

Лабораторная работа 2.1.5.

"Исследование термических эффектов при чистых деформациях".

• Цель работы:

Экспериментально изучить 3-и упругой деформации резина при постоянной температуре в зависимости от растягивающей силы; измерить напряжения при адиабатическом растяжении и определить её температочность.

• В работе используется:

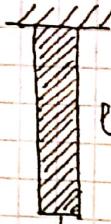
Образец резины, закрепленный в температуробомбике, набор грузов, термометра, миллиамперметр или микроманометр.

• Теория:

Рассмотрим расширение тонкой полосы или стержня длины ℓ под действием внешней силы f . Работа, об. образца, складывается из работы по расширению и работы против внешнего давления:

$$[\delta A = -fd\ell + PdV] \quad (1), \text{ где } P-\text{атм.}$$

Как правило, $PdV \ll |-fd\ell| \Rightarrow$ давление



1-е начало термодинамики: $[dU \approx TdS + fdP] \quad (2)$,
где $TdS = \delta Q$

Три измеренных, проводимых в контакте с окр. средой удобно использовать следующую эн-эргию вида внутренней: $[F = U - TS] \quad (3)$

$$[\Delta F \Big|_T = \Delta U - T \Delta S = \Delta U - Q = A \text{ физ.}]$$

$$\text{Из (2) и (3)} \Rightarrow [dF = -SdT + fdP] \quad (4)$$

$$\left[f = \left(\frac{\partial F}{\partial \ell} \right)_T \quad S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_P \right] \quad (5)$$

Внутренняя эн-эргия: $[U(T, \ell) = F(T, \ell) - T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_P \ell] \quad (6)$

Чт. для каждой ф-ции: $\frac{\partial^2 F}{\partial \ell \partial T} = \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial \ell} \Rightarrow$

Приходит к единице из соотношений Максвелла: $\left[\left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)_P = -\left(\frac{\partial S}{\partial \ell} \right)_T \right] \quad (7)$

Это соотношение называем тепловой теоремой при изотермическом пр-се с ур-ием состояния Ферн-Ба:

$$\delta Q|_T = T dS|_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial \ell} \right)_T d\ell|_T = -T \left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)_P d\ell|_T$$

Получим в одинаковом виде связь между термическим $f(T, \ell)$ и квазистатическим $u(T, \ell)$ ур-иями состояния тела

$$f = \left(\frac{\partial u}{\partial \ell} \right)_T - T \left(\frac{\partial S}{\partial \ell} \right)_T \quad (8)$$

Все вычисления справедливо для \mathcal{V} материала.

- Два результата:

Рассмотрим внутреннюю ее эн-эргию не зависящую от габарита и определяющую темп-ру: $[u=u(T)] \quad (9)$

Эта модель подтверждена опытом: $u = k + \Pi$, где k опред. темп-рой, а Π - расстоянием между молекулами, которое мало меняется при растяжении. [9] - модель "идеальной пружинки".

- Рассмотрим изотермическое растяжение такой модели:

$$\delta Q = T dS = -f d\ell \Rightarrow Q = - \int f d\ell = -Afu$$

При $T=\text{const}$ растяжении резуль. фрагм $Q < 0$ при действии $f > 0$.

Используем, как силы растяжения зависят от T .

$$f = -T \left(\frac{\partial S}{\partial \ell} \right)_T \quad (10)$$

т.е. упругие св-ва резуль. с-ся связаны с ее энтропией, но она убывает.

$$u_3(T) : \left[f = T \left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)_\ell \right] \quad (11)$$

Это выполняется, если сила пропорциональна темп-ре:

$$\left[f(T, \ell) = \frac{1}{T_0} \tilde{f} \left(\frac{\ell}{\ell_0} \right) \right] \quad (12), \text{ где } \tilde{f} \left(\frac{\ell}{\ell_0} \right) - \Phi-\text{ия, зависящая только от расст-я образца.}$$

Если справедливо соотношение (9), то можно формулу резуль. силы сделать линейной пропорциональной ее абсолютной темп-ре.

- Рассмотрим адабатическое растяжение пружинного резуль.

