Universidad de Granada

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Topología I

Autor:
Jesús Muñoz Velasco

Curso 2024-2025

Índice general

Tema 1: Espacios Topológicos

Un **espacio topológico** es una par $(X, \mathcal{T})$, donde $X \neq \emptyset$ es un conjunto y $\mathcal{T} \subset \mathcal{P}(X)$ es una familia de subconjuntos de X.

(A1) $\emptyset, X \in \mathcal{T}$.

(A2) Si $\{U_i\}_{i \in I} \subset \mathcal{T}$, entonces $\bigcup\limits_{i \in I} U_i \in \mathcal{T}$.

(A3) Si $U_1, U_2 \in \mathcal{T}$, entonces $U_1 \cap U_2 \in \mathcal{T}$.

A la familia $\mathcal{T}$ se le llama **topología** en el conjunto X. A los elementos de $\mathcal{T}$ se les llama **abiertos** en el espacio topológico $(X, \mathcal{T})$.

Observación. De **(A1)** podemos concretar que si $U_1, \ldots, U_k \in \mathcal{T}$, entonces $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} U_i \in \mathcal{T}$. En general, si $\{U_i\}_{i=1}^{\infty} \in \mathcal{T}$, entonces $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}$ no tiene por qué ser abierto.

Ejemplo.

- **Topología trivial:** Sea $X \neq \emptyset$, $\mathcal{T}_t = \{\emptyset, X\} \Rightarrow (X, \mathcal{T}_t)$ es un e.t[1].
- **Topología discreta:** Sea $X \neq \emptyset$, $\mathcal{T}_{disc} = \mathcal{T}_D = \mathcal{P}(X) \Rightarrow (X, \mathcal{T}_D)$ es un e.t.

[1]A partir de ahora notaremos así a un espacio topológico