



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y CIRCUITOS
ACTUADORES PARA MECATRÓNICA (EC5136)

Proyecto

Diseño de los sistemas actuadores de una impresora 3D.

Estudiantes:

Christian Dos Santos Carnet: 14-10315

Jesús Colmenares Carnet: 14-11384

Jesús Guillén Carnet: 14-10460

Profesor:

Víctor Guzmán

Sartenejas, diciembre de 2019

Índice

• Portada.....	I
• Índice.....	II
• Justificación.....	1
• Objetivos.....	2
• Requerimientos técnicos.....	2
1. Diseño.....	3
1.1. Descripción general del sistema.	3
1.2. Cinemática del manipulador.	3
1.3. Dinámica del manipulador.	6
1.4. Planificador de trayectorias.	6
1.5. Diseño mecánico del sistema.....	7
1.6. Diseño eléctrico.	9
1.7. Modelado del actuador.	11
1.8. Diseño del sistema de control.	15
2. Simulación.	20
2.1. Respuesta al escalón de un actuador controlado.	21
2.2. Respuesta de una trayectoria determinada en una dimensión.	23
2.3. Respuesta de una trayectoria determinada en tres dimensiones.....	24
2.4 Simulación de potencia del motor en PSIM.....	29
3. Discusión de resultados y conclusiones.	30
• Referencias.....	31

Justificación

La impresión 3D es un proceso de fabricación que ha venido adquiriendo gran importancia en los últimos años, y progresivamente se ha ido masificando y ganando terreno en todas las áreas. Hoy en día es usada para crear desde piezas y prototipos muy simples, hasta incluso viviendas y órganos artificiales.

En la tecnología de impresión 3D el hardware y el software van de la mano para lograr ejecutar el proceso. Dentro del hardware los actuadores juegan un papel fundamental ya que son los que van a permitir el desplazamiento del extrusor, que es una parte fundamental de la impresora al ser una especie de boquilla que toma el filamento de impresión, lo funde y lo va depositando en capas. Como es lógico, para tener una buena calidad de impresión los actuadores deben poder ofrecer un movimiento de gran exactitud tanto de posición como de velocidad.

En este sentido, el presente proyecto presenta un alto grado de aplicabilidad y relevancia en la actualidad e involucra combinar principios mecánicos, de electrónica de potencia, manejo de sensores y sistemas de control tal como se ha venido desarrollando en esta asignatura.

Objetivos

General:

- Diseñar los sistemas actuadores de una impresora 3D.

Específicos:

- Plantear la estructura física y mecánica del sistema.
- Plantear un modelo cinemático y dinámico del sistema.
- Diseñar un planificador de trayectorias.
- Determinar las características mecánicas y eléctricas de los motores.
- Determinar los sistemas de acople a emplear.
- Diseñar los circuitos de accionamiento de cada motor.
- Determinar los sensores de retroalimentación necesarios.
- Diseñar el sistema de control de cada motor.

Requerimientos técnicos

El diseño planteado debe cumplir con lo siguiente:

- Tres grados de libertad (x,y,z).
- Control de la posición y velocidad del extremo del manipulador con alta precisión.
- Debe poseer un sistema de acople giro-desplazamiento para cada actuador.
- Debe ser capaz de soportar cargas de hasta 0.25 KG sin afectar la precisión del sistema.

1. Diseño

1.1. Descripción general del sistema.

La estructura general sigue el patrón de diseño moderno de impresoras 3D: se tienen tres grados de libertad con tres articulaciones prismáticas cartesianas. La base del robot se encuentra suspendida por una estructura en forma de paralelepípedo, de tal manera que el espacio de trabajo queda definido como el interior de dicha estructura. La figura (1) muestra la estructura planteada para la impresora.

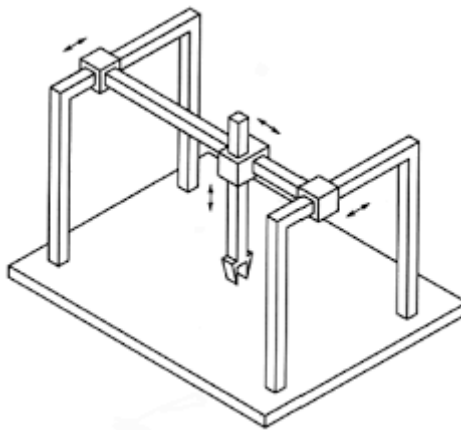


Figura 1. Estructura física planteada

Debido a que la finalidad del sistema es manipular un poco de plástico caliente en el extremo del robot, el mismo no necesita soportar grandes fuerzas y torques sino manejar una alta precisión. Por ello el reto principal del proyecto es lograr la precisión necesaria en lugar de la potencia necesaria (pequeña). Cabe destacar que no está dentro del alcance del proyecto definir el sistema de inyección de plástico, sino el sistema de actuación con una interfaz clara que le permita a un software de alto nivel manipular el extremo del manipulador con alta precisión.

1.2. Cinemática del manipulador.

La cinemática del robot corresponde a la descripción de la posición del extremo del manipulador en función de las variables articulares con respecto a una referencia fija e inercial. Para este caso se define el *sistema de referencia de trabajo* como aquel

cuyo origen coincide con el centro geométrico de la base de soporte de la impresora. En la figura 2 se observa la orientación de dicho sistema, con el eje Z en dirección opuesta a la gravedad y los ejes XY orientados según la forma de la estructura de soporte.

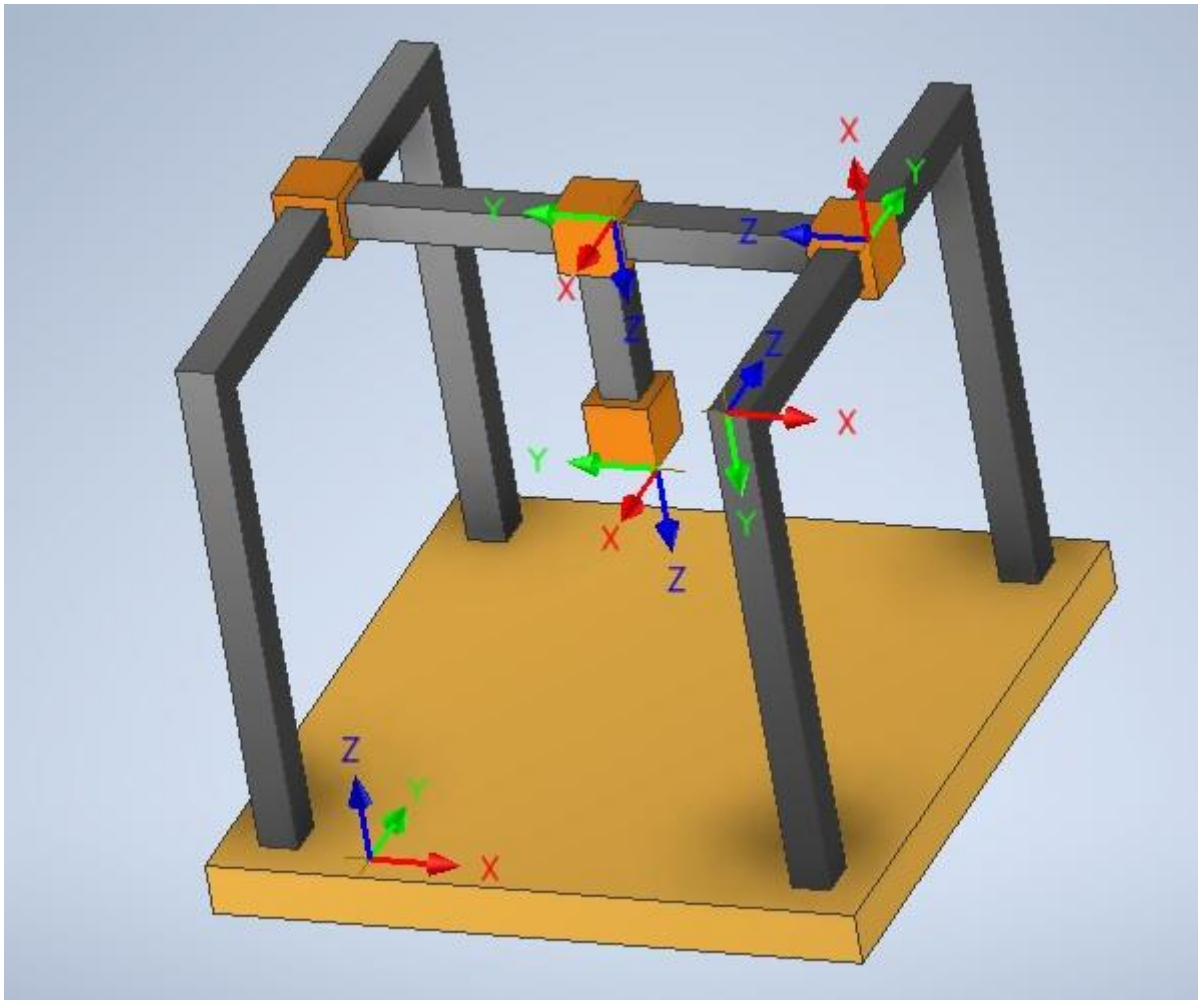


Figura 2. Estructura física y sistemas de referencia.

Con la finalidad de describir independientemente el movimiento de cada articulación, se definen cuatro sistemas más. Estos se escogen siguiendo la convención de Denavit-Hartenberg. Estos se pueden observar en la figura 2. Los sistemas de referencia definidos son los siguientes:

- **Sistema base:** se ubica en el vértice de uno de los marcos que sostienen la estructura, con origen O_0 . Con respecto a este se describe el movimiento del

primer actuador en dirección **Z** (dirección **Y** según el sistema de trabajo). La distancia sobre este eje se define como la variable articular q_1 .

- **Sistema I:** se ubica sobre la primera articulación, con origen O_1 . Sirve de referencia para el segundo actuador en dirección **Z** (dirección **-X** sobre el sistema de trabajo). La distancia sobre este eje se define como la variable articular q_2 .
- **Sistema II :** se ubica sobre la segunda articulación, con origen O_2 . Sirve de referencia para el tercer actuador en dirección **Z** (dirección **-Z** sobre el sistema de trabajo). La distancia sobre este eje se define como la variable articular q_3 .
- **Sistema III :** se ubica sobre la tercera articulación, con origen O_3 . Dicho origen permite definir la posición del extremo del manipulador.

La siguiente tabla que describe las relaciones entre en los sistemas descritos según la convención de Denavit-Hartenberg.

Articulación i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	$-\pi/2$	q_1	0	$\pi/2$
2	$-\pi/2$	q_2	0	$\pi/2$
3	0	q_3	0	0

La orientación de las articulaciones se puede describir mediante las siguientes matrices de transformación:

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_T^3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -q_2 + W \\ -1 & 0 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & -1 & H - q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La última matriz define la relación entre el sistema de referencia de trabajo y el extremo del manipulador. Como se puede observar, la orientación es fija y la posición del mismo queda completamente definida por las variables articulares.

