Universidad de Granada

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Inferencia Estadística

Resolución de ejercicios de clase

Autor:
Jesús Muñoz Velasco

Curso 2024-2025

Índice

1. Tarea del 17 de septiembre de 2025

Ejercicio 1.1. Obtener la función masa de probabilidad conjunta de una m.a.s. de $X \rightsquigarrow B(k_0, p)$ y la función de densidad conjunta de una m.a.s. de $X \rightsquigarrow U(a, b)$.

- **•)** Consideramos $X \rightsquigarrow B(k_0, p)$

  Por definición tenemos que

$$P[X_1 = x_1, \ldots, X_n = x_n] = \prod_{i=1}^{n} P[X = x_i] \quad , (x_1, \ldots, x_n) \in \chi^n$$

  Aplicándolo al caso particular de una distribución binomial tenemos que para $x_i \in \{0, \ldots, k_0\}$, $i = 1, \ldots, n$

$$P[X_1 = x_1, \ldots, X_n = x_n] = \prod_{i=1}^{n} \binom{k_0}{x_i} p^{x_i}(1-p)^{(k_0 - x_i)} = p^{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i} \cdot (1-p)^{\sum\limits_{i=1}^{n} k_0 - x_i} \cdot \prod_{i=1}^{n} \binom{k_0}{x_i}$$

- **•)** Consideramos $X \rightsquigarrow U(a, b)$

  Por definición tenemos ahora que

$$f_{(X_1,\ldots,X_n)}(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} f_X(x_i) \quad , (x_1, \ldots, x_n) \in \chi^n$$

  Conociendo la función de densidad de una distribución uniforme tenemos, para todo $x_i \in [a, b]$, $i = 1, \ldots, n$

$$f_{(X_1,\ldots,X_n)}(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{b-a} = \frac{1}{(b-a)^n}$$

  En otro caso tendremos $f_{(X_1,\ldots,X_n)}(x_1, \ldots, x_n) = 0$

Ejercicio 1.2. Dada una muestra aleatoria formada por las observaciones $(3, 8, 5, 4, 5)$, obtener su función de distribución muestral y realizar la representación gráfica.

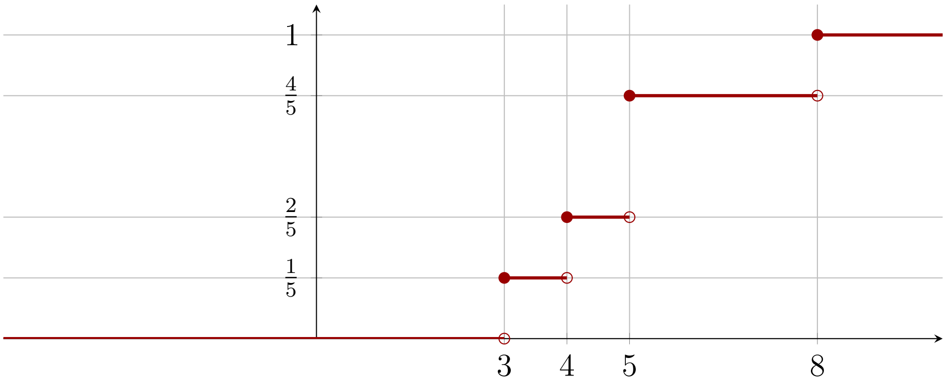
Por la definición de función de distribución muestral tenemos que

$$\begin{aligned} F^*_{(3,8,5,4,5)}(x) &= \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{5} I(-\infty, x](X_i) = \\ &= \frac{1}{5}(I(-\infty, x](3) + I(-\infty, x](4) + 2I(-\infty, x](5) + I(-\infty, x](8)) \end{aligned}$$

Lo que resulta

$$F^*_{(3,8,5,4,5)}(x) = \begin{cases} 1/5 \cdot 0 = 0 & \forall x \in (-\infty, 3) \\ 1/5 \cdot 1 = 1/5 & \forall x \in [3, 4) \\ 1/5 \cdot (1+1) = 2/5 & \forall x \in [4, 5) \\ 1/5 \cdot (1+1+2) = 4/5 & \forall x \in [5, 8) \\ 1/5 \cdot (1+1+2+1) = 5/5 = 1 & \forall x \in [8, \infty) \end{cases}$$

Gráficamente resulta en:



Ejercicio 1.3.