CUESTIONARIOS-I.pdf

Tatianabm

Inferencia Estadística

3º Grado en Matemáticas

Facultad de Ciencias
Universidad de Granada

CUESTIONARIO 1.

Pregunta **1**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sea $(X_1,\dots,X_n)$ una muestra aleatoria simple de X con $E[X]=\mu$ y $Var[X]=\sigma^2$. Los momentos muestrales no centrados (A_k) y centrados (B_k) verifican:

- a. $E[A_1]=\mu$ y $Var[A_1]=\sigma^2$.
- b. $E[B_1]=0$ y $Var[A_1]=\sigma^2/n$.
- c. $E[B_1]=0$ y $E[B_2]=\sigma^2$.
- d. $E[A_1]=\mu$ y $E[B_2]=\sigma^2$.

La respuesta correcta es:
$E[B_1]=0$ y $Var[A_1]=\sigma^2/n$.

Pregunta **2**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sea $(X_1,\cdots,X_n)$ una m.a.s. de X, variable aleatoria con función de densidad
$f_\theta(x)=\theta x^{\theta-1},\ \ 0<x<1,$
y sean $X_{(1)}=\min X_i$ y $X_{(n)}=\max X_i$. Las funciones de distribución, $F_{X_{(i)}}$, y de densidad, $f_{X_{(i)}}$, verifican:

- a. $F_{X_{(n)}}(x)=x^{n\theta},\ \ 0<x<1$
- b. $f_{X_{(n)}}(x)=n\theta x^{n(\theta-1)},\ \ 0<x<1$
- c. $F_{X_{(1)}}(x)=1-x^{n\theta},\ \ 0<x<1$
- d. $f_{X_{(1)}}(x)=n\theta(1-x^\theta)^{n-1},\ \ 0<x<1$

La respuesta correcta es:
$F_{X_{(n)}}(x)=x^{n\theta},\ \ 0<x<1$

Pregunta **3**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sean $(X_1,\cdots,X_n)$, $(Y_1,\cdots,Y_m)$ muestras independientes de poblaciones normales con medias μ_1, μ_2 y varianzas $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$. Las medias y cuasivarianzas muestrales, $\bar{X},\ \bar{Y},\ S_1^2,\ S_2^2$, verifican:

- a. $\dfrac{nS_1^2}{\sigma^2}\rightsquigarrow\chi^2(n)$.
- b. $\dfrac{\bar{X}-\mu_1}{S_1/\sqrt{n}}\rightsquigarrow\mathcal{N}(0,1)$.
- c. $(\bar{X}-\bar{Y})\rightsquigarrow\mathcal{N}\left(\mu_1-\mu_2,\ \sigma^2\dfrac{n+m}{nm}\right)$.
- d. $\dfrac{S_1^2}{S_2^2}\rightsquigarrow F(n,m)$.

La respuesta correcta es:
$(\bar{X}-\bar{Y})\rightsquigarrow\mathcal{N}\left(\mu_1-\mu_2,\ \sigma^2\dfrac{n+m}{nm}\right)$.

Pregunta **4**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sea $(X_1, \cdots, X_n)$ una muestra aleatoria simple de una variable X con función de densidad $f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1,$ con $\theta > 0.$

a. $\prod_{i=1}^{n} X_i$ es un estadístico completo, pero no suficiente.

b. $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)$ es un estadístico suficiente y completo.

c. El estadístico $\prod_{i=1}^{n} X_i^{\theta-1}$ recoge toda la información de la muestra sobre el parámetro.

d. Ninguna de las otras respuestas es correcta.

La respuesta correcta es: $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)$ es un estadístico suficiente y completo.

