Tema 4. Análisis comparativo del rendimiento







Objetivos del tema

- Entender la problemática inherente al diseño de un índice de rendimiento cualquiera.
- Interpretar los índices clásicos de rendimiento usados en el ámbito de los procesadores.
- Entender el concepto de benchmark y sus distintos tipos.
- Conocer ejemplos reales de benchmarks.
- Conocer diferentes estrategias de análisis para hacer comparaciones de rendimiento, así como las condiciones para hacer una comparación de rendimiento lo más ecuánime posible.

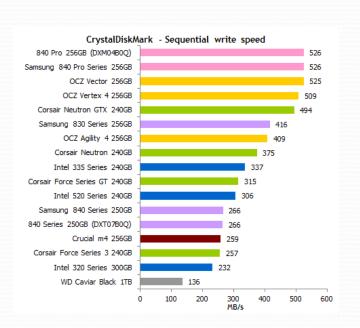
Bibliografía

- Evaluación y modelado del rendimiento de los sistemas informáticos. Xavier Molero, C. Juiz, M. Rodeño. Pearson Educación, 2004. Capítulo 3.
- Measuring computer performance: a practitioner's guide. David J. Lilja, Cambridge University Press, 2000. Capítulos 2,5 y 7.
- The art of computer systems performance analysis: Techniques for experimental design, measurement, simulation, and modeling. Raj Jain, John Wiley & Sons, 1991. Capítulos 9, 13 y 20.
- System Performance Tuning. Gian-Paolo D. Musumeci, Mike Loukides, 2nd Edition O'Reilly Media, 2002. Capítulo 2.
- The Standard Performance Evaluation Corporation (SPEC), https://www.spec.org.
- The Transaction Processing Performance Council (TPC), https://www.tpc.org.

Contenido

- Referenciación (benchmarking).
- Análisis de los resultados de un test de rendimiento.
- Comparación de prestaciones en presencia de aleatoriedad.
- Diseño de experimentos de comparación de rendimiento.





4.1. Referenciación (Benchmarking)

Características de un buen índice de rendimiento

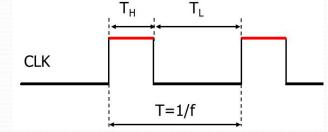
- **Repetibilidad**: **Siempre** que se mida el índice en las mismas condiciones, el valor de éste debe ser el mismo.
- **Representatividad** y **fiabilidad**: Si un sistema A **siempre** presenta un índice de rendimiento mejor que el sistema B, es porque **siempre** el rendimiento real de A es mejor que el de B.
- **Consistencia:** El índice se debe poder medir en cualquier sistema informático, independientemente de su arquitectura o de su S.O.
- Facilidad de medición: Sería deseable que las medidas necesarias para obtener el índice sean fáciles de tomar.
- **Linealidad**: Sería deseable que, si el índice de rendimiento aumenta, el rendimiento real del sistema aumente en la misma proporción.



Búsqueda de un buen índice de rendimiento para un componente concreto: CPU

En general:

$$T_{EJEC} = NI \times CPI \times T_{RELOJ} = \frac{NI \times CPI}{f_{RELOJ}}$$



- ¿Pueden ser la frecuencia de reloj (**f**_{RELOJ}) o el número medio de ciclos por instrucción (**CPI**) buenos índices de rendimiento para comparar procesadores? **No lo son:** Es posible encontrar ejemplos de CPU con f_{RELOJ} (o CPI) peores que otros, pero con mejores prestaciones. Además, los CPI dependen del programa que se ejecute.
- ¿Y los MIPS (*Mega Instructions Per Second*)? **Tampoco**: Los MIPS medidos varían incluso entre diferentes programas en el mismo computador. Además, no es una medida fiable: un procesador con mayor MIPS que otro podría ser más lento en ejecutar un programa si éste requiere más instrucciones para su ejecución (ej. RISC vs CISC).

$$MIPS = \frac{NI}{T_{EJEC} \times 10^6} = \frac{f_{RELOJ}}{CPI \times 10^6}$$

Búsqueda de un buen índice de rendimiento para un componente concreto: CPU (continuación)

• ¿Y los MFLOPS (*Mega Floating-point Operations Per Second*)? Es un índice basado en operaciones y no en instrucciones.

$$MFLOPS = \frac{Operaciones~de~coma~flotante~realizadas}{T_{EJEC} \times 10^6}$$

Inconvenientes:

- 1. No todas las operaciones de coma flotante tienen la misma complejidad.
- 2. El formato de los números en coma flotante puede variar de una arquitectura a otra y, por tanto, los resultados de las operaciones podrían tener diferente exactitud.
- 3. No pueden usarse solo las operaciones en coma flotante para comparar el rendimiento de CPU, en general.

Conclusión del análisis

- No existe un índice de rendimiento que cumpla todos los requisitos exigibles. Esto es extrapolable a cualquier otro componente a un sistema informático completo.
- ¿Qué opciones nos quedan? ¿Y si usamos directamente el **tiempo de ejecución de un determinado programa**?
 - ¿Consistencia? El programa debería estar escrito en un lenguaje de alto nivel. Ok.
 - ¿Repetibilidad? El programa debería ejecutarse en un entorno muy controlado. Ok.
 - ¿Representatividad y fiabilidad? ¡No! La comparación solo sería válida para ese programa. No se puede extender a cualquier otro programa.
- Pero no tenemos otro candidato mejor. Cuando queramos comparar rendimientos entre servidores, debemos tener en cuenta que esa comparación **solo será válida para la carga concreta** que se haya usado en la comparación.
- Ahora surge el problema: ¿Qué carga debemos elegir?

La carga real

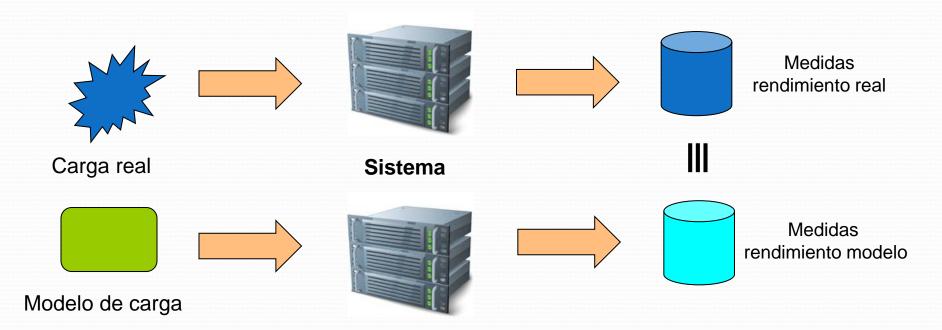
- Difícil de utilizar para la comparación de rendimiento de un servidor por las siguientes razones:
 - Varía a lo largo del tiempo: ¿Uso la carga de hoy, la de ayer...?
 - Resulta complicado reproducirla: Si la uso con un servidor muy lento, ¡¡es posible que llegue una solicitud basada en una respuesta que todavía no ha llegado!!
 - Interacciona con el sistema informático: Si un servidor contesta muy rápido, es posible que reciba las solicitudes antes o incluso más solicitudes que si fuera muy lento.



• Es más conveniente utilizar un **modelo** de la carga real como carga de prueba para hacer comparaciones.

Representatividad del modelo de carga

- Los modelos de carga son representaciones aproximadas de la carga que recibe un sistema informático. El modelo de la carga:
 - Debe ser lo más representativo posible de la carga real.
 - Debe ser lo más simple/compacto que sea posible (tiempos de medición y espacio en memoria razonables).



Principales estrategias para obtener modelos de carga

• Ajustar un modelo paramétrico "**personalizado**" a partir de la monitorización del sistema ante la carga real (*caracterización de la carga*).







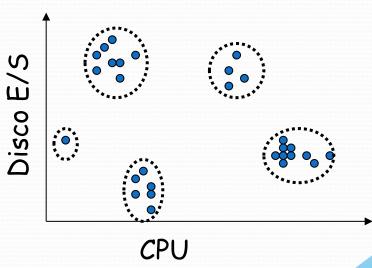




• Usar cargas de prueba que usen un modelo **genérico** de carga lo más similar posible al que se quiere reproducir (*referenciación* o *benchmarking*).

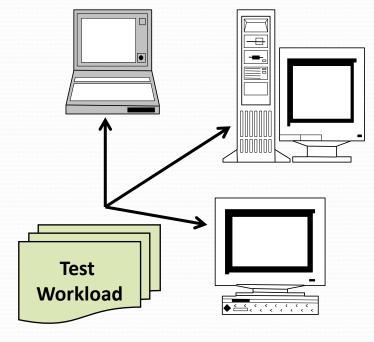
Caracterización de la carga

- La forma más fácil para obtener un modelo de la carga a la que está sometido un servidor durante un determinado periodo de tiempo consiste en:
 - Identificar los recursos que más demande la carga (CPU, memoria, discos, red, etc.)
 - Elegir los parámetros característicos de dichos recursos (utilización de CPU, lecturas/escrituras que hay que hacer en cada disco, lecturas/escrituras a memoria, número de accesos a la red, etc.)
 - Medir el valor de dichos parámetros usando monitores de actividad (muestreo).
 - Analizar los datos: medias, histogramas, agrupamiento o *clustering*, etc.
 - Generar el modelo de carga seleccionando *representantes de la carga* (=solicitudes al servidor) junto con información estadística sobre su distribución temporal.
- Ventajas:
 - La carga de prueba es muy representativa de la carga real.
- Desventajas:
 - El proceso de obtención de la carga de prueba es bastante tedioso.
 - Desconocemos el rendimiento de otros servidores distintos al nuestro con esa carga de prueba.



Referenciación (Benchmarking)

- Consiste en utilizar un programa o un conjunto de programas estándar (benchmark programs) con el fin de comparar alguna característica del **rendimiento** entre equipos informáticos. Características principales que definen a un benchmark:
 - La **carga de prueba** (*test workload*) específica con la que estresa el sistema evaluado.
 - El **conjunto de reglas** que se deben seguir para la correcta ejecución, obtención y validación de los resultados.
 - El **índice de rendimiento**, también llamado "métrica", que use usa para realizar las comparaciones.





Ventajas de usar benchmarking

- Existen muchos *benchmarks* diferentes para distintos tipos de servidores y cargas. Hay una **alta probabilidad** de encontrar uno que reproduzca unas condiciones parecidas a las que experimenta nuestro servidor.
- Las comparaciones entre el rendimiento de varios servidores son **justas** ya que todas las ejecuciones se realizan de forma idéntica siguiendo las **reglas del** *benchmark*.

• Muchos *benchmarks* permiten ajustar la carga (son escalables), lo cual amplía el rango de sistemas informáticos que los pueden usar.

• Al conocer el rendimiento para un determinado benchmark que obtienen diferentes servidores, así como la forma en la que están diseñados y configurados dichos servidores, obtenemos una información muy valiosa sobre cómo diseñar y/o configurar nuestros propios servidores.



Tipos de programas de benchmark: según la estrategia de medida

- Programas que miden el tiempo necesario para ejecutar una cantidad preestablecida de tareas.
 - La mayoría de benchmarks.
- Programas que miden la cantidad de tareas ejecutadas para un tiempo de cómputo pre-establecido.
 - SLALOM: Mide la exactitud de la solución de un determinado problema que se puede alcanzar en 1 minuto de ejecución.
 - TPC-C: Calcula cuántas consultas por segundo se realizan, de media, a un servidor de base de datos permitiendo aumentar el nº de usuarios. Exige un tiempo mínimo de respuesta para un determinado tanto por ciento de peticiones.

Tipos de programas de benchmark: según la generalidad del test

- **Microbenchmarks** o benchmarks para componentes: estresan componentes o agrupaciones de componentes concretos del sistema: procesador, caché, memoria, discos, red, procesador+caché, procesador+compilador+memoria virtual, etc.
- **Macrobenchmarks** o benchmarks de sistema completo o de aplicación real: la carga intenta imitar situaciones reales (normalmente servidores con muchos clientes) típicas de algún área. P.ej. comercio electrónico, servidores web, servidores de ficheros, servidores de bases de datos, sistemas de ayuda a la decisión, paquetes ofimáticos + correo electrónico + navegación, etc.