1.3. Dinámica del manipulador.

El modelo dinámico del manipulador consiste en una relación entre las fuerzas aplicadas en todas las articulaciones y el estado de movimiento de cada una (posición, velocidad y aceleración). La expresión que se desea hallar es de la forma:

$$(\mathbf{q}'', \mathbf{q}', \mathbf{q}) = \mathbf{D}(\mathbf{F}_{q1}, \mathbf{F}_{q2}, \mathbf{F}_{q3})$$

Dado que todas las articulaciones son lineales, se puede hallar fácilmente la expresión deseada aplicando mecánica newtoniana.

$$(M_1 + M_2 + M_3)q_1'' + B_1q_1' - F_y = F_{q1}$$

$$(M_2 + M_3)q_2'' + B_2q_2' + F_x = F_{q2}$$

$$M_3q_3'' + B_3q_3' - M_3g + F_z = F_{q3}$$

Donde M_1, M_2, M_3 son las masas de cada articulación, F_x, F_y, F_z corresponden a las componentes del vector de fuerza aplicada en el extremo del manipulador y F_{q1}, F_{q2}, F_{q3} corresponden a las fuerzas aplicadas en cada articulación en el sentido positivo del movimiento.

1.4. Planificador de trayectorias.

El planificador de trayectorias debe ser un algoritmo capaz de tomar un espacio de puntos discretos en tiempo y espacio, y generar una relación funcional que describa la posición, velocidad y aceleración en todo instante de tiempo. Dicho algoritmo ha de aplicarse separadamente al camino deseado en cada articulación. La trayectoria de cada articulación puede ser fácilmente obtenida mediante la relación de cinemática inversa para el extremo del manipulador.

Debido a que se desea una trayectoria suave y derivable, se propone modelar la trayectoria de cada articulación mediante un polinomio de grado n . En este caso, se escoge $n=5$ y se emplea el método de mínimos cuadrados para aproximar una curva que pase por los puntos deseados. Por lo tanto, es necesario hallar los coeficientes del polinomio:

$$p(x) = p_1x^n + p_2x^{n-1} + \dots + p_nx + p_{n+1}.$$

Una vez obtenidos dichos coeficientes, se procede a derivar analíticamente el polinomio dado para obtener el polinomio de la velocidad y aceleración. Es decir:

$$q_i = p(x) \text{ (posición)}$$

$$\dot{q}_i = \dot{p}(x) \text{ (velocidad)}$$

$$\ddot{q}_i = \ddot{p}(x) \text{ (aceleración)}$$

Estas funciones son empleadas para describir en todo instante el tiempo de demanda de posición y velocidad para el sistema de control.

Implementación: en la práctica dicho planificador se implementa mediante un programa de alto nivel en una computadora conectada al sistema. Para propósitos de la simulación, se crea un programa en MATLAB que emplea rutinas numéricas para determinar los coeficientes de dichos polinomios.

1.5. Diseño mecánico del sistema.

El área de impresión de la impresora será un cubo de 22cm de lado, lo que se traduce en un volumen de 10648cm^3 .

Para el movimiento en las direcciones X-Y la prioridad es lograr ofrecer un desplazamiento a una rapidez de 40mm/s. Es necesario un mecanismo de acople giro - desplazamiento lineal debido a que se usarán motores Brushless DC tradicionales (no lineales). Se utilizará un acople tipo tornillo sin fin ya que nos interesa poder controlar con gran precisión el desplazamiento. Se considera que por cada vuelta del tornillo la tuerca avanza linealmente una distancia igual al paso del tornillo, de donde se obtiene la siguiente relación:

$$v = l * n$$

Donde:

v = velocidad lineal

l = paso del tornillo

n = velocidad del tornillo (en rpm)

Sabiendo que los motores son de 4000rpm se calculará el paso del tornillo de acople mediante la fórmula anterior:

$$l = \frac{v}{n} = \frac{40cm/s}{4000rpm} = \frac{(400mm/s) * 60}{4000rps} = 6 \frac{mm}{vuelta}$$

Por lo tanto el se usará un tornillo sin fin de paso 6mm con rodamientos recirculantes con los cuales, gracias a su alta eficiencia, es posible despreciar las pérdidas en el acople.

Por otro lado, se desea tener una resolución vertical de 0.25mm por lo que para el actuador responsable del movimiento en el eje z se dará prioridad a este criterio sobre la velocidad (que en el eje z no es tan importante).

En este sentido, se usará igualmente un acople de tipo tornillo sin fin, fijando el paso del mismo en 0.2mm para asegurar que sea posible cumplir con la resolución planteada. la velocidad lineal máxima en el eje z vendrá dada por:

$$v = l * n = 0.2 \frac{mm}{vuelta} * 4000rpm = 0.2 \frac{mm}{vuelta} * \frac{4000rps}{60} = 13.33 \frac{mm}{s}$$

Para el Cálculo de las inercias rotacionales equivalentes vistas por cada motor, vendrán dadas por la siguiente expresión:

$$J = M * \left(\frac{l}{2\pi} \right)^2$$

Donde:

J = inercia equivalente vista por el motor

M = Masa a desplazar linealmente

l = paso del tornillo

- Motor desplazamiento eje X:

M = 0.5Kg l = 6mm

$$J_x = 0.5 * \left(\frac{6 * 10^{-3}}{2\pi} \right)^2 = 455 * 10^{-9} Kg/m^2 = 4.55g/cm^2$$

- Motor desplazamiento eje y:

M = 1Kg l = 6mm

$$J_y = 1 * \left(\frac{6 * 10^{-3}}{2\pi} \right)^2 = 912 * 10^{-9} Kg/m^2 = 9.12g/cm^2$$

- Motor desplazamiento eje Z:

$$M = 1.5\text{Kg} \quad l = 0.3\text{mm}$$

$$J_z = 1.5 * \left(\frac{0.3 * 10^{-3}}{2\pi} \right)^2 = 3.42 * 10^{-9} \text{Kg/m}^2 = 0.0342 \text{g/cm}^2$$

Al hacer la transformación de movimiento Lineal a Rotacional se debe conservar la potencia genera, de donde se obtiene la relación:

$$T * \omega = f_L * v$$

Donde:

T = torque

ω = velocidad angular

f_L = fuerza lineal

v = velocidad lineal

Para los motores de los ejes X-Y tenemos:

$$T = f_L * \frac{v}{\omega} = f_L * \frac{0.4 * 60}{4000} = f_L * (6 * 10^{-3} \text{m})$$

Y para el eje z:

$$T = f_L * \frac{v}{\omega} = f_L * \frac{0.013 * 60}{4000} = f_L * (0.195 * 10^{-3} \text{m})$$

Los tornillos sin fin a utilizar serán de 8mm de diámetro y 25cm de largo, elaborados con acero inoxidable de densidad 8000Kg/m^3 . lo que se traduce en una masa de 40.2g por tornillo. Esa masa se tomó en cuenta a la hora de estimar la masa que debe desplazar cada motor.

1.6. Diseño eléctrico.

A continuación se muestra un diagrama general de conexión de los distintos componentes eléctricos y electrónicos que se van a utilizar en la impresora:

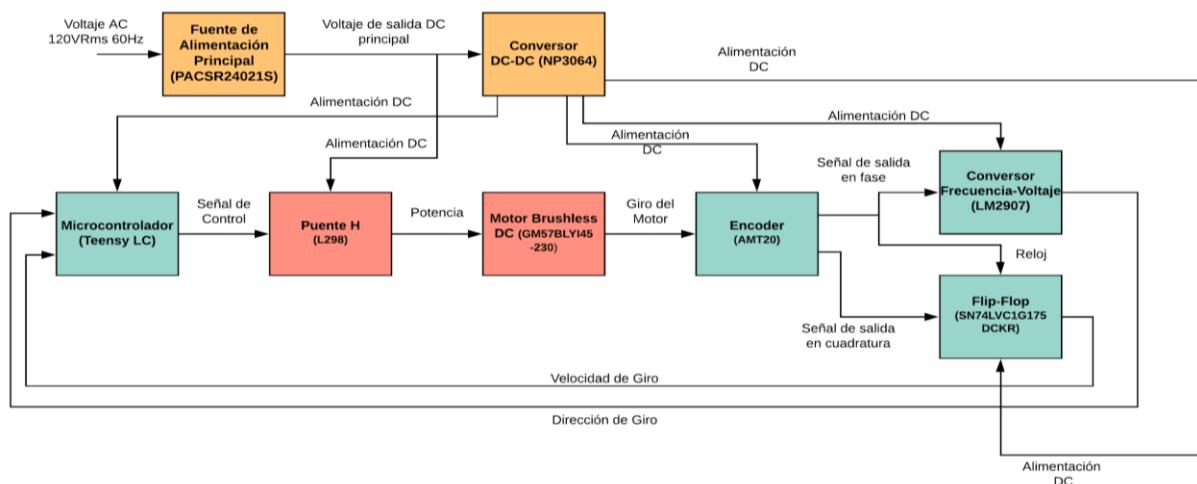


Figura 3. Diagrama de bloques del circuito

El diseño consta de 3 partes bien diferenciadas: El circuito de alimentación, el circuito de potencia del actuador y el circuito de control.

Circuito de alimentación

Consiste en una fuente de alimentación AC-DC, y un conversor DC-DC integrado. La fuente alimentará directamente el puente H y el conversor DC-DC integrado, y este último se encargará de generar los voltajes necesarios para alimentar a los demás componentes.

A continuación se procede a realizar los cálculos para obtener la potencia máxima total consumida por los elementos de la impresora (son 3 ejemplares para cada componente):

$$P_{driver} = 3 * 24V * 3.48A = 250.56W$$

$$P_{Encoder} = 3 * 5V * 8mA = 0.12W$$

$$P_{flip-flop} = 3 * 5V * 10uA = 15 * 10^{-5}W \approx 0$$

$$P_{F/V} = 3 * 24V * 25mA = 0.375W$$

$$P_{micro} = 3 * 5V * 50mA = 0.75W$$

$$P_{Total} = 251.8W$$

Para cumplir con estos requerimientos se eligió el conversor AC-DC PACSR24021S, el cual tiene como voltaje de salida 24V y una potencia máxima de 300W. Por otra parte, se eligió el conversor DC-DC integrado NP3064 para generar los voltajes necesarios para el encoder, el conversor F/V, el flip-flop y el microcontrolador. Este integrado es más que suficiente para lo pedido, ya que puede recibir como entrada voltajes entre 3V y 40V, tiene salida de voltaje ajustable, y su corriente de salida máxima es de 1,5A.