Pregunta **5**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sean $(X_1, \ldots, X_6)$, $(Y_1, \ldots, Y_6)$ muestras aleatorias simples independientes de dos poblaciones, $\mathcal{N}(7, \sigma^2)$ y $\mathcal{N}(10, \sigma^2)$, respectivamente, con medias muestrales $\bar{X}$ e $\bar{Y}$. Calcular (sin interpolación) $P(Z > 1.8298)$ siendo

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} + 3}{\sqrt{\sum_{i=1}^{6}(X_i - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^{6}(Y_i - \bar{Y})^2}}\sqrt{10}.$$

a. 0.995

b. 0.005

c. 0.05

d. 0.95

La respuesta correcta es:
0.005

Pregunta **6**
Incorrecta
Puntúa -0,25 sobre 1,00
Desmarcar

Sea

$(X_1, \cdots, X_n)$ una muestra aleatoria simple de $X \to \{F_\theta,\ \theta \in \Theta\}$ y $T \equiv T(X_1, \cdots, X_n)$ un estadístico muestral:

a. Si T es suficiente, entonces $|T|$ es suficiente.

b. Si T es suficiente y completo, cualquier transformación biunívoca de T también lo es.

c. Si la distribución condicionada de T a cualquier realización muestral es independiente de θ, entonces T es suficiente.

d. Si T es completo, T^2 no tiene por qué serlo.

La respuesta correcta es:
Si T es suficiente y completo, cualquier transformación biunívoca de T también lo es.

CUESTIONARIO 2.

Pregunta 1
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Se dispone de una urna con bolas blancas y negras y se extraen bolas sucesivamente, con devolución, hasta obtener una blanca. Este experimento se realiza 5 veces de forma independiente. Decir cual de las siguientes afirmaciones es falsa.

- a. Si los intentos necesarios para obtener bola blanca en las 5 repeticiones han sido 5, 4, 6, 6 y 4, la estimación más verosímil de la proporción de bolas negras en la urna es 0.8.
- b. Si la estimación máximo verosímil de la probabilidad de que la bola blanca salga en la segunda extracción es 0.16, el número total de extracciones ha sido 25.
- c. Si los intentos necesarios para obtener bola blanca en las 5 repeticiones han sido 6, 5, 7, 7 y 5, la estimación más verosímil de la probabilidad de que la bola blanca salga en la segunda extracción es 1/6. ✔
- d. Si en dos repeticiones ha salido la blanca a la primera y en las otras tres ha salido a la segunda, la estimación más verosímil de la probabilidad de que las dos primeras sean negras es 9/64.

La respuesta correcta es:
Si los intentos necesarios para obtener bola blanca en las 5 repeticiones han sido 6, 5, 7, 7 y 5, la estimación más verosímil de la probabilidad de que la bola blanca salga en la segunda extracción es 1/6.

Pregunta 2
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sea $(X_1, \cdots, X_n)$ una m.a.s. de una variable X con función de densidad $f_\theta(x) = \theta/x^{\theta+1}$, $x > 1$, $(\theta > 0)$. Sabiendo que esta familia es regular, con $I_X(\theta) = 1/\theta^2$, decir cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

- a. Sea $n = 1$ y $U(X)$ insesgado en $1/\theta$. Si $E_\theta[U(X) \ln X] = 1/\theta^2$, entonces $U(X)$ es regular.
- b. El UMVUE de $\ln \theta$, si existe, es eficiente.
- c. La única función paramétrica con estimador eficiente es $1/\theta$.
- d. $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)$ es eficiente para n/θ. ✔

La respuesta correcta es:
$\ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)$ es eficiente para n/θ.

Pregunta 3
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Decir cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.

- a. Si T es suficiente, completo y de segundo orden, entonces T es el UMVUE para $E_\theta[T]$. ✔
- b. Si T es suficiente y completo y $E_\theta[S] = g(\theta), \forall \theta \in \Theta$, entonces $E[S/T]$ es el UMVUE de $g(\theta)$.
- c. Si T es el UMVUE para θ, entonces T^2 es el UMVUE para θ^2.
- d. El UMVUE de una función paramétrica es el estimador que minimiza uniformemente el error cuadrático medio.

La respuesta correcta es:
Si T es suficiente, completo y de segundo orden, entonces T es el UMVUE para $E_\theta[T]$.