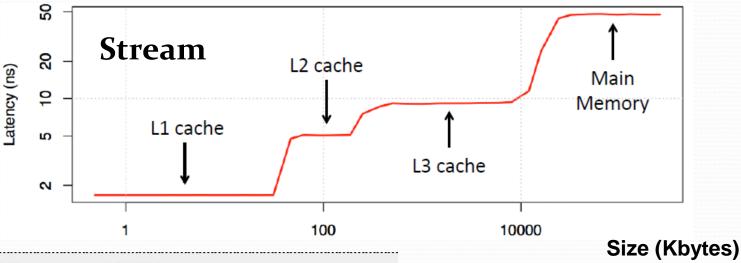
Ejemplos de microbenchmarks

- *Whetstone* (1976)
 - Mide el rendimiento de las operaciones en **coma flotante** por medio de pequeñas aplicaciones científicas que usan sumas, multiplicaciones y funciones trigonométricas.
- *Linpack* (1983)
 - Mide el rendimiento de las operaciones en **coma flotante** a través de un algoritmo para resolver un sistema denso de ecuaciones lineales. El benchmark incorpora una rutina para comprobar que la solución a la que se llega es la correcta con un grado de exactitud prefijado. La versión multi-computador de Linpack se utiliza para confeccionar la lista de los <u>500 mejores supercomputadores del mundo</u>.
- *Dhrystone* (1984)
 - Mide el rendimiento de operaciones con **enteros**, esencialmente por medio de operaciones de copia y comparación de cadenas de caracteres.

Ejemplos de microbenchmarks (II)

- *Stream*: para medir el ancho de banda de memorias DRAM y las cachés del microprocesador (SRAM) https://github.com/jeffhammond/STREAM.
- *IOzone*: rendimiento del sistema de ficheros (p.ej. lecturas y escrituras a/desde el disco duro), http://www.iozone.org/. Igualmente, *HD Tune* (Windows, http://www.hdtune.com/), *Iometer* (http://www.iometer.org/), *fio* (Linux, https://fio.readthedocs.io/, flexible I/O tester,) o el programa 'hdparm –tT' (Linux).
- *Iperf*: rendimiento TCP y UDP (Linux y Windows). Debe estar instalado tanto en el cliente como en el servidor (https://iperf.fr/). O el programa *pchar* (Linux), que calcula el ancho de banda por cada salto de IP hasta alcanzar el destino.
- - AIDA64 (Windows, http://www.aida64.com).
 - Sandra (Windows, http://www.sisoftware.net).
 - Phoronix Test Suite (Open Source, https://www.phoronix-test-suite.com/).

Ejemplos de microbenchmarks (III)

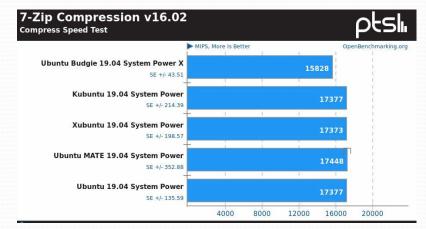


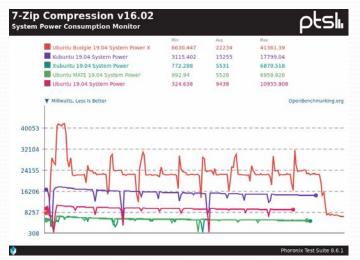
```
S fio --name=segwrite --rw=write --bs=128k --size=122374m
[...]
segwrite: (groupid=0, jobs=1): err= 0: pid=22321
  write: io=122374MB, bw=840951KB/s, iops=6569, runt=149011msec
   clat (usec): min=41 , max=133186 , avg=148.26, stdev=1287.17
    lat (usec): min=44 , max=133188 , avg=151.11, stdev=1287.21
    bw (KB/s): min=10746, max=1983488, per=100.18%, avg=842503.94,
stdev=262774.35
              : usr=2.67%, sys=43.46%, ctx=14284, majf=1, minf=24
  cpu
            : 1=100.0%, 2=0.0%, 4=0.0%, 8=0.0%, 16=0.0%, 32=0.0%, >=64=0.0%
  IO depths
               : 0=0.0%, 4=100.0%, 8=0.0%, 16=0.0%, 32=0.0%, 64=0.0%, >=64=0.0%
     submit
     complete: 0=0.0%, 4=100.0%, 8=0.0%, 16=0.0%, 32=0.0%, 64=0.0%, >=64=0.0%
     issued r/w/d: total=0/978992/0, short=0/0/0
    lat (usec): 50=0.02%, 100=98.30%, 250=1.06%, 500=0.01%, 750=0.01%
    lat (usec): 1000=0.01%
     lat (msec): 2=0.01%, 4=0.01%, 10=0.25%, 20=0.29%, 50=0.06%
     lat (msec): 100=0.01%, 250=0.01%
```

fio Flexible I/O tester (Linux) https://fio.readthedocs.io

Phoronix Test Suite (https://www.phoronix-test-suite.com)

- Multiplataforma: Linux, Solaris, Mac OS X, Windows, entre otros S.O.
- Código abierto (https://github.com/phoronix-test-suite).
- Permite la instalación, ejecución y la generación de informes tanto de tests de rendimiento (*test profiles*, https://openbenchmarking.org/tests) como de agrupaciones de éstos (*test suites*, https://openbenchmarking.org/suites) de forma automatizada.
- Permite recopilar automáticamente en tiempo de ejecución la información de sensores del sistema (consumo de energía, temperaturas, voltajes, frecuencias CPU, velocidad ventiladores, utilización de CPU/GPU/discos/memoria, etc.)
- Permite visualizar el resultado de forma gráfica en html y/o exportarlo a https://openbenchmarking.org para compartirlo con otros y/o compararlo con otros resultados.





El paquete de microbenchmarks SPEC CPU 2017

- SPEC (Standard Performance Evaluation Corporation), es una corporación sin ánimo de lucro cuyo propósito es establecer, mantener y respaldar la estandarización de benchmarks y herramientas para evaluar el rendimiento y la eficiencia energética de los equipos informáticos.
- Miembros de la corporación (https://www.spec.org/consortium/): Acer, AMD, Amazon Web Services, Apple, ARM, ASUS, Cisco, Dell, Fujitsu, Google, HP, IBM, Intel, Microsoft, Oracle, Qualcomm, Red Hat, Samsung...
- Compuesto por cuatro conjuntos de microbenchmarks distintos (http://www.spec.org/cpu2017/):
 - SPEC<u>speed</u>®2017 Integer (rendimiento en aritmética entera)
 - SPEC<u>speed</u>®2017 Floating Point (rendimiento en coma flotante)
 - SPEC<u>rate</u>®2017 Integer (rendimiento en aritmética entera)
 - SPEC<u>rate</u>®2017 Floating Point (rendimiento en coma flotante)
 - Speed: cuánto tarda en ejecutarse un programa (tiempo de respuesta).
 - Rate: cuántos programas puedo ejecutar por unidad de tiempo (productividad).
- ¿Qué componentes se evalúan? Procesador (enteros o coma flotante según el caso), sistema de memoria y compilador (C, Fortran y C++).

El paquete de microbenchmarks SPEC CPU 2017 (cont.)

- SPEC CPU2017 se distribuye como una imagen ISO que contiene:
 - Código fuente de todos los programas de benchmark.
 - Data sets que necesitan algunos benchmarks para su ejecución.
 - Herramientas varias para compilación, ejecución, obtención de resultados, validación y generación de informes.
 - Documentación, incluyendo reglas de ejecución y de generación de informes (https://www.spec.org/cpu2017/Docs/runrules.html).
- El tiempo de ejecución depende del índice a obtener, la máquina en la que se ejecuta y cuántas copias o subprocesos se eligen.

Metric	Config Tested	Individual benchmarks	Full Run (Reportable)
SPECrate2017_int_base	1 copy	6 to 10 minutes	2.5 hours
SPECrate2017_fp_base	1 copy	5 to 36 minutes	4.8 hours
SPECspeed2017_int_base	4 threads	6 to 15 minutes	3.1 hours
SPECspeed2017_fp_base	16 threads	6 to 75 minutes	4.7 hours

Programas dentro de SPECspeed®2017

- Criterios generales:
 - Han de ser aplicaciones reales.
 - Portabilidad a muchas arquitecturas: Intel y AMD x86 & x86-64, Sun SPARC, IBM POWER e IA-64.
- Ejemplo: SPEC<u>speed</u>®2017 Integer: 10 programas (la mayoría en C y C++)
 - 600.perlbench_s
 Intérprete de Perl
 - 657.xz_s Utilidad de compresión
 - 602.gcc_s Compilador de C
 - 623.xalancbmk_s Conversión XML a HTML
 - •
- Ejemplo: SPEC<u>speed</u>®2017 Floating Point: 10 programas (la mayoría en Fortran y C)
 - 619.lbm_s Dinámica de fluidos
 - 621.wrf_s
 Predicción meteorológica
 - 638.imagick_s Procesamiento de imágenes
 - ...

Índices de prestaciones de SPECspeed®2017

- También llamados, de forma genérica, índices SPEC:
 - Aritmética entera: CPU2017IntegerSpeed_peak, CPU2017IntegerSpeed_base.
 - Aritmética en coma flotante: CPU2017FP_Speed_peak, CPU2017FP_Speed_base.
- Significado de "base" y "peak":
 - Base: Compilación en modo conservador: todos los programas escritos en el mismo lenguaje usan las mismas opciones de compilación (el que realiza el test debe buscar las opciones óptimas "globales").
 - Peak: Rendimiento pico, permitiendo que el que realiza el test escoja las opciones de compilación óptimas para cada programa.
- Cálculo: Cada programa del benchmark se ejecuta 3 veces y se escoge el resultado intermedio (se descartan los 2 extremos). El índice SPEC es la media geométrica de las ganancias en velocidad con respecto a una máquina de referencia (Sun Fire V490).
- Ejemplo: Si hay 10 programas en el bechmark y si llamamos t_i al tiempo que tarda la máquina a evaluar en ejecutar el programa de benchmark i-ésimo y t_i^{REF} lo que tarda la máquina de referencia para ese programa, el índice SPEC sería:

indice SPEC =
$$\sqrt[10]{\frac{t_1^{REF}}{t_1} \times \frac{t_2^{REF}}{t_2} \times \cdots \times \frac{t_{10}^{REF}}{t_{10}}}$$

Resultados de SPECspeed®2017 Integer



All SPEC CPU2017 Integer Speed Results Published by SPEC

These results have been submitted to SPEC; see the disclaimer before studying any results.

