Preguntas-Control-1.pdf

facilisim02

Inferencia Estadística

3º Grado en Matemáticas

Facultad de Ciencias
Universidad de Granada

Cuestionarios Inferencia

~CONTROL 1~

1. $(X_1, \dots, X_n)$ m.a.s de X con $E[X] = \mu$ y $Var[X] = \sigma^2$.

Los momentos muestrales no centrados A_k y centrados B_k verifican:

a). $E[A_1] = \mu$ y $Var[A_1] = \sigma^2$

b). $E[B_1] = 0$ y $Var[A_1] = \sigma^2/n$

c). $E[B_1] = 0$ y $E[B_2] = \sigma^2$

d). $E[A_1] = \mu$ y $E[B_2] = \sigma^2$

2. $(X_1, \dots, X_n)$ m.a.s. de X, v.a. con función de densidad

$f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$.

$X_{(1)} = \min X_i$, $X_{(n)} = \max X_i$.

Las funciones de distribución $F_{X_{(i)}}$ y de densidad $f_{X_{(i)}}$, verifican:

a). $F_{X_{(n)}}(x) = x^{n\theta}$ $0 < x < 1$.

b). $f_{X_{(n)}}(x) = n\theta x^{n(\theta-1)}$, $0 < x < 1$.

c). $F_{X_{(1)}}(x) = 1 - x^{n\theta}$, $0 < x < 1$.

d). $f_{X_{(1)}}(x) = n\theta(1-x^\theta)^{n-1}$, $0 < x < 1$.

3. $(X_1, \dots, X_n)$, $(Y_1, \dots, Y_m)$ muestras indep. de poblaciones normales con medias μ_1, μ_2 y varianzas $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

$\bar{X}, \bar{Y}, S_1^2, S_2^2$ verifican:

a). $\dfrac{nS_1^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2(n)$

b) $\dfrac{\bar{X}-\mu_1}{S_1/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

c) $(\bar{X}-\bar{Y}) \sim N\left(\mu_1-\mu_2,\ \sigma^2 \dfrac{n+m}{nm}\right)$

d) $\dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n,m)$

4. $(X_1, \dots, X_n)$ m.a.s. de X con $f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$, $0<x<1$; $\theta>0$

a). $\prod_{i=1}^{n} X_i$ es un estadístico completo, pero no suficiente.

b). $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)$ es un estadístico suficiente y completo.

c). $\prod_{i=1}^{n} X_i^{\theta-1}$ recoge toda la info. de la muestra sobre

d) el parámetro.

d). Ninguna de las otras respuestas es correcta.

5. $(X_1, \dots, X_6)$, $(Y_1, \dots, Y_6)$ m.a.s. indep. de dos poblaciones, $N(7, \sigma^2)$ y $N(10, \sigma^2)$ respect., con medias muestrales $\bar{X}$ e $\bar{Y}$. Calcular (sin interpolación) $P(Z > 1.8298)$ siendo

$$Z = \frac{\bar{X}-\bar{Y}+3}{\sqrt{\sum_{i=1}^{6}(X_i-\bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{6}(Y_i-\bar{Y})^2}}\sqrt{10}$$

a). 0.995

b). 0.005

c). 0.05

d). 0.95

6. $(X_1, \ldots, X_n)$ m.a.s. de $X \to \{F_\theta, \theta \in \Theta\}$ y $T \equiv T(X_1, \ldots, X_n)$ un estadístico muestral:

a). Si T es suficiente, entonces $|T|$ es suficiente.

b). Si T es suficiente y completo, cualquier transformación biunívoca de T también lo es.

c). Si la distribución condicionada de T a cualquier realización muestral es independiente de θ, entonces T es suficiente.

d). Si T es completo, T^2 no tiene por qué serlo.