Pregunta **4**
Sin contestar
Puntúa como 1,00
Marcar pregunta

Sea $(X_1, \ldots, X_n)$ una muestra aleatoria simple de X con función de densidad $f_\theta(x) = 3x^2/(\theta+1)^3,\ 0 < x < \theta+1,\ \ (\theta > -1)$. Decir cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.

a. Si los datos observados son 5.2, 4.4, 9, 3.8, 7.8, 8.3, la estimación máximo verosímil de θ^{-1} es 1/9.

b. Si los datos observados son 0.5, 0.4, 1, 0.3, 0.2, 0.6, la estimación máximo verosímil de θ^2 es 0.

c. El estimador de θ obtenido por el método de los momentos es $4\overline{X}/3$.

d. El estimador máximo verosímil de θ es $\prod_{i=1}^{n} X_i^2$.

La respuesta correcta es:
Si los datos observados son 0.5, 0.4, 1, 0.3, 0.2, 0.6, la estimación máximo verosímil de θ^2 es 0.

Pregunta **5**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sea $(X_1, \cdots, X_n)$ una muestra aleatoria simple de una variable X con función de densidad $f_\theta(x) = \theta/(1+x)^{1+\theta},\ x > 0\ (\theta > 0)$. Sabiendo que esta familia es regular y que $E[\ln(1+X)] = 1/\theta$ y $Var[\ln(1+X)] = 1/\theta^2$, se tiene que la cota de Fréchet-Cramér-Rao para la varianza de estimadores insesgados y regulares de θ^2 es

a. $\frac{2\theta^4}{n}$ y dicha cota es alcanzable.

b. $\frac{2\theta^4}{n}$ y dicha cota no es alcanzable.

c. $\frac{4\theta^4}{n}$ y dicha cota es alcanzable.

d. $\frac{4\theta^4}{n}$ y dicha cota no es alcanzable.

La respuesta correcta es:
$\frac{4\theta^4}{n}$ y dicha cota no es alcanzable.

CUESTIONARIO 3.

Pregunta 1
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sea $(X_1,\dots,X_n)$ una m.a.s. de una v.a. X con distribución $\Gamma(p_0,a)$, con $a>1$ ($E[X]=p_0/a$, $Var[X]=p_0/a^2$). Un intervalo de confianza, al nivel de confianza $1-\alpha$, para p_0/a, obtenido usando la desigualdad de Chebychev, sería:

a. Ninguna de las demás respuestas es correcta.

b. $\left(\bar{X}-\sqrt{\frac{p_0}{2n\alpha}},\ \bar{X}+\sqrt{\frac{p_0}{2n\alpha}}\right)$.

c. $\left(\bar{X}-\alpha\sqrt{\frac{p_0}{n}},\ \bar{X}+\alpha\sqrt{\frac{p_0}{n}}\right)$.

d. $\left(\bar{X}-\sqrt{\frac{p_0}{n\alpha}},\ \bar{X}+\sqrt{\frac{p_0}{n\alpha}}\right)$.

La respuesta correcta es:
$\left(\bar{X}-\sqrt{\frac{p_0}{n\alpha}},\ \bar{X}+\sqrt{\frac{p_0}{n\alpha}}\right)$.

Pregunta 2
Incorrecta
Puntúa -0,25 sobre 1,00
Desmarcar

Si $(X_1,\dots,X_n)$ es una m.a.s. de X con función de densidad $f_\theta(x)=2x/(\theta-1)^2,\ 0<x<\theta-1,$ se cumple que:

a. Si se quiere contrastar $H_0:\theta=5$ frente a $H_1:\theta=4$ y $\max X_i<3$, el test de Neyman-Pearson de tamaño arbitrario, α, no conduce necesariamente a rechazar H_0 con probabilidad uno.

b. Si $\theta_1>\theta_0$, el test de Neyman-Pearson de tamaño 0 para contrastar $H_0:\theta=\theta_0$ frente a $H_1:\theta=\theta_1$ tiene potencia 0.

c. El test de Neyman-Pearson de tamaño arbitrario, α, para contrastar $H_0:\theta=3$ frente a $H_1:\theta=4$ conduce a rechazar H_0 con probabilidad α si $\max X_i>2$.

d. Si $\varphi_0(X_1,\dots,X_n)$ es un test de Neyman-Pearson con nivel de significación α para contrastar $H_0:\theta=\theta_0$ frente a $H_1:\theta=\theta_1$ y $\varphi(X_1,\dots,X_n)$ es otro test de tamaño α para el mismo problema, entonces $E_{\theta_1}[\varphi(X_1,\dots,X_n)]<E_{\theta_1}[\varphi_0(X_1,\dots,X_n)]$.