Search published CPU2017 results

Last update: 2017-10-19t11:49

CPU2017 Integer Speed (7):

Search in CPU2017 Integer Speed results

		Parallel	Base		Processor	Results		
Test Sponsor	est Sponsor System Name		Threads	Enabled Cores	Enabled Chips	Threads/ Core	Base	Peak
НРЕ	Integrity Superdome X (384 core, 2.20 GHz, Intel Xeon E7-8890 v4) HTML CSV Text PDF PS Config	No	384	384	16	2	5.31	5.86
НРЕ	ProLiant DL580 Gen9 (2.20 GHz, Intel Xeon E7-8890 v4) HTML CSV Text PDF PS Config		96	96	4	1	5.35	5.95
НРЕ	ProLiant ML350 Gen9 (2.20 GHz, Intel Xeon E5-2699 v4) HTML CSV Text PDF PS Config		44	44	2	1	5.80	6.43
НРЕ	ProLiant DL380 Gen10 (2.10 GHz, Intel Xeon Platinum 8170)	Ves	52	52	2	1	8.96	Not Run
НРЕ	ProLiant DL380 Gen10 (2.10 GHz, Intel Xeon Platinum 8176) HTML CSV Text PDF PS Config	Yes	56	56	2	1	9.16	Not Run
Huawei	Huawei 2288H V5 (Intel Xeon Platinum 8180) HTML CSV Text PDF PS Config	Yes	56	56	2	1	9.46	9.79
Oracle Corporation	Sun Fire V490 HTML CSV Text PDF PS Config	Yes	1	8	4	1	1.00	Not Run

Resultados de SPECspeed®2017 Integer (II)

Hardware

CPU Name: Intel Xeon E7-8890 v4

Max MHz.: 3400 Nominal: 2200

Enabled: 384 cores, 16 chips, 2 threads/core

Orderable: 2 to 16 chips

Cache L1: 32 KB I + 32 KB D on chip per core

L2: 256 KB I+D on chip per core
L3: 60 MB I+D on chip per chip

Other: None

Memory: 4 TB (128 x 32 GB 2Rx4 PC4-2400T-L,

running at 1600 MHz)

Storage: 8 x C8S59A, 900 GB 10 K RPM SAS

Other: None

Software

OS: SUSE Linux Enterprise Server 12 (x86_64) SP1

3.12.53-60.30-default

Compiler: C/C++: Version 17.0.0.098 of Intel C/C++

Compiler for Linux;

Fortran: Version 17.0.0.098 of Intel Fortran

Compiler for Linux

Parallel: No

Firmware: HP Bundle: 008.004.084 SFW: 043.025.000 08/16/2016

File System: xfs

System State: Run level 5 (multi-user, w/GUI)

Base Pointers: 64-bit

Peak Pointers: 32/64-bit

Other: Microquill SmartHeap V10.2

Results Table

Benchmark						Peak								
Benchmark	Threads	Seconds	Ratio	Seconds	Ratio	Seconds	Ratio	Threads	Seconds	Ratio	Seconds	Ratio	Seconds	Ratio
600.perlbench_s	384	365	4.86	<u>358</u>	<u>4.96</u>	357	4.98	384	298	5.95	295	6.02	<u>295</u>	6.01
602.gcc_s	384	553	7.20	<u>546</u>	<u>7.29</u>	546	7.29	384	540	7.37	<u>535</u>	7.45	534	7.45
605.mcf_s	384	<u>866</u>	<u>5.45</u>	866	5.45	898	5.26	384	708	6.67	<u>700</u>	<u>6.75</u>	699	6.75
620.omnetpp_s	384	<u>276</u>	<u>5.90</u>	271	6.03	289	5.65	384	251	6.50	<u>247</u>	6.61	246	6.64
623.xalancbmk_s	384	189	7.50	<u>188</u>	<u>7.52</u>	187	7.57	384	<u>179</u>	<u>7.91</u>	179	7.93	180	7.87
625.x264_s	384	<u>283</u>	6.24	282	6.25	283	6.23	384	<u>271</u>	6.51	272	6.49	270	6.52
631.deepsjeng_s	384	<u>407</u>	3.52	408	3.52	407	3.52	384	343	4.18	343	4.18	<u>343</u>	4.18
641 leela s	384	460	3 64	460	3 63	460	3 63	384	438	3 90	430	3 88	440	3 88

Resultados de SPECspeed®2017 Integer (III)

Base Optimization Flags

C benchmarks:

-qopt-prefetch -qopt-mem-layout-trans=3 -DSPEC_SUPPRESS_OPENMP

C++ benchmarks:

-Wl,-z,muldefs -qopt-prefetch -qopt-mem-layout-trans=3 -DSPEC_SUPPRESS_OPENMP -L/sh10.2 -lsmartheap64

Peak Optimization Flags

C benchmarks:

600.perlbench_s: -prof-gen(pass 1) -prof-use(pass 2) -O2 -xCORE-AVX2 -auto-p32 -ipo -qopt-prefetch -O3 -no-prec-div -qopt-mem-layout-trans=3 -DSPEC_SUPPRESS_OPENMP

602.gcc_s: Same as 600.perlbench_s

605.mcf_s: -prof-gen(pass 1) -prof-use(pass 2) -ipo -xCORE-AVX2 -O3 -no-prec-div -qopt-prefetch -qopt-mem-layout-trans=3 -DSPEC_SUPPRESS_OPENMP

625.x264_s: Same as 600.perlbench_s

657.xz_s: Same as 600.perlbench_s

C++ benchmarks:

620.omnetpp_s: -Wl,-z,muldefs -prof-gen(pass 1) -prof-use(pass 2) -ipo -xCORE-AVX2 -O3 -no-prec-div -auto-p32 -qopt-prefetch -qopt-mem-layout-trans=3 -DSPEC_SUPPRESS_OPENMP -L/sh10.2 -lsmartheap64

623.xalancbmk_s: Same as 620.omnetpp_s

631.deepsjeng_s: -Wl,-z,muldefs -prof-gen(pass 1) -prof-use(pass 2) -ipo -xCORE-AVX2 -O3 -no-prec-div -qopt-prefetch -qopt-mem-layout-trans=3 -DSPEC_SUPPRESS_OPENMP -L/sh10.2 -lsmartheap64

641.leela_s: Same as 620.omnetpp_s

Ejemplo de cálculo de SPECspeed®2017 Integer_{base}

Benchmark	t ^{REF} (s)	Exp1 (s)	Exp2 (s)	Exp3 (s)	t ^{base} (s)	t ^{REF} / t ^{base}
600.perlbench_s	1774	365	<u>358</u>	357	358	4,96
602.gcc_s	3981	553	<u>546</u>	546	546	7,29
<u>605.mcf_s</u>	4721	<u>866</u>	866	898	866	5,45
620.omnetpp_s	1630	<u>276</u>	271	289	276	5,91
623.xalancbmk_s	1417	189	<u>188</u>	187	188	7,54
<u>625.x264_s</u>	1764	<u>283</u>	282	283	283	6,23
631.deepsjeng_s	1432	<u>407</u>	408	407	407	3,52
<u>641.leela_s</u>	1706	469	469	<u>469</u>	469	3,64
648.exchange2_s	2939	<u>329</u>	329	329	329	8,93
<u>657.xz_s</u>	6182	2165	2161	<u>2164</u>	2164	2,86

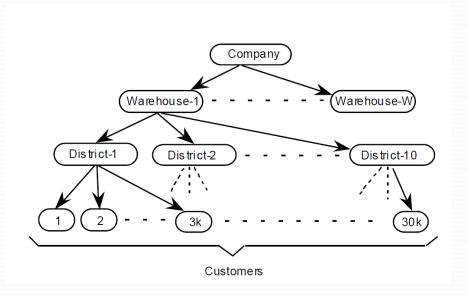
$$\underline{\text{SPECspeed} \& 2017 Integer}_{\text{base}} = \sqrt[10]{\frac{t_1^{REF}}{t_1^{base}} \times \frac{t_2^{REF}}{t_2^{base}} \times \cdots \times \frac{t_{10}^{REF}}{t_{10}^{base}}} = \sqrt[10]{4,96 \times 7,29 \times 5,45 \times \cdots} = 5,31$$

Benchmarks de sistema completo: TPC

- TPC (*Transactions Processing Performance Council*, http://www.tpc.org): Organización sin ánimo de lucro especializada en benchmarks relacionados con el procesamiento de grandes cantidades de datos.
- Empresas que hay detrás de TPC (http://tpc.org/information/who/whoweare5.asp): AMD, Cisco, Dell, Fujitsu, HP, Huawei, IBM, Intel, Microsoft, Nvidia, Oracle, ...
- Principales tipos de benchmarks que ofrece TPC:
 - OLTP (on-line transaction processing): Se trata de realizar pequeñas transacciones (compras, consultas,...) con unos determinados requisitos de tiempos de respuesta.
 - **DS** (*decision support*): Se trata de realizar consultas complejas que suelen requerir acceso a buena parte de una gran base de datos y un procesamiento posterior.
 - **IoT** (*Internet of Things*): Se trata de procesar una gran cantidad de datos procedentes de una gran cantidad de dispositivos diferentes.
 - **Big Data**: Se trata de procesar una gran cantidad de información heterogénea usando clusters de computadores y <u>Apache Hadoop</u>.
 - **Artificial Intelligence**: Se trata de ejecutar algoritmos de aprendizaje utilizados en *machine learning* (p.ej. redes neuronales profundas) a partir de datos.
 - **Virtualization**: Se trata de ejecutar los benchmarks de los tipos anteriores en un entorno virtualizado en lugar de en una máquina "física" (*bare metal*).

Ejemplo: Benchmark TPC-C

- Es de tipo **OLTP** (on-line transaction processing). Simula una gran compañía que vende 100.000 productos y que tiene varios almacenes (configurable), cada uno abasteciendo 10 zonas, con 3000 clientes/zona.
- Las peticiones (nuevos pedidos, pagos, envíos, estado de un pedido, existencias) involucran acceso a las bases de datos tanto locales como distribuidas (a veces el producto no está en el almacén más cercano), ejecución simultánea de consultas y acceso no uniforme a las bases de datos.

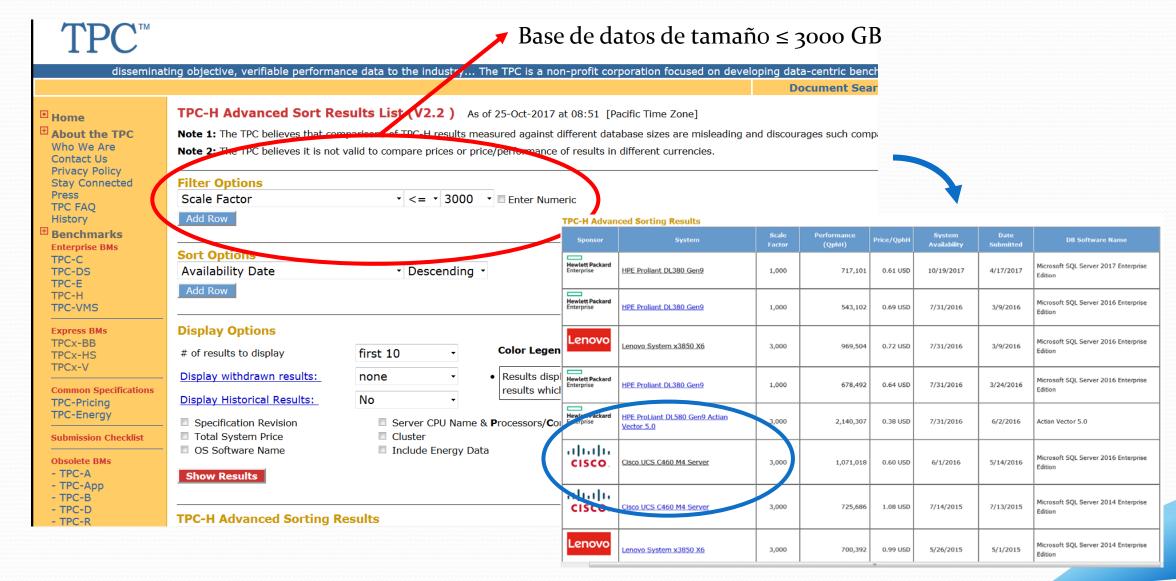


• Índice de rendimiento utilizado (métrica): transacciones que, de media, se han procesado por segundo (se exige, además, que el 90% deben tener un tiempo de respuesta inferior a 5s). También suelen proporcionar tanto el consumo de potencia como el coste por transacción procesada (incluido mantenimiento de 3 años).

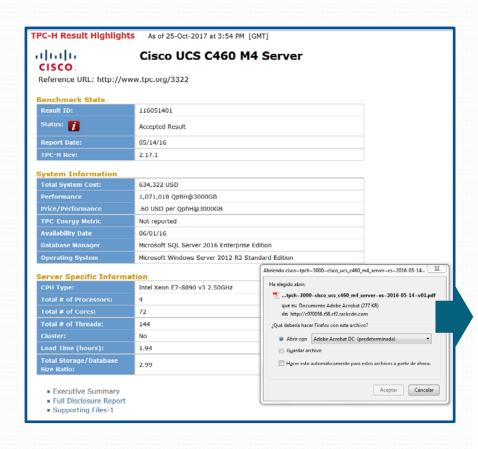
Ejemplo: Benchmark TPC-H

- Es de tipo DS (decision support). Contiene un total de 22 tipos de consultas diferentes que requieren examinar grandes volúmenes de datos para poder contestar a preguntas complejas. También incluyen modificaciones concurrentes de los datos. Algunos de estos tipos de consultas son:
 - Realizar un informe detallado sobre las ventas en un determinado periodo de tiempo.
 - Buscar el proveedor más adecuado según un conjunto determinado de criterios.
 - Cuantificar el aumento de ingresos que habría resultado de eliminar ciertos descuentos en toda la empresa en un rango de fechas determinado.
- Aunque es escalable, la base de datos cuenta con la información de un mínimo de 10000 proveedores con un mínimo de 10 millones de filas.
- Índice de rendimiento utilizado (métrica): TPC-H Composite Query-per-Hour Performance Metric (QphH@Size), donde Size es el tamaño de la base de datos utilizada (factor de escala). Es una fórmula compleja que tiene en cuenta principalmente el número medio de consultas atendidas por unidad de tiempo. También suelen proporcionar tanto el consumo de potencia como el coste por QphH@Size (incluido mantenimiento de 3 años).

