM) | 25 |
| 6.2 Resultados con algoritmo evolutivo (EvBLX) | 27 |
| 6.3 Resultados con algoritmo de evolución diferencial (ED) | 28 |
| 6.4 Comparación de los resultados | 30 |
| 6.5 Conclusión | 31 |
| 7. Enlaces relacionados | 32 |

1. Objetivo de la práctica

El objetivo de esta práctica es estudiar el funcionamiento de Algoritmos de los algoritmos evolutivos y Metaheurísticas basadas en poblaciones.

Para ello tendremos que implementar varios algoritmos como: Algoritmo Evolutivo y Algoritmo de Evolución Diferencial.

2. Descripción del problema

Disponemos de 10 funciones matemáticas, las cuales, son habitualmente utilizadas para la evaluación de algoritmos metaheurísticos.

Estas se caracterizan por recibir un vector, con una cierta longitud (dimensión). Este vector es construido con valores entre un rango determinado, el cual, viene definido en la descripción de dicha función. Finalmente, nos devolverá un valor dentro del dominio definido.

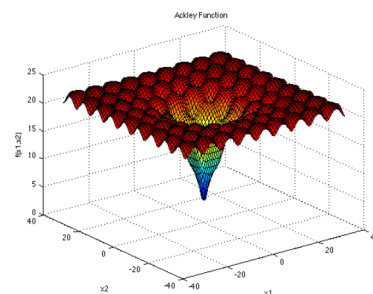
Todas estas funciones tienen un óptimo global y rango determinado, por tanto, vamos a exponer concretamente las principales características de cada una.

2.1 Función de Ackley

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-32.768, 32.768]$, para todo $i = 1, \dots, d$, aunque también puede estar restringida a un dominio más pequeño.

Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

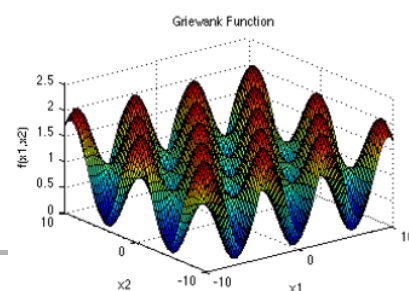
$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$



$$f(\mathbf{x}) = -a \exp \left(-b \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d x_i^2} \right) - \exp \left(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \cos(cx_i) \right) + a + \exp(1)$$

2.2 Función de Griewank

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-600, 600]$, para todo $i = 1, \dots, d$.





UNIVERSIDAD DE JAÉN

UJa Universidad de Jaén

Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$

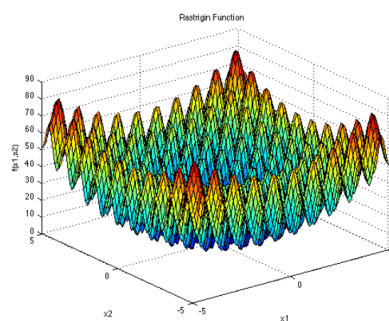
$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^d \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

2.3 Función de Rastrigin

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-5.12, 5.12]$, para todo $i = 1, \dots, d$.

Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$



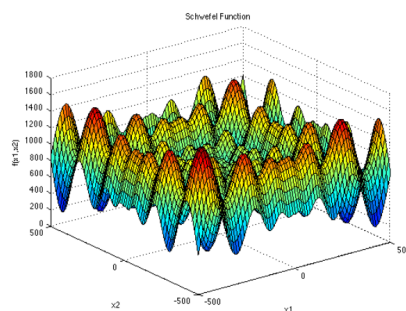
$$f(\mathbf{x}) = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$$

2.4 Función de Schewefel

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-500, 500]$, para todo $i = 1, \dots, d$.

Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

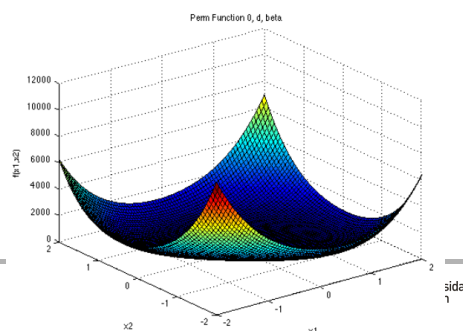
$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (420.9687, \dots, 420.9687)$$



$$f(\mathbf{x}) = 418.9829d - \sum_{i=1}^d x_i \sin(\sqrt{|x_i|})$$

2.5 Función permanente 0, D, Beta

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-d, d]$, para todo $i = 1, \dots, d$.



$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d \left(\sum_{j=1}^d (j + \beta) \left(x_j^i - \frac{1}{j^i} \right) \right)^2$$



Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

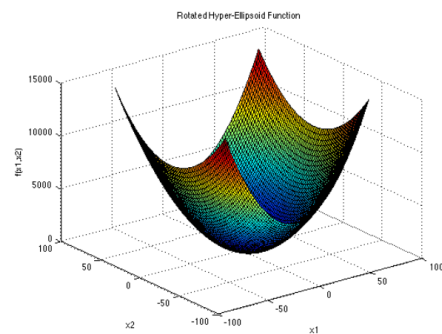
$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = \left(1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{d}\right)$$

2.6 Función Rotated Hyper-Ellipsoid

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-65.536, 65.536]$, para todo $i = 1, \dots, d$.

Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$$



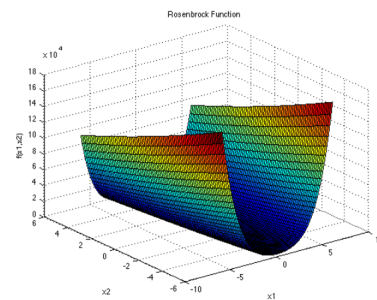
$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^i x_j^2$$

2.7 Función de Rosenbrock

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-5, 10]$, para todo $i = 1, \dots, d$, aunque puede restringirse al hipercubo $x_i \in [-2.048, 2.048]$, para todo $i = 1, \dots, D$.

Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } \mathbf{x}^* = (1, \dots, 1)$$

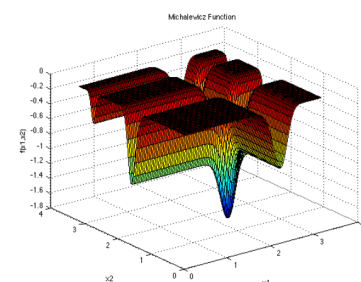


$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$$

2.8 Función de Michalewicz

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [0, \pi]$, para todo $i = 1, \dots, d$.

Su mínimo global se da cuando se cumplen las siguientes condiciones, dependiendo del valor de la dimensión:



$$f(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^d \sin(x_i) \sin^m\left(\frac{ix_i^2}{\pi}\right)$$



at $d = 2$: $f(\mathbf{x}^*) = -1.8013$, at $\mathbf{x}^* = (2.20, 1.57)$

at $d = 5$: $f(\mathbf{x}^*) = -4.687658$

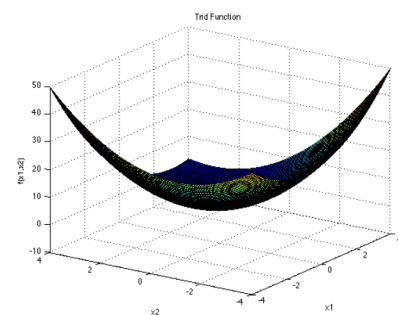
at $d = 10$: $f(\mathbf{x}^*) = -9.66015$

2.9 Función de Trid

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-d^2, d^2]$, para todo $i = 1, \dots, d$.

Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

$$f(\mathbf{x}^*) = -d(d+4)(d-1)/6, \text{ at } x_i = i(d+1-i), \text{ for all } i = 1, 2, \dots, d$$



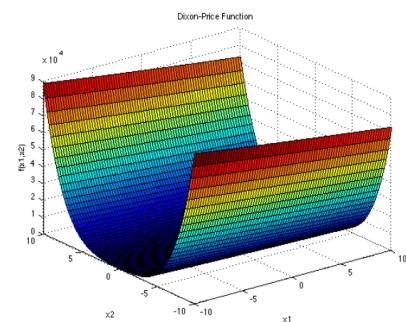
$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d (x_i - 1)^2 - \sum_{i=2}^d x_i x_{i-1}$$

2.10 Función de Dixon-price

La función suele evaluarse sobre el hipercubo $x_i \in [-10, 10]$, para todo $i = 1, \dots, d$.

Su mínimo global se da cuando se cumple la siguiente condición:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ at } x_i = 2^{-\frac{2^i-2}{2^i}}, \text{ for } i = 1, \dots, d$$

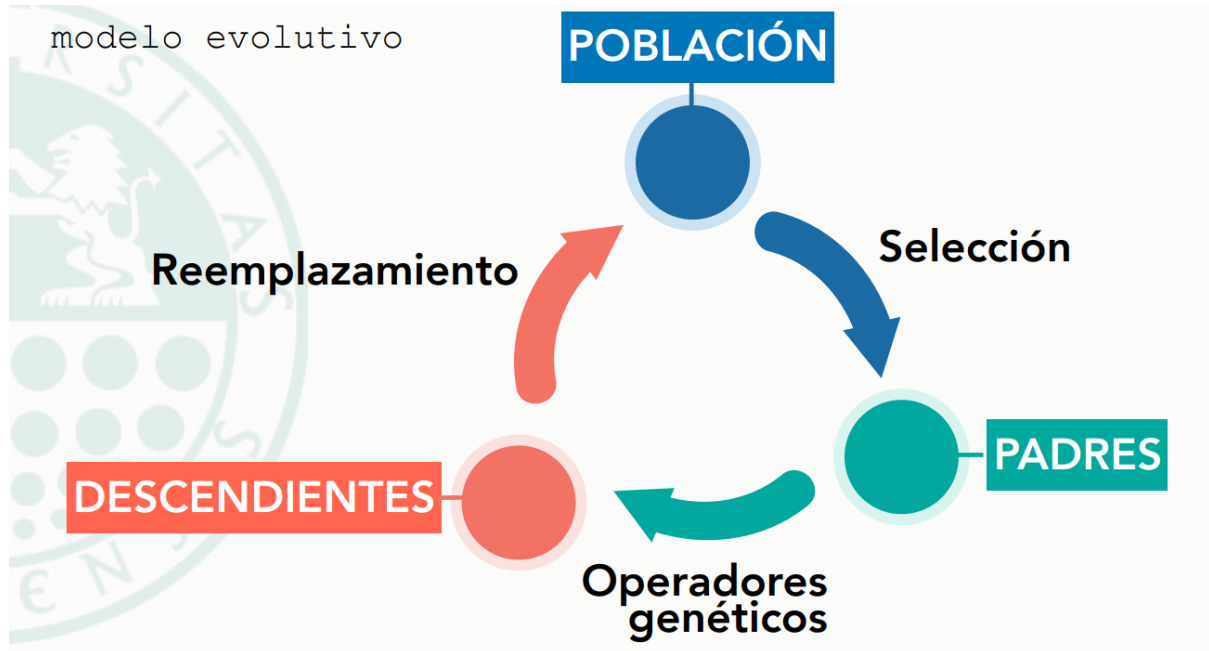


$$f(\mathbf{x}) = (x_1 - 1)^2 + \sum_{i=2}^d i(2x_i^2 - x_{i-1})^2$$

3. Algoritmos basados en poblaciones

Los algoritmos basados en poblaciones son la base de muchos de los métodos utilizados actualmente en problemas de optimización.