7. $(X_1, \ldots, X_n)$ m.a.s de $X \to \{F_\theta, \theta \in \Theta\}$ y $T \equiv T(X_1, \ldots, X_n)$ un estadístico muestral:

a). T completo y $E_{\theta_0}[g_1(T)] = E_{\theta_0}[g_2(T)] \Rightarrow$
$\Rightarrow P_{\theta_0}(g_1(t) = g_2(t)) = 1$.

b). Si $T = h(U(X_1, \ldots, X_n))$ y $U(X_1, \ldots X_n)$ suficiente $\Rightarrow$
$\Rightarrow T$ es suficiente.

c). Si la familia es de tipo exponencial y T es suficiente, T también es completo.

d). Si T suficiente y completo, e^T también.

8. $(X_1, \ldots X_n)$ m.a.s de $X \to \{F_\theta, \theta \in \Theta\}$ y $T \equiv T(X_1, \ldots X_n)$ e.m.:

a). Si T es suficiente y completo, cualquier ~~to~~ transformación de T también lo es.

b). Si $\ln(T)$ es suficiente y completo $\Rightarrow T$ también lo es.

c). T es completo y $E_\theta[T^2] = 1 \ \forall \theta \in \Theta \Rightarrow P_\theta[T=1] = 1 \ \forall \theta \in \Theta$

d). T es suficiente $\Rightarrow T^4$ también lo es.

9. $(X_1, \ldots, X_n), (Y_1, \ldots, Y_m)$ m.a.s.; $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$.

$\bar{X}, \bar{Y}, S_1^2, S_2^2$ verifican:

a). $$\frac{(\bar{Y}-\bar{X})-(\mu_2-\mu_1)}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

b). $$\frac{\bar{Y}-\mu_2}{S_2/\sqrt{m-1}} \sim t(m-1)$$

c). $$\sum_{i=2}^{n} \frac{(X_i-\bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$$

d). $$\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\mu_2)^2} \sim F(n,m)$$

10. $(X_1, \ldots, X_n), (Y_1, \ldots, Y_m)$ m.a.s; $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

a) $$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

b) $$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{(X_i-\mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

c) $$\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\mu_2)^2}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2} \sim F(m,n)$$

d) $$\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{1/n+1/m}\ \sqrt{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}} \sim t(n+m-2)$$

11. $(X_1, \ldots, X_n)$ m.a.s., $E[X]=\mu$, $Var[X]=\sigma^2$. A_k y B_k verifican:

a). $E[B_1]=0$, $E[B_2]=\frac{n-1}{n}\sigma^2$

b). $E[A_1]=\mu$, $Var[B_2]=\sigma^2$

c). $E[A_1]=\mu$, $Var[A_1]=\sigma^2$

d). $E[B_1]=0$, $E[B_2]=\sigma^2$

12. $(X_1, \ldots, X_n)$ m.a.s., $E[X]=\mu$, $Var[X]=\sigma^2$. A_k y B_k verifican:

a). $E[A_1]=\mu$, $Var[A_1]=\sigma^2$

b). $E[B_1]=0$, $Var[A_2]=\sigma^2$

c). $E[A_1]=\mu$, $E[B_2]=\frac{n-1}{n}\sigma^2$

d). $E[B_1]=0$, $E[B_2]=\sigma^2$

13. a). $\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{1/n+1/m}\sqrt{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}} \sim t(n+m-2)$

b). $\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i-\mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

c). $\frac{S_2^2}{S_1^2} \sim F(m-1, n-1)$

d). $\frac{\bar{Y}-\mu_2}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathcal{N}(0,1)$

14. a). $\dfrac{\sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \mu_1)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$

b). $\dfrac{S_2^2}{S_1^2} \sim F(n-1, m-1)$

c). $\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y}) - (\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{1/n + 1/m}\,\sqrt{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}} \sim t(n+m-2)$

d). $\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0,1)$

15. a). $\sum_{i=1}^{m-1} \dfrac{(Y_i - \mu_2)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(m)$

b). $\dfrac{S_2^2}{S_1^2} \sim F(n-1, m-1)$

c). $\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y}) - (\mu_1-\mu_2)}{\sigma\sqrt{1/(n+m)}} \sim \mathcal{N}(0,1)$.