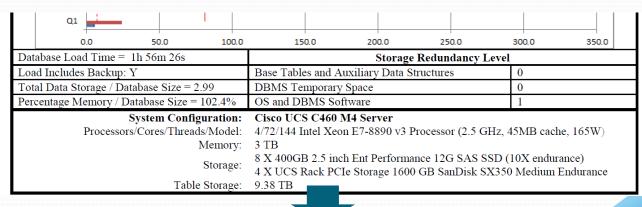
TPC-H: Búsqueda de resultados



TPC-H: Búsqueda de resultados



CISCO		Cisco	UCS C460 M4 Server	TPC-H Rev. 2.17.1 TPC-Pricing Rev. 2.0.0 Report Date: 16-May-2016			
		Cisco	CCS C400 M14 Sel Vel				
Total Syste	em Cost	Co	omposite Query per Hour Metric	Price / Performance			
\$634,32	2 USD		1,071,018.2 QphH@3000GB		0.60 USD / QphH@3000GB		
Database Size	Database 1	Manager	Operating System	Other Software	Availability Date		
3000GB	Microso Server Enterprise	2016	Windows 2012 R2 Standard Edition		1-June-2016		
RF2							



TPC-H: Búsqueda de resultados

Description	Unit Price	Qty	Extended Price
Server Hardware			
UCS C460 M4 base chassis w/o CPU/DIMM/HDD	16,500.00	1	\$16,500.00
3YR SNTC 24X7X4OS UCS C460 M4 Server	3,487.00	1	
2.5GHz E7-8890 v3/165W/18C/45M Cache	21,000.00	4	\$84,000.00
32GB DDR4-2133-MHz RDIMM/PC4-17000/dual rank/x4/1.2v	1,100.00	96	\$105,600.00
UCS C460 M4 DDR4 Memory Riser with 12 DIMM slots	800.00	8	\$6,400.00
Riser card with 5 PCIe slots	500.00	2	\$1,000.00
400GB 2.5 inch Ent Performance 12G SAS SSD (10X endurance)	5,267.00	8	\$42,136.00
1400W V2 AC Power Supply (200 - 240V) 2U & 4U C Series	800.00	4	\$3,200.00
Power Cord, 200/240V 6A North America	0.00	4	\$0.00
Full Height PCIe slot filler for C Series	0.00	6	\$0.00
Bracket and Supercap cable for C460 M4 and 12 drive RAID	0.00	1	\$0.00
CPU Heat Sink for UCS C460 M4 Rack Server	0.00	4	\$0.00
Rail Kit for UCS C460 M4	0.00	1	\$0.00
Cisco 12G SAS Modular Raid Controller (12 port)	1,688.00	1	\$1,688.00
Cisco 12Gbps SAS 1GB FBWC Cache module (Raid 0/1/5/6)	1,217.00	1	\$1,217.00
Cisco ONE Data Center Compute Opt Out Option	0.00	1	\$0.00
UCS 2.5 inch HDD blanking panel	0.00	4	\$0.00
UCS Rack PCIe Storage 1600GB SanDisk SX350 Medium Endurance	e 18,133.00	4	\$72,532.00
Cisco R42610 standard rack, w/side panels	3,429.00	1	\$3,429.00
IOGEARGKM513 Spill Proof Keyboard & Mouse Combo	15.91	1	\$15.91
ASUS 19.5" VS207D-P Widescreen LED 1600x900 VGA	87.71	1	\$87.71
			\$337,806



Podemos usar el benchmarking para tener una idea de cómo diseñar nuestro servidor.

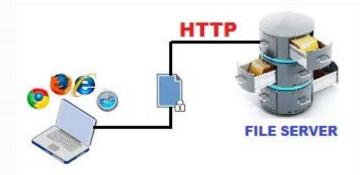






Otros benchmarks de sistema completo

- Servidores de ficheros:
 - SPECstorage Solution 2020.
 - SPEC SFS2014.
- JAVA Cliente/Servidor:
 - **SPECjEnterprise2018:** Java Enterprise Edition (JEE).
 - **SPECjms2007:** Java Message Service (JMS).
 - **SPECjvm2008:** Java Runtime Environment (JRE).
- High Performance Computing, OpenMP, MPI, OpenCL:
 - **SPEC MPI2007:** Message Passing Interface (MPI).
 - **SPEC OMP2012**: Open MultiProcessing (OpenMP).
 - **SPEC ACCEL:** OpenCL y OpenACC.
- Para el mundo del PC:
 - SPECworkstation® 3.1: Sistemas basados en Windows. Usa programas de código abierto.
 - SYSmark25: De la empresa BAPco. Sistemas basados en Windows. Usa programas propietarios.

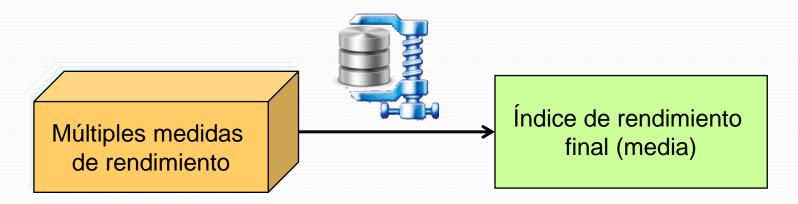




4.2. Análisis de los resultados de un test de rendimiento

¿Cómo expresar el resultado final tras la ejecución de un test de rendimiento?

- Muchos tests de rendimiento se basan en la ejecución de diferentes programas y, por tanto, producen diferentes medidas de rendimiento.
- Sin embargo, estos tests suelen resumir todas estas medidas en un único valor: el índice de rendimiento de dicho test.
- ¿Cómo concentrar todos los índices en uno solo?
 - Método habitual de síntesis: uso de algún tipo de media.



La media aritmética

• Dado un conjunto de n medidas, t₁,...,t_n, definimos su media aritmética:

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} t_k$$

• Si no todas las medidas tienen la misma importancia, se puede asociar a cada medida t_k un peso w_k, obteniéndose la **media aritmética ponderada**:

$$\overline{t_W} = \sum_{k=1}^{n} w_k \times t_k \qquad \text{con } \sum_{k=1}^{n} w_k = 1$$

$$\operatorname{con} \sum_{k=1}^{n} w_k = 1$$

Si t_k es el tiempo de ejecución del programa de benchmark k-ésimo en la máquina a testar, w_k podría escogerse, por ejemplo, inversamente proporcional a dicho tiempo de ejecución en una determinada máquina de referencia:

$$w_k \equiv \frac{C}{t_k^{REF}}$$



$$w_k \equiv \frac{C}{t_k^{REF}}$$

$$C = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{t_k^{REF}}}$$

La media geométrica

• Dado un conjunto de n medidas, $S_1,...,S_n$, definimos su media geométrica: $\overline{S_g} = \prod_{k=1}^n S_k$

$$\overline{S_g} = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^n S_k}$$

• Propiedad: cuando las medidas son ganancias en velocidad (*speedups*) con respecto a una máquina de referencia, este índice mantiene el mismo orden en las comparaciones independientemente de la máquina de referencia elegida (siempre que sea la misma en todos los casos).

$$SPEC(M) = \sqrt[n]{\frac{t_1^{REF}}{t_1^{M}} \times \frac{t_2^{REF}}{t_2^{M}} \times \cdots \times \frac{t_n^{REF}}{t_n^{M}}} = \sqrt[n]{\frac{t_1^{REF} \times t_2^{REF} \times \cdots \times t_n^{REF}}{\sqrt[n]{t_1^{M}} \times t_2^{M}}} - \sqrt[n]{\frac{SPEC(MA)}{SPEC(MB)}} = \sqrt[n]{\frac{t_1^{MB} \times t_2^{MB} \times \cdots \times t_n^{MB}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MB} \times t_2^{MB} \times \cdots \times t_n^{MB}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}{\sqrt[n]{t_1^{MA}} \times t_2^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n^{MA}}}} - \sqrt[n]{\frac{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \cdots \times t_n$$

Luego, esencialmente, la máquina con mejor SPEC (SPEC mayor) siempre será la de menor media geométrica de los tiempos de ejecución de los programas del benchmark, independientemente de la máquina de referencia elegida (siempre que sea la misma en todos los casos).

$$SPEC(MA) > SPEC(MB) \Leftrightarrow \sqrt[n]{t_1^{MA} \times t_2^{MA} \times \dots \times t_n^{MA}} < \sqrt[n]{t_1^{MB} \times t_2^{MB} \times \dots \times t_n^{MB}}$$

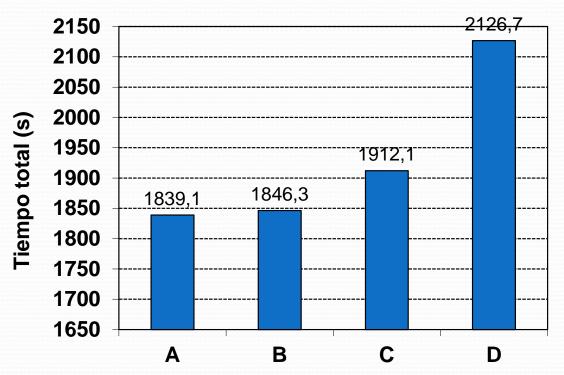
Ejemplo: Comparación de tiempos de ejecución

Programa	t ^{REF} (s)	t ^A (s)	t ^B (s)	t ^c (s)	t ^D (s)
1	1400	141	170	136	134
2	1400	154	166	215	25
3	1100	96,8	94,2	146	201
4	1800	271	283	428	523
5	1000	83,8	90,1	77,4	81,2
6	1200	179	189	199	245
7	1300	120	131	87,7	75,5
8	300	151	158	138	192
9	1100	93,5	122	88	118
10	1900	133	173	118	142
11	1500	173	170	179	240
12	3000	243	100	100	150
Suma	17000	1839,1	1846,3	1912,1	2126,7

• La máquina más rápida es "A" ya que es la que tarda menos en ejecutar, uno tras otro, todos los programas del benchmark (1839,1 segundos).

Comparación con el tiempo total

- Ordenación con el tiempo total:
 - De más rápida a más lenta: A, B, C, D
 - Esto no significa que A sea siempre la más rápida (depende del programa), aunque, en conjunto, sí que lo es.



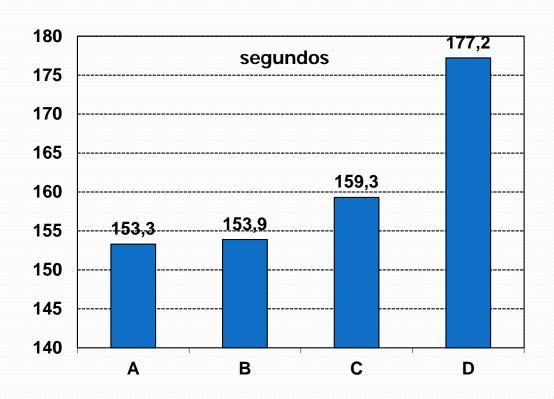
Comparación con la media aritmética

$$\overline{t_A} = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} t_k^A = 153,3s$$

$$\overline{t_B} = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} t_k^B = 153,9s$$

$$\overline{t_C} = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} t_k^C = 159,3s$$

$$\overline{t_D} = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} t_k^D = 177,2s$$



• La máquina que ejecuta los programas del benchmark, uno tras otro, en menor tiempo es la de menor media aritmética de los tiempos de ejecución.