Estos algoritmos se pueden ver como un proceso iterativo que parte de una población inicial (aleatoria o en base a un criterio) y la mejora con el tiempo, realizando modificaciones en los individuos a lo largo de las distintas generaciones.



Este tipo de algoritmos empiezan con una población inicial (cada individuo tiene su fitness, es decir, un valor que indica cuánto de “bueno” o “malo” es ese individuo), la cuál se puede generar de forma aleatoria o en base a algún criterio.

Una vez generada, aplicamos el operador de selección (existen diversos métodos de llevarlo a cabo) y obtenemos la población de padres.

Una vez tenemos la población de padres, se aplicarán los operadores genéticos, los cuales se encargarán de modificar estos individuos para generar una población descendiente.

Finalmente, se aplicará el operador de reemplazamiento el cuál se encargará de sustituir los individuos padres por sus hijos. Esto se puede aplicar de diversas maneras como sustituir toda la población padre por la hija.

Esquema general de los algoritmos basados en poblaciones:



```
INICIO
    t = 0
    GENERA(P(t))
    EVALUAR(P(t))
    REPETIR
        seleccionar P(t+1) de P(t)
        recombinar P(t+1)
        mutar P(t+1)
        EVALUAR P(t+1)
        reemplazar P(t) a partir de P(t+1)
        t++
    HASTA (CRITERIO DE PARADA);
FIN
```

3.1 Esquema general del algoritmo evolutivo

Hasta ahora hemos visto el esquema general de los algoritmos basados en poblaciones. Para el caso del algoritmo evolutivo vamos a encontrar varias formas de llevarlo a cabo (generacional y estacionario), pero en nuestro caso vamos a explicar la forma generacional, que es la que hemos implementado, además de aplicar ciertas restricciones que nos indicaba el enunciado del problema.

En primer lugar, vamos a exponer como es el pseudocódigo de este algoritmo, para posteriormente explicar con más detalle cada una de las variables que aparecen.

```
INICIO
    t = 0
    GENERA(P(t))
    EVALUAR(P(t))
    MIENTRAS (no se cumpla condición de parada)
        OBTENEMOS_ELITES(P(t))
        DESDE 1 HASTA individuos a generar
            DESDE 1 HASTA numero de padres
                padres <- TORNEO(k individuos)
            FIN DESDE

            hijo <- CRUCE(padres)
            MUTAR(hijo)
            P(t+1) <- hijo
        FIN DESDE
        PARA cada elite en P(t)
            IF (elite no está en P(t+1))
                ENTONCES P(t+1) <- elite (reemplazo por un aleatorio de los kpeores)
            FIN PARA
        P(t) <- P(t+1) (reemplazo por completo)
        t++
    FIN MIENTRAS
FIN
```




- **elites:** Lista que almacena los mejores individuos de cada generación. Esta implementa el concepto de elitismo (los mejores individuos sobreviven) y puede tener un o varios individuos. Por defecto tendrá tamaño 1.
- **padres:** Lista que almacena todos los individuos que se van generando, es decir, es la futura generación.
- **hijo:** Es el individuo que se crea tras hacer el cruce de los padres y después se le aplica el operador de mutación.
- **k individuos:** Indica el número de individuos con los que se va a realizar el torneo (se escogen k individuos aleatorios y te quedas con el mejor de ellos). Por defecto tendrá tamaño 2.
- **kpeores:** Indica el número de individuos peores que se escogen cuando se va a añadir un elite. Por defecto tendrá el tamaño 4.
- **t:** Indica la generación en la que nos encontramos.

En nuestro caso con respecto a este tipo de algoritmo vamos a implementar dos modificaciones muy parecidas.

Todo va a depender del tipo de operador de cruce que se implemente. En el primer caso será el operador de cruce de media aritmética y el operador de cruce BLX-Alfa.

3.2 Esquema general del algoritmo de evolución diferencial

Este tipo de algoritmos son similares en cuanto a la estrategia que utilizan. Al igual que anteriormente, se genera una población inicial de forma aleatoria o en base a un criterio.

En este caso para generar cada individuo se realizará una fusión entre los tres operadores de selección, cruce y mutación. Este se llama operador ternario, cuyo funcionamiento se basa en hacer una recombinación del padre con dos individuos escogidos aleatoriamente (este proceso se repite hasta generar todos los individuos de la siguiente generación).

$$\textit{recombinacion}(P, a_1, a_2) = P + F(a_1 - a_2)$$

Esta es la función de recombinación, donde P es el padre, a1 y a2 son los dos individuos escogidos aleatoriamente y F es el factor de mutación (valor aleatorio entre 0 y 1).



```
INICIO
  t = 0
  GENERA(P(t))
  EVALUAR(P(T))
  MIENTRAS (no se cumpla condición de parada)
    DESDE 1 HASTA individuos a generar
      a1 <- aleatorio(P(t))
      a2 <- aleatorio(P(t)) // a1 != a2
      hijo <- OPERADOR_RECOM_TERNARIO(padre, a1, a2)
      IF hijo es mejor que padre
        ENTONCES P(t+1) <- hijo
      ELSE P(t+1) <- padre
    FIN DESDE
    P(t) <- P(t+1) (Pasamos a la siguiente generación)
    t++
  FIN MIENTRAS
FIN
```

- **padre:** Es el individuo por el que vamos recorriendo de forma secuencial para ir generando los hijos. Este individuo es de la población $P(t)$

En nuestro caso lo único que se va a modificar es el factor de mutación para así poder controlar si queremos una mayor exploración o explotación del espacio. En nuestro caso se ha establecido a un valor de 0.5

4. Operadores utilizados

Vamos a describir, los operadores que tienen cierta relevancia a la hora de ejecutar nuestros algoritmos. Para ello vamos a dividirlos en dos apartados.

4.1 Parámetros de configuración

En el archivo de configuración encontramos diferentes parámetros que usaremos en los diferentes algoritmos. Estos se extraerán del archivo “config.txt”, en el que añadiremos las diferentes constantes a usar en las diferentes ejecuciones.

- **ArrayList <String> archivos:** En él almacenamos los nombres de los ficheros donde se guardan los datos a utilizar en el problema.
- **ArrayList <String> algoritmos:** Almacena el nombre de todos los algoritmos que queremos ejecutar.



- **ArrayList <Long> semillas:** Almacena todas las semillas que vamos utilizar en las distintas ejecuciones. En nuestro caso, vamos a generar 5 semillas partiendo de una original 20887601 (las siguientes cuatro se crean haciendo permutaciones de la original), con lo cual los resultados con estas semillas siempre deberían de ser los mismos.
- **Dimension:** Almacena el valor del tamaño del vector (d, que por defecto es 10) que reciben nuestras funciones de evaluación.
- **maxIndividuos:** Almacena el valor de individuos que como máximo se van a evaluar. Establece la condición de parada para los algoritmos.
- **tamPoblacion:** Almacena el número de individuos que va tener cada una de las poblaciones que se van a generar.
- **ProbCruce:** Almacena el valor de la probabilidad de cruce para cada uno de los individuos a generar. Por defecto, este valor está establecido al 70 % => 0.7
- **ProbMutacion:** Almacena el valor de la probabilidad de mutación para cada uno de los individuos generados. Por defecto, este valor está establecido al 1 % => 0.01
- **ProbCambio:** Almacena el valor de la probabilidad de cambio para escoger el valor de esa posición pero de la función objetivo. Por defecto, este valor está establecido al 50 % => 0.5
- **k:** Indica el número de individuos con los que se va a realizar el torneo para llevar a cabo el operador de selección. Por defecto tiene un valor de 2.
- **numPadres:** Indica el número de padres que se van a escoger para realizar posteriormente el operador de cruce entre todos estos. Por defecto tiene un valor de 2.
- **numElites:** Indica el número de individuos que se van a escoger como elites. Estos pasarán a la población hija forzosamente. Por defecto tiene un valor de 1.
- **kIndObj:** Indica el número de individuos con los que realizar el tornero para escoger la función objetivo. Por defecto tiene un valor de 3.
- **NumDecimales:** Almacena el valor del número de decimales que como máximo van a tener todos los valores obtenidos (Podemos ser más exactos o menos). Tal y como lo hemos implementado nosotros, siempre redondeamos, es decir, no truncamos los valores.

4.2 Métodos utilizados

Vamos a exponer algunos de los métodos más utilizados para la ejecución de nuestro programa.

- **double evaluar (double[] vector):** Este método es el principal de todas las funciones matemáticas implementadas. Aquí es donde se calcula un valor dado un vector y posteriormente se devuelve dicho valor.
- **double getRango_min ():** Este método devuelve el valor del rango mínimo en el que se evalúa la función, este dependerá de cada función como hemos visto es la explicación de cada una de ellas.
- **double getRango_max ():** Este método devuelve el valor del rango máximo en el que se evalúa la función, este dependerá de cada función como hemos visto es la explicación de cada una de ellas.
- **double [] algoritmoEvolutivo (Evaluador exe, long semilla, TablaDatos datos):** Este método es principal de cada uno de los algoritmos que se han implementado, ya que contiene el código propiamente dicho. Para ello recibe la función con la que queremos evaluar (exe), la semilla con la que se va a realizar toda la ejecución y finalmente la tabla de datos, donde se van a ir almacenando los datos para luego generar el fichero de salida.
- **ArrayList<ArrayList<double []>> getSoluciones():** Devuelve una lista con todas las soluciones por las que se han ido pasando a lo largo de la búsqueda.
- **limpiaAlgoritmo():** Limpia todos los atributos que tenía almacenados de ejecuciones anteriores, para que estas sean lo más independientes posible.

5. Análisis de los algoritmos

Una vez implementados los distintos algoritmos, vamos a pasar a la fase de análisis. Para ello, vamos a generar una tabla de datos donde para un algoritmo, semilla y función de evaluación concreta podamos ver cuál ha sido su desviación del error y el tiempo que ha tardado en ejecutar el algoritmo.

En primer lugar, por cada algoritmo que ejecutamos con una de las semillas y evaluamos con cada una de las funciones de evaluación (las 10 explicadas anteriormente), esto nos generará un conjunto de soluciones, desde la inicial hasta la final (aunque solo nos



quedamos con la final/mejor). Todas estas soluciones se irán escribiendo en unos ficheros llamados **algoritmo_semilla_nombreFuncion.txt** (en la carpeta logs), los cuales nos permitirán revisar de forma más exhaustiva cuántas y cuáles son las soluciones que han ido generando cada una de las generaciones, dado un algoritmo y una semilla concreta.

En segundo lugar, a diferencia del anterior, en este caso, vamos a generar un fichero **salida.txt**, el cual se encargue de almacenar los valores finales que irán en la tabla. Para ello, almacenamos todos estos valores en formato CSV (Comma Separated Values), que nos permitirá importar los datos en una hoja de cálculo de una forma mucho más sencilla.

Para que queden más claros los datos, primero vamos a mostrar los resultados de las distintas ejecuciones (una por cada semilla) con respecto a las **soluciones** y posteriormente con respecto al **tiempo de ejecución** (medido en milisegundos **ms**).

