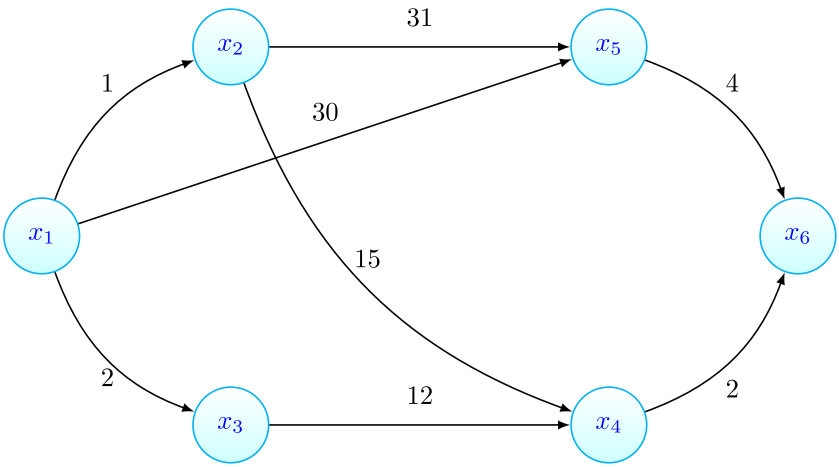
Universidad Autónoma de Coahuila
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas
Investigación de operaciones
Teoría de Grafos
Tarea 2
Alibeit Kakes

por

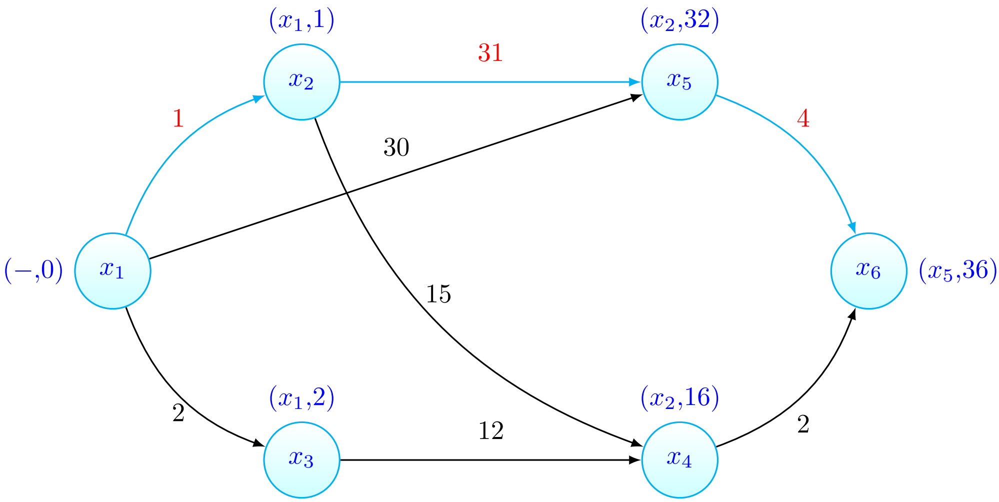
Jesús López Zavala

1. Problema 1

Encontrar el camino de longitud máxima que une los nodos x_1 y x_6.



Para resolverlo hay que aplicar el algoritmo de Ford, a continuación se muestran las marcas sobre cada nodo:



Para encontrar el camino óptimo realizamos la siguiente operación:

$$e(j) - e(i) = c(ij)$$

y si esta ecuación se cumple entonces nos quedamos con el arco entre ambas marcas. Este análisis conduce al siguiente conjunto de arcos que conforman el camino de longitud máxima:

$$U = \{(x_1, x_2), (x_2, x_5), (x_5, x_6)\}$$

2.

¿Podemos conocer la longitud del camino extremal sin conocer explícitamente los arcos que la componen?. ¿Se pueden marcar más de una vez los vértices?

Para conocer la longitud del camino extremal es necesario conocer explícitamente la relacion que existe entre los vértices (arcos), así como el valor que cada uno de los arcos tiene asignado. Si marcamos más de una vez los vértices, entonces habrá ambiguedad y el algoritmo con el que se esté trabajando, para nuestro caso el algoritmo de Ford, no estará cumpliendo con el objetivo de encontrar un camino extremal.