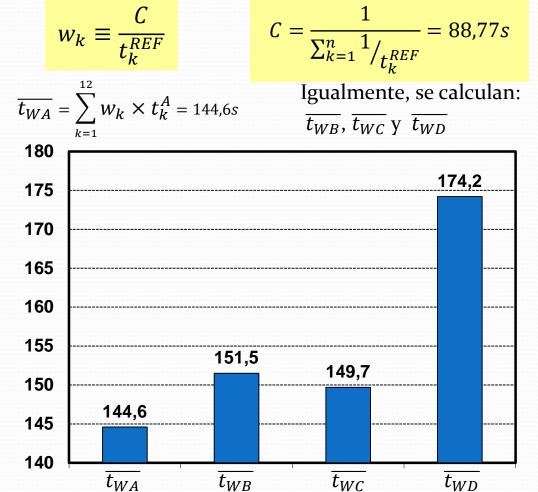
Usando la media aritmética ponderada

Prog	t ^{REF} (s)	$\mathbf{w}_{\mathbf{k}}$
1	1400	0,06
2	1400	0,06
3	1100	0,08
4	1800	0,05
5	1000	0,09
6	1200	0,07
7	1300	0,07
8	300	0,30
9	1100	0,08
10	1900	0,05
11	1500	0,06
12	3000	0,03
Suma	17000	1

$$w_k \equiv \frac{C}{t_k^{REF}}$$

$$C = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{t_k^{REF}}} = 88,77s$$

 t_{WD}



 $\overline{t_{WB}}$

Según este criterio, la máquina "más rápida" sería la de menor tiempo medio ponderado de ejecución. Nótese que esta ponderación depende, en este ejemplo, de la máquina de referencia.

Usando la media geométrica de speedups

 Calculamos la ganancia en velocidad de cada máquina con respecto a la máquina de referencia (tal y como se calcula el índice SPEC):

Drograma	t ^{REF} (s)	S ^A	S ^B	S ^C	S ^D
Programa	C (s)	speedup	speedup	speedup	speedup
1	1400	9,9	8,2	10,3	10,4
2	1400	9,1	8,4	6,5	56,0
3	1100	11,4	11,7	7,5	5,5
4	1800	6,6	6,4	4,2	3,4
5	1000	11,9	11,1	12,9	12,3
6	1200	6,7	6,3	6,0	4,9
7	1300	10,8	9,9	14,8	17,2
8	300	2,0	1,9	2,2	1,6
9	1100	11,8	9,0	12,5	9,3
10	1900	14,3	11,0	16,1	13,4
11	1500	8,7	8,8	8,4	6,3
12	3000	12,3	30,0	30,0	20,0
M.Geom.		8,78	8,66	8,97	9,00

El speedup es un índice a maximizar. Según este índice, la "mejor máquina" es ;;;la D!!!

¿A quién beneficia la decisión de usar la media geométrica de *speedups*?

J8		· : [< / .	f_x =ME	DIA.GEOM(.	J2:J5)				
4	А	В	С	D	Е	F	G	Н	I	J
1	Prog. Bench.	tREF(s)	tA(s)	tB(s)	tC(s)	tD(s)	tref/ta	tREF/tB	tREF/tC	tREF/tD
2	1	200	100	99	1	1	2,00	2,02	200,0	200,0
3	2	200	100	101	133	1	2,00	1,98	1,50	200,0
4	3	200	100	100	133	1	2,00	2,00	1,50	200,0
5	4	200	100	100	133	397	2,00	2,00	1,50	0,50
6	Suma	800	400	400	400	400				
7										
8				Media G	eométric	a	2,0000	2,0001	5,11	44,81



Se premian las mejoras sustanciales. No se castigan empeoramientos no tan sustanciales. Debemos ser MUY cuidadosos con las comparaciones y saber qué estamos haciendo realmente.



Conclusiones de este análisis

- Intentar reducir un conjunto de medidas de un test de rendimiento a un solo "valor medio" final no es una tarea trivial.
- La media aritmética de los tiempos de ejecución es una medida fácilmente interpretable e independiente de ninguna máquina de referencia. El menor valor nos indica la máquina que ha ejecutado el **conjunto** de programas del test, uno tras otro, en un tiempo menor.
- La media aritmética ponderada nos permite asignar más peso a algunos programas que a otros. Esa ponderación debería realizarse, idealmente, según las necesidades del usuario. Si se hace de forma dependiente de los tiempos de ejecución de una máquina de referencia, la elección de ésta puede influir significativamente en los resultados.
- La media geométrica de las ganancias en velocidad con respecto a una máquina de referencia es un índice de interpretación compleja cuya comparación no depende de la máquina de referencia. Premia mejoras sustanciales con respecto a algún programa del test y no castiga al mismo nivel los empeoramientos.

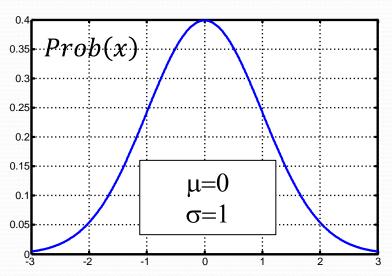
4.3. Comparación de rendimientos en presencia de aleatoriedad

Repaso de Estadística: Distribución Normal

- Independientemente de qué índice se escoja, un buen ingeniero debería, en primer lugar, determinar si las diferencias entre las medidas obtenidas por un test de rendimiento en presencia de aleatoriedad son **estadísticamente significativas** → Necesitaremos repasar algunos conceptos de estadística.
- **Distribución gaussiana o normal:** Es una distribución de probabilidad caracterizada por su media μ y su varianza σ^2 cuya función de probabilidad viene dada por:

$$Prob(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

La probabilidad de obtener un elemento en el rango $[\mu -2\sigma, \mu+2\sigma]$ es del 95%



• <u>Teorema del límite central</u>: la media de un conjunto grande de muestras aleatorias de cualquier distribución e independientes entre sí pertenece una distribución normal.

Repaso de Estadística: Distribución t de Student

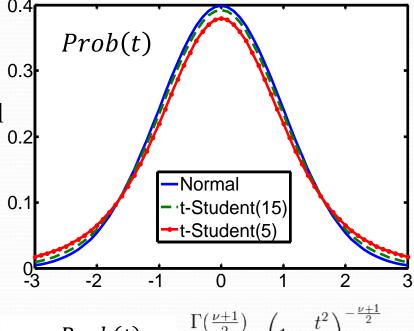
Si extraemos **n** muestras { d_1 , d_2 , ..., d_n } pertenecientes a una distribución Normal de media $\mu = \overline{d}_{real}$, y calculo la siguiente medida (=estadístico):

$$t_{exp} = \frac{\bar{d} - \bar{d}_{real}}{s/\sqrt{n}}$$

siendo \overline{d} la media muestral y s la desviación típica muestral

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} \qquad \qquad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$$

y repetimos el experimento muchas veces, veremos que el histograma de esos t_{exp} converge a una **distribución t-Student** con n-1 grados de libertad (*degrees of freedom*, df).



$$Prob(t) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

$$s/\sqrt{n}$$
 = Error estándar

¿Para qué me puede servir esto?

Ejemplo 1: Comparación de rendimiento entre A y B

- Tiempos de ejecución de 6 programas (P1...P6) en dos máquinas diferentes (A y B) en condiciones donde puede haber alta aleatoriedad.
- $\overline{t_A} = 144,5s$, $\overline{t_B} = 120,2s$. ¿Es significativa esta diferencia?

Programa	t _A (s)	t _B (s)	$d = t_A - t_B (s)$
P1	142	100	42
P2	139	92	47
Р3	152	128	24
P4	112	82	30
P5	156	148	8
P6	166	171	-5

$$\bar{d} = \frac{42 + 47 + 24 + 30 + 8 - 5}{6} = 24,3s$$

$$s = \sqrt{\frac{(42 - 24,3)^2 + \dots + (-5 - 24,3)^2}{6 - 1}} = 19,9s$$

$$s/\sqrt{n} = 8,12 s$$

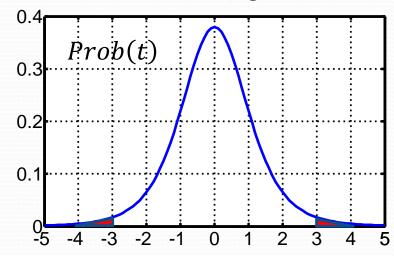
• Si partimos de la hipótesis (hipótesis "nula", H_0) de que las máquinas tienen rendimientos equivalentes, entonces las diferencias se deben a una suma (=una media) de factores aleatorios independientes. En ese caso d_i serán muestras de una distribución normal de media cero ($\bar{d}_{real} = 0$). Por tanto:

 $t_{exp} = \frac{\bar{d}}{s/\sqrt{n}} = \frac{24,3s}{8,12s} = 2,99$

pertenecerá a una distribución t de Student con 6-1=5 grados de libertad. ¿Qué probabilidad hay de que esto sea realmente así?

Nivel o Grado de Significatividad (α)

Distribución t de Student con 5 grados de libertad (T5).



$$\mathbf{p}$$
- $\mathbf{value} = Prob(|t| \ge |t_{exp}|) \text{ en } T_{n-1}$
= $2 \times Prob(t \le -|t_{exp}|) \text{ en } T_{n-1}$

```
=DISTR.T.2C(2,99;5) = 0,03 (Excel).

=DISTR.T(2,99;5;2) = 0,03 (Calc).

=2 \cdot \text{tcdf}(-2.99,5) = 0,03 (Matlab).
```

La probabilidad de obtener un valor de |t| igual o superior a 2,99 de una distribución t de Student con 5 grados de libertad es de 0,03 (= 3%) (**p-value** = 0,03). ¿Es eso mucho o poco? Debemos definir un umbral: **nivel o grado de significatividad** α . Normalmente, α =0,05 (= 5%).

Conclusión para el ejemplo 1: Como p-value $< \alpha$ (0,03 < 0,05) diremos que: "para un grado de significatividad α =0,05 o para un **nivel de confianza** (1- α)*100 (95%), **rechazamos** la hipótesis de que las máquinas A y B tengan rendimientos equivalentes." En ese caso, B sería, de media, 1,2 veces más rápida que A en ejecutar cada programa (144,5s/120,2s = 1,2). En caso contrario, no habríamos podido rechazar la hipótesis de que las máquinas tengan rendimientos equivalentes para α =0,05.