5.1 Algoritmo evolutivo (EvM)

Este algoritmo es uno de los algoritmos que hemos implementado y su funcionamiento se basa en la idea expuesta anteriormente.

La principal característica de este algoritmo es que el operador de cruce que se aplica, se basa en una media aritmética por cada gen del genotipo de los padres.

| | | | | | | | |
|-------------|---------------|---------------|-------------|-----------|---------------|---------------|---|
| 2 | 0.5 | 1.3 | 0.1 | 1 | 1.2 | 3.2 | 7 |
| 0.5 | 1.2 | 0.5 | 0 | 1 | 0.6 | 2.9 | 8 |
| $(2+0.5)/2$ | $(0.5+1.2)/2$ | $(1.3+0.5)/2$ | $(0.1+0)/2$ | $(1+1)/2$ | $(1.2+0.6)/2$ | $(3.2+2.9)/2$ | - |
| 1.25 | 0.85 | 0.9 | 0.05 | 1 | 0.9 | 3.05 | - |

Como vemos cada uno de los alelos del individuo hijo se ha generado como la media aritmética de los padres.

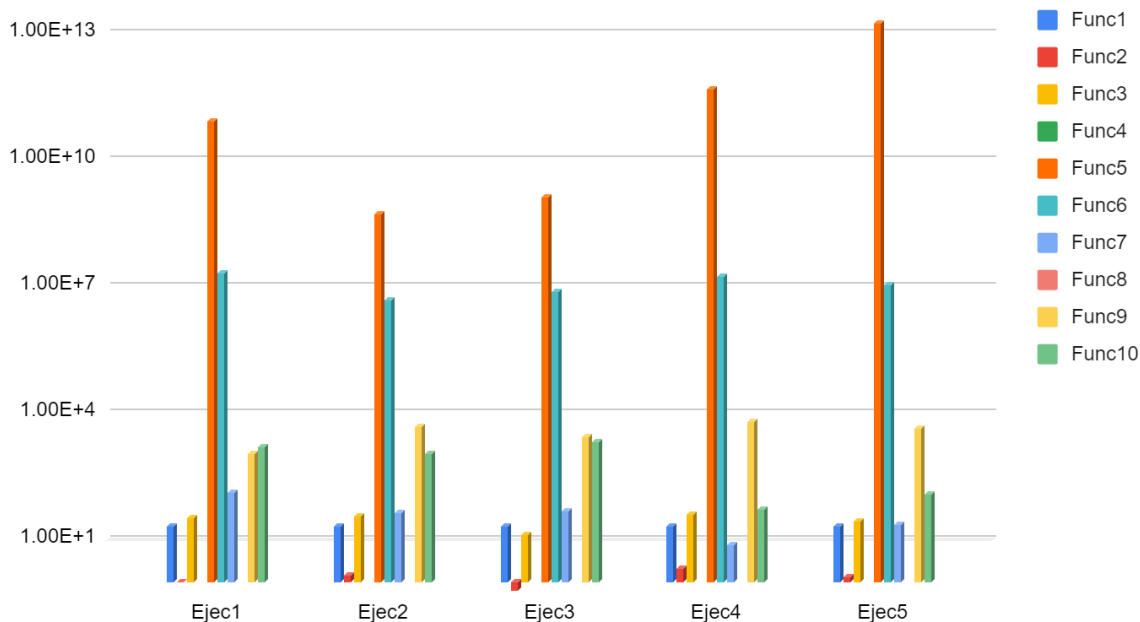
Ahora vamos a exponer los diferentes resultados para cada una de la ejecuciones que se han realizado, para hacer un estudio de la calidad de nuestro algoritmo y finalmente compararlo con el resto de los que se han implementado.



Primero vamos a ver la tabla de los resultados con las diferentes soluciones.

| EvM | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|-------|---------|--------|---------|-----------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|
| | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. |
| Ejec1 | 20.252 | 0.9633 | 33.8445 | -2.81E+04 | 7.91E+10 | 2.06E+07 | 127.3069 | -8.7483 | 1.09E+03 | 1.53E+03 |
| Ejec2 | 20.2901 | 1.3975 | 37.2515 | -1.88E+04 | 5.05E+08 | 4.70E+06 | 45.1173 | -7.1678 | 4.68E+03 | 1.12E+03 |
| Ejec3 | 20.4884 | 0.6293 | 12.8053 | -2.39E+04 | 1.27E+09 | 7.26E+06 | 46.9721 | -6.2073 | 2.69E+03 | 2.14E+03 |
| Ejec4 | 20.2739 | 2.0255 | 37.8988 | -2.33E+04 | 4.56E+11 | 1.68E+07 | 7.5205 | -7.618 | 6.29E+03 | 5.08E+01 |
| Ejec5 | 20.3692 | 1.3209 | 26.2846 | -1.91E+04 | 1.75E+13 | 1.09E+07 | 21.6404 | -7.2253 | 4.30E+03 | 1.15E+02 |
| Media | 20.3347 | 1.2673 | 29.6169 | -2.26E+04 | 3.60E+12 | 1.21E+07 | 49.7114 | 2.2668 | 4.02E+03 | 9.90E+02 |
| Desv. | 0.0966 | 0.5230 | 10.4700 | 3.85E+03 | 7.75E+12 | 6.60E+06 | 46.4158 | 0.9182 | 1.99E+03 | 9.05E+02 |

Soluciones (EvM)



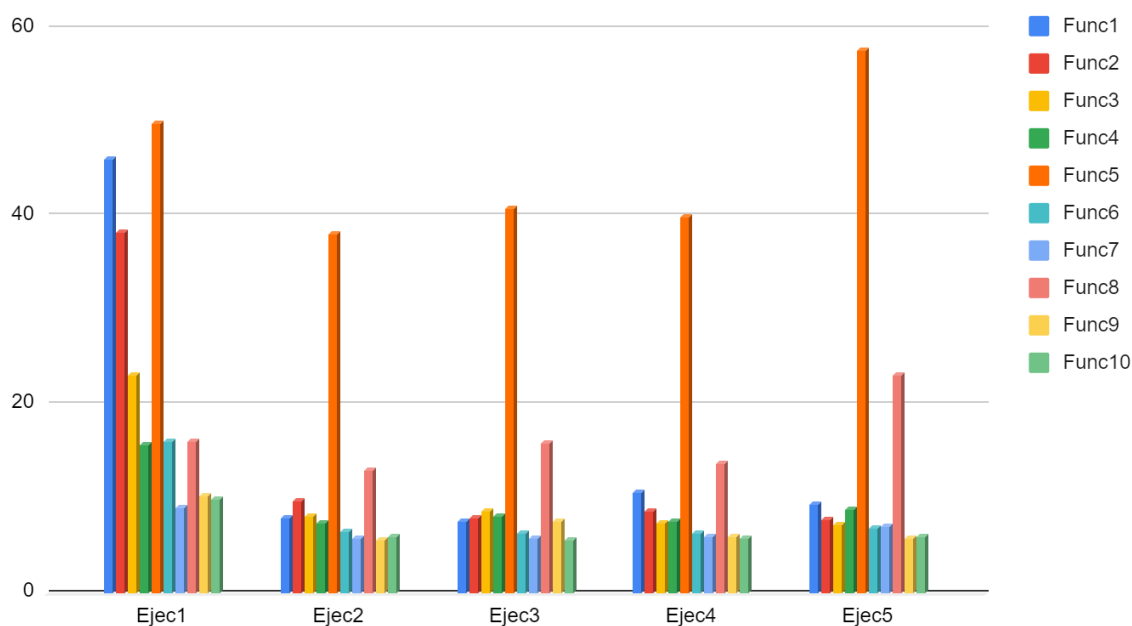
Hay que añadir que esta tabla está en formato logarítmico, lo cuál muestra mejor los datos más pequeños (los datos más grandes se salen de la gráfica hacia arriba).

Ahora vamos a ver todos los tiempos de ejecución medidos en milisegundos, para posteriormente hacer un estudio de cuál ha sido la mejor ejecución.



| EvM | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|
| | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo |
| Ejec1 | 46.1369 | 38.4533 | 23.1608 | 15.6813 | 50.0323 | 16.1825 | 9.1298 | 16.0764 | 10.2564 | 9.9903 |
| Ejec2 | 8.0338 | 9.7083 | 8.1021 | 7.5121 | 38.2621 | 6.4705 | 5.8432 | 13.0879 | 5.6111 | 6.0018 |
| Ejec3 | 7.6756 | 7.9744 | 8.7424 | 8.0858 | 40.9773 | 6.4463 | 5.8267 | 15.9598 | 7.5408 | 5.6886 |
| Ejec4 | 10.6372 | 8.6861 | 7.4736 | 7.6813 | 40.0367 | 6.4059 | 6.0862 | 13.6954 | 5.9194 | 5.7366 |
| Ejec5 | 9.4741 | 7.8831 | 7.2863 | 8.8127 | 57.646 | 6.8559 | 7.004 | 23.2325 | 5.8099 | 5.951 |
| Media | 16.3915 | 14.5410 | 10.9530 | 9.5546 | 45.3909 | 8.4722 | 6.7780 | 16.4104 | 7.0275 | 6.6737 |
| Desv. | 16.6701 | 13.3873 | 6.8483 | 3.4614 | 8.2264 | 4.3140 | 1.4000 | 4.0394 | 1.9625 | 1.8589 |

Tiempo de ejecución ms (EvM)



Como el tiempo de ejecución es inferior a los 60ms se puede considerar que es despreciable. Por tanto, la mejor ejecución será aquella que haya obtenido los valores más cercanos a los óptimos globales de cada una de las funciones.

Por tanto en nuestro caso podemos afirmar que la mejor ejecución ha sido la número 2, que utiliza la semilla 88760120.

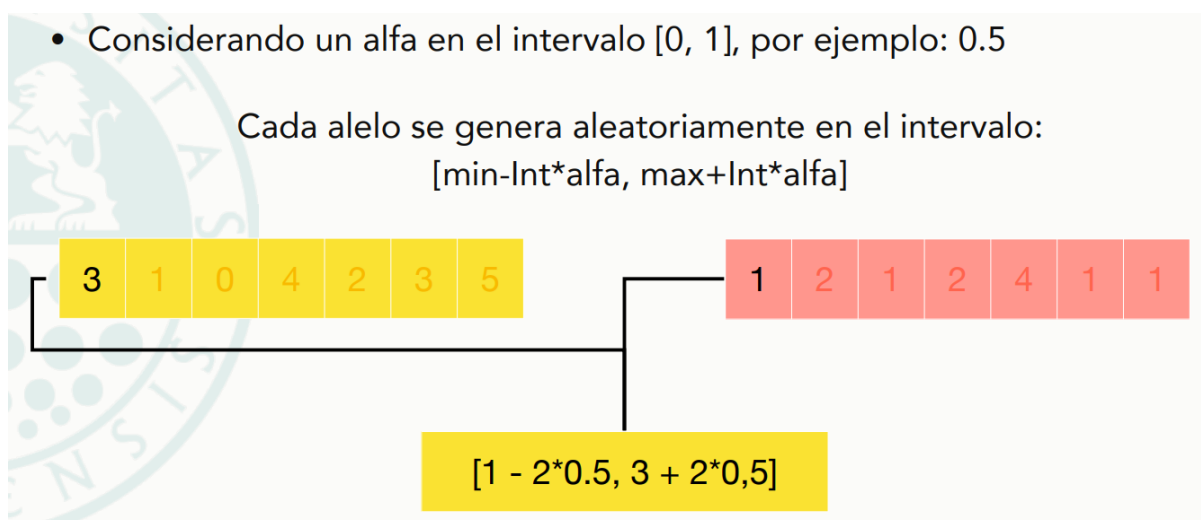
5.2 Algoritmo evolutivo (EvBLX)

Este algoritmo funciona de la misma manera que el anterior. La única diferencia es el operador de cruce que utiliza para obtener los individuos hijos.

