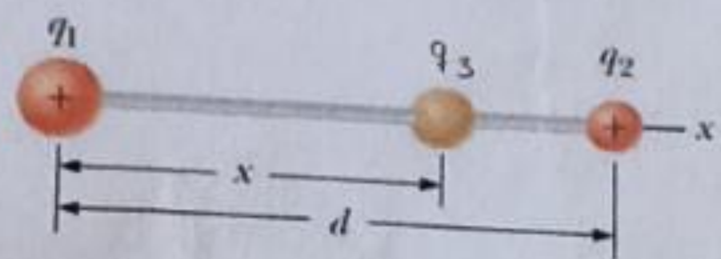
Hitan Divi Rosete Velazco.

4. Dos pequeñas esferas que tienen cargas positivas $q_1 = 3q$ y $q_2 = q$ se fijan en los
1 extremos opuestos de una barra aislante horizontal de longitud $d = 1.5$m. La esfera con carga q_1 está en el origen. Como se muestra en la figura, una tercera esfera pequeña cargada es libre para deslizarse sobre la varilla. **¿En qué posición x está en equilibrio la tercera esfera?**

0.951 m



$q_3 = q$

$q_1 = 3q$ — carga en el origen.

$q_2 = q$.

$d = 1.5$m

(1) Buscamos obtener la fuerza neta sobr la carga que nombramos como q_3 cuando está en equilibrio.

recordamos que:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \vec{F}_{q_1} + \vec{F}_{q_2} + \vec{F}_{q_3} = 0$$

entonces

$$\vec{F}_{q_1} = \vec{F}_{q_2}$$

recordamos que $\longrightarrow$ $\vec{F}_e = K_e \dfrac{q_1 q_2}{r^2}$

entonces:

$$\vec{F}_{q_1} = K_e \frac{(3q)(q)}{x^2} \quad \wedge \quad \vec{F}_{q_2} = \frac{K_e (q)(q)}{(d-x)^2}$$

recordamos $\rightarrow \vec{F}_{q_1} = \vec{F}_{q_2}$

$$K_e \frac{(3q)(q)}{x^2} = \frac{K_e (q)(q)}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{\cancel{K_e}}{\cancel{K_e}}\left(\frac{(3q)(q)}{x^2}\right) = \frac{(q)(q)}{(d-x)^2}$$

$$\left(\frac{1}{(q)(q)}\right)\frac{(3q)(q)}{x^2} = \frac{(q)(q)}{(d-x)^2}\left(\frac{1}{(q)(q)}\right) \Rightarrow \frac{(3\cancel{q})(\cancel{q})}{(\cancel{q})(\cancel{q})x^2} = \frac{(\cancel{q})(\cancel{q})}{(d-x)^2(\cancel{q})(\cancel{q})}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \longrightarrow 3(d-x)^2 = x^2$$

$$x = \sqrt{3}\sqrt{(d-x)^2} \longrightarrow x = \sqrt{3}(d-x) \longrightarrow x = \sqrt{3}d - \sqrt{3}x$$

Despejamos con respecto a x

$$\underbrace{x + \sqrt{3}x}_{\text{sacamos factor común}} = \sqrt{3}d$$

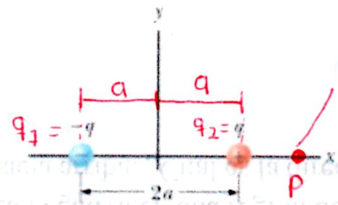
$$x(1+\sqrt{3}) = \sqrt{3}d \xrightarrow{\text{despejamos "x"}} \therefore x = \frac{\sqrt{3}d}{(1+\sqrt{3})}$$

Sustituimos

$$x = \frac{\sqrt{3}(1.5m)}{(1+\sqrt{3})} = 0.9509\,m$$

1

5. Considere el dipolo eléctrico que se ilustra en la figura. Demuestre que el campo eléctrico en un punto distante sobre el eje +x es: $E_x \approx \frac{4k_e qa}{x_3}$ (Nota: x >> a)



① Recordamos que si las cargas son puntuales ∧ las podemos contar podemos aplicar el principio de superposición.