3.

Formule el algoritmo de Ford para hallar caminos mínimos.

Supongamos que se quiere encontrar el camino mínimo entre los vértices s y t de algún grafo dado, para hacerlo formularemos el algoritmo de Ford como sigue:

1. Marcar el vértice s con la marca $(-, 0)$.

2. Marcar el vértice j con la marca $(i, e(j))$, con

$$e(j) = min\{e(i) + c(ij)\}$$

.

3. Aplicar el paso anterior hasta llegar al vértice t.
4. Para encontrar el camino mínimo se hace un recorrido desde el vértice t hasta el vértice s buscando los arcos tales que cumplan:

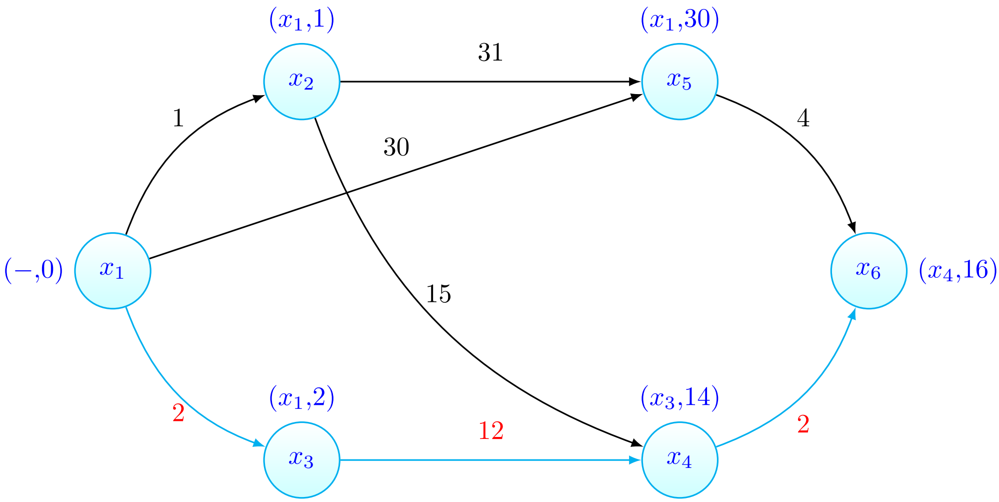
$$e(j) - e(i) = c(i, j),$$

de forma que el conjunto de arcos encontrados es el camino mínimo.

4. Problema 4

En el grafo del ejercicio 1, halle el camino de longitud mínima.

A continuación se muestran las marcas obtenidas al aplicar el algoritmo de Ford descrito anteriormente:



Aplicando el paso 4 descrito en el problema anterior obtenemos el siguente conjunto de arcos:

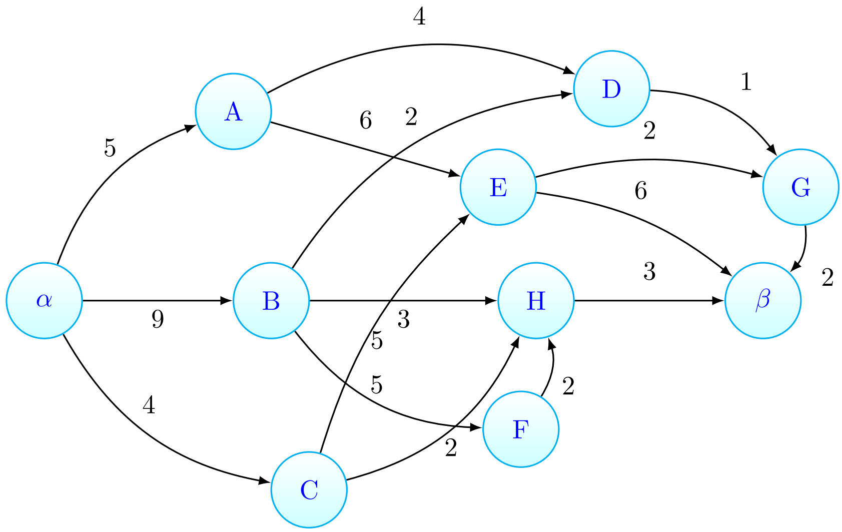
$$U = \{(x_1, x_3), (x_3, x_4), (x_4, x_6)\},$$

siendo éste el camino de longitud mínima.