Para ello utiliza el llamado operador de cruce BLX-alfa, el cuál genera cada alelo de forma aleatoria entre un rango máximo y mínimo definido de la siguiente manera.

- Considerando un alfa en el intervalo $[0, 1]$, por ejemplo: 0.5

Cada alelo se genera aleatoriamente en el intervalo:
 $[\min - \text{Int} * \alpha, \max + \text{Int} * \alpha]$

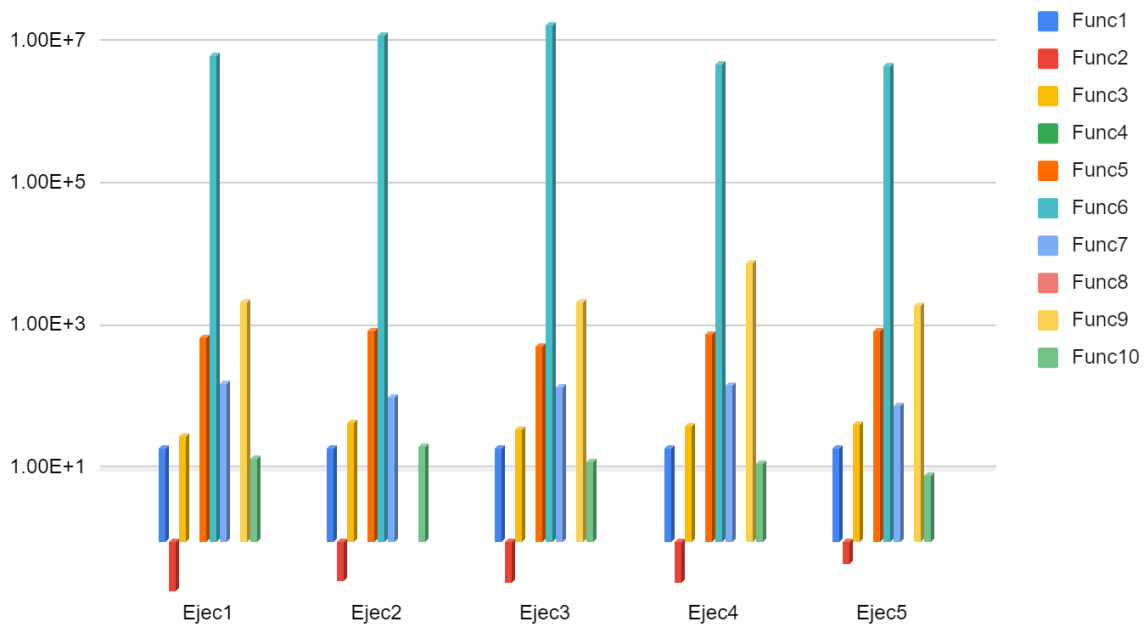


Una vez visto el funcionamiento de este algoritmo vamos a ver la tabla de soluciones que hemos obtenido después de hacer su implementación.

| EvBLX | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|--------------|---------|--------|---------|-----------|----------|----------|----------|---------|-----------|---------|
| | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. |
| Ejec1 | 20.3924 | 0.1972 | 29.1254 | -2.05E+04 | 718.9066 | 6.73E+06 | 166.2178 | -4.6301 | 2.34E+03 | 14.3723 |
| Ejec2 | 20.4595 | 0.277 | 46.7333 | -2.82E+04 | 894.3038 | 1.31E+07 | 103.4686 | -4.4637 | -1.06E+02 | 21.1673 |
| Ejec3 | 20.5916 | 0.2606 | 36.3267 | -2.76E+04 | 537.6243 | 1.85E+07 | 148.8769 | -4.4745 | 2.32E+03 | 12.8846 |
| Ejec4 | 20.3208 | 0.2583 | 41.3988 | -2.88E+04 | 827.327 | 5.15E+06 | 151.4947 | -4.3627 | 8.25E+03 | 12.5711 |
| Ejec5 | 20.4701 | 0.4778 | 42.4242 | -2.61E+04 | 892.0551 | 4.84E+06 | 79.0525 | -6.9136 | 2.03E+03 | 8.4066 |
| Media | 20.4469 | 0.2942 | 39.2017 | -2.63E+04 | 7.74E+02 | 9.66E+06 | 129.8221 | 4.6912 | 3.18E+03 | 13.8804 |
| Desv. | 0.1006 | 0.1070 | 6.7404 | 3.36E+03 | 1.50E+02 | 5.96E+06 | 36.8425 | 1.0913 | 3.12E+03 | 4.6371 |



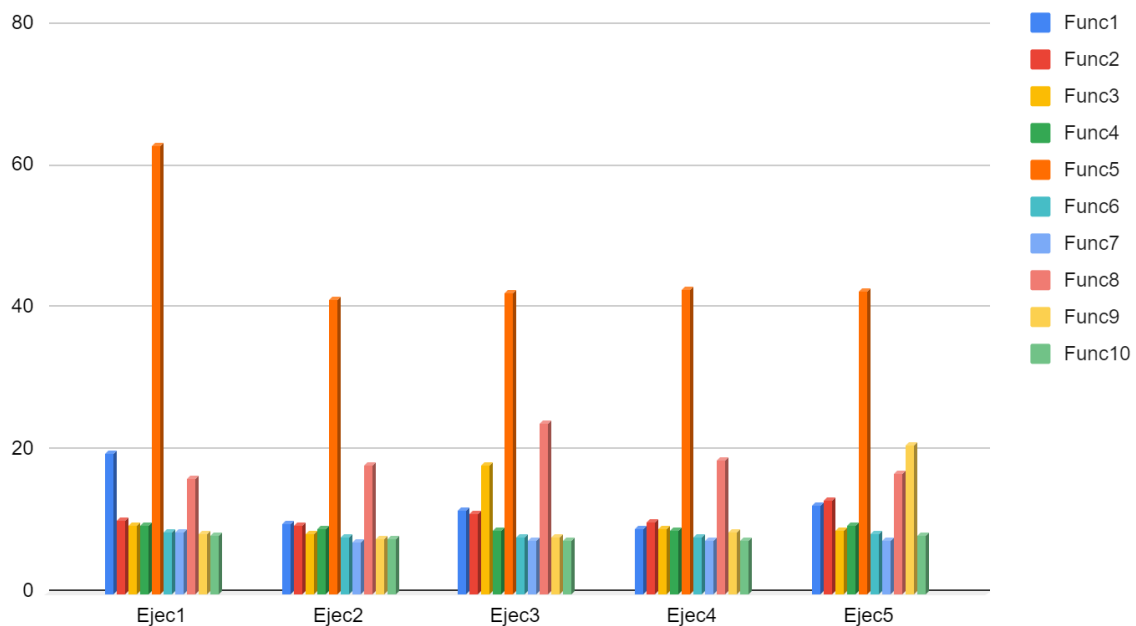
Soluciones (EvBLX)



Ahora vamos a ver la tabla de tiempos que hemos obtenido.

| EvBLX | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|--------------|---------|---------|---------|--------|---------|--------|--------|---------|---------|--------|
| | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo |
| Ejec1 | 19.7239 | 10.3096 | 9.7044 | 9.5727 | 63.0913 | 8.6347 | 8.703 | 16.106 | 8.402 | 8.0736 |
| Ejec2 | 9.8533 | 9.5478 | 8.495 | 9.1804 | 41.4583 | 7.9615 | 7.2906 | 18.0334 | 7.6875 | 7.6113 |
| Ejec3 | 11.7062 | 11.3503 | 17.9982 | 8.8664 | 42.2385 | 7.9563 | 7.472 | 24.0677 | 8.0528 | 7.4028 |
| Ejec4 | 9.0627 | 9.953 | 9.0545 | 8.834 | 42.9061 | 7.8337 | 7.5164 | 18.8141 | 8.6129 | 7.5134 |
| Ejec5 | 12.4923 | 13.0658 | 8.9438 | 9.6198 | 42.5986 | 8.3698 | 7.5806 | 16.8792 | 20.9197 | 8.0719 |
| Media | 12.5677 | 10.8453 | 10.8392 | 9.2147 | 46.4586 | 8.1512 | 7.7125 | 18.7801 | 10.7350 | 7.7346 |
| Desv. | 4.2312 | 1.4100 | 4.0253 | 0.3741 | 9.3137 | 0.3378 | 0.5641 | 3.1338 | 5.7043 | 0.3174 |

Tiempos de ejecución ms (EvBLX)



Para este algoritmo también podemos considerar que los tiempos de ejecución son insignificantes. Por tanto, se puede afirmar que la mejor ejecución ha sido la cuarta, que utiliza la semilla 76012088.

5.3 Algoritmo evolutivo diferencial (ED)

Este tipo de algoritmo explicado anteriormente, utiliza una técnica bastante diferente a los dos anteriores, aplicando un operador de recombinación ternario.

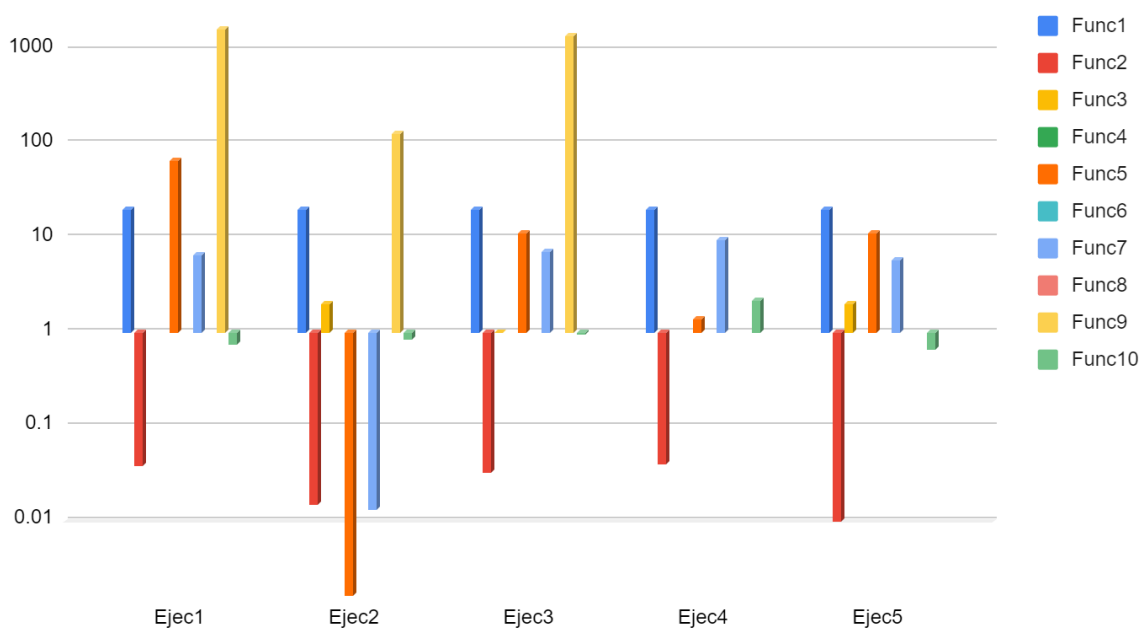
Esto permite realizar cruces y mutación sobre los individuos para generar la población hija. Este tipo de algoritmos están extremadamente enfocados en resolver este tipo de problemas.