Circuito de potencia del actuador

Consiste en un puente H y un motor brushless DC. El puente H servirá como driver para transferirle potencia al motor.

Como actuador se selecciona un motor Brushless DC con driver de conmutación integrado, de manera que puedan ser controlados mediante PWM. Para

utilizar un valor estándar de pasos de tornillos se requiere de un motor de al menos 4000rpm y que mantenga un peso inferior a los 0.5Kg para que el peso de la impresora y la exigencia de los motores se mantenga en un nivel razonable, por lo que se fijo en torque de al menos 0.025Nm que es lo estándar que un motor con estas características de peso podría ofrecer. En este sentido se seleccionó el GM57BLYI45-230 (se anexa datasheet) el cual pesa 0.4Kg y ofrece 0.055Nm @ 3000Rpm por lo que es capaz de cumplir tranquilamente con nuestras exigencias a 4000rpm. Este motor ya incluye un driver para poder controlarse vía PWM tal como si fuera un motor DC con escobillas.

Cada motor se alimenta con un voltaje de 24V y pueden demandar una corriente pico de 3,48A. En este sentido se buscó un driver Puente H que sea capaz de suministrar estos requerimientos. Por ello se seleccionó el L298 que es capaz de manejar hasta 46V y una corriente de hasta 4A (si se utiliza un L298 por cada motor).

Circuito de control

Consiste en un encoder, un conversor F/V, un flip-flop y un microcontrolador. El encoder se encargará de producir señales con las cuales medir la velocidad y dirección de giro, para que luego con el uso del conversor F/V y el flip-flop se obtenga la velocidad de giro y la dirección de giro directamente. Posteriormente, estas señales irán al microcontrolador, el cual las usará para llevar a cabo el control de posición y velocidad.

1.7. Modelado del actuador.

Se plantea el modelado del sistema mediante un diagrama de bloques que incluya los componentes más relevantes del mismo. Esto incluye los motores, sensores, controladores y generadores PWM. A continuación se detalla el modelado de cada uno.

Modelado de los motores

Para modelar los motores se emplean las ecuaciones diferenciales clásicas que describen su comportamiento mediante una serie de parámetros. Dichas ecuaciones se presentan a continuación:

a) *Ecuación eléctrica:*

$$u(t) = i(t)R + L_M \frac{\partial i(t)}{\partial t} + e_w(t)$$

Donde u es el voltaje aplicado al motor, i la corriente suministrada, e_w el voltaje inducido por el rotor, R y L_M la resistencia e inductancia del motor.

b) *Ecuaciones de conversión electromecánica:*

$$T_e(t) = k_\phi i(t)$$

$$e_w(t) = k_\phi w(t)$$

Donde T_e es el torque producido por el motor y k la constante de conversión.

c) *Ecuación mecánica:*

$$T_e(t) = J \frac{\partial w(t)}{\partial t} + Bw(t) + T_L(t)$$

Donde w es la velocidad angular del rotor, J y B la inercia y constante viscosa del motor. T_L es el torque de carga.

Para propósitos de simulación, resulta conveniente expresar el sistema en forma de variables de estados. Para este caso, se seleccionan la corriente de entrada y la velocidad angular del rotor como las variables de estado. De este modo, el comportamiento del actuador se puede resumir en:

$$\begin{pmatrix} \dot{w}(t) \\ \dot{I}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{B}{J} & \frac{k_\phi}{J} \\ \frac{k_\phi}{L_M} & -\frac{R}{L_M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w(t) \\ I(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ T_L(t) \end{pmatrix}$$

Esto puede ser fácilmente representado en MATLAB Simulink mediante un diagrama de bloques. Esto se puede observar en la figura X.

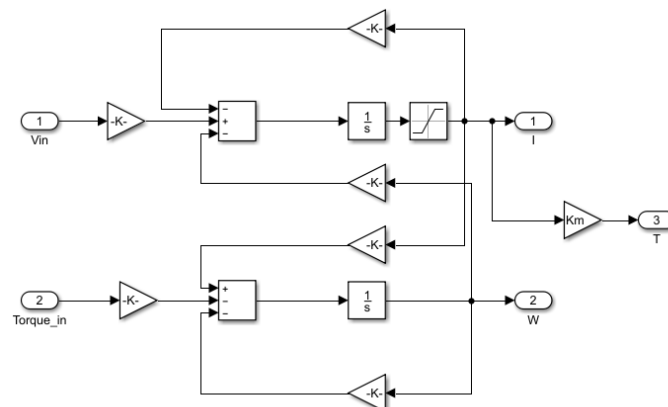


Figure 4. Diagrama de bloques del motor.

Este bloque de simulación presenta las entradas representadas en el modelo: voltaje del motor y torque de la carga. Presenta dos integradores debido a que trata de un sistema de segundo orden. Por otro lado, se agrega una saturación de corriente que representa la máxima corriente capaz de soportar el motor. Las salidas corresponden a las variables de estado W e I , así como el torque en el rotor que es proporcional a I .

Cálculo de los parámetros del motor.

Los parámetros del motor pueden ser determinador mediante la información presente en el datasheet del actuador seleccionado. En el mismo, se puede apreciar los siguientes datos:

Rated voltage	Volt	24			
Rated speed	RPM	3000	Peak torque	Oz-in	24
Rated torque	Oz-in	8		Nm	0.165
	Nm	0.055	Peak current	A	3.48
Rated current	A	1.16	Back E.M.F	V/KRPM	3.8
Power output	Watt	17	Rotor inertia	g.cm ²	32

Por inspección se puede determinar que $J=3.2 \cdot 10^{-6}$ Kg.m². Los demás parámetros se obtienen a continuación.

a) *Constante de conversión electromecánica:*

$$e_w = k_\phi W = k_\phi \frac{2\pi f_{RPM}}{60} = \left(\frac{2\pi k_\phi}{60} \right) f_{RPM}$$

Del datasheet se tiene que:

$$\frac{e_w}{f_{RPM}} = 3.8 * 10^{-3} = \left(\frac{2\pi k_\phi}{60} \right)$$

De donde se tiene que $k_\phi = 0.036$ V.s

b) **Resistencia del motor:** se puede obtener a partir de los valores ratings y asumiendo el motor se ha estabilizado. Suponiendo que $I' = 0$ A, entonces a partir del modelo de estados se obtiene que:

$$R = \frac{u - k_\phi w}{I} = \frac{24 - 0.036 * 314}{1.16} = 10.9 \Omega$$

c) **Constante viscosa del rotor:** se puede hallar a partir de los valores ratings y asumiendo el motor se ha estabilizado. Suponiendo que $w' = 0$ A, entonces a partir del modelo de estados se obtiene que

$$B = \frac{k_\phi I}{w} = \frac{0.036 * 1.16}{314} = 1.34 * 10^{-4} \text{ N.m.s}$$

d) **Inductancia del motor:** se puede obtener mediante el tiempo de establecimiento del motor. Se tiene que el motor se estabiliza para cambios pequeños de voltajes en 1 ms. Despreciando la inercia del motor (bastante pequeña), el sistema se puede aproximar a uno de primer orden, en este caso con una constante de tiempo de 0.1. La constante de tiempo vendría dada por:

$$\tau = \frac{BL_M}{RB + k_\phi^2} = 0.0487 * L_M$$

$$L_M = \frac{\tau}{0.0487} = \frac{0.0001}{0.0487} = 2 \text{ mH}$$

Finalmente, el modelo del motor queda completamente descrito mediante los parámetros:

$J = 3.2 * 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$; $L_M = 2 \text{ mH}$; $k_\phi = 0.036 \text{ V.s}$; $R = 10.9 \text{ } \Omega$; $B = 1.34 * 10^{-4} \text{ N.m.s}$

Construido el modelo en MATLAB Simulink podemos observar la respuesta del motor a un escalón de 1 voltio en la figura 5.

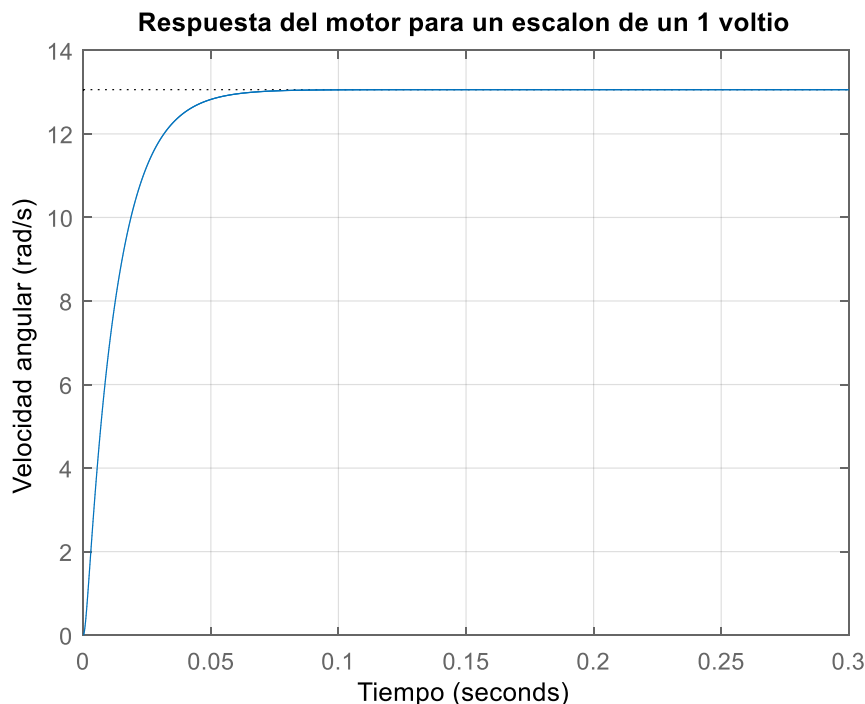


Figura 5.

Como se puede observar, el motor se estabiliza en alrededor de 0.1 s, y posee la función de transferencia ($T_L=0$)

$$G_m = \frac{0.036}{3.2e-08 s^2 + 3.622e-05 s + 0.002757}$$

Cuyos polos se ubican en -1050 y -82.1.

1.8. Diseño del sistema de control.

El sistema de control tiene la tarea de controlar la velocidad angular y la posición del motor. Se desea controlar dichas variables mediante señales de referencia, y que el motor alcance el estado deseado en el menor tiempo posible. Se plantea el uso de dos controladores PID por motor: uno para la velocidad y otro para la posición. La señal de control es generada mediante la suma de las salidas de ambos controladores. Cada controlador recibe como entrada una señal de error, es decir, la diferencia entre el valor deseado y el retroalimentado. La señal retroalimentada se obtiene mediante el uso de un encoder en el eje del motor. A continuación se presentan el diseño de los controladores.

Controlador de velocidad.

