

Problemas

Ejercicios de repaso

1

Contar instrucciones

```
def Una(Imagen[n, n], m)
  i = m + 1
  repeat
    for j = m + 1 to n - m
      Otra(Imagen, i, j, m)

    i = i + 1
  until i > n - m
```

```
def Otra(Imagen[n, n], x, y, tam)
  acum = 0
  for i = y - tam to y + tam
    for j = x - tam to x + tam
      acum = acum + Imagen[i, j]
```

← (I)

Número promedio de ejecuciones de (I)

2 A partir del conteo de instrucciones derivar O

Expression	Dominant term(s)	$O(\dots)$
$5 + 0.001n^3 + 0.025n$		
$500n + 100n^{1.5} + 50n \log_{10} n$		
$0.3n + 5n^{1.5} + 2.5 \cdot n^{1.75}$		
$n^2 \log_2 n + n(\log_2 n)^2$		
$n \log_3 n + n \log_2 n$		
$3 \log_8 n + \log_2 \log_2 \log_2 n$		
$100n + 0.01n^2$		
$0.01n + 100n^2$		
$2n + n^{0.5} + 0.5n^{1.25}$		
$0.01n \log_2 n + n(\log_2 n)^2$		
$100n \log_3 n + n^3 + 100n$		
$0.003 \log_4 n + \log_2 \log_2 n$		

3 Propiedades de las notaciones asintóticas

Indicar verdadero o falso. En caso de que sea falso, indicar la expresión correcta.

1. $O(f + g) = O(f) + O(g)$

2. $O(f \cdot g) = O(f) \cdot O(g)$

3. Transitividad

*si $g \in O(f)$ y $h \in O(f)$
entonces $g \in O(h)$*

4. $5n + 8n^2 + 100n^3 \in O(n^4)$

5. $5n + 8n^2 + 100n^3 \in O(n^2 \cdot \log n)$

Ejercicio 7.17 Llamamos t al tiempo de ejecución de un algoritmo, t_m al tiempo en el caso más favorable, t_M el tiempo en el caso más desfavorable, y t_p al tiempo promedio. Decir si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) $t_p \in O(t_M)$
- b) $t \in \Omega(t_M)$
- c) $t_m \in O(t_M)$
- d) $t_m \in \Theta(t_M) \Rightarrow t_p \in \Theta(t_m)$
- e) $t_m \in \Omega(t_M) \Rightarrow t \in \Theta(t_m)$
- f) En cualquier algoritmo $t_m \neq t_M$
- g) $(t_M)^2 \in \Omega(t_M)$
- h) $(t_p)^2 \in \Omega(t_p)$
- i) $t_p + t_m + t_M \in \Theta(t_M)$
- j) $t_p \in \Theta\left(\frac{t_M + t_m}{2}\right)$

5

Ordenar órdenes de ejecución

Dadas las siguientes funciones $f(n)$

$$\log_3 2n \quad \ln n^2 \quad \sqrt{n}, \quad 5^{\sqrt{4n}} \quad 2^n$$

Ordenar utilizando la relación de inclusión, O y Ω

a

Tenemos dos programas **A** y **B** que realizan la misma función. Se van utilizar para procesar entradas de hasta 10^9 elementos.

A tiene un tiempo medio $T_A(n) = 0.001n$ ms.

B tiene un tiempo medio $T_B(n) = 500 \cdot \sqrt{n}$ ms.

¿Cuál es el mejor en cuanto a O ?

¿Cuál elegiríamos con esta información?

8

Calcula el tiempo de ejecución y el valor que devolverá este algoritmo

```
int doble(n) {  
    if (n == 1) {  
        return 1;  
    } else {  
        return 2 * doble(n - 1);  
    }  
}
```

El coste las comparaciones es 1 instrucción y la multiplicación es 4

9

Calcula el orden exacto (utilizando fórmulas maestras) y utilizando la técnica de la ecuación característica

$$T(n) = 2 T\left(\frac{n}{2}\right) + 4n$$

10

Derivar fórmulas maestras

$$t(n) = a t\left(\frac{n}{b}\right) + cn^k$$

Resolver la ecuación recurrencia, siendo $b \geq 2$, $k \geq 0$ y n una potencia de b .