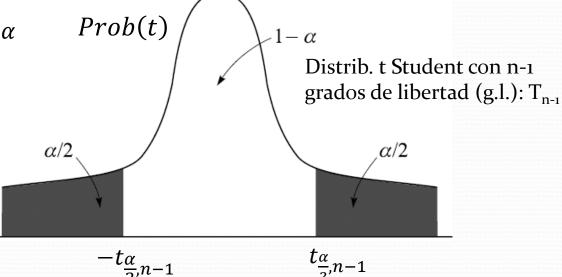
Intervalos de confianza para t_{exp}

• Para un nivel de significatividad α (típ. 0,05 = 5%), buscamos el valor $t_{\alpha/2,n-1}$ que cumpla $Prob(|t| > t_{\alpha/2,n-1}) = \alpha$ o equivalentemente:

$$Prob\left(-t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \le t \le t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\right) = 1 - \alpha$$

• Diremos que para un nivel de confianza 1- α (típ. 0,95 = 95%), **para aceptar H**₀ el valor de t_{exp} debería situarse en el intervalo:

$$\left[-t_{\frac{\alpha}{2},n-1},t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\right]$$



• A dicho intervalo se le denomina **intervalo de confianza** de la medida para un nivel de significatividad α . Teniendo en cuenta que:

$$Prob\left(-t\frac{\alpha}{2},n-1\leq t\leq t\frac{\alpha}{2},n-1\right)=1-2\times Prob\left(t\leq -t\frac{\alpha}{2},n-1\right)=1-2\times Prob\left(t>t\frac{\alpha}{2},n-1\right)$$

es fácil demostrar que $t_{\alpha/2,n-1}$ cumple que (ver figura):

$$Prob(t \le -t\frac{\alpha}{2}, n-1) = Prob(t > t\frac{\alpha}{2}, n-1) = \alpha/2$$

Intervalos de confianza para t_{exp} (Ejemplo 1)

• En el caso del *Ejemplo 1*, para un nivel de significatividad de α =0,05, buscamos $t_{\alpha/2,n-1}$ tal que:

$$Prob\left(t \le -t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\right) = \alpha/2 = 0.025$$

para una distribución t de Student con 5 grados de libertad. Eso se puede obtener, por ejemplo:

- Consultando tablas estadísticas. P.ej. en este enlace (2-Tail Alpha = 0,05, df = n-1 = 5) se obtiene 2,57.
- En *Excel*, haciendo: ABS(INV.T(alfa/2;n-1)) = ABS(INV.T(o,o25;5)) = 2,57.
- En *Calc*, DISTR.T.INV(alfa;n-1) = DISTR.T.INV(0,05;5) = 2,57.
- En Matlab, haciendo: abs(tinv(alfa/2,n-1)) = abs(tinv(0,025,5)) = 2,57.
- Dicho de otra manera, si las diferencias entre los tiempos de ejecución de ambas máquinas se debieran a factores aleatorios, existiría un 95% de probabilidad de que

$$t_{exp} = \frac{\bar{d}}{s/\sqrt{n}}$$

se encuentre en el rango $\left[-t_{\frac{\alpha}{2},n-1},t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\right]=\left[-t_{0,025,5},t_{0,025,5}\right]=\left[-2,57,2,57\right].$



 $t_{\alpha/2,n-1}$

Como t_{exp}=2,99 **no** está en ese rango, concluiremos nuevamente que **rechazamos la hipótesis de que ambas máquinas tienen rendimientos equivalentes con el 95% de confianza**.

Intervalos de confianza para d_{real}

- Acabamos de ver que, si las diferencias entre los tiempos de ejecución de ambas máquinas se debieran a factores aleatorios, existiría un 95% de probabilidad de que t_{exp} se encuentre en el intervalo $[-t_{\frac{\alpha}{2},n-1},t_{\frac{\alpha}{2},n-1}]=[-2,57,2,57]$.
- Como, en general:

$$t_{exp} = \frac{\bar{d} - \bar{d}_{real}}{s/\sqrt{n}} \implies \bar{d}_{real} = \bar{d} - \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{exp}$$

le damos la vuelta a la tortilla y razonamos: Si $t_{\rm exp}$ perteneciera a una $T_{\rm n-1}$, habría un 95% de probabilidad de que $t_{\rm exp}$ se encuentre en el intervalo $[-t_{\frac{\alpha}{2},n-1},t_{\frac{\alpha}{2},n-1}]=[-2,57,\ 2,57]$, por lo que habría un 95% de encontrar \bar{d}_{real} en el intervalo:

$$\bar{d}_{real} \in \left[\bar{d} - \frac{s}{\sqrt{n}} \times t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}, \bar{d} + \frac{s}{\sqrt{n}} \times t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \right] = 24, 3 \mp 20, 9 = [3, 4, 45, 2] s$$

Y el problema se transforma simplemente en comprobar si \bar{d}_{real} puede o no ser **cero** (que es justamente lo que dice nuestra hipótesis inicial H_0).

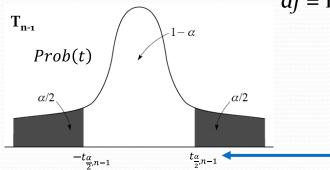


En nuestro ejemplo, como el intervalo **no** incluye el cero, concluiremos una vez más que **la** hipótesis de que ambas máquinas pueden tener rendimientos equivalentes no es cierta al 95% de confianza.

Resumen: Test t para muestras pareadas

• Partimos de:

Exp.	tA tB	$d_i = tA_i - tB_i$
P ₁ P ₂	tA ₁ tB ₁ tA ₂ tB ₂	d ₁ d ₂
 P _n	tA _n tB _n	 d _n



 \rightarrow Ho: Rendimiento A \equiv Rendimiento B, es decir,

- Definimos el nivel o grado de significatividad α (por defecto: 0,05).
- Rechazamos Ho para un nivel de confianza $(1-\alpha)*100(\%)$ (95% por def.) si:
 - 1. Método 1: p-value < α . Siendo p-value = $Prob(|t| \ge |t_{exp}|)$ en $T_{n-1} \approx Prob$ (Ho podría ser cierta).
 - 2. Método 2: $t_{exp} \notin [-t_{\frac{\alpha}{2},n-1},t_{\frac{\alpha}{2},n-1}]$. Siendo $t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ el valor que hace que $Prob(|t|>t_{\frac{\alpha}{2},n-1})=\alpha$ para una distribución t de Student con n-1 grados de libertad.

3. Método 3:
$$0 \notin \left[\bar{d} - \frac{s}{\sqrt{n}} \times t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}, \bar{d} + \frac{s}{\sqrt{n}} \times t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\right]$$
. Intervalo de confianza para \bar{d}_{real} .

$a_{1}=n-1$	df	0.20	0.10	
\mathcal{L}	1	3.0777	6.3138	Γ
Γ_{n-1} $\left(\begin{array}{c} 1-\alpha \end{array}\right)$	2	1.8856	2.9200	
$\int 1-\alpha$	3	1.6377	2.3534	
$D_{\alpha \alpha} h(t)$	4	1.5332	2.1318	
$Prob(t) \mid \checkmark \setminus$	5	1.4759	2.0150	\perp
	6	1.4398	1.9432	L
	7	1.4149	1.8946	\perp
$\alpha/2$ $\alpha/2$	8	1.3968	1.8595	L
\(\alpha \)	9	1.3830	1.8331	\perp
	10	1.3722	1.8125	\vdash
¥	11	1.3634	1.7959	\perp
	12	1.3562	1.7823	\vdash
+ + + + + + + + + + + + + + + + + + +	13	1.3502	1.7709	L
$-t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ $t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$	14	1.3450	1.7613	\perp
	15	1.3406	1.7531	L
$d_i \sim \mathcal{N}(\bar{d}_{real} = 0, \sigma^2), i=1n$	16	1.3368	1.7459	
$u_{i} \sim J \times (u_{real} - U, 0^{-}), 1 = 111$	17	1.3334	1.7396	_
' i (i cui ') '	18	1.3304	1.7341	L
	40	1 2277	4 7004	1

Ejemplo 2: ¿Influye el parámetro *proxy_cache_min_uses* en este servidor?

• Productividades (en páginas web/s) obtenidas por el servidor en 5 experimentos diferentes para dos valores diferentes (A y B) del parámetro proxy_cache_min_uses de Nginx en condiciones donde puede haber alta aleatoriedad.

Experimento	X _A (pág/s)	X _B (pág/s)	$d = X_A - X_B$ (pág/s)
Exp1	23	15	8
Exp2	28	22	6
Exp3	19	20	-1
Exp4	29	27	2
Exp5	36	39	-3

• Usando como criterio la media aritmética ($\overline{X_A}$ =27 pág/s, $\overline{X_B}$ =25 pág/s) parece que el parámetro A obtiene mejor productividad que el B, pero ¿son significativas las diferencias para un nivel de confianza del 95%? (1- α)×100 = 95 \rightarrow grado de significatividad α = 0,05.

Ejemplo 2: Realizo el test t para muestras pareadas

• Hago la siguiente hipótesis (Ho):

Rendimiento A = Rendimiento B, es decir, $d_i \sim \mathcal{N}(\bar{d}_{real}, \sigma^2)$ con $\bar{d}_{real} = 0$

• Calculo
$$t_{exp} = \frac{\bar{d} - \bar{d}_{real}}{s/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$$

Experimento	X _A (pág/s)	X _B (pág/s)	$d = X_A - X_B$ (pág/s)
Exp1	23	15	8
Exp2	28	22	6
Exp3	19	20	-1
Exp4	29	27	2
Exp5	36	39	-3

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{8+6-1+2-3}{5} = 2,4 \text{ pág/s}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(8-2,4)^2 + \dots + (-3-2,4)^2}{5-1}} = 4,6 \text{ pág/s}$$

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{4.6}{\sqrt{5}} = 2.06 \ pág/s$$
 $t_{exp} = \frac{d}{s/\sqrt{n}} = \frac{2.4}{2.06} = 1.16$

- Método 1:
 - > p-value = $Prob(|t| \ge |t_{exp}|)$ en $T_{n-1} = Prob(|t| \ge |1,16|)$ en T_4 .
 - > Uso *Calc* (por ejemplo): p-value = DISTR.T(1,16;4;2) = 0,31 ≈ Prob (Ho podría ser cierta).
 - Como p-value $\not < \alpha$ (0,31 $\not <$ 0,05) no podemos rechazar la hipótesis Ho al 95% de nivel de confianza (los valores A y B del parámetro sí podrían tener rendimientos equivalentes).

Ejemplo 2: Otros métodos para hacer el test

• Método 2 (intervalos de confianza para t_{exp}):

Calculo $t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$, que es el valor que hace que $Prob(|t| > t_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \alpha$ para una distribución t de

df = n-1

Student con n-1 grados de libertad.

En nuestro caso: $\alpha = 0.05$, df = n-1 = 4:

$$Prob(|t| > t_{0,025,4}) = 0.05$$

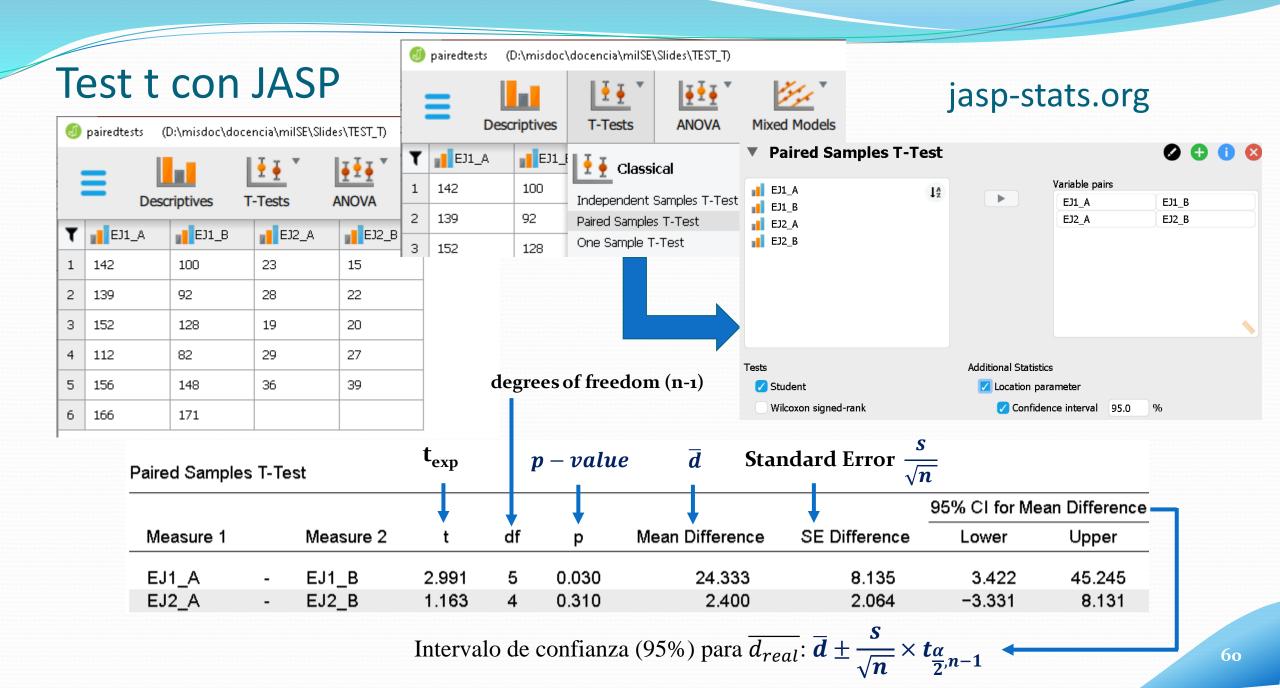
Mirando la tabla: $t_{0.025, 4} = 2,78$

df	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.9240
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688

- Como $t_{exp} = 1,16 \in [-2,78, 2,78]$ no podemos rechazar la hipótesis Ho al 95% de nivel de confianza (los valores A y B del parámetro sí podrían tener rendimientos equivalentes).
- Método 3 (intervalos de confianza para \bar{d}_{real}):

$$\left[\bar{d} - \frac{s}{\sqrt{n}} \times t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}, \bar{d} + \frac{s}{\sqrt{n}} \times t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\right] = [2, 4 - 2, 06 \times 2, 78] = [-3, 3, 8, 1] \text{ pág/s}.$$

Como 0 ∈ [-3,3, 8,1] no podemos rechazar la hipótesis Ho al 95% de nivel de confianza (los valores A y B del parámetro sí podrían tener rendimientos equivalentes).