La respuesta correcta es:
Si se quiere contrastar $H_0:\theta=5$ frente a $H_1:\theta=4$ y $\max X_i<3$, el test de Neyman-Pearson de tamaño arbitrario, α, no conduce necesariamente a rechazar H_0 con probabilidad uno.

Pregunta 3
Incorrecta
Puntúa -0,25 sobre 1,00
Desmarcar

Si $(X_1,\dots,X_n)$ es una m.a.s. de una variable X con $f_\theta(x)>0\Leftrightarrow x>\theta$ $(\theta\in\mathbb{R}^+)$, se cumple que:

a. Si $(0,\ \alpha^{1/n}\min X_i)$ es un intervalo de confianza para θ a nivel de confianza $1-\alpha$, entonces el test no aleatorizado con región crítica $\{\min X_i\le\alpha^{-1/n}\theta_0\}$ para contrastar $H_0:\theta=\theta_0$ frente a $H_1:\theta<\theta_0$, tiene nivel de significación α.

b. Si, para todo θ_0, $\{\min X_i\le\alpha^{-1/n}\theta_0\}$ es la región crítica de un test no aleatorizado de tamaño α para contrastar $H_0:\theta=\theta_0$ frente a cualquier alternativa, entonces $(\alpha^{1/n}\min X_i,\ +\infty)$ es un intervalo de confianza para θ a nivel de confianza $1-\alpha$.

c. Si $(\alpha^{1/n}\min X_i,\ +\infty)$ es un intervalo de confianza para θ a nivel de confianza $1-\alpha$, entonces el test no aleatorizado con región crítica $\{\min X_i\ge\alpha^{-1/n}\theta_0\}$ para contrastar $H_0:\theta=\theta_0$ frente a $H_1:\theta>\theta_0$, tiene tamaño α.

d. Si, para todo θ_0, $\{\min X_i\ge\alpha^{-1/n}\theta_0\}$ es la región crítica de un test no aleatorizado de tamaño α para contrastar $H_0:\theta=\theta_0$ frente a $H_1:\theta>\theta_0$, entonces $(0,\ \alpha^{1/n}\min X_i)$ es un intervalo de confianza para θ a nivel de confianza $1-\alpha$.

La respuesta correcta es:
Si $(0,\ \alpha^{1/n}\min X_i)$ es un intervalo de confianza para θ a nivel de confianza $1-\alpha$, entonces el test no aleatorizado con región crítica $\{\min X_i\le\alpha^{-1/n}\theta_0\}$ para contrastar $H_0:\theta=\theta_0$ frente a $H_1:\theta<\theta_0$, tiene nivel de significación α.

SAMSUNG

Llena tu mochila de descuentos

En la tienda privada de Samsung Estudiantes, te esperan **nuestras ofertas más exclusivas**

Escanea el código QR, regístrate y consigue un **5%** de dto.

Listos
para
estudiar

Pregunta **4**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta

Sean $(X_1, \ldots, X_{11})$ una m.a.s. de $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $(Y_1, \cdots, Y_9)$ una m.a.s. de $Y \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$, ambas independientes. Si se contrasta que la media de X no supera en más de dos unidades a la media de Y, marcar la respuesta correcta:

- a. Si las varianzas son desconocidas pero iguales, las medias muestrales de X e Y son 18.45 y 14.23, respectivamente, y las varianzas muestrales son 12.38 y 9.09, respectivamente, no hay evidencias para rechazar H_0 al nivel de significación 0.1.
- b. Si las varianzas son desconocidas pero iguales, las medias muestrales de X e Y son 18.45 y 14.23, respectivamente, y las varianzas muestrales son 12.38 y 9.09, respectivamente, se rechaza H_0 al nivel de significación 0.05.
- c. Si las varianzas son $\sigma_1^2 = 13,\ \sigma_2^2 = 12.6$ y las medias muestrales de X e Y son 18.45 y 14.23, respectivamente, no hay evidencia para rechazar H_0 al nivel de significación 0.1.
- d. Si las varianzas son $\sigma_1^2 = 13,\ \sigma_2^2 = 12.6$ y las medias muestrales de X e Y son 18.45 y 14.23, respectivamente, no hay evidencias para rechazar H_0 al nivel de significación 0.05. ✔