Dado que se conoce el modelo matemático del motor, se emplea como herramienta de diseño el lugar geométrico de las raíces. Dado que el motor responde lo suficientemente rápido, solo es necesario mejorar el error en estado estacionario. Para este propósito se emplea un controlador PI, el cual se describe matemáticamente mediante la siguiente expresión en el dominio de la frecuencia:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s}$$

Es decir, introduce un polo en el origen (lo que permite error cero en estado estacionario) y un ceros. Se escoge colocar el cero entre el origen y el polo más cercano al mismo, para este caso $z=-50$. Es decir, seleccionamos un controlador de la forma:

$$G_c(s) = K \frac{(s + 50)}{s}$$

Al variar la ganancia K, se define el lugar geométrico de las raíces según la gráfica de la figura 6.

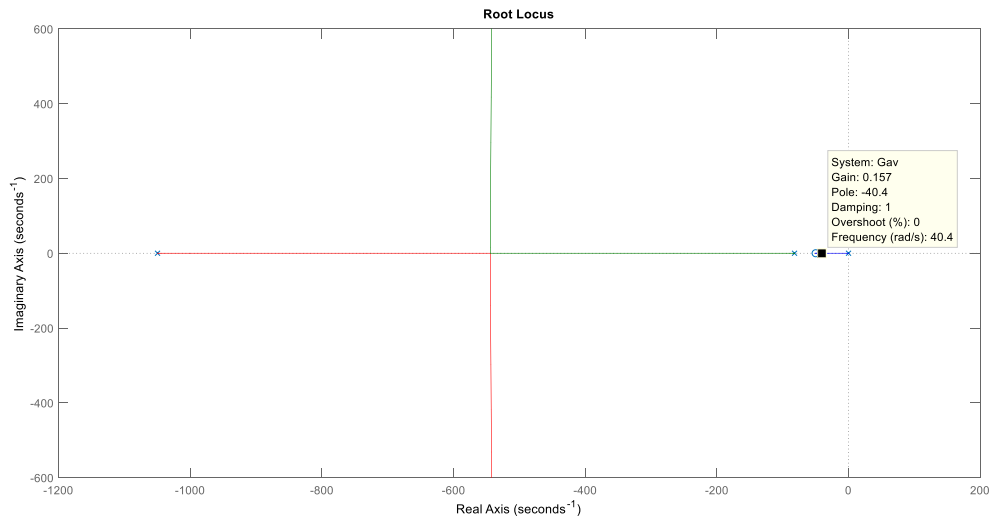


Figura 6. Lugar geométrico de las raíces al añadir el controlador PID

Se escoge la ganancia K de tal forma de garantizar que todos los polos del sistema serán reales y estén alejados del origen. Con $K=0.157$ se cumple esta condición satisfactoriamente. Es decir, el controlador toma la forma:

$$G_c(s) = 0.157 \frac{(s + 50)}{s} = \frac{0.157s + 7.85}{s}$$

De donde se puede concluir que **$K_p=0.157$ y $K_i=7.85$** . Cuya función de transferencia sitúa los polos en lazo cerrado en -827, -265 y -40.4. Todos son polos reales y más alejados del origen como era deseado. La respuesta al escalón puede observarse a continuación en la figura 7 para una demanda de $w = 100$ rad/s.

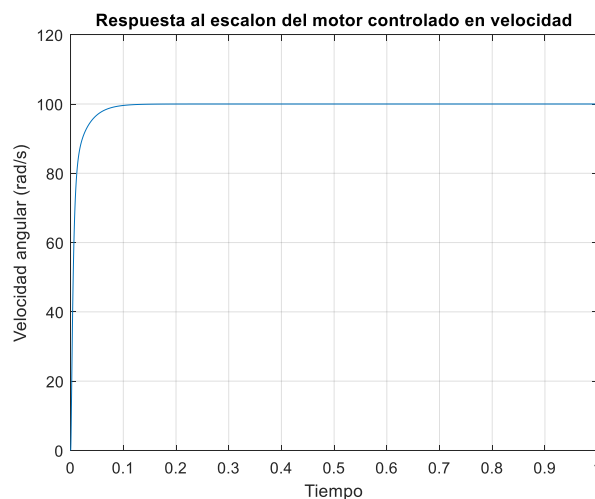


Figura 7. Respuesta del motor controlado en velocidad.

Como se puede apreciar, el tiempo de estabilización es alrededor de 0.1 s y se obtiene cero error en estado estacionario.

Controlador de posición.

El controlador de posición sigue el mismo patrón de diseño que el de velocidad, sin embargo, para este caso se tiene un polo en el origen en la función de transferencia del sistema original. Por ello, solo mediante un controlador PD se puede obtener error en estado estacionario cero. Este controlador simplemente introduce un cero en el sistema, y se puede modelar mediante la siguiente expresión en el dominio de la frecuencia.

$$G_c(s) = K_p + K_d s = K_d \left(s + \frac{K_p}{K_d} \right)$$

Debido a que el sistema posee la misma función de transferencia que para el caso anterior, se agrega un cero en la misma posición: -50. De este modo, se tendrá un controlador de la forma:

$$G_c(s) = K_d(s + 50)$$

Al variar la constante K_d , se obtiene el lugar geométrico de las raíces mostrado en la figura 8.

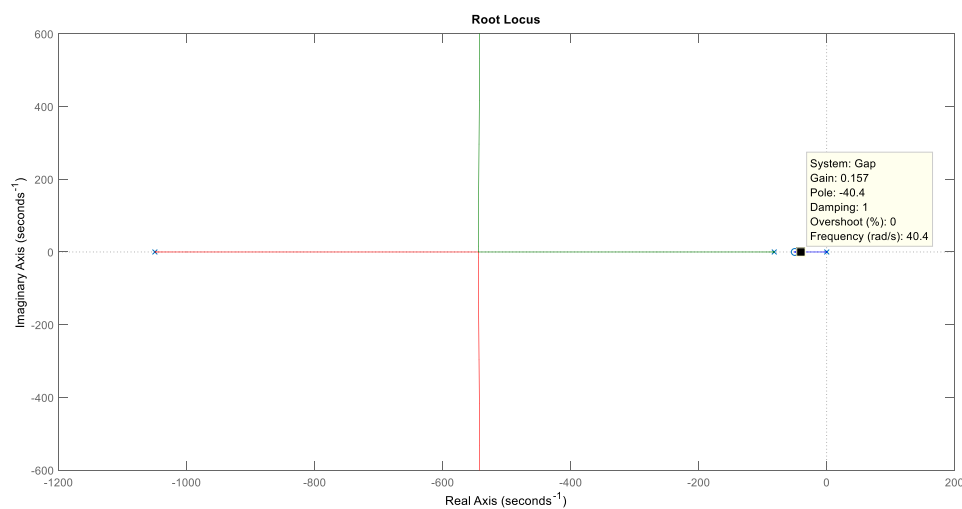


Figura 8. Lugar geométrico del sistema con el controlador de velocidad.

Para garantizar polos reales, se toma $K_d = 0.157$. Esto implica que $K_d=0.157$ y $K_p=7.85$. Finalmente, los polos del sistema a lazo cerrado quedan en -827, -265 y -40.4. La respuesta ante una demanda de posición de 100 rad puede observarse a continuación en la figura 9.

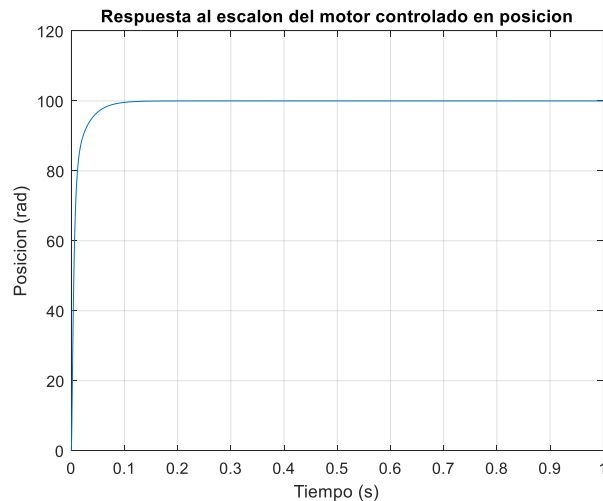


Figura 9.

Como se puede observar, el tiempo de establecimiento es de 0.1 s, lo cual es lo deseado. Asimismo, se logra error cero en estado estacionario.

Implementación del sistema de control

La implementación de los controladores diseñados se realiza siguiendo el diagrama de bloques presente en la figura 10.

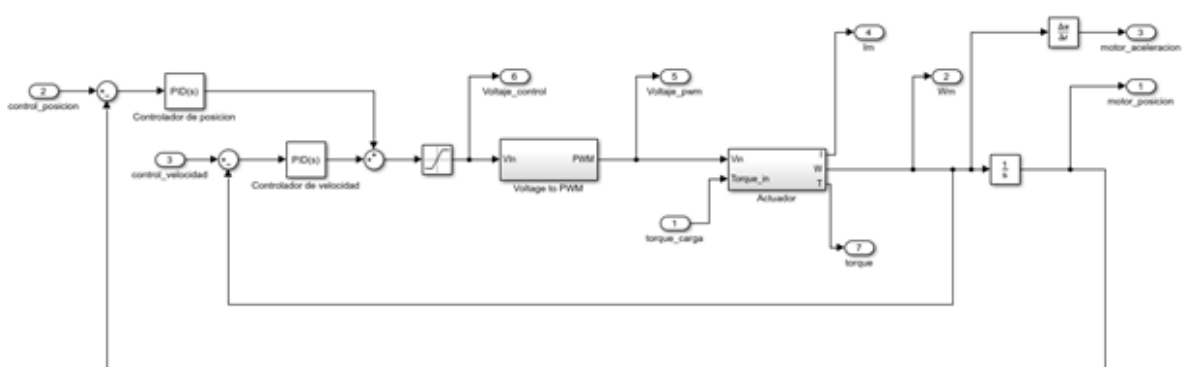


Figura 10. Diagrama de bloques del sistema de control

En este se puede apreciar los controladores de posición y velocidad, y la señal de control que corresponde a la suma de ambos. Dicha señal es limitada al máximo voltaje disponible y se usa para producir una señal ***PWM equivalente de frecuencia 4 kHz***. La señal PWM acciona el motor, y el movimiento generado por el mismo es retroalimentado mediante el uso de encoders.

La implementación de los controladores, así como la generación de las señales PWM se realizan mediante un microcontrolador. Esto permite ahorrar gran cantidad de hardware, lo que se traduce reducción de costos. Las señales PWM controlan un driver de potencia que acciona directamente el motor. A continuación se detalla acerca las piezas de hardware necesarias.