Ahora vamos a exponer los resultados que hemos obtenido tras ejecutar este algoritmo.



| ED | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|-------|---------|--------|--------|-----------|---------|-------|--------|---------|-----------|--------|
| | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. |
| Ejec1 | 20.0204 | 0.0382 | 0 | -1.63E+08 | 65.6229 | 0 | 6.4749 | -9.2487 | 1652.3078 | 0.7272 |
| Ejec2 | 20.0072 | 0.0148 | 1.9899 | -8.45E+08 | 0.0016 | 0 | 0.0133 | -9.0028 | 129.1431 | 0.8215 |
| Ejec3 | 20.0154 | 0.032 | 0.995 | -1.43E+09 | 11.0993 | 0 | 6.9866 | -9.582 | 1387.8741 | 0.9298 |
| Ejec4 | 20.0154 | 0.0395 | 0 | -2.25E+10 | 1.3495 | 0 | 9.4371 | -9.389 | -181.0892 | 2.1436 |
| Ejec5 | 20.0082 | 0.0099 | 1.9899 | -1.76E+10 | 11.0983 | 0 | 5.7527 | -9.725 | -196.4707 | 0.6667 |
| Media | 20.0133 | 0.0269 | 0.9950 | -8.51E+09 | 17.8343 | 0 | 5.7329 | 0.2707 | 768.3530 | 1.0578 |
| Desv. | 0.0055 | 0.0137 | 0.9950 | 1.07E+10 | 27.2224 | 0 | 3.4842 | 0.2824 | 892.4121 | 0.6151 |

Soluciones (ED)

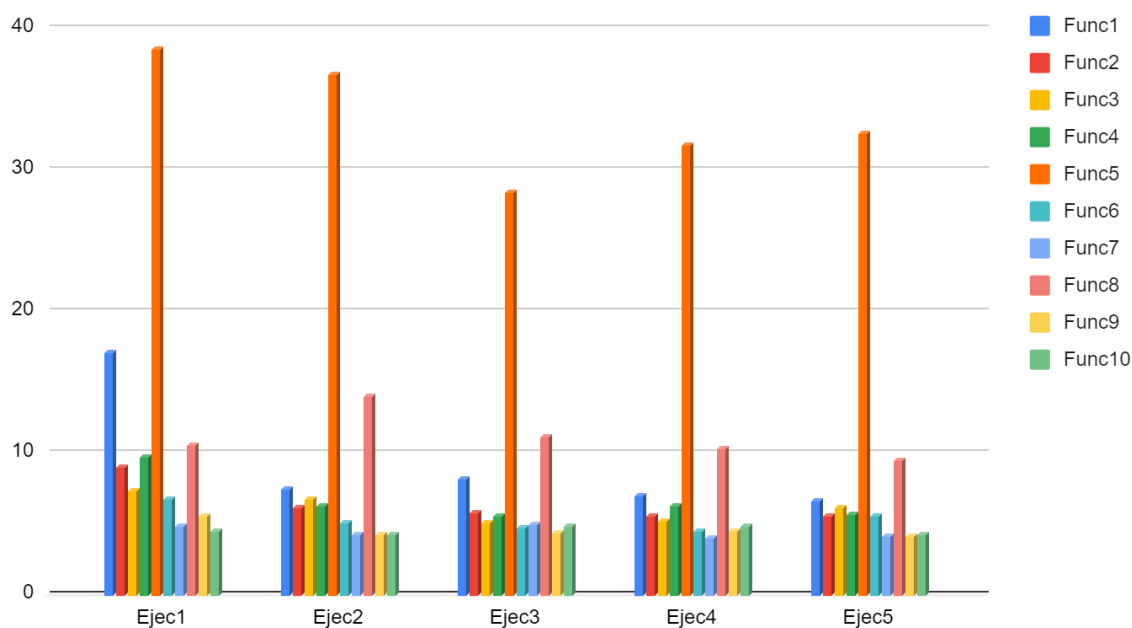


Ahora vamos a exponer la tabla de tiempos que hemos obtenido tras estas ejecuciones.



| ED | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|-------|---------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|--------|--------|
| | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo |
| Ejec1 | 17.1622 | 9.0773 | 7.4132 | 9.7049 | 38.4988 | 6.7686 | 4.8982 | 10.6314 | 5.531 | 4.5201 |
| Ejec2 | 7.4881 | 6.1495 | 6.7682 | 6.3554 | 36.8102 | 5.056 | 4.2457 | 14.0723 | 4.2973 | 4.2522 |
| Ejec3 | 8.2164 | 5.765 | 5.0662 | 5.5328 | 28.4765 | 4.6982 | 4.9337 | 11.1838 | 4.3452 | 4.8153 |
| Ejec4 | 7.0521 | 5.5974 | 5.1881 | 6.3393 | 31.7632 | 4.5227 | 4.0699 | 10.3313 | 4.5194 | 4.8495 |
| Ejec5 | 6.7044 | 5.5978 | 6.1379 | 5.642 | 32.5566 | 5.5836 | 4.1254 | 9.5488 | 4.1461 | 4.2453 |
| Media | 9.3246 | 6.4374 | 6.1147 | 6.7149 | 33.6211 | 5.3258 | 4.4546 | 11.1535 | 4.5678 | 4.5365 |
| Desv. | 4.4175 | 1.4929 | 1.0089 | 1.7146 | 4.0316 | 0.9027 | 0.4261 | 1.7352 | 0.5547 | 0.2922 |

Tiempos de ejecución ms (ED)



Como vemos los tiempos de ejecución en este caso también son despreciables, ya que son inferiores a 40ms.

Por tanto, podemos decir que la mejor ejecución ha sido la ejecución 1, que utiliza la semilla 20887601.



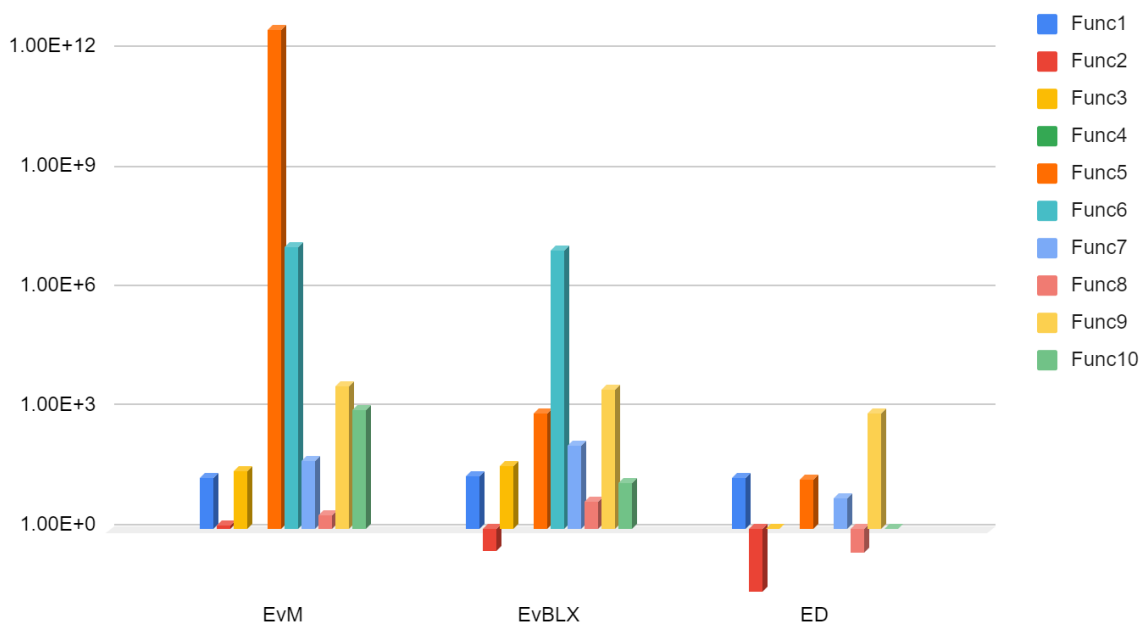
5.4 Comparación entre algoritmos

Una vez hemos visto el análisis de cada uno de los algoritmos implementados, vamos a comparar los resultados de forma exhaustiva para poder tomar conclusiones y decidir finalmente cual es el algoritmo que obtiene mejores resultados.

Para ello tal y como hemos hecho anteriormente, vamos a realizar dos tablas. Una con todos los datos de las medias de las desviaciones de error y otra con todas las medias de los tiempos de ejecución por cada uno de los algoritmos, semillas y funciones.

| Alg. | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|--------------|----------|---------|----------|--------------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|
| | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. |
| EvM | 20.33472 | 1.2673 | 29.61694 | -22643.305 | 3.60E+12 | 1.21E+07 | 4.97E+01 | 2.26681 | 4.02E+03 | 9.90E+02 |
| EvBLX | 20.44688 | 0.29418 | 39.20168 | -26254.87982 | 7.74E+02 | 9.66E+06 | 1.30E+02 | 4.69123 | 3.18E+03 | 1.39E+01 |
| ED | 20.01332 | 0.02688 | 0.99496 | -8514268255 | 1.78E+01 | 0.00E+00 | 5.73E+00 | 0.27065 | 7.68E+02 | 1.06E+00 |