Квазистатический пр-с: $dS=0 \Rightarrow u_3(2) : du = f d\ell$, и не зависит от

$\ell \Rightarrow du = C_p dT$, где C_p - теплоемкость резуль. при постоянном удлинении.

Случай $\Delta T \ll T$:

$$\left[\Delta T = \frac{1}{C_e} \int_{T_0}^T f d\beta = \frac{A G_u}{C_e} \right] \quad (13)$$

Из (2) $dS = C_e \frac{dT}{T} - \frac{\tilde{f} d\beta}{T_0}$, интегрируем:

$$\left[\Delta S = C_e \ln \frac{T}{T_0} - \frac{1}{T_0} \int_{T_0}^T \tilde{f} d\beta \right] \quad (14)$$

При увеличении давления β энтропия должна убывать, что при $\Delta S=0$ компенсируется увеличением ее температуры.

- Закон расширения прижимы.

Ф-ция \tilde{f} не свободна в общих случаях адиабатически, однако она хорошо согласуется с опытом (модель "идеальной изотермической смеси"). Адиабатический параметр прижима κ :

$$\left[\Delta S(\lambda) \approx -\text{const} \cdot \left(\lambda^2 - \frac{2}{\lambda} \right) \right] \quad (15), \text{ где } \lambda - \text{адиабат. параметр: } \frac{e}{P_0}.$$

($T \rightarrow 10$): $[f(T, \lambda) = S_0 E \frac{1}{3} (\lambda - \frac{1}{\lambda^2})]$ (16), где S_0 - неизв. константа независимо от T .
Модуль $E = E_0 \frac{T}{T_0}$ - модуль Юона регина, зависящий от T .

При малых геоф-ч. $(\lambda \rightarrow 1)$ имеем переход к классическому 3-му Тунга.

- Адиабатическое расширение Роджерса Снайдера.

Из оп. моделирования: $\left(\frac{\partial T}{\partial e} \right)_S = - \left(\frac{\partial T}{\partial S} \right)_e \left(\frac{\partial S}{\partial e} \right)_T$, (7) и $C_e = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_e$:

$$\left[\left(\frac{\partial T}{\partial e} \right)_S = \frac{T}{C_e} \left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)_e \right] \quad (17)$$

Т.о. б. терм. эфирекст определяет граничи состояния и теплоемкость при моделировании знак эфирекста.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)_e = - \left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_S \left(\frac{\partial f}{\partial e} \right)_T$$

Условие терм. равновесия требует, чтобы C_e и $k_T = e \left(\frac{\partial f}{\partial P} \right)_T$ - изотермический модуль упругости, были $> 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{e} \left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_S > 0$.

$$\left[\left(\frac{\partial T}{\partial e} \right)_S = - \frac{\alpha k_T}{C_e} \right] \quad (18). \text{ При малых геодинамических резинах - ATT.}$$

• Изучение структуры резин.

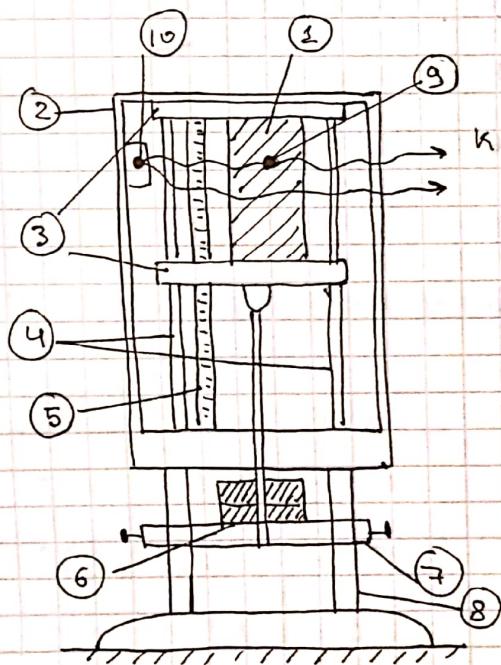
Полимерные макромолекулы - длинные цепочки атомов, ком. в переплетении состоящие свернуты в "кубики".

Переплетенные цепочки связывают макромолекулы связями.

Кохордация происходит за счет распутывания "кубиков" резины.

В aquab. np. энтропия = const \Rightarrow её увеличение при растяжении становится энергии атомов или окр. среды.