Encoder

Para poder efectuar control de posición y velocidad se utilizarán encoders para poder muestrear estas variables y así realizar el control a lazo cerrado. Específicamente se emplearán encoders absolutos modelos AMT20 los cuales se alimentan con 5V y consumen apenas 8mA. Ofrecen una resolución de 12bits (4096 posiciones) lo que permite muestrear la posición con gran exactitud.

Obligar al microcontrolador a adquirir directamente la data del encoder hubiera obligado a seleccionar un microcontrolador con un procesador de gran velocidad y eso hubiera aumentado significativamente los costos. Por ellos estas señales pasarán primero un conversor frecuencia/ voltaje de manera que su salida pueda ser simplemente adquirida por el ADC. Por otro lado para determinar el sentido de giro, las señales arrojadas por los encoders se pasarán por un Flip-Flop que comparará la señal actual con la previa para así determinar si hubo un cambio en el sentido de giro, la salida del Flip-Flop podrá ser fácilmente leída por un GPIO del microcontrolador.

Conversor F/V y Flip-Flop

El conversor F/V elegido fue el LM2907, el cual es capaz de trabajar con las frecuencias que van a ser producidas por el encoder sin ningún problema. Por otra parte, el flip-flop elegido fue el SN74LVC1G175, el cual al igual que el conversor F/V es capaz de trabajar con las frecuencias que serán producidas por el encoder.

Microcontrolador

Los requerimientos del microcontrolador son tener al menos 6 salidas PWM para el control de los puente H, 3 ADC para los conversores frecuencia/voltaje y al menos 3 GPIO para leer los Flip-Flops. Todos estos requisitos los podemos encontrar en un simple Teensy LC tal como se puede apreciar en sus especificaciones generales.

Feature	Teensy LC	Digital I/O	27
Price	\$11.65	Voltage Output	3.3V + one 5V
Processor	MKL26Z64VFT4	Current Output	5mA + four 20mA
Core	Cortex-M0+	Voltage Input	3.3V Only
Rated Speed	48	Analog Input	13
Overclockable	-	Converters	1
Flash Memory	62	Resolution	16
Bandwidth	96	Usable	12
Cache	64	Prog Gain Amp	0
RAM	8	Touch Sensing	11
EEPROM	1/8 (emu)	Comparators	1
Direct Memory Access	4	Analog Output	1
		DAC Resolution	12
		Timers	7 Total
		TPM/FTM Type *	3
		PWM Outputs	10

2. Simulación.

Las simulaciones se realizaron en dos plataformas: MATLAB Simulink y PSIM. En Simulink se obtuvo el modelado de las articulaciones con sus motores y controladores. Por otro lado, en PSIM se simuló el accionamiento directo del actuador mediante un puente H.

En la siguiente figura se puede apreciar la simulación de una articulación

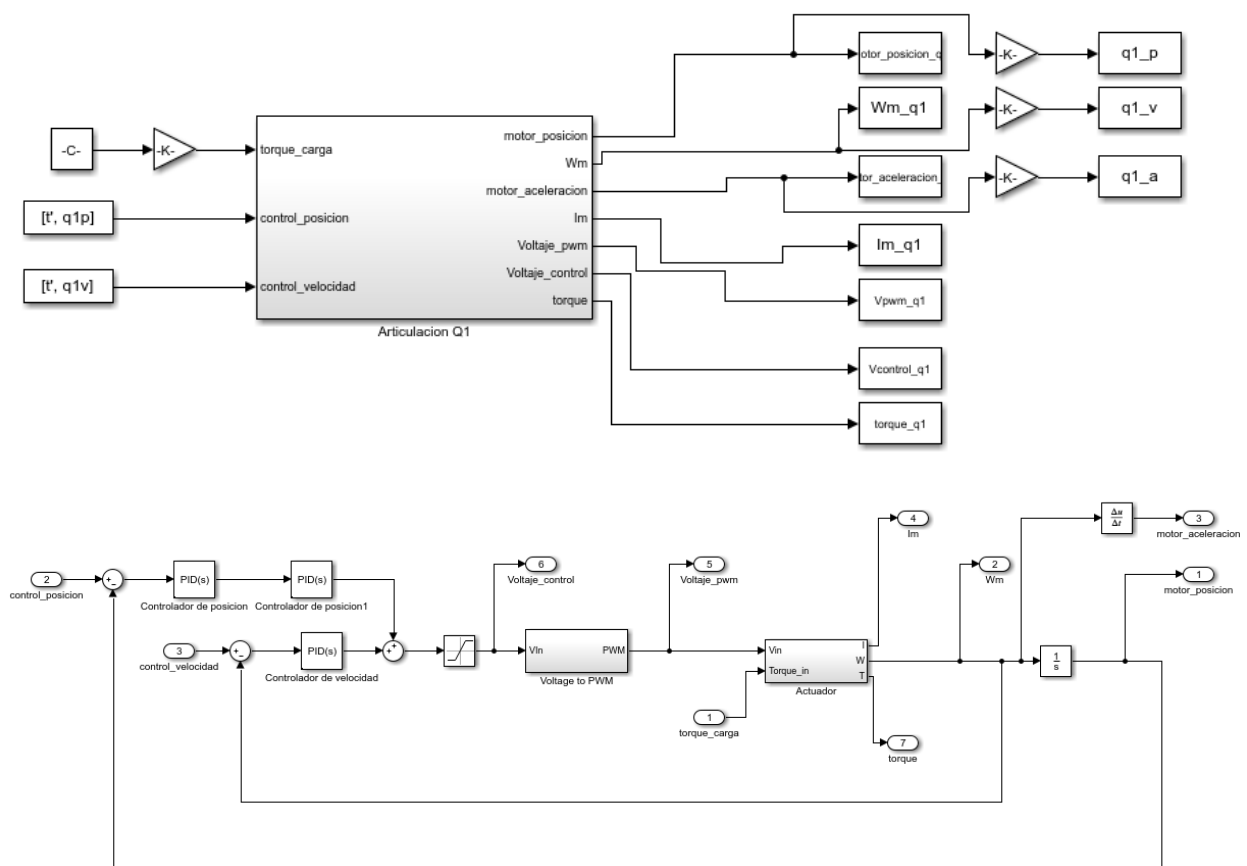


Figura 11. Estructura general de la simulación de una articulación en Simulink

En esta se puede apreciar el bloque que representa la articulación, así como su interior. Como se puede observar la posición, velocidad y aceleración lineales de la articulación se asumen proporcionales a las del actuador. La masa y fricción del actuador son tomadas en cuenta simplemente mediante el cálculo de la inercia y constante viscosa equivalente en el eje del motor. A continuación se presentan las respuestas obtenidas para diversos casos.

2.1. Respuesta al escalón de un actuador controlado.

Al agregar limitaciones en voltaje, corriente y torque al sistema, los motores no siempre podrán responder tan rápidamente como lo indican los tiempos de establecimiento de los controladores. Por ello, para apreciar verdaderamente estas respuestas se aplican dos escalones. El primero lleva al motor a un punto de operación en posición o velocidad, y el segundo lo lleva a un nuevo estado respecto a dicho punto.

Respuesta a una demanda de velocidad

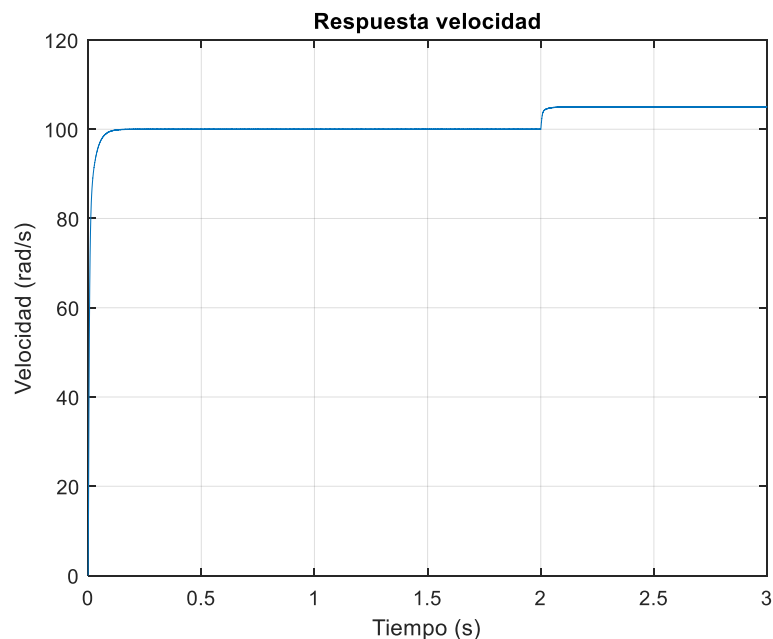


Figura 12.

En $t=2$ s de la figura 2 se observa un segundo escalón, cuyo tiempo de establecimiento es de 50ms, lo cual está dentro de los tiempos de respuestas deseados.

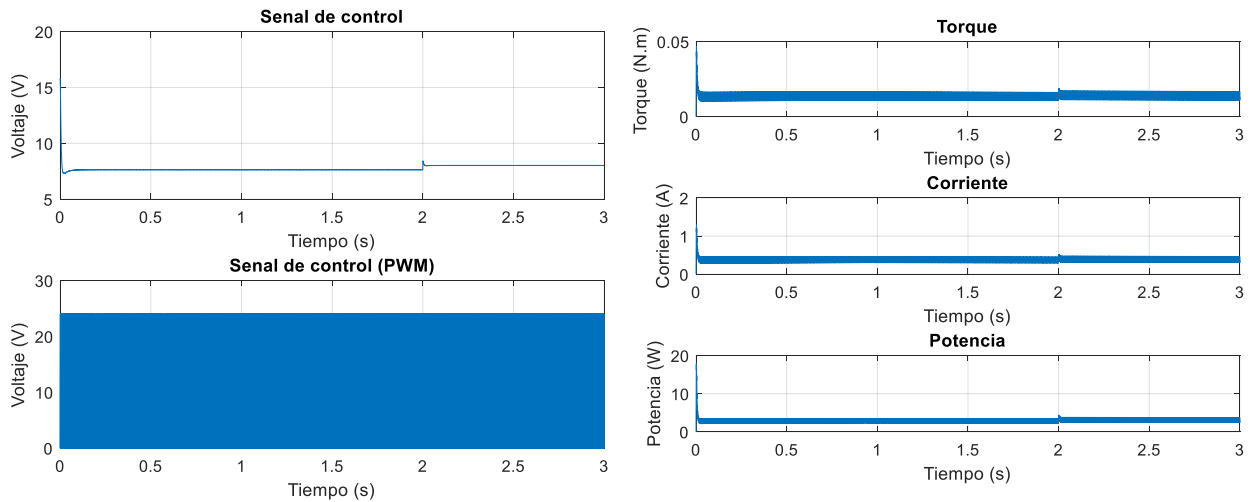


Figura 13. Control y variables del motor

En la figura 13 se observa la señal de control tanto del controlador, como la aplicada al motor en forma de PWM. Los parámetros de torque, corriente y potencia están dentro de los rangos tolerables.