Otra utilidad del test t: Estimación de intervalos de confianza de medias de medidas experimentales

Hipótesis: Realizamos n medidas $\{d_1, d_2, ..., d_n\}$ de un mismo fenómeno (p.ej. tiempos de ejecución de un programa, tiempos acceso de un disco duro, productividades de red,...). Si éstas pueden diferir debido a una suma de efectos aleatorios, podemos suponer que se distribuyen según una normal de media \bar{d}_{real} , que es el valor que buscamos. En ese caso, sabemos que

$$t_{exp} = \frac{\bar{d} - \bar{d}_{real}}{s/\sqrt{n}}$$

pertenece a la distribución t-Student con n-1 grados de libertad, siendo \bar{d} y s la media y la desviación típica muestrales, respectivamente.

Por tanto, hay un $(1-\alpha)*100\%$ de probabilidad de que el valor medio real \bar{d}_{real} se encuentre en el intervalo:

 $\bar{d} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2,n-1}$

Utilidad: Podemos usar esta información para determinar un intervalo de confianza para \bar{d}_{real} , y no quedarnos simplemente con el valor medio muestral.

Ejemplo

Queremos determinar un intervalo de confianza del 95% (α = 0,05) para el tiempo medio de escritura de un determinado fichero en un disco duro. Para ello, se han realizado n=8 medidas experimentales:

-	
#exp	d (ms)
1	835
2	798
3	823
4	803
5	834
6	825
7	813
8	829

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = 820ms$$
 $df = 8-1$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = 14ms$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{\frac{0.05}{2}, 8-1} = 2.36$$

~ -	0.05
$\alpha -$	0,05

df	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.9240
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	5.4079

O bien:

- En *Excel*, haciendo: ABS(INV.T(alfa/2;n-1)).
- En *Calc*, DISTR.T.INV(alfa;n-1).

Por tanto, hay un 95% de probabilidad de que el tiempo medio de escritura **real** de ese fichero se encuentre en el intervalo:

$$\bar{d} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2, n-1} = 820 \pm \frac{14}{\sqrt{8}} \times 2,36 = [808, 832] ms$$

4.4 Diseño de experimentos de comparación de rendimiento

Planteamiento del problema

- Supongamos que queremos determinar cuáles de los siguientes factores afectan significativamente al rendimiento de un determinado servidor:
 - 1. Sistema Operativo: Windows Server, CentOS, Debian, Ubuntu.
 - 2. Memoria RAM: 32GB, 64GB, 128GB.
 - 3. Discos duros: SAS, SATA, IDE (=P-ATA).
- Y, en el caso de que afecten, cuál de los niveles del factor es significativamente mejor que el resto.
- ¿Qué experimentos debemos diseñar para ello y cómo debemos analizar los resultados?





Terminología

- **Variable respuesta o dependiente** (=*métrica*): El índice de rendimiento que usamos para las comparaciones. P.ej. tiempos de respuesta (R), productividades (X).
- Factor: Cada una de las *variables* que pueden afectar a la variable respuesta. P.ej. sistema operativo, tamaño de memoria, tipo de disco duro, tipo de procesador, número de microprocesadores, número de cores, tamaño de cada caché, compilador, algún parámetro configurable del S.O. o del servidor, etc.
- **Nivel**: Cada uno de los *valores* que puede asumir un factor. P.ej. para un S.O.: Windows, CentOS, Debian, Ubuntu; para un tipo de disco duro: SATA, IDE, SAS; para un parámetro del sistema operativo: ON, OFF, etc.
- **Interacción**: Una interacción ocurre cuando el efecto de un factor cambia para diferentes niveles de otro factor. P.ej. el hecho de usar un tipo determinado de S.O. puede afectar a cómo de importante sea usar una mayor cantidad de memoria DRAM.

Tipos de diseños experimentales

- **Diseños con un solo factor**: Se utiliza una configuración determinada como base y se estudia un factor cada vez, midiendo los resultados para cada uno de sus niveles.
 - Problema: solo válida si descartamos que haya interacción entre factores.
- **Diseños multi-factoriales completos**: Se prueba cada posible combinación de niveles para todos los factores.
 - Ventaja: se analizan las interacciones entre todos los factores.
 - Número total de combinaciones = $\prod_{i=1}^{k} n_i$, donde k es el número de factores y n_i el número de niveles del factor *i-ésimo*. En nuestro ejemplo: $4\times3\times3=36$ combinaciones.
- Todos ellos se pueden realizar con diferentes niveles de **repetición**:
 - a) Sin repeticiones.
 - b) Con todos los experimentos repetidos el mismo número de veces,
 - c) Con un número de repeticiones diferentes para cada nivel o cada factor.

Diseños con un solo factor

• **Ejemplo**: Para el servidor principal de nuestra empresa, queremos saber si la elección del tipo de disco duro afecta al rendimiento. Para ello, se ha escogido tres discos duros con tres interfaces distintas: **SAS**, **SATA e IDE** (=**P-ATA**) y se ha realizado un experimento que consiste en ejecutar, en condiciones reales y en presencia de aleatoriedad, un conjunto de programas usados habitualmente por el servidor y medir el **tiempo total de ejecución**. Este experimento se ha repetido **5 veces**:

#Exp.	SAS (s)	SATA (s)	IDE (s)
1	103	115	143
2	97	102	134
3	123	120	139
4	106	115	135
5	116	122	129
Medias	109.0	114.8	136.0
Efectos (ε_j)	-10.9	-5.1	16.1

 $m_{global} = 119.9s$



¿Tiene influencia el factor "tipo de disco duro" sobre el rendimiento? ¿Son las diferencias entre los discos duros significativas? → **Test ANOVA de un factor**.

Análisis de la Varianza (ANOVA) de un factor

Modelo:
$$y_{ij} = m_{global} + \varepsilon_j + r_{ij}$$
 $i=1,...,n_{rep}; j=1,...,n_{niv}$

 y_{ij} : Las observaciones. En nuestro caso los tiempos de ejecución obtenidos en cada prueba. El índice j recorre los distintos niveles del factor cuya influencia se quiere medir (en nuestro caso hay n_{niv} =3 niveles: SAS, SATA e IDE). El índice i recorre las distintas repeticiones para cada uno de esos niveles (en nuestro caso, n_{rep} =5 repeticiones).

 $\mathbf{m_{global}}$: Media global de todas las observaciones: $\mathbf{m_{global}} = \frac{1}{n_{rep} \times n_{niv}} \sum_{i=1}^{n_{rep}} \sum_{j=1}^{n_{niv}} y_{ij}$

ε_j: Efecto debido al nivel j-ésimo: $ε_j = \frac{1}{n_{rep}} \sum_{i=1}^{n_{rep}} y_{ij} - m_{global}$. Se cumple que $\sum_{j=1}^{n_{niv}} ε_j = 0$.

r_{ii}: Perturbaciones o error experimental (ruido). Deben cumplir:

- Que tengan varianza constante, independiente del nivel (si nº de exp./nivel no es homogéneo).
- Que su distribución sea normal.

Si no se cumplen, hay otros test alternativos: test de Kruskal-Wallis, test de Friedman.

 $^{\circ}$ La principal pregunta que intenta contestar el test ANOVA es: ¿Tiene influencia el factor sobre la variable respuesta o, dicho de otro modo, algún ε_j es estadísticamente distinto de cero? Para ello, realiza la siguiente "hipótesis nula": **Ho: El factor considerado no influye en el rendimiento.**

Análisis de la Varianza (ANOVA) de un factor (II)

• El objetivo del test ANOVA es contrastar esa **hipótesis** (**Ho**) **de que el factor no influye en el rendimiento** ($\varepsilon_j \approx 0 \ \forall j = 1 \cdots n_{\text{niv}}$). Si esta hipótesis fuera cierta resulta que la siguiente medida experimental (estadístico):

$$F_{exp} \equiv \frac{\text{SSA}/(n_{\text{niv}} - 1)}{\text{SSE}/(n_{\text{niv}} \times (n_{\text{rep}} - 1))} \sim F_{n_{\text{niv}} - 1, n_{\text{niv}} \times (n_{\text{rep}} - 1)}$$

debería ser una muestra de una distribución F de Snedecor con n_{niv} -1 grados de libertad en el numerador y $n_{niv} \times (n_{rev}$ -1) en el denominador.

• SSA y SSE se calculan a partir de la siguiente descomposición de la varianza total de las muestras (SST, Sum-of-Squares Total):

$$SST = \sum_{i=1}^{n_{rep}} \sum_{j=1}^{n_{niv}} (y_{ij} - m_{global})^2 = n_{rep} \sum_{j=1}^{n_{niv}} (\varepsilon_j)^2 + \sum_{i=1}^{n_{rep}} \sum_{j=1}^{n_{niv}} (r_{ij})^2 = SSA + SSE$$

- SSA ≈ Varianza explicada por los efectos o alternativas (Sum-of-Squares Alternatives).
- SSE ≈ Varianza residual o del error (Sum-of-Squares Error).

Análisis de la Varianza (ANOVA) de un factor (III)

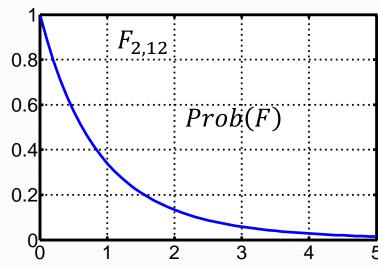
Para nuestro ejemplo concreto:

$$F_{exp} \equiv \frac{\frac{\text{SSA}}{n_{niv} - 1}}{\frac{\text{SSE}}{\left(n_{niv} \times (n_{rep} - 1)\right)}} = \frac{\frac{2020}{3 - 1}}{\frac{789}{\left(3 \times (5 - 1)\right)}} = 15,37$$

¿Qué probabilidad hay de que la muestra 15,37 o superior se haya extraído de una distribución $F_{2,12}$? $P-value=Prob(F \ge 15,37; 2,12)=0,00049$. Con *Excel* y *Calc*: DISTR.F(15,37;2;12) = 0,00049.

Identifico ese valor como la probabilidad de que la hipótesis (Ho) de que el factor no influye pueda ser cierta.

- Si la probabilidad es menor que α =0,05 diremos que rechazamos la hipótesis de que el factor no influya a un (1- α)×100% = 95% de confianza. En caso contrario, diremos que no podemos rechazarla para ese nivel de confianza.
- Si el factor influye, a continuación (análisis *post-hoc*) comparamos las medias de cada nivel unas con otras usando esencialmente un *test t* que aquí se llama: *prueba de múltiples rangos* o de *comparaciones múltiples*.

