Problema 1

- ¿Que es la energía del estado fundamental de un sistema cuántico (ejemplo: particula cuántica + pozo de potencial)?

Problema 2

Un láser rojo emite luz de $794\,\mathrm{nm}$. Suponga que esta luz se debe a la transición de un electrón dentro de un pozo cuántico del estado $n = 2$ al estado $n = 1$. Encuentre la longitud **L** del pozo.

Problema 3

Un electrón con energía total $E = 4.5\,\mathrm{eV}$ se aproxima a una barrera rectangular de energía con $U = 5.0\,\mathrm{eV}$ y $L = 9.5\,\mathring{\mathrm{A}}$. De acuerdo con la mecánica clásica, el electrón no podría pasar la barrera de potencial por que $E < U$. Sin embargo, segun la mecánica cuántica, la probabilidad de obtener el efecto tunel no es cero. **Calcule la probabilidad de transmición T:**

Problema 4

En una región del espacio, una partícula cuántica con energía total cero tiene una función de onda $\psi = Axe^{-x^2/L^2}$. **Encuentre la energía potencial $U(x)$**

Problema 5

Demuestre que el primer término de la ecuación de Scrödinger, se reduce a la energía cinética de la partícula cuántica multiplicada por la función de onda: $\psi(x) = Ae^{ikx}$.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi + U\psi = E\psi$$

(1) Problema 1.

¿Que es la energía del estado fundamental de un sistema cuántico?

La energía del estado fundamental de un sistema cuántico representa el nivel o estado de energía más bajo, esto significa que mientras no le llegue energía al átomo el electrón permanecerá en estado fundamental

(0.5) Problema 2

Un laser rojo emite luz de 794 nm. Suponga que esta luz se debe a la transición de un electrón dentro de un pozo cuántico del estado $n=2$ al estado $n=1$. Encuentre la longitud L del pozo

$$E_n = n^2\left(\frac{h^2}{8m_eL^2}\right) \qquad E = hf = 6.626\times10^{-34}\, f$$

$$E = \frac{1240}{794nm} = 1.56\ eV$$

$(\Delta E_n = E_{n2} - E_{n1}) = 1.56\ eV$

$$1.56\ ev = 7^2\left(\frac{h^2}{8m_eL^2}\right) \Longrightarrow L = \sqrt{\frac{h^2}{8m_eL^2}}$$

$$L = \sqrt{\frac{(6.626\times10^{-34})^2}{8(9.11\times10^{-31})(2.49\times10^{-19})^2}} = \sqrt{\frac{4.39\times10^{-67}}{(7.28\times10^{-30})(6.2\times10^{-38})}}$$

$$= \sqrt{\frac{4.39\times10^{-67}}{4.5136\times10^{-67}}} = \sqrt{0.9726} = 0.9862$$

$$L = 0.9862\ m$$

(1) Problema 3

Calcule la probabilidad de transmición T:

Datos

$U = 5\ eV$
$E = 4.5\ eV$
$L = 9.5\ \text{Å}$

$T = e^{-2CL}$ $\qquad C = \frac{\sqrt{2me(U-E)}}{\hbar}$; $\hbar = 1.0545 \times 10^{-34}\ Js$

$me = 9.11 \times 10^{-31}\ Kg$

$L = 9.5\ \text{Å}$ pasar a nm $\Rightarrow (9.5 \times 10^{-10})\left(\frac{1nm}{1 \times 10^{-9}}\right) = 0.95nm$

$C = \frac{\sqrt{2(9.11 \times 10^{-31} kg)(0.5 eV)}}{1.0545 \times 10^{-34}\ J \cdot S}$ Convertir 0.5 eV a Joules

$\left(\frac{0.5}{6.242 \times 10^{18}}\right) = 8.0109 \times 10^{-20}\ J$

$C = \frac{\sqrt{2(9.11 \times 10^{-31} kg)(8.0109 \times 10^{-20} J)}}{1.0545 \times 10^{-34}\ \cancel{J}S} = 3.623 \times 10^{9}\ kg/s$

$T = e^{-2(3.623 \times 10^{9})(0.95 \times 10^{-9})} = \underline{1.0243 \times 10^{-3}}$

Comprobación

$T + R = 1$

$R = 1 - T = 1 - 1.0243 \times 10^{-3} = 0.99$

$T + R = 1$

$1.0243 \times 10^{-3} + 0.99 = 1$

$1 = 1$

(0.75) La respuesta es correcta, pero no se observa que se hayan realizado las operaciones de 1ra y segunda derivada.

4)

$$U_x = \left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\frac{1}{\psi}\ \frac{d^2\psi}{dx}$$

$$\psi(x) = Axe^{-x^2/L^2}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = (4Ax^3 - 6AxL^2)\ \frac{e^{-x^2/L^2}}{L^4}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{(4x^2-6L^2)}{L^4}\ \psi(x)$$

$$U(x) = \frac{\hbar^2}{2mL^2}\left(\frac{4x^2}{L^2} - 6\right)$$

(0.75)

Problema 5

Si $K = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$; $K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$

$$\psi(x) = A e^{ikx}$$

$$E\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi + \cancel{U\psi}^{\,0}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} = \frac{-2m}{\hbar^2} \cdot E\psi$$

Sustituyendo el valor de K^2 tenemos

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = \frac{-2mE}{\hbar^2}\psi(x)$$

$$\boxed{\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -K^2\psi(x)}$$

Tenemos que buscar una función $\psi(x)$ que tenga doble derivada y sea igual a $-\psi(x)$

$$\psi(x) = A\,\text{sen}(Kx) + B\cos(Kx) = (A+B)e^{ik}$$

$$\psi(0) = A\,\text{sen}(0) + B\cos(0)$$

$$\psi(0) = A(0) + B(1)$$

$$\psi(0) = B = 0$$

solamente falto sustituir esta segunda derivada y reducir

$$\therefore \psi(x) = A e^{ik}$$

Finalmente $-\frac{\hbar^2}{2m}\boxed{\frac{d^2}{dx^2}\psi} = K A e^{ik}$