5. Problema 5

En el grafo siguiente halle:

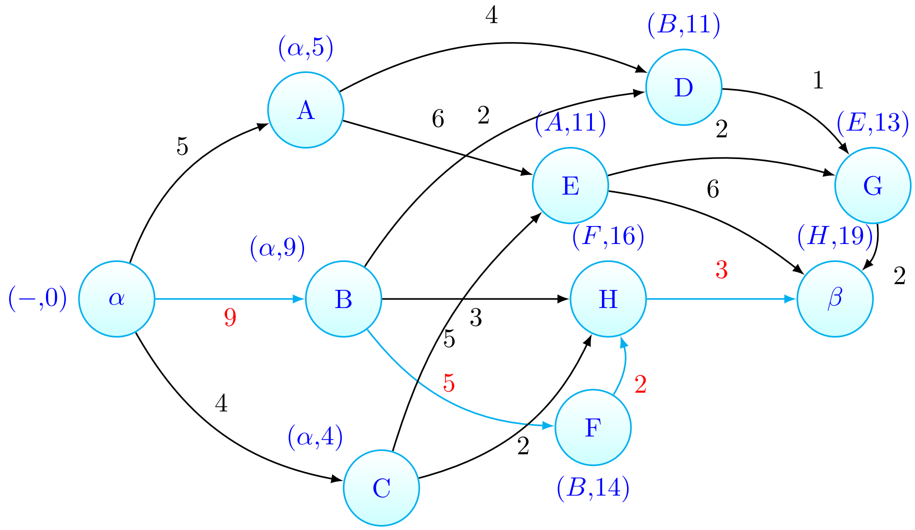
1. Encontrar el camino de longitud máxima que une los nodos α y β.
2. Encontrar el camino de longitud mínima que une los nodos α y β.
3. El recorrido que acumule la menor cantidad de arcos, de α a β.



1. Aplicando el algoritmo de Ford se obtiene que el conjunto:

$$U = \{(\alpha, B), (B, F), (F, H), (H, \beta)\},$$

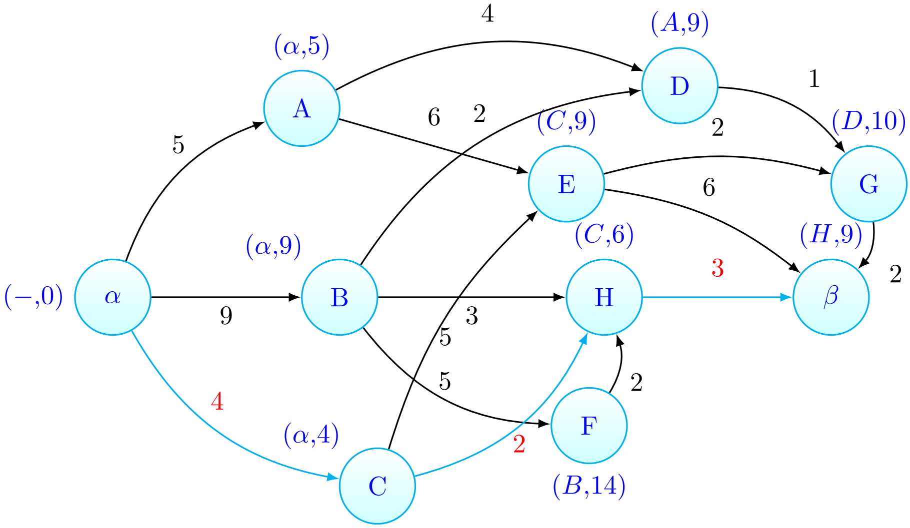
es el camino de longitud máxima. A continuación se muestra en la figura a este conjunto de arcos coloreados en tono azul:



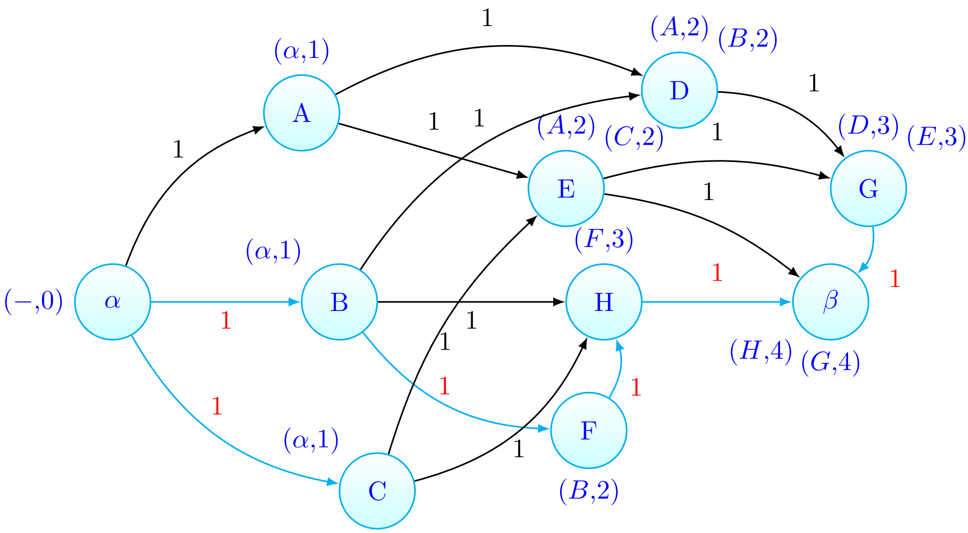
2. El algoritmo de Ford para encontrar caminos mínimos conduce a que el siguiente conjunto:

$$U = \{(\alpha, C), (C, H), (H, \beta)\},$$

es el camino de longitud mínima.
A continuación se muestra la figura con las marcas resultantes en cada vértice, así como los arcos que conforman al conjunto U. Dichos arcos estan coloreados en azul y sus respectivas longitudes se muestran en color rojo:



3. Para responder a esta pregunta, sustituiremos los valores predeterminados en cada arco por el valor de 1, luego aplicaremos el algoritmo de Ford para encontrar así todos los posibles conjuntos con el menor número de arcos. Luego de aplicar el algoritmo, el grafo reslultante se muestra a continuación:



6. Problema que resolvimos en clase

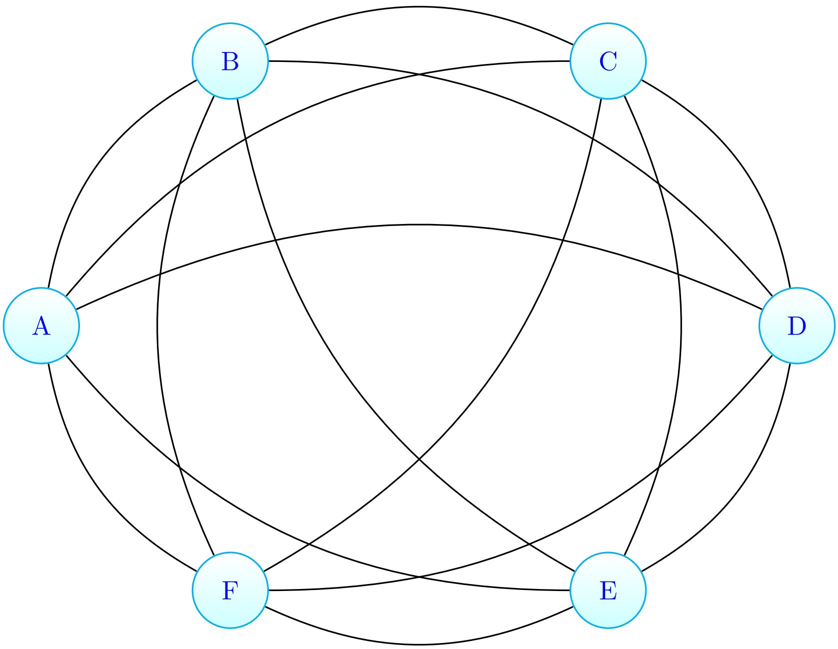


Figura 1: hola muchbaibdfunl

Un autor, Dpto. de Matemáticas, Universidad de ...
Correo electrónico: `autor@uni.es`
Página web: `http://www.uni.es/personales/autor.html`