Comparación de soluciones

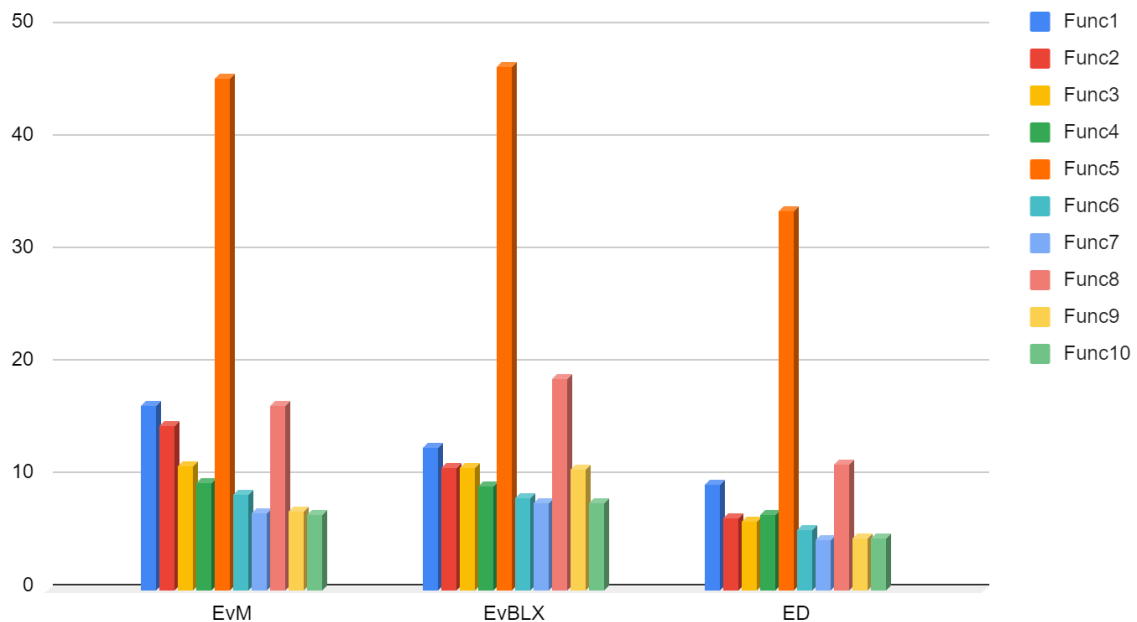




Ahora vamos a ver la comparación de tiempos entre los diferentes algoritmos.

| Alg. | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|--------------|----------|----------|----------|---------|----------|---------|---------|----------|----------|---------|
| | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo |
| EvM | 16.39152 | 14.54104 | 10.95304 | 9.55464 | 45.39088 | 8.47222 | 6.77798 | 16.4104 | 7.02752 | 6.67366 |
| EvBLX | 12.56768 | 10.8453 | 10.83918 | 9.21466 | 46.45856 | 8.1512 | 7.71252 | 18.78008 | 10.73498 | 7.7346 |
| ED | 9.32464 | 6.4374 | 6.11472 | 6.71488 | 33.62106 | 5.32582 | 4.45458 | 11.15352 | 4.5678 | 4.53648 |

Comparación de tiempos (ms)



Como vemos el algoritmo que ha tardado menos en ejecutarse es el “evolutivo diferencial”, además, este mismo algoritmo ha sido el que ha obtenido mejores resultados, ya que sus soluciones se han aproximado muchos a los óptimos globales de las funciones y en algunos casos a sido capaz de encontrarlos.

Por tanto, podemos afirmar que el algoritmo que obtiene mejores resultados en este tipo de problemas es el algoritmo evolutivo diferencial.

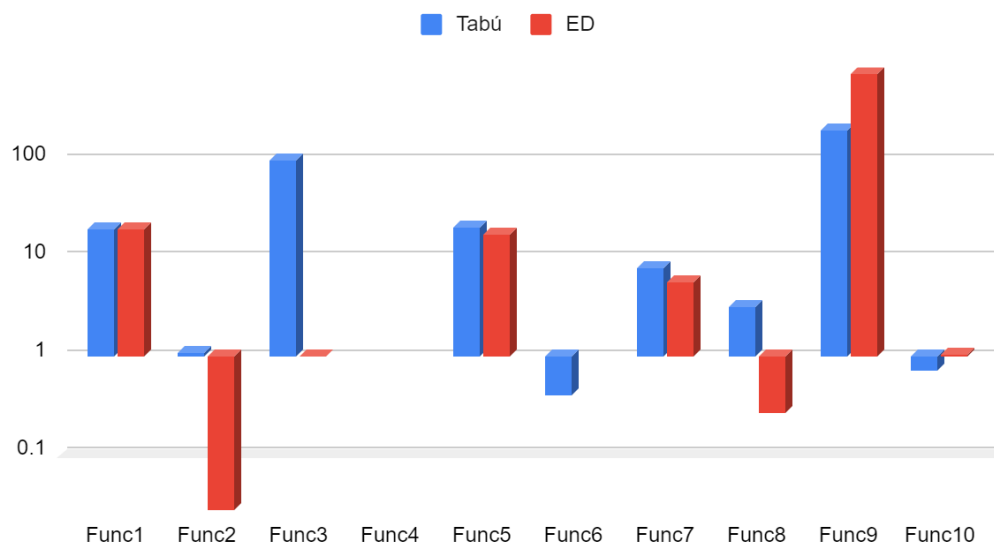
5.5 Comparación entre algoritmo trayectorias y poblaciones

En la práctica anterior, implementamos varios algoritmos de trayectorias y finalmente pudimos definir cuál era el mejor de todos ellos para resolver este mismo problema (encontrar el óptimo global de las funciones comentadas anteriormente).

Por tanto, ahora vamos a hacer una comparativa entre el mejor algoritmo de trayectorias implementado (Búsqueda tabú) y el mejor algoritmo de poblaciones comentado en el apartado anterior (Algoritmo de evolución diferencial).

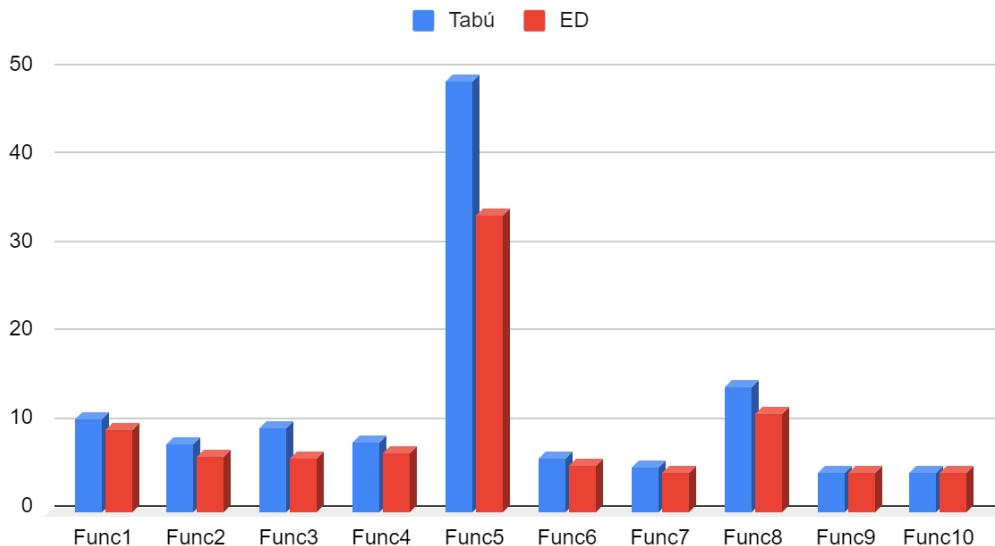
| Alg. | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|-------------|----------|---------|-----------|-------------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|
| | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. | Sol. |
| Tabú | 20.20454 | 1.0924 | 101.75906 | -20040.8786 | 2.11E+01 | 4.05E-01 | 8.23E+00 | 3.30673 | 2.07E+02 | 7.33E-01 |
| ED | 20.01332 | 0.02688 | 0.99496 | -8514268255 | 1.78E+01 | 0.00E+00 | 5.73E+00 | 0.27065 | 7.68E+02 | 1.06E+00 |

Tabú y ED (Soluciones)



| Alg. | Func1 | Func2 | Func3 | Func4 | Func5 | Func6 | Func7 | Func8 | Func9 | Func10 |
|-------------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|----------|--------|---------|
| | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo | Tiempo |
| Tabú | 10.6168 | 7.71952 | 9.65324 | 8.0587 | 48.91158 | 6.19368 | 5.1603 | 14.29538 | 4.4895 | 4.47848 |
| ED | 9.32464 | 6.4374 | 6.11472 | 6.71488 | 33.62106 | 5.32582 | 4.45458 | 11.15352 | 4.5678 | 4.53648 |

Tabú y ED (Tiempos ms)



Vemos que los resultados han sido ligeramente mejores en el caso del algoritmo de evolución diferencial. Esto se debe a que este algoritmo realiza una mayor exploración del espacio (puede encontrar soluciones más prometedoras). Además, los tiempos son más reducidos en este también ya que solo aplica el operador de recombinación ternario que a fin de cuentas es una operación matemática (es relativamente rápido de aplicar).

6. Aplicación de los algoritmos en caso real

Una vez hemos visto el funcionamiento y hemos hecho un estudio sobre los algoritmos implementados, para saber la calidad de los mismos, vamos a aplicarlos en un caso real, es decir, sobre datos que se han tomado en una situación real.

Estos datos reales se tratan de una muestra sobre placas fotovoltaicas, ya que, la empresa que recogió estos datos está interesada en saber cuáles de todos estos valores son los que tienen más relevancia en la potencia generada por un módulo., teniendo en cuenta la irradiancia, temperatura, viento ambiental y el SMR.

$$P_m = DNI (a_1^a + a_2^a DNI + a_3^a T_A + a_4^a W_S + a_5^a SMR)$$



Por tanto, la idea en este caso es modificar los valores a_1 , a_2 , a_3 , a_4 y a_5 gracias a los algoritmos implementados, para intentar reducir al mínimo el error respecto al conjunto de observaciones que ha realizado la empresa previamente.

Para realizar la evaluación de un individuo y asignarle un fitness se hará con una nueva función que hemos llamado potencia, la cuál puede aplicar la fórmula MAPE o también RMSE. Así podremos comparar las soluciones que nos dan ambas.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{y_i} \quad RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

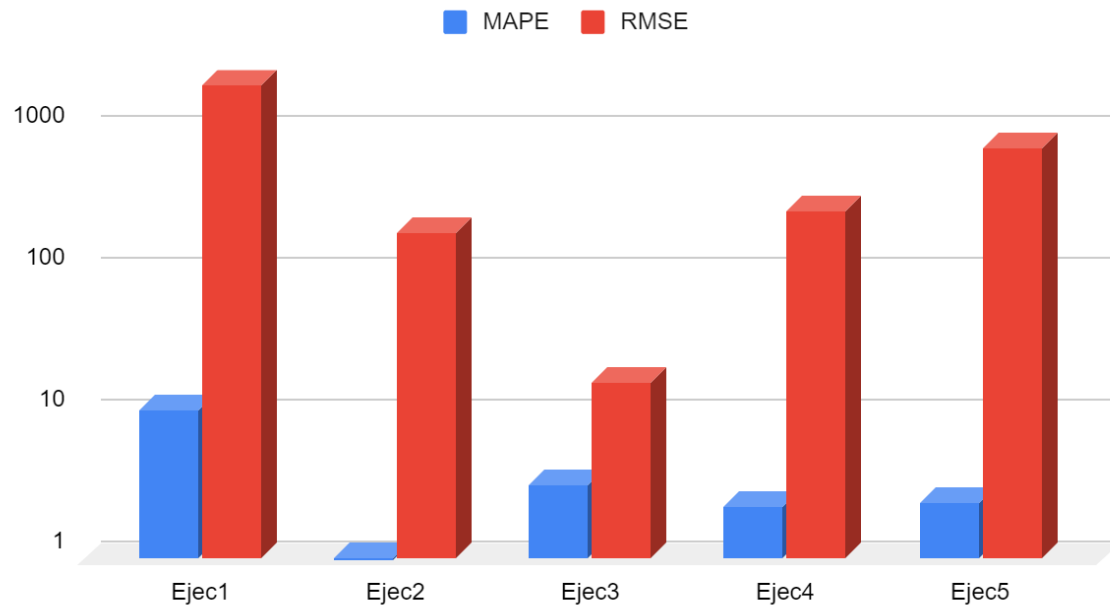
Ahora vamos a ver los resultados que hemos obtenido por cada uno de los algoritmos implementados.