d). $\dfrac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu_1)}{S_1} \sim t(n-1)$

16. a). T suficiente $\Rightarrow T^2$ también es suficiente.

b). T completo y $E_{\theta_0}[T^3] = 0 \Rightarrow P_{\theta_0}[T=0] = 1$

c) Si T es suficiente para $\{P_\theta ; \theta \in \Theta\}$, lo es para $\{P_\theta : \theta \in \Theta'\}$, $\forall\, \Theta' \supseteq \Theta$

d). Si $T > 0$ y T^3 suficiente entonces $\ln T$ también lo es.

17. $(X_1, \dots, X_n)$ m.a.s, X f.d.d $f_\theta(x) = \dfrac{\theta}{x^{\theta+1}}$, $x > 1$, $\theta > 0$.

a) Ninguna es correcta.

b) El estadístico $\prod_{i=1}^{n} X_i^{\theta+1}$ recoge toda la info. de la muestra sobre el parámetro.

c) $\prod_{i=1}^{n} \dfrac{X_i}{n}$ estadístico suficiente y completo.

d) $\sum_{i=1}^{n} \ln X_i$ estadístico completo pero no suficiente.

18. $(X_1, \dots, X_n)$ m.a.s, X f.d.d. $f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$, $\theta > 0$.

a). $\sum_{i=1}^{n} \ln X_i$ estadístico suficiente pero no completo.

b). $\prod_{i=1}^{n} X_i$ no recoge toda la info de la muestra sobre el parámetro.

c). Ninguna de las respuestas.

d). $\dfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln X_i$ estadístico suficiente y completo.

Repetido

19. $(X_1, \dots, X_n)$ m.a.s. $f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$, $\theta > 0$.

a). $\prod_{i=1}^{n} X_i$ estadístico completo pero no suficiente.

b). $\prod_{i=1}^{n} X_i^{\theta-1}$ recoge toda la info de la muestra sobre el parámetro.

c). $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)$ estadístico suficiente y completo.

d). Ninguna es correcta.

20. $f_\theta = \frac{\theta}{x} (\ln X)^{\theta-1}$, $1 < x < e$, $\theta > 0$.

a). El estadístico $\prod_{i=1}^{n} (\ln X_i)^{\theta-1}$ recoge toda la información de la muestra sobre el parámetro.

b). $\prod_{i=1}^{n} \ln X_i \cdot \frac{1}{n}$ es un estadístico suficiente y completo.

c). $\sum_{i=1}^{n} \ln X_i$ estadístico suficiente y completo.

d). Ninguna es correcta.

21. $(X_1, \dots, X_6)$, $(Y_1, \dots, Y_6)$ m.a.s. independientes de $N(9, \sigma^2)$ y $N(10, \sigma^2)$ respectivamente.

calcular $P[Z < 1,00222]$ con:

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} + 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{6} (X_i - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{6} (Y_i - \bar{Y})^2}} \sqrt{3}$$

22. $(X_1, \dots, X_6)$, $(Y_1, \dots, Y_6)$ m.a.s. indep. de $N(10, \sigma^2)$ y $N(12, \sigma^2)$ respect., $\bar{X}, \bar{Y}$ medias muestrales.

Calcular sin interpolación $P(Z > 0.57863)$,

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} + 2}{\sqrt{\sum_{i=1}^{6} (X_i - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{6} (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

a). 0.25

b). 0.995

c). 0.005

d). 0.75

Soluciones

~CONTROL 1~

1. B
2. A
3. C
4. B
5. B
6. B
7. D
8. B
9. A
10. B
11. A
12. C
13. C
14. D
15. D
16. D.
17. C
18. D
19. C
20. ~~B~~ C
21. 0.995
22. C