② Para demostrar que $E_x \approx \frac{4keqa}{x^3}$ utilizaré el potencial electrico. en el punto P.

$$V_p = V_{q_1} + V_{q_2}$$

③ Recordamos que:

$$V_{q_1} = Ke\frac{q_1}{r} \quad \wedge \quad V_{q_2} = Ke\frac{q_2}{r}$$

④ Entonces:

$$V_p = V_{q_1} + V_{q_2}$$

Sustituimos

$$V_p = -Ke\frac{q_1}{(x-a)} + \frac{Keq_2}{(x+a)}$$

$$V_p = Ke\left[-\frac{q_1}{(x-a)} + \frac{q_2}{(x+a)}\right]$$

$$V_p = Ke\left[\frac{-q(x+a)}{(x-a)(x+a)} + \frac{q(x-a)}{(x+a)(x-a)}\right] = Ke\left[\frac{\cancel{-qx} - qa \cancel{+qx} - qa}{x^2 \cancel{-xq} \cancel{+xq} - a^2}\right] = \frac{-2qaKe}{x^2 - a^2}$$

⑤ Suponemos que x>>a ; esto quiere decir que a va a ~~ser~~ muy pequeña por lo tanto podemos despreciarlo.

$$\therefore V_p = \frac{-2qaKe}{x^2}$$

⑥ Debido a que esta sobre el eje x recordamos que

$$\boxed{\bar{E}_x = \frac{d}{dx} V_p \hat{\imath}}$$

E = - d/dx V

⑦ Sustituimos

$$\bar{E}_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{-2qaK_e}{x^2}\right)$$

⑧ Sacamos las constantes

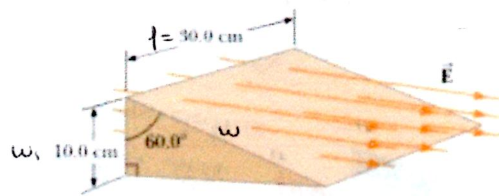
$$\bar{E}_x = (-2qaK_e)\frac{\partial}{\partial x}(x^{-2}) = (-2qaK_e)(-2x^{-3})$$

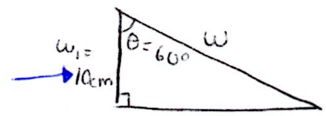
$$\rightarrow \bar{E}_x = 4qaKex^{-3} = \frac{4qKea}{x^3} \longrightarrow \therefore \bar{E}_x \approx \frac{4Keqa}{x^3}\hat{\imath}$$

Muy bien aplicado el concepto de potencial eléctrico. Cuida el signo negativo al convertir a campo eléctrico

0.5

11. Considere una caja triangular cerrada en reposo dentro de un campo eléctrico horizontal con una magnitud $E = 7.80 \times 10^4$ N/C, como se muestra en la figura. Calcule el flujo eléctrico a través de la superficie inclinada.





① Datos:

$E = 7.80 \times 10^4$ N/C

$\theta = 60°$

$w_1 = 10cm = 0.10m$

$l = 30cm = 0.30m$

② Determinamos el valor de w

Sabemos que $\Rightarrow \cos\theta = \frac{w_1}{w}$

despejamos w

$$w = \frac{w_1}{\cos\theta}$$

$$w = \frac{0.10m}{\cos(60°)} = 0.2m$$

③ Recordamos que el flujo electrico esta dado por:

$$\phi_E = EA_\perp$$

$$A_\perp = lw\cos\theta$$

④ Sustituimos en $A_\perp = lw\cos\theta$ para encontrar el área total que necesitamos para conocer el flujo electrico.

$$A_\perp = lw\cos\theta$$

$$A_\perp = (0.30m)(0.2m)\cos 60°$$

$$A_\perp = 0.05196m^2$$

flujo = E·A = EAcos(60)

A = L x w= L *(d/cos(60))

flujo = E(L*d)

⑤ Sustituimos en $\phi_E = EA_\perp$ para conocer el flujo electrico.

$$\phi_E = EA_\perp$$

$$\phi_E = \left(7.80\times10^4 \frac{N}{C}\right)(0.05196m^2)$$

$$\phi_E = 4052.88 \frac{N\cdot m^2}{C}$$

flujo = 2340 C/N m^2