6.1 Resultados con algoritmo evolutivo (EvM)

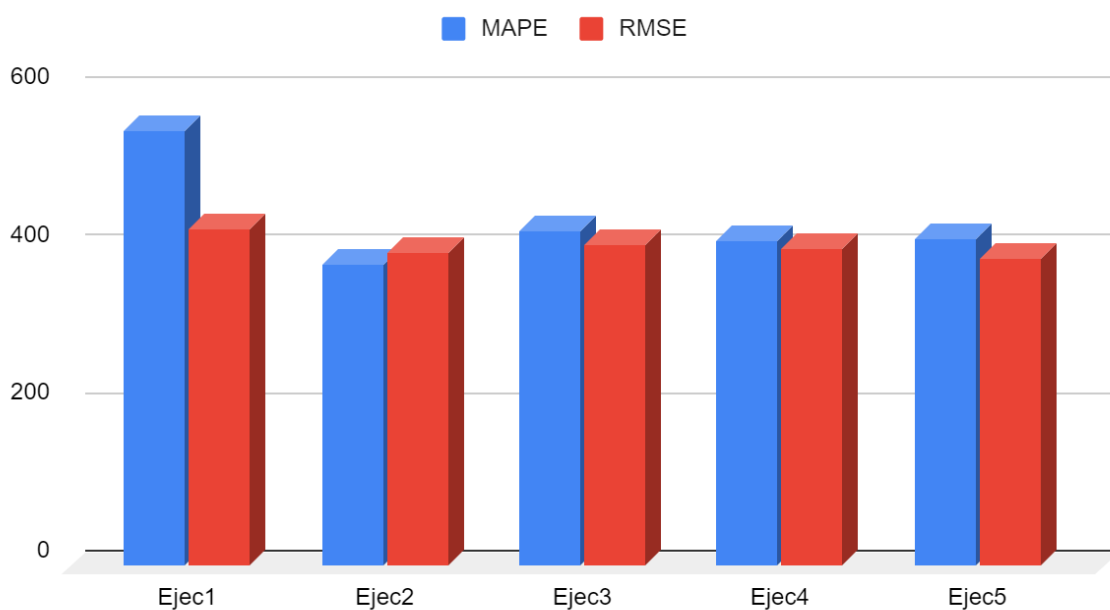
Esta vez en la misma tabla vamos a poner los valores de las soluciones y de tiempo, ya que solo hay que mostrar los resultados de los valores obtenidos con Potencia_MAPE y Potencia_RMSE.

| EvM | MAPE | MAPE | RMSE | RMSE |
|-------|----------|----------|-----------|----------|
| | Solución | Tiempo | Solución | Tiempo |
| Ejec1 | 10.7917 | 551.8316 | 2104.7816 | 427.1911 |
| Ejec2 | 0.9434 | 382.9508 | 190.2705 | 397.9022 |
| Ejec3 | 3.2696 | 425.3008 | 16.8094 | 406.6242 |
| Ejec4 | 2.2959 | 411.5359 | 276.6218 | 402.8936 |
| Ejec5 | 2.4068 | 413.6754 | 764.4406 | 388.813 |
| Media | 3.9415 | 437.0589 | 670.5848 | 404.6848 |
| Desv. | 3.9188 | 66.0245 | 848.3897 | 14.2427 |

Soluciones (EvM)



Tiempos de ejecución ms (EvM)



Los tiempos de ejecución son mucho mayores en este caso, ya que la evaluación de un individuo es relativamente costosa, ya que se tiene que hacer con respecto a toda la muestra dada.

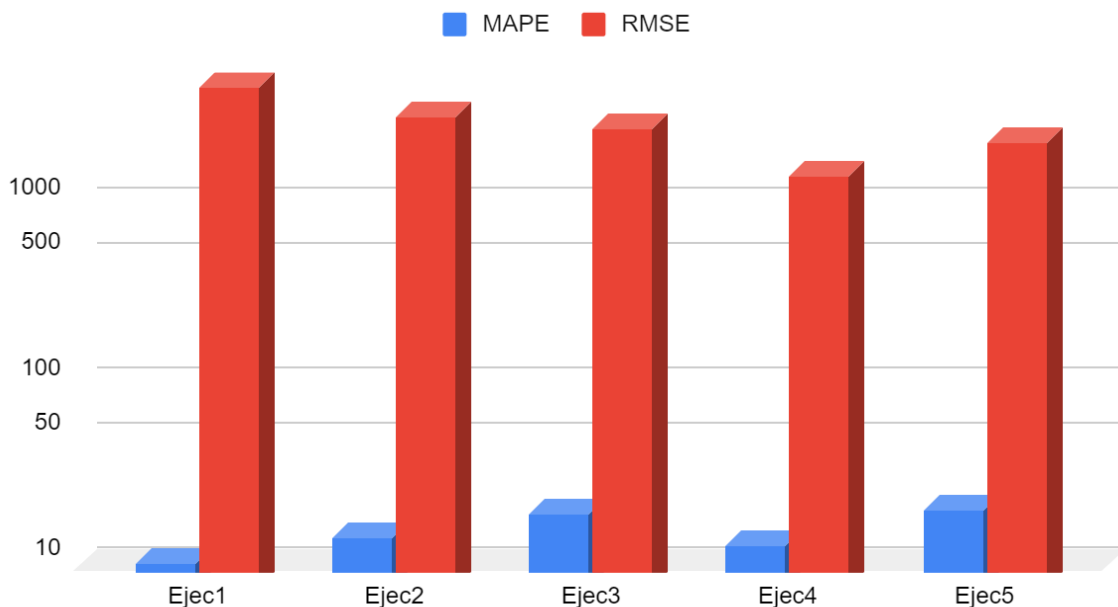


Esto hace que el tiempo sea relativamente notable aunque ni siquiera llega a un segundo. Si nos fijamos en las soluciones arrojadas, vemos que la mejor ejecución para Potencia_MAPE ha sido la segunda con la semilla 8876012 y para el caso de Potencia_RMSE ha sido la tercera que utiliza la semilla 88760120.

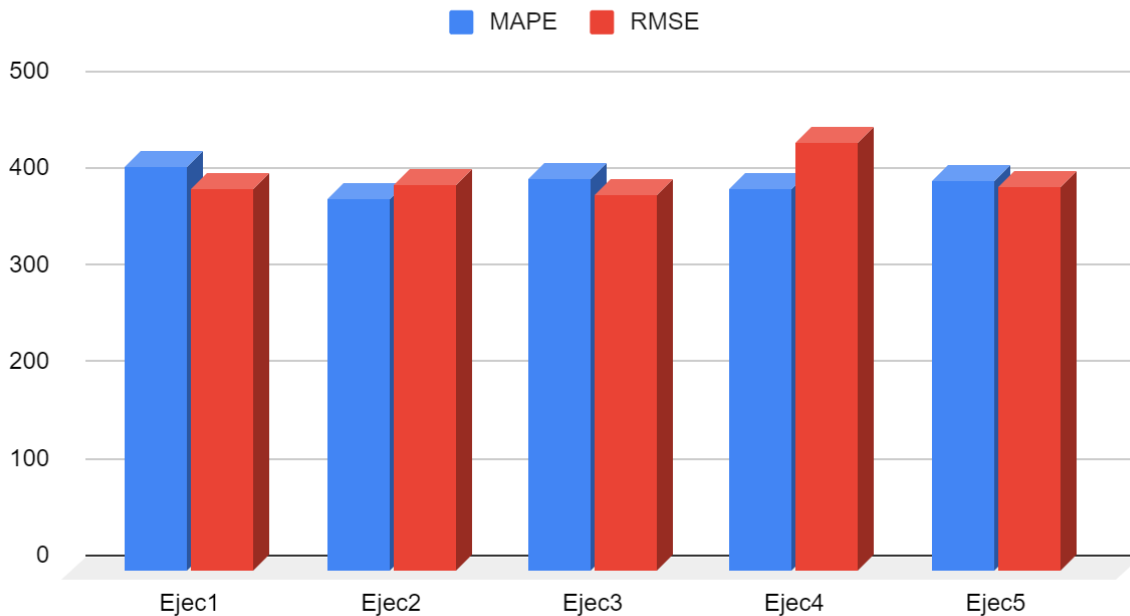
6.2 Resultados con algoritmo evolutivo (EvBLX)

| EvBLX | MAPE | MAPE | RMSE | RMSE |
|-------|----------|----------|-----------|----------|
| | Solución | Tiempo | Solución | Tiempo |
| Ejec1 | 9.8555 | 417.9906 | 4368.5606 | 394.92 |
| Ejec2 | 13.9273 | 384.3014 | 3049.9706 | 398.1144 |
| Ejec3 | 18.6111 | 405.645 | 2592.167 | 388.3718 |
| Ejec4 | 12.554 | 395.1115 | 1428.9469 | 443.1475 |
| Ejec5 | 19.9067 | 402.7954 | 2182.0633 | 396.2841 |
| Media | 14.9709 | 401.1688 | 2724.3417 | 404.1676 |
| Desv. | 4.2045 | 12.5185 | 1095.3394 | 22.0978 |

Soluciones (EvBLX)



Tiempos de ejecución ms (EvBLX)



En este caso los tiempos de ejecución también son notables, pero aún así siguen siendo bastante reducidos, ya que están por debajo de medio segundo.

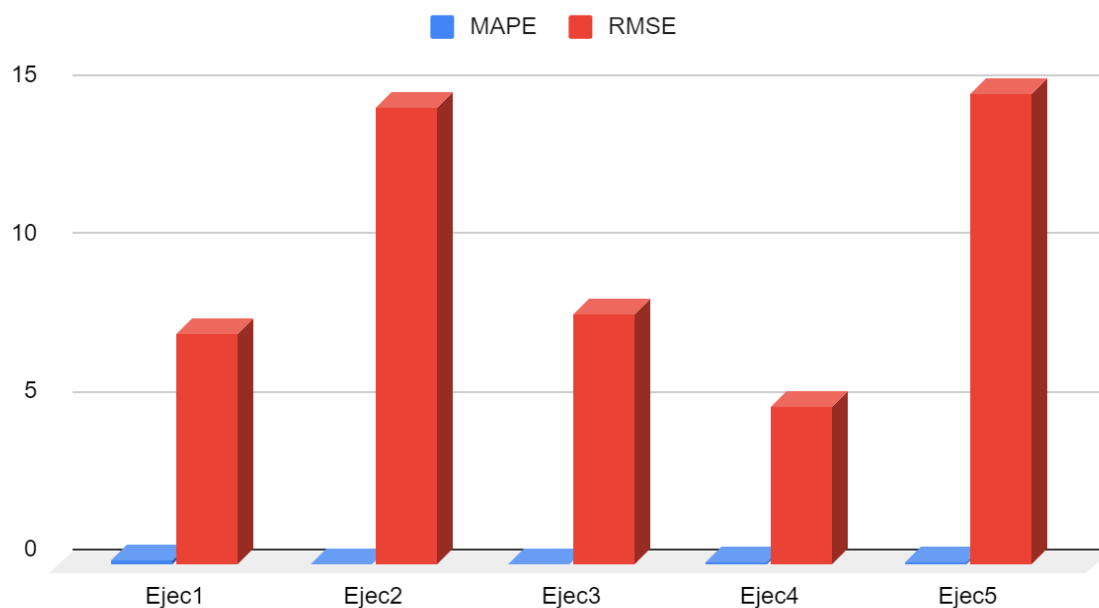
Por tanto, la mejor ejecución para la función de Potencia_MAPE ha sido la primera, que utiliza la semilla 20887601 y para el caso de Potencia_RMSE ha sido la cuarta que utiliza la semilla 76012088.