Respuesta a una demanda de posición

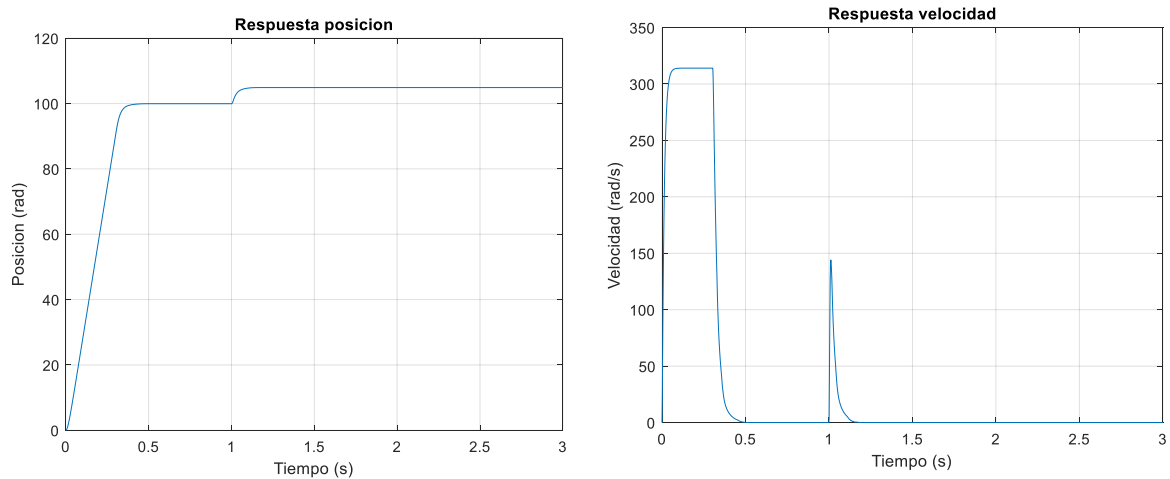


Figura 14.

En la figura 14 puede apreciarse un tiempo de establecimiento menor de 100ms en el segundo escalón de la respuesta en posición, lo cual es lo deseado. Igualmente, puede observarse la respuesta en velocidad, la cual alcanza un máximo de 314 rad/s o 3000 RPS en el primer escalón.

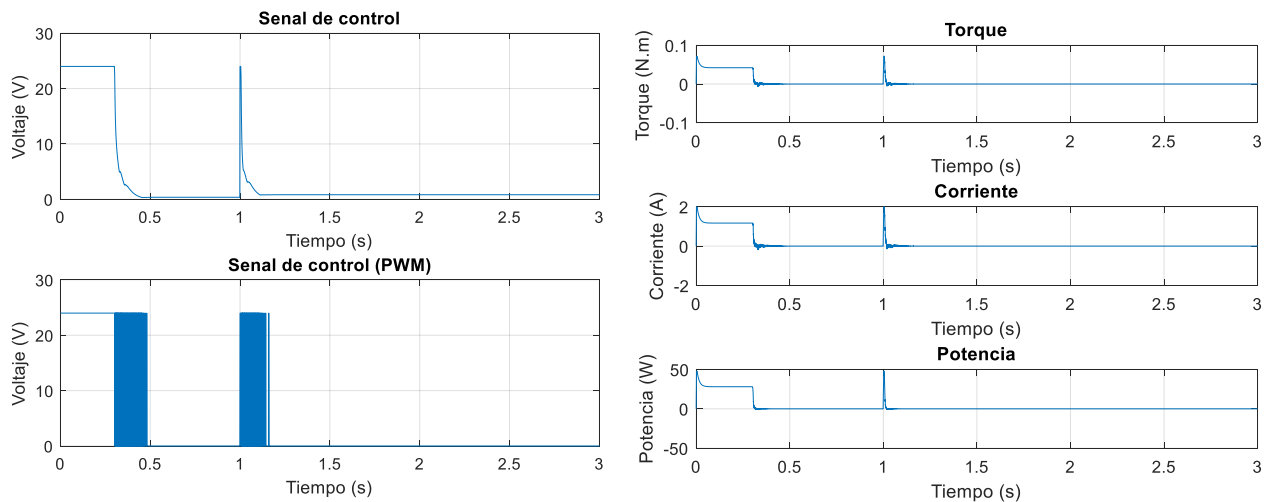


Figura 15. Control y variables del motor

En la señal de control puede notarse la saturación del voltaje al inicio, para posteriormente disminuir progresivamente para alcanzar el valor deseado. Igualmente, no nota un pico de corriente de 2 A al inicio, lo que igualmente genera un pico en la potencia consumida y el torque generado.

2.2. Respuesta de una trayectoria determinada en una dimensión.

Para esta prueba se emplea el planificador de trayectoria para generar un camino suave que debe seguir el actuador. El modelo construido en simulink permite comparar la respuesta del motor controlado con la demanda de posición y velocidad deseada.

Generación de la trayectoria

Se plantea una trayectoria que pase lo más cercano posible a los puntos 0,20,50,60,80,100,150,200,240,280,280 (rad) en los instantes de tiempo 0,0.2,0.4,0.6,0.8,1.0,1.2,1.4,1.6,1.8,2.0 (segundos).

Resultados

Como se puede observar, la respuesta de posición y velocidad es prácticamente la deseada a excepción de pequeñas variaciones transitorias. La aceleración si resulta un poco más variante, lo cual se debe al uso de PWM para el control del motor.

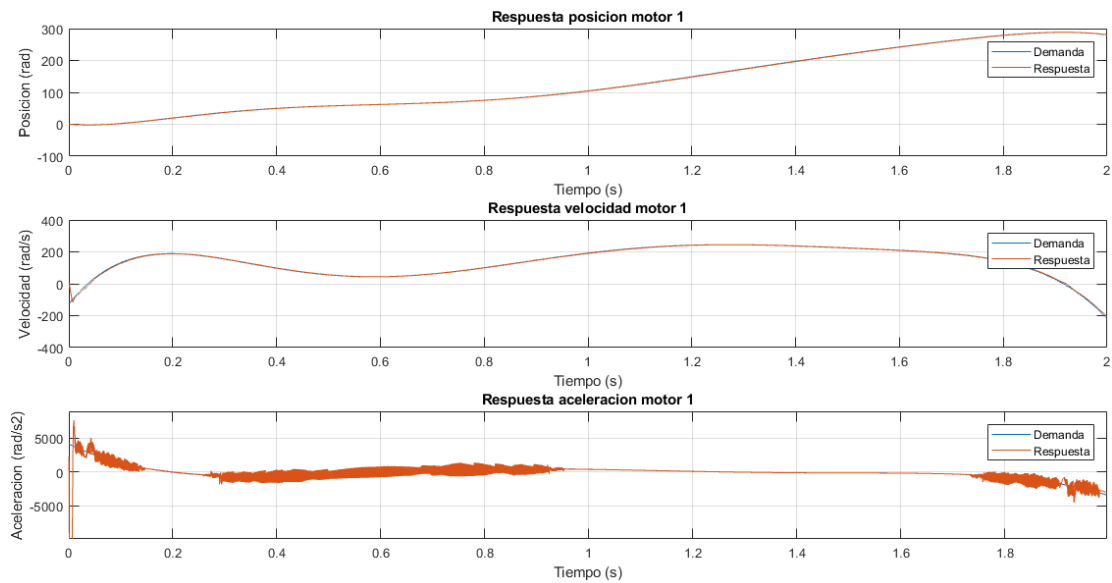


Figura 16. Respuestas del sistema

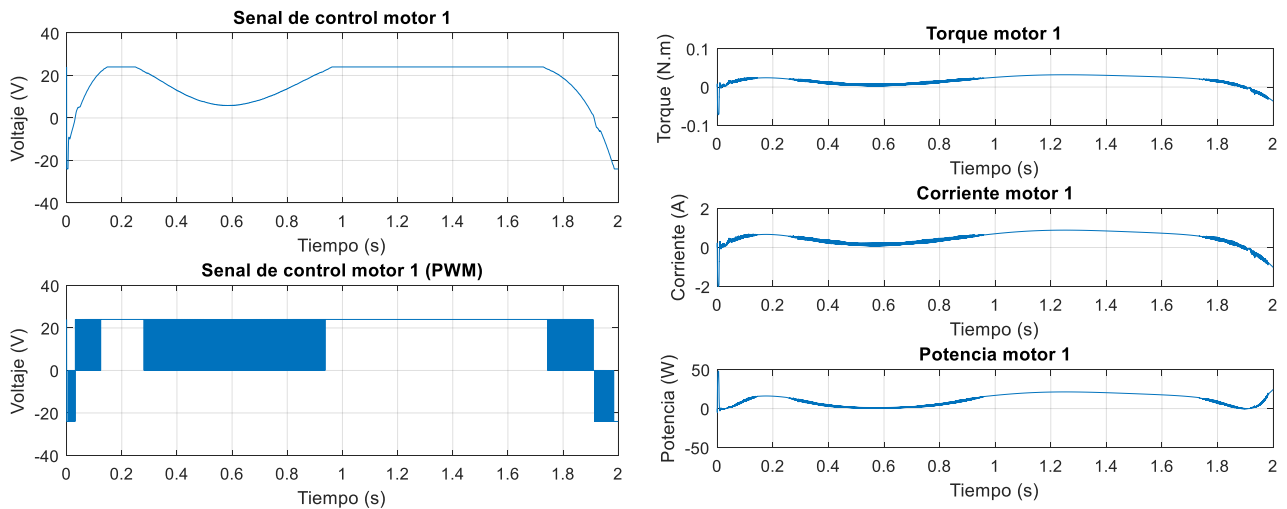


Figura 17. Control y variables del motor

En la figura 15 puede observarse que la señal de control es bipolar y se satura en varias oportunidades. Esto implica que el diseño realizado es capaz de seguir la trayectoria planteada sin problemas, aun cuando se requiere exigirle al máximo al actuador.

2.3. Respuesta de una trayectoria determinada en tres dimensiones.

Mediante la cinemática planteada, es posible generar trayectorias espaciales que debe seguir el extrusor. Para este caso se ha generado una trayectoria en forma de gancho, y se procede a simular la respuesta de los actuadores de la impresora.