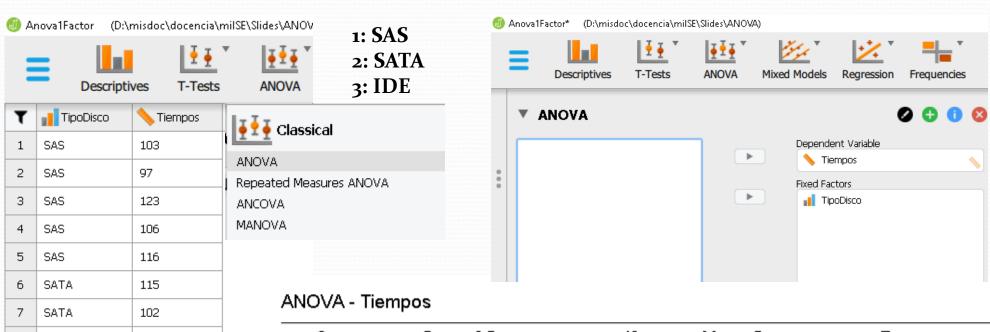


En resumen: Test ANOVA de un factor

#Experimento	Rendimiento nivel 1	Rendimiento nivel 2	 Rendimiento nivel n _{niv}
1	y11	y12	yın _{niv}
2	y12	y22	y2n _{niv}
$n_{\rm rep}$	yn _{rep} 1	yn _{rep} 2	$yn_{rep}n_{niv}$

- Modelo: $y_{ij} = m_{global} + \epsilon_j + r_{ij}$ $i=1,...,n_{rep}; j=1,...,n_{niv}$
- H_0 : Rendimiento de todos los niveles del factor es equivalente $(\varepsilon_j=0, j=1,...,n_{niv}) \equiv El$ factor no influye en el rendimiento.
- Se calcula $F_{exp} \equiv \frac{\text{SSA}/(n_{\text{niv}}-1)}{\text{SSE}/(n_{\text{niv}} \times (n_{\text{rep}}-1))} \sim F_{n_{niv}} \times (n_{\text{niv}} \times (n_{\text{rep}}-1))$
- $p-value = Prob\left(F \ge F_{exp}; n_{niv} 1, n_{niv} \times (n_{rep} 1)\right) \approx Prob(H_0 \ podría \ ser \ cierta).$
- Rechazamos H_0 para un nivel de confianza $(1-\alpha)*100(\%)$ si p-value $< \alpha$. En ese caso (=el factor sí influye en el rendimiento), el siguiente paso será comparar las medias de cada nivel unas con otras usando un test t: prueba de múltiples rangos o de comparaciones múltiples.

ANOVA de un factor con JASP (jasp-stats.org)



SATA

SATA

SATA

IDE

IDE

IDE

IDE

IDE

11

120

115

122

143

134

139

135

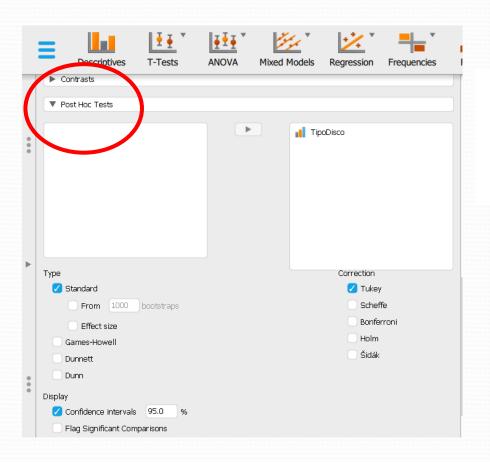
129

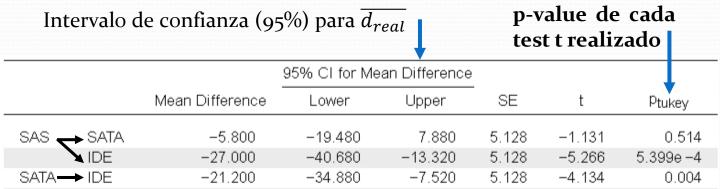
Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	р
TipoDisco	2020.133	2	1010.067	15.366	4.904e −4
Residuals	788.800	12	65.733		

valor-p < 0,05. Por tanto, rechazamos la hipótesis Ho para α = 0,05. Concluimos que para un nivel de confianza del 95%, el tipo de disco duro afecta significativamente al rendimiento del equipo.

ANOVA de un factor con JASP (post-hoc test)

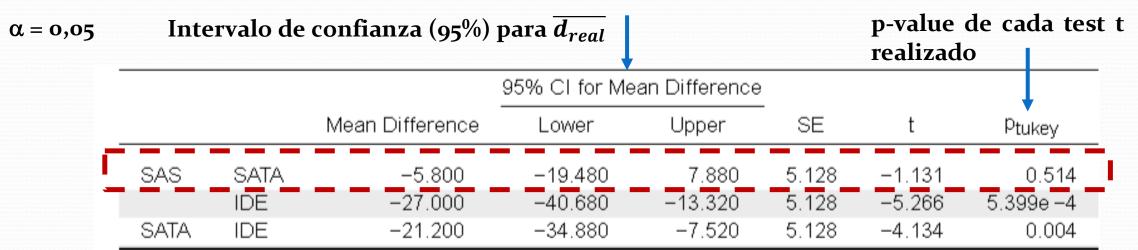
Como el factor influye, hacemos ahora un test t entre cada combinación de niveles para comparar el efecto en el rendimiento de cada tipo de disco duro: **prueba de múltiples rangos o de comparaciones múltiples.**





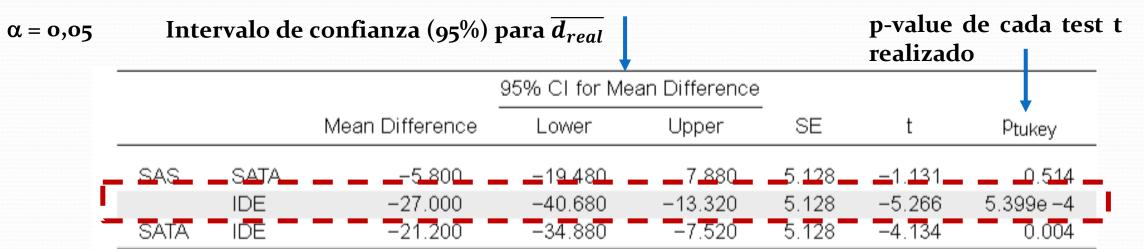
- La primera fila de la tabla es un test t entre SAS y SATA, la segunda entre SAS de IDE y la tercera entre SATA e IDE.
- La última columna es el p-value de cada test t realizado.
- Concluimos (ver páginas siguientes) que, al 95% de confianza, el disco IDE es claramente peor que los otros dos, pero que las diferencias entre SAS y SATA, para este problema, no son estadísticamente significativas.

Prueba de múltiples rangos o de comparaciones múltiples



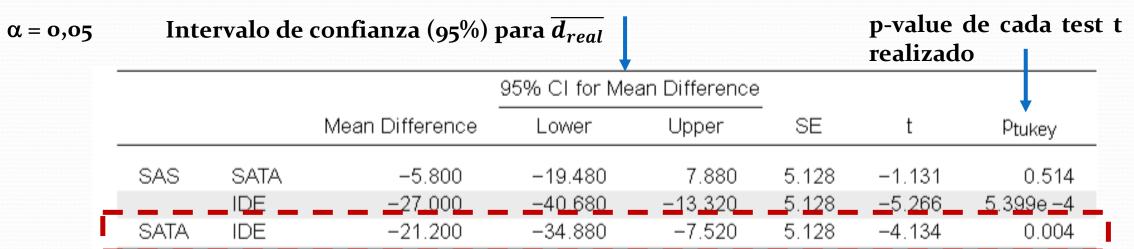
- Primera fila: Test t entre SAS y SATA.
 - Ho: Rendimiento SAS = Rendimiento SATA, es decir, $d_i = SAS_i SATA_i \sim \mathcal{N}(\bar{d}_{real} = 0, \sigma^2)$, i=1..5.
 - Método 1: p-value = 0,514 ≈ Prob (Ho podría ser cierta). Como 0,514 ≮ 0,05 ⇒ No podemos rechazar Ho para un nivel de confianza del 95% ⇒ SAS y SATA pueden tener rendimientos equivalentes.
 - Método 3: Intervalo de confianza para \bar{d}_{real} . $0 \in [-19.48, 7.88] \Rightarrow \bar{d}_{real}$ podría ser $0 \Rightarrow \text{No}$ podemos rechazar Ho para un nivel de confianza del 95% \Rightarrow SAS y SATA pueden tener rendimientos equivalentes.

Prueba de múltiples rangos o de comparaciones múltiples (II)



- Segunda fila: Test t entre SAS e IDE.
 - Ho: Rendimiento SAS = Rendimiento IDE, es decir, $d_i = SAS_i IDE_i \sim \mathcal{N}(\bar{d}_{real} = 0, \sigma^2)$, i=1..5.
 - Método 1: p-value = 0,00054 ≈ Prob (Ho podría ser cierta). Como 0,00054 < 0,05 ⇒ Rechazamos Ho para un nivel de confianza del 95% ⇒ Uno presenta mejor rendimiento que el otro.
 - Método 3: Intervalo de confianza para \bar{d}_{real} . $0 \notin [-40.68, -13.32] \Rightarrow \bar{d}_{real}$ NO podría ser $0 \Rightarrow$ Rechazamos Ho para un nivel de confianza del 95% \Rightarrow Uno presenta mejor rendimiento que el otro.
 - ¿Cuál presenta mejor rendimiento? En la tabla vemos que $\bar{d} = -27s = \overline{SAS} \overline{IDE} \Rightarrow \overline{IDE} = \overline{SAS} + 27s \Rightarrow \overline{IDE} > \overline{SAS} \Rightarrow$ Los tiempos de ejecución usando IDE son, en media, mayores que los de SAS \Rightarrow IDE es más lento que SAS \Rightarrow SAS presenta mejor rendimiento que IDE.

Prueba de múltiples rangos o de comparaciones múltiples (III)



- Tercera fila: Test t entre SATA e IDE.
 - Ho: Rendimiento SATA = Rendimiento IDE, es decir, $d_i = SATA_i IDE_i \sim \mathcal{N}(\bar{d}_{real} = 0, \sigma^2)$, i=1..5.
 - Método 1: p-value = 0,004 ≈ Prob (Ho podría ser cierta). Como 0,004 < 0,05 ⇒ Rechazamos Ho para un nivel de confianza del 95% ⇒ Uno presenta mejor rendimiento que el otro.
 - Método 3: Intervalo de confianza para \bar{d}_{real} . $0 \notin [-34.88, -7.52] \Rightarrow \bar{d}_{real}$ NO podría ser $0 \Rightarrow$ Rechazamos Ho para un nivel de confianza del 95% \Rightarrow Uno presenta mejor rendimiento que el otro.
 - ¿Cuál presenta mejor rendimiento? En la tabla vemos que $\bar{d} = -21,2s = \overline{SATA} \overline{IDE} \Rightarrow \overline{IDE} = \overline{SATA} + 21,2s \Rightarrow \overline{IDE} > \overline{SATA} \Rightarrow$ Los tiempos de ejecución usando IDE son, en media, mayores que los de SATA \Rightarrow IDE es más lento que SATA \Rightarrow SATA presenta mejor rendimiento que IDE.



ANOVA de dos factores con JASP



- Ahora, consideraremos dos factores: el Tipo de Disco (SAS, SATA, IDE) y el S.O. (Windows Server, CentOS, Debian, Ubuntu).
- Esencialmente realizamos varios test ANOVA en paralelo. Para el primero de ellos, la hipótesis nula es que el factor *Tipo de Disco* no influye (p-value = 1,167·10⁻⁴). Para el segundo que el factor *S.O.* no influye (p-value=0,389). Para el tercero, que el factor "*Tipo de Disco* * *S.O.*" no influye, es decir, que no hay interacción entre esos dos factores (p-value = 0,151).

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	р	
TipoDisco	160.333	2	80.167	21.143	1.167e −4	
S.O.	12.458	3	4.153	1.095	0.389	
TipoDisco * S.O.	44.667	6	7.444	1.963	0.151	
Residuals	45.500	12	3.792			-

• Concluimos que, al 95% de confianza (α=0,05), el *tipo de disco* influye significativamente en los tiempos medidos. Sin embargo, no podemos rechazar las hipótesis de que el *S.O.* no influye en dichos tiempos y que no existe interacción entre el *tipo de disco* y el *S.O.* Por tanto, solo debemos preocuparnos en hacer el *post-hoc test* para el factor *Tipo de Disco*.

77