6.3 Resultados con algoritmo de evolución diferencial (ED)

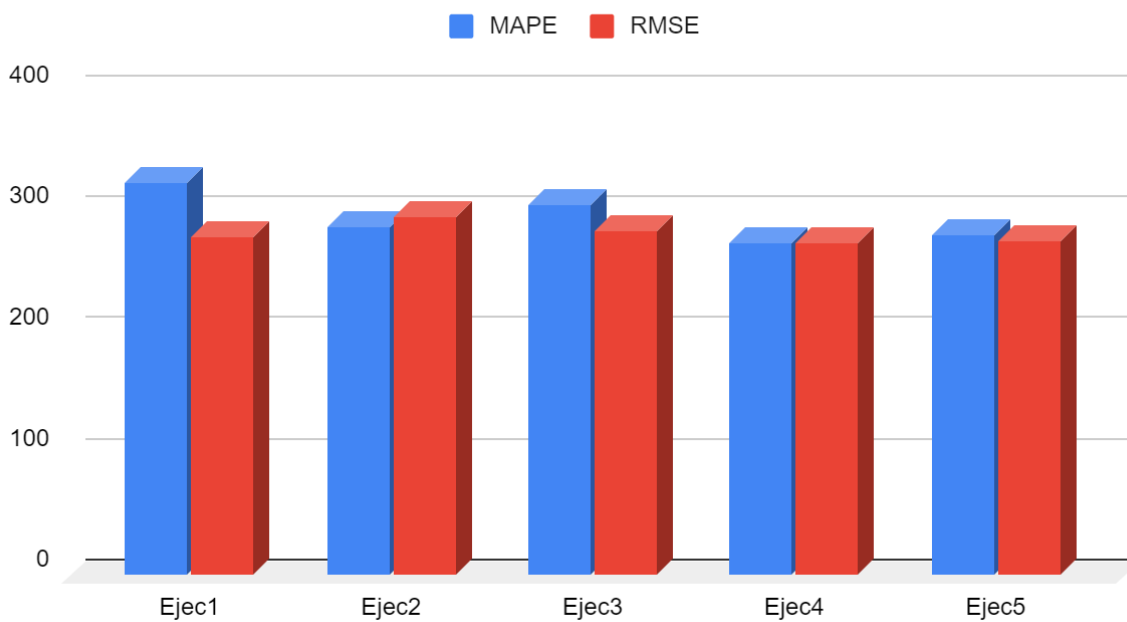
| ED | MAPE | MAPE | RMSE | RMSE |
|-------|----------|----------|----------|----------|
| | Solución | Tiempo | Solución | Tiempo |
| Ejec1 | 0.1295 | 324.2921 | 7.287 | 279.0705 |
| Ejec2 | 0.0349 | 287.0306 | 14.4487 | 295.3415 |
| Ejec3 | 0.0349 | 306.0799 | 7.9432 | 283.9635 |
| Ejec4 | 0.0773 | 275.0639 | 5.0091 | 275.1728 |
| Ejec5 | 0.0993 | 280.2777 | 14.8796 | 276.7809 |
| Media | 0.0752 | 294.5488 | 9.9135 | 282.0658 |
| Desv. | 0.0412 | 20.3561 | 4.4739 | 8.1281 |



Soluciones (ED)



Tiempos de ejecución ms (ED)





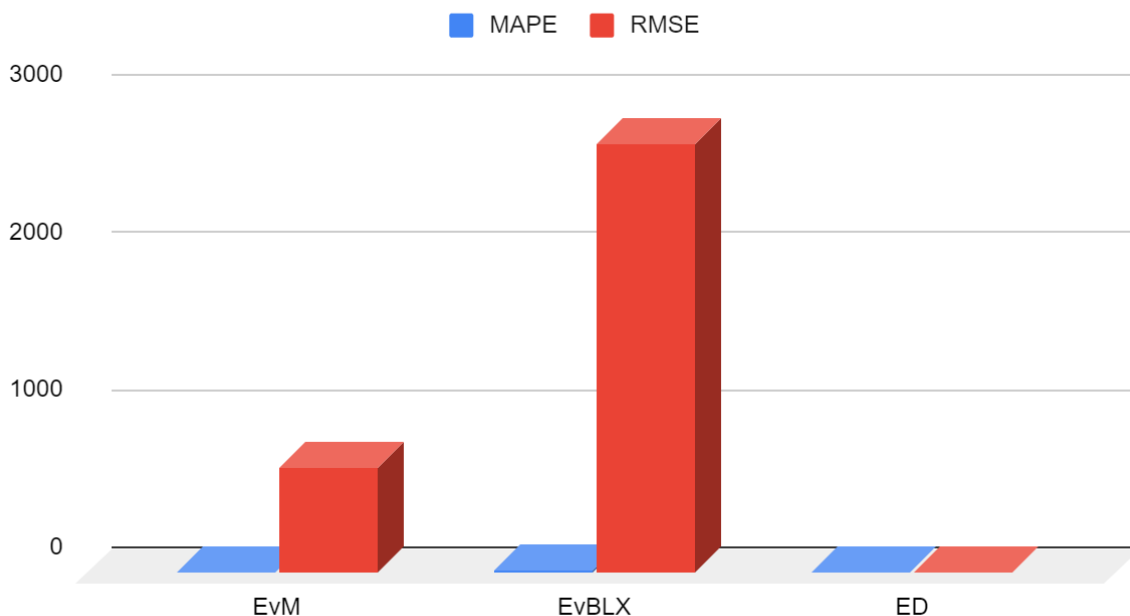
6.4 Comparación de los resultados

Ahora una vez que hemos expuesto los datos que hemos obtenido tras realizar las distintas ejecuciones, vamos a hacer una comparativa entre estos algoritmos en base a estos datos recogidos.

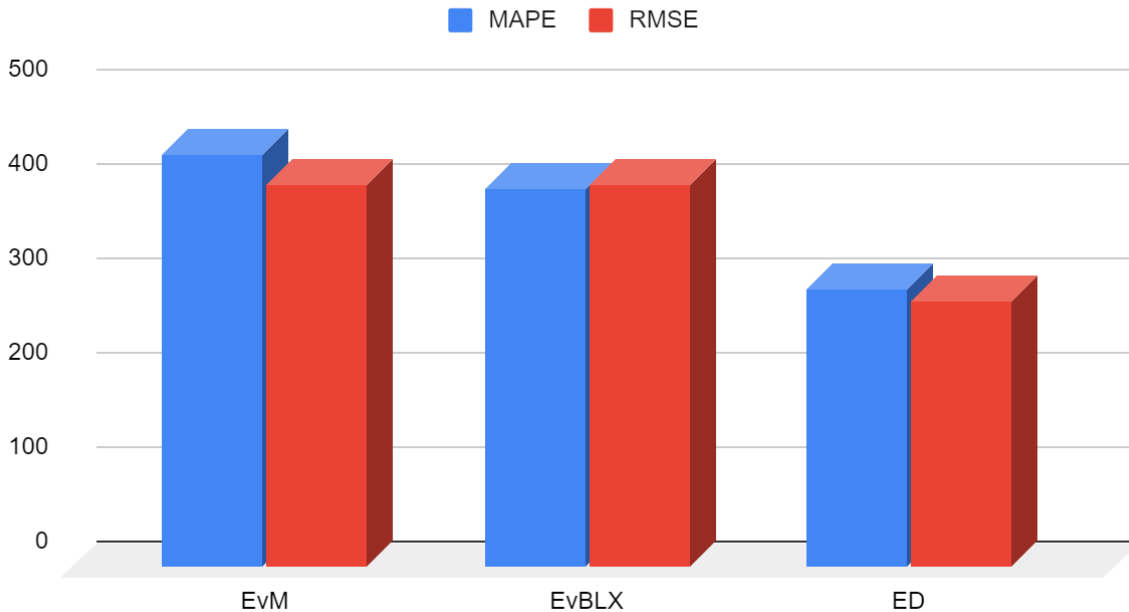
En el caso de RMSE los valores obtenidos siempre son mayores por la propia definición de la fórmula.

| Alg. | MAPE | MAPE | RMSE | RMSE |
|--------------|----------|-----------|------------|-----------|
| | Solución | Tiempo | Solución | Tiempo |
| EvM | 3.94148 | 437.0589 | 670.58478 | 404.68482 |
| EvBLX | 14.97092 | 401.16878 | 2724.34168 | 404.16756 |
| ED | 0.07518 | 294.54884 | 9.91352 | 282.06584 |

Comparación de soluciones



Comparación de tiempos (ms)



Como vemos los mejores resultados han sido obtenidos por el algoritmo de evolución diferencial, ya que es el que ha obtenido soluciones con menor desviación de error en base a la muestra. Además, este lo hace incluso en menor tiempo que el resto de algoritmos.

Esto se debe a que este algoritmo simplemente aplica un único operador de recombinación ternario, por tanto, solo se hace un cálculo matemático que es mucho más rápido que hacer todo el resto de operadores que aplican el resto de algoritmos, además de tener en cuenta los élites.

6.5 Conclusión

Para saber cuáles son los datos más relevantes en la generación de potencia en los módulos fotovoltaicos, vamos a fijarnos en el algoritmo de evolución diferencial (ED), el cuál ha sido el que ha obtenido mejores resultados.

Los valores de la mejor solución obtenida han sido:

| a1 (Indepen.) | a2 (DNI) | a3 (Ta) | a4 (Ws) | a5 (SMR) |
|---------------|-----------|-----------|----------|----------|
| 0.1119 | -9.433E-6 | -7.366E-5 | 4.973E-4 | 0.01962 |



Como sabemos estos valores están comprendidos entre $[-1, 1]$, por tanto cuanto más cerca del cero estén estos valores podemos decir que ese término tiene menor relevancia (al multiplicar en la fórmula se hace cero).

Por tanto si ordenamos los valores por orden de relevancia tendríamos:

1. **a1:** Término independiente
2. **a5:** SMR
3. **a4:** Velocidad del viento (W_s)
4. **a3:** Temperatura (T_a)
5. **a2:** Irradiancia (DNI)

7. Enlaces relacionados

- **Archivos de logs:** https://drive.google.com/drive/folders/1l_yNqRGThTxi8pbK2P3o3Fdo1PIElZgP?usp=sharing
- **Optimization Test Functions:** <https://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html>
- **Algoritmos genéticos:** <http://www.cs.us.es/~fsancho/?e=65>