- **Respuesta de la trayectoria final.**

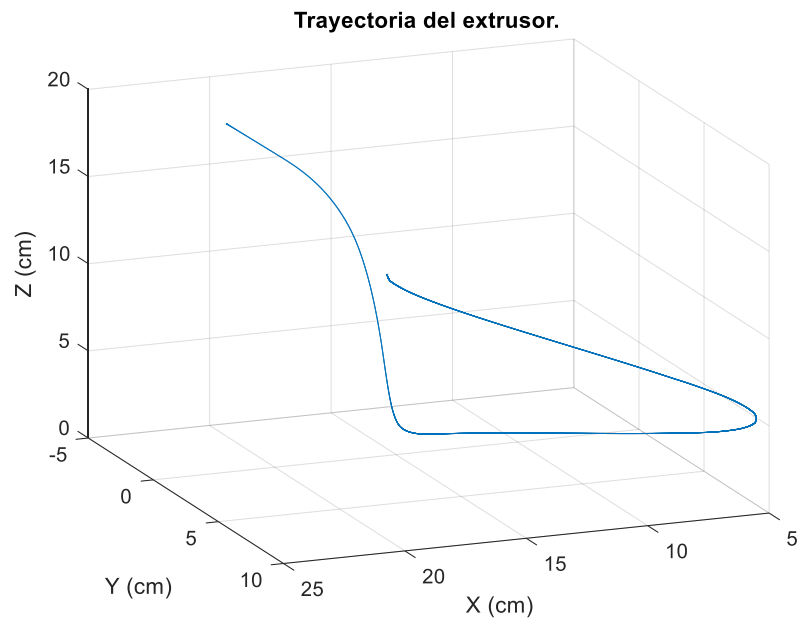


Figura 18. Trayectoria espacial del extrusor.

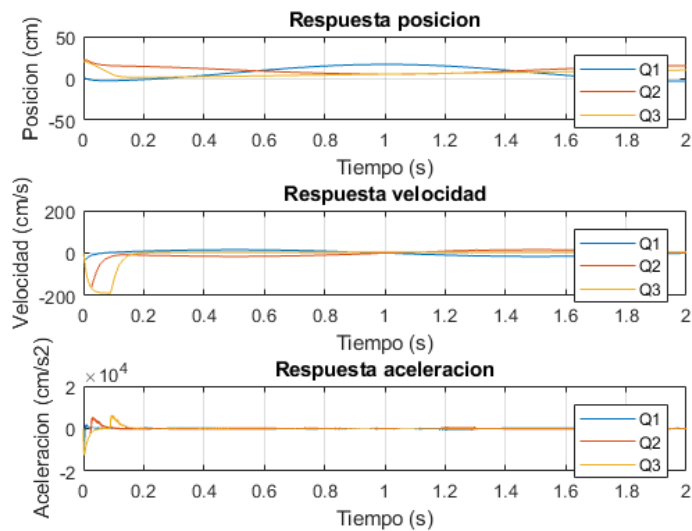


Figura 19. Movimiento de las articulaciones

El modelo planteado tomando en cuenta la estructura mecánica diseñada y las limitaciones en voltaje y corriente logran responder adecuadamente para seguir la trayectoria planteada. El movimiento de las tres articulaciones mostradas en la figura 19 permiten generar adecuadamente la trayectoria presentada en la figura 18.

- **Respuesta del actuador 1:**

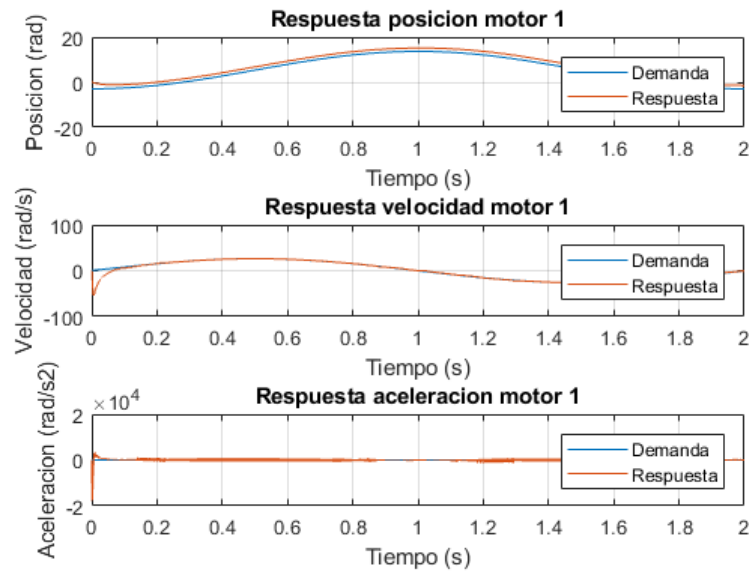


Figura 20. Respuesta de la articulación 1 (q1)

La respuesta del actuador es casi la deseada, a excepción por pequeñas variaciones.

- **Respuesta del actuador 2:**

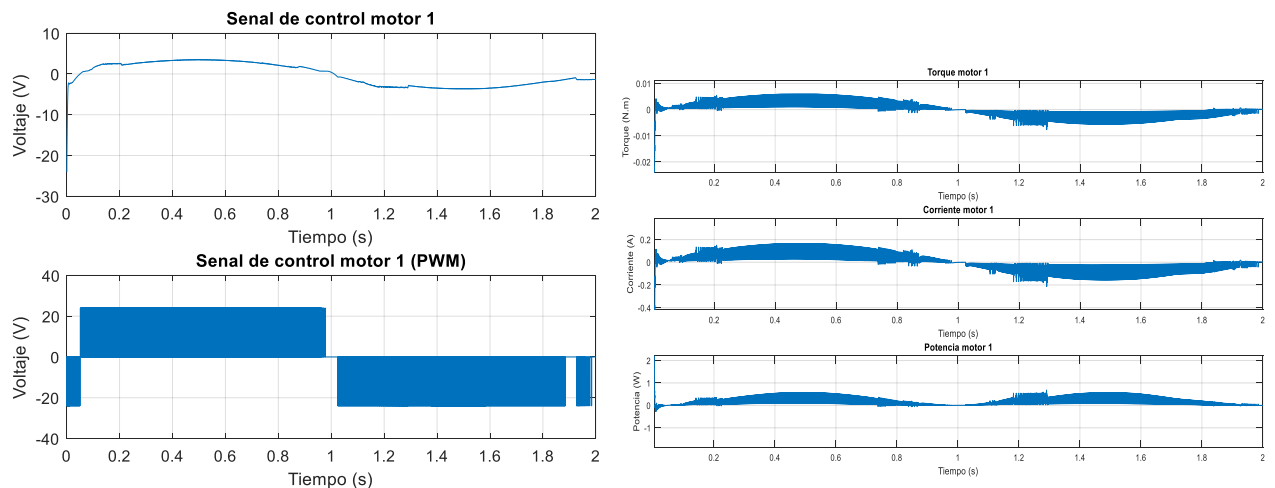


Figura 21. Control y variables del motor

Todas las variables están dentro del rango tolerado, sin embargo se presenta variaciones en el torque y corriente. Esto se debe a la constante variación de la señal de referencia y el uso de PWM.

- **Respuesta del actuador 2:**

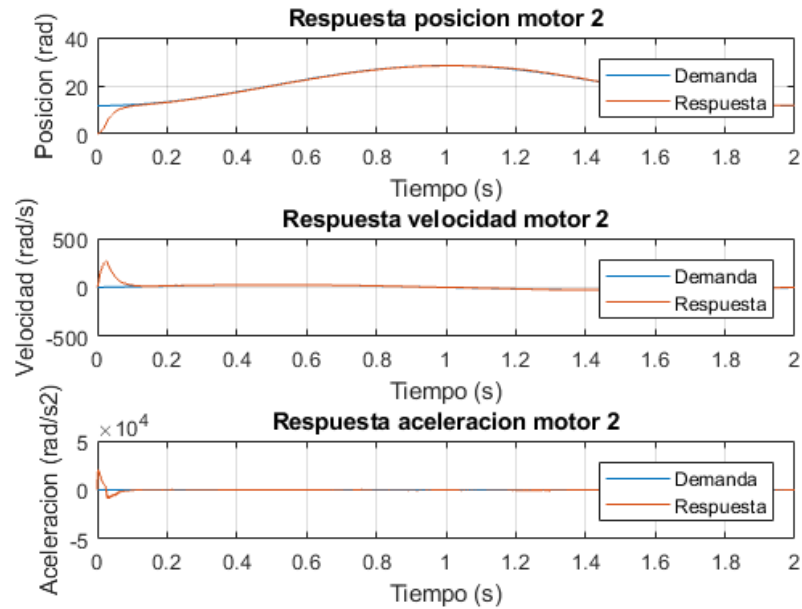


Figura 22. Movimiento de la articulación 2 (q_2)

La respuesta del actuador es exactamente la deseada a excepción de variaciones transitorias al inicio del movimiento.

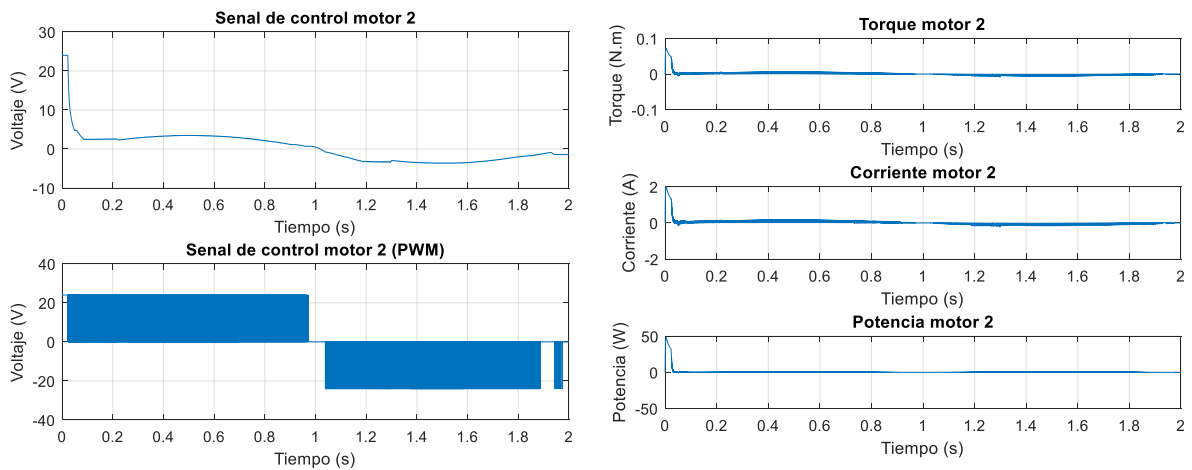


Figura 23. Control y variables del motor

En la figura 23 se observa una saturación en la señal de control al principio, para posteriormente disminuir paulatinamente.