• Экспериментальная установка:



- ① Исследуемая резина
- ② Запорный кран
- ③ Зажимы
- ④ Вертикальные направляющие
- ⑤ Масса
- ⑥ Платформа с грузами
- ⑦ Упор
- ⑧ Столик
- ⑨ Одна из слоев термопары (рабочий)
- ⑩ Компенсирующий слой

• Ход работы

(1) Данные о параметрах установки:

Масса рамки: $142,7 \pm 0,5 \text{ г}$

Масса шаттеров: $152, \pm 0,5 \text{ г}$

Резина $0,27 / 0,5 \text{ кг} / \text{см}^2$ (при $T = 17 / 20^\circ\text{C}$)

Начальные размеры:

Длина $l_0 = 10,7 \pm 0,1 \text{ см}$

Ширина $d_0 = 12,0 \pm 0,5 \text{ мм}$

Толщина $h_0 = 1,80 \pm 0,05 \text{ мм}$

Плотность $\rho = 1,2 \text{ г/см}^3$

Термопара мед-константан

Чувствительность термопары: 39 мкВ/град

Удлинитель: $\text{коэффиц. удлинения} = 5000$

Общая чувствительность: $39 \text{ мкВ/град} \times 5000$

- ② Исследуем зависимость расстояния редица от нагрузки $\lambda(\%)$ при постоянной температуре. Подвергая различным кондициям грузов, получаем 15-20 значений:

N°	$\Delta L (\text{мм})$	m(r)	λ	$\lambda - \frac{1}{\lambda^2}$
1	8	200	1,074	0,209
2	19	400	1,177	0,456
3	30	575	1,28	0,67
4	20	375	1,18	0,47
5	17	350	1,15	0,41
6	29	550	1,27	0,65
7	45	750	1,42	0,92
8	10	175	1,09	0,25
9	23	460	1,21	0,03
10	37	635	1,34	0,79
11	39	660	1,36	0,82
12	26	470	1,24	0,59
13	38	635	1,35	0,81
14	41	660	1,38	0,86
15	53	820	1,49	1,048

- ③ Проводим измерение термического сопротивления ST в акустической расщелине при 8-10 разн. удлинениях λ

$m(r)$	ΔR (мм)	Δu (м/с)	ΔT	λ	$\Delta \alpha$ (м/с)	ΔI
0	0	-21,4		1,020	0,000	0
125	7	-17	-0,087	1,026	4,4	0,022
200	9	-15,7	-0,0805	1,08	5,7	0,029
375	18	-13,1	-0,067	1,16	8,3	0,042
400	22	-8,2	-0,042	1,20	13,2	0,067
470	26	-3,3	-0,016	1,234	18,1	0,092
460	25	1,16	0,005	1,233	22,56	0,115
550	28	2,4	0,012	1,26	23,8	0,122
635	41	2,6	0,013	1,38	24	0,123

- (4) Для 2-3 значений λ из п.③ проводим измерение зависимости температуры в ре-те акустического расширения от времени $\Delta t(t)$

n°	$\Delta t(c)$	Δu_1	Δu_2
3	203	-12,9	-13,1
4	209	-10,1	-8,2
5	223	-1,4	-3,3

(5) Сборка результатов.

По результатам измерения п.② строим графики зависимости силы

f от расширения $\lambda = \frac{L}{L_0}$ в координатах $f(\lambda)$ и $f(\lambda - \frac{1}{\lambda^2})$

Из аппроксимации находим: $k = \frac{E \cdot S_0}{3} = (7,54 \pm 0,73) \text{ Н}$

$$\text{Модуль Юнга } E = \frac{3k}{S_0} = \frac{3k}{d_0 \cdot h_0} = \frac{3 \cdot 7,54}{12 \cdot 10^{-3} \cdot 1,8 \cdot 10^{-3}} = 1,047 \cdot 10^6 \text{ (Н/м)}$$

$$G_E = E \sqrt{\left(\frac{G_d}{d_0}\right)^2 + \left(\frac{G_h}{h_0}\right)^2 + \left(\frac{G_k}{k}\right)^2} = 1,047 \cdot 10^6 \sqrt{\left(\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{1,8}\right)^2 + \left(\frac{0,73}{7,54}\right)^2} = 1,047 \cdot 10^6 \sqrt{1,73 \cdot 10^{-3} + 0,97 \cdot 10^{-3} + 9,3 \cdot 10^{-3}} = 0,1 \cdot 10^6 \text{ (Н/м)}$$