- **Respuesta del actuador 3:**

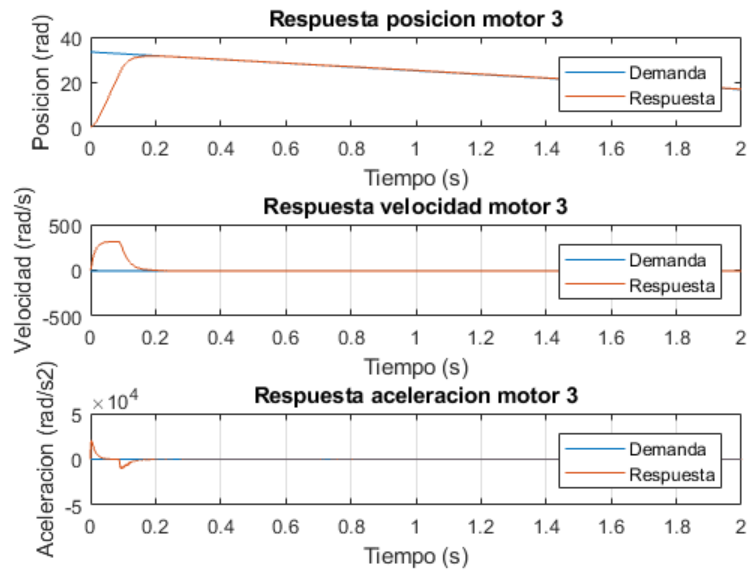


Figura 24. Movimiento de la articulación 3 (q3)

En la figura 24 se observa que se obtiene la respuesta deseada a excepción de la variación transitoria al inicio del movimiento.

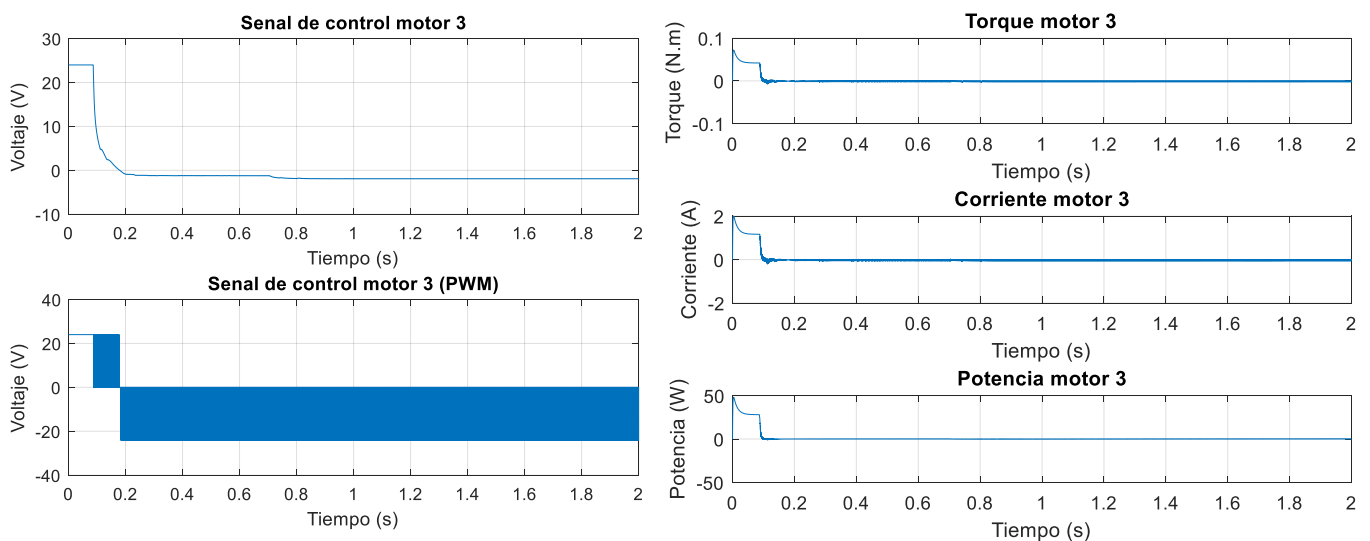


Figura 25. Control y variables del motor

En la figura 25 se observa todas las variables del motor dentro de los parámetros tolerables.

2.4 Simulación de potencia del motor en PSIM

Se muestra a continuación el esquemático del circuito que fue utilizado:

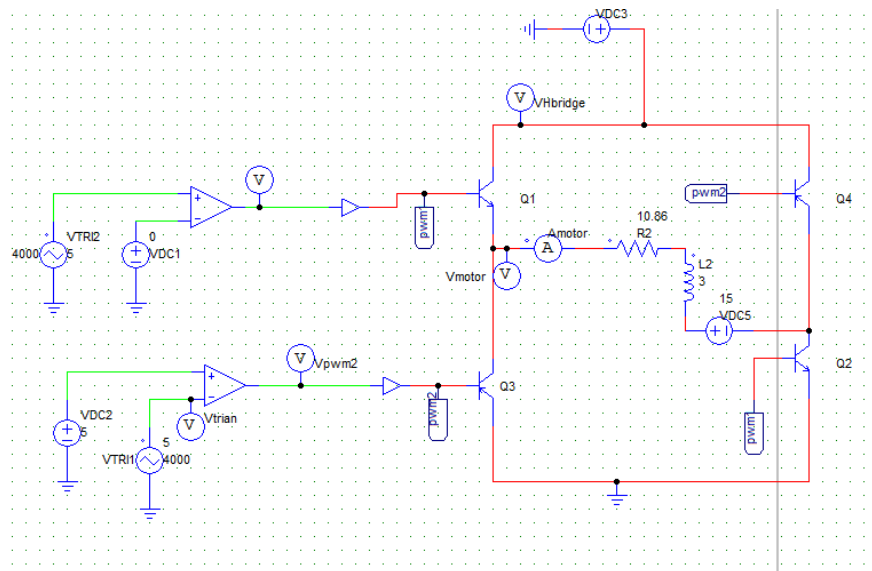


Figura 26. Circuito simulado en PSIM

Se simuló el circuito para medir el voltaje y corriente finales en el caso en que el puente H siempre se encuentre activado en un solo estado. Se muestra en las figuras siguientes los resultados de la simulación:

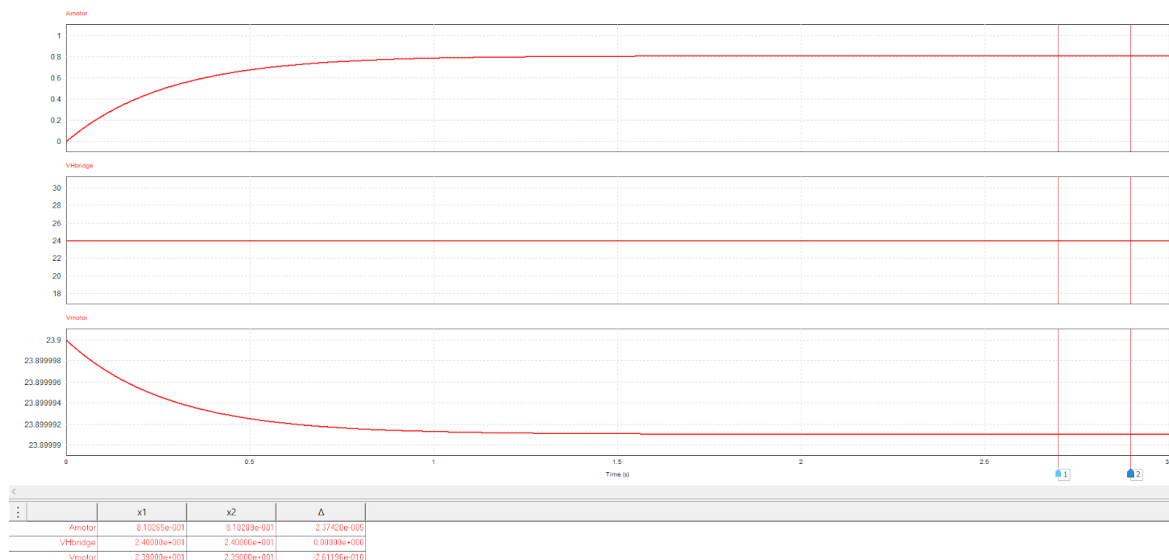


Figura 27. Voltaje y corriente en el puente H

Tal como se puede apreciar en las figuras anteriores, la corriente estacionaria en el motor tuvo como valor final 0.81A y el voltaje se mantuvo en 23.9V tal como estaba previsto. Estos datos implican una potencia de 19.4W consumida por el motor, lo cual representa un valor esperado en el diseño del circuito propuesto.

3. Discusión de resultados y conclusiones.

El desarrollo del sistema de actuadores planteado presenta múltiples aspectos complejos con un amplio rango en los niveles de abstracción. Sin embargo, la premisa principal del diseño fue realizarse de la manera más pragmática posible, de modo que sirva como una guía para una eventual implementación práctica. Consecuentemente, todo el diseño se basa en piezas comerciales con características definidas, a partir de las cuales se crearon modelos de elementos finitos para describir matemáticamente sus respuestas temporales.

Primeramente, se planteó la estructura física de la impresora con las dimensiones ideales para la mayor parte las impresiones comunes. A cada articulación se le fijó un sistema de referencia, definiéndose tres grados de libertad y el espacio de trabajo del manipulador. Posteriormente, se planteó un sistema mecánico de acople con tornillos sin fin, la masa de las articulaciones y su efecto equivalente en el eje de cada motor. Basado en los requerimientos de torque y velocidad, se seleccionó el motor DC sin escobillas GM57BLYI45-230, el cual permite el accionamiento de las articulaciones bajo los requerimientos deseados. Finalmente, se propuso un diseño eléctrico para el accionamiento y control de los motores. El mismo involucra un encoder como sensor de retroalimentación, un microcontrolador como sistema lógico de control, y un integrado puente H para el accionamiento PWM de los motores.

Posteriormente a la selección de todos los componentes, se planteó el esquema de control a emplear: posición (PD) y velocidad (PI). Se diseñaron los controladores y se efectuaron pruebas simuladas, las cuales resultaron adecuadas tanto en el tiempo de establecimiento de la respuesta transitoria, así como en error en estado estacionario.

Finalmente, se realizó una simulación completa, incluyendo los actuadores, retroalimentación, control y accionamiento PWM. Los resultados para diversas pruebas resultaron satisfactorios, obteniéndose repuestas en los actuadores muy parecidas a las demandas en todos los casos. Sin embargo, el torque y la aceleración para cada articulación se mostraron con ruido apreciable, lo cual era esperado y no afecta la viabilidad del sistema propuesto.

En general, se pudo cumplir con todos los objetivos propuestos para este proyecto, por lo que se considera el diseño realizado como exitoso.

Referencias

- Corke, P. "Robotics, Vision and Control. Fundamental Algorithms in Matlab". Publicado en 2011
- Hart, D. "Power Electronics". Publicado en 2011.
- Barrientos, A, et al. Fundamentos de Robótica. Publicado en 1997.
- Spong, M, et al. Robot Dynamics and Control. Publicado en 2004