Получим модуль Юнга результ $E = (1,047 \pm 0,1) \cdot 10^6 \text{ (Н/м)}$

Табличные данные: $E = 1,5 \dots 5 \text{ (МН/м)}$

⑥ По результатам n. ③ определим график зависимости $\Delta T(A)$

Определяем температуру резиновой накладки и определяем температуру резина.

$$\Delta T = \frac{E \Delta l_0}{6C_e} (\lambda - 1) \left[\lambda + 1 - \frac{2}{\lambda} (1 + 3\alpha T_0) \right] \quad \left. \begin{array}{l} \\ f = E \Delta l_0 \frac{\Delta l}{l_0} \end{array} \right\} \Rightarrow C_e = \frac{l_0}{6 \Delta T} (\lambda - 1) \left[\lambda + 1 - \frac{2}{\lambda} (1 + 3\alpha T_0) \right] \frac{f p_0}{\Delta l}$$

$$C_e = \frac{m g l_0^2}{6 \Delta T \Delta l} (\lambda - 1) \left[\lambda + 1 - \frac{2}{\lambda} \overbrace{(1 + 3\alpha T_0)}^{1,17} \right]$$

$$\lambda \sim 2 \cdot 10^{-4} \frac{1}{K}$$

$m(H)$	175	200	375	400	470	460	550	635
$C_e \frac{\text{см}}{K}$	0,187	0,098	0,240	0,252	0,310	0,222	0,304	0,609
$C_e \frac{\text{км}}{K}$	0,044	0,023	0,057	0,06	0,073	0,053	0,072	0,145

$$(1) G_C = C_1 \sqrt{\left(\frac{2h}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{2d}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{2E}{E}\right)^2 + \left(\frac{2l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2T}{T}\right)^2} = 0,187 \cdot 0,218 = 0,04 \left(\frac{\text{см}}{K}\right)$$

$$C_1 = (0,187 \pm 0,04) \frac{\text{см}}{K}$$

$$(2) G_C = 0,098 \cdot 0,14 = 0,013 \left(\frac{\text{см}}{K}\right)$$

$$C_2 = (0,098 \pm 0,013) \frac{\text{см}}{K}$$

$$(3) G_C = 0,240 \cdot 0,128 = 0,03 \left(\frac{\text{см}}{K}\right)$$

$$C_3 = (0,240 \pm 0,03) \frac{\text{см}}{K}$$

$$(4) G_C = 0,252 \cdot 0,128 = 0,032 \left(\frac{\text{см}}{K}\right)$$

$$C_4 = (0,252 \pm 0,032) \frac{\text{см}}{K}$$

$$(5) G_C = 0,310 \cdot 0,128 = 0,039 \left(\frac{\text{см}}{K}\right)$$

$$C_5 = (0,310 \pm 0,039) \frac{\text{см}}{K}$$

$$(6) G_C = 0,222 \cdot 0,128 = 0,028 \left(\frac{\text{см}}{K}\right)$$

$$C_6 = (0,222 \pm 0,028) \frac{\text{см}}{K}$$

$$(7) G_C = 0,304 \cdot 0,128 = 0,039 \left(\frac{\text{см}}{K}\right)$$

$$C_7 = (0,304 \pm 0,039) \frac{\text{см}}{K}$$

$$(8) G_C = 0,609 \cdot 0,128 = 0,078 \left(\frac{\text{см}}{K}\right)$$

$$C_8 = (0,609 \pm 0,078) \frac{\text{см}}{K}$$

⑦ Выводы

В ходе работы были рассмотрены эпюры напряжений, возникающие при упругих деформациях резина.

Был исследован процесс изотермического растяжения резины, установлено линейное закономерность и определен модуль Юнга, значение которого было в диапазоне табличного значения

$$E = (1,047 \pm 0,8) \cdot 10^6 \text{ (Н/м)}$$

Далее был исследован процесс адиабатического растяжения и определено температура резины при разных нагрузках.