La respuesta correcta es:
Si las varianzas son $\sigma_1^2 = 13,\ \sigma_2^2 = 12.6$ y las medias muestrales de X e Y son 18.45 y 14.23, respectivamente, no hay evidencias para rechazar H_0 al nivel de significación 0.05.

Pregunta **5**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Sea $(X_1, \ldots, X_6)$ una m.a.s. de $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $(Y_1, \cdots, Y_7)$ una m.a.s. de $Y \rightsquigarrow \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$, ambas independientes. Marcar la respuesta correcta:

- a. Ninguna de las otras respuestas es correcta.
- b. Si $\alpha \leq 0.05$, entonces $0.228\,\frac{S_1^2}{S_2^2}$ es una cota inferior de confianza para $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ al nivel de confianza $1-\alpha$.
- c. $\left(\frac{\sum_{i=1}^{6}(Y_i-\overline{Y})^2}{\chi^2_{6,\,\alpha/2}},\ \frac{\sum_{i=1}^{6}(Y_i-\overline{Y})^2}{\chi^2_{6,\,1-\alpha/2}}\right)$ es el intervalo de confianza de menor longitud media para σ_2^2 al nivel de confianza $1-\alpha$.
- d. $\left(0.202\,\frac{S_2^2}{S_1^2},\ 4.39\,\frac{S_2^2}{S_1^2}\right)$ es intervalo de confianza para $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ a nivel de confianza 0.9. ✔

La respuesta correcta es:
$\left(0.202\,\frac{S_2^2}{S_1^2},\ 4.39\,\frac{S_2^2}{S_1^2}\right)$ es intervalo de confianza para $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ a nivel de confianza 0.9.

CUESTIONARIO 4.

Pregunta **1**
Incorrecta
Puntúa -0,25 sobre 1,00
Desmarcar

Para contrastar si una variable X sigue una distribución $B(5,p)$ mediante el test χ^2, se realizan 150 observaciones independientes de la misma, obteniéndose los siguientes valores, con sus respectivas frecuencias:

Valor	0	1	2	3	4	5
Frecuencia	2	3	9	26	49	61

Sabiendo que los términos correspondientes a los valores 3, 4 y 5 del estadístico de contraste suman 6.0999, marcar la respuesta correcta:

- a. El p-valor asociado a los datos está comprendido entre 0.1 y 0.15.
- b. El p-valor asociado a los datos está comprendido entre 0.05 y 0.1. ✗
- c. El p-valor asociado a los datos está comprendido entre 0.005 y 0.01.
- d. El p-valor asociado a los datos está comprendido entre 0.01 y 0.05.

La respuesta correcta es:
El p-valor asociado a los datos está comprendido entre 0.005 y 0.01.

Pregunta **2**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Para contrastar $H_0 : M_X = 3.5$, siendo M_X la mediana de una variable continua y simétrica, se toman diez observaciones independientes de X, obteniéndose los valores 3.6, 2.9, 4.3, 5.3, 4.5, 3.5, 3.9, 4.9, 3.2 y 4.2.

- a. Si $H_1 : M_X \neq 3.5$, el p-valor asociado a los datos, tanto para el test de los signos como para el de los rangos signados es menor que 0.025.
- b. Ninguna de las otras respuestas es correcta.
- c. Si $H_1 : M_X > 3.5$ y se requiere un nivel de significación 0.05, los datos dan evidencia para rechazar H_0 con el test de los signos, y no dan evidencia para rechazar H_0 con el test de los rangos signados.
- d. Si $H_1 : M_X \neq 3.5$ y se requiere un nivel de significación 0.05, los datos no dan evidencia para rechazar H_0 tanto con el test de los signos como con el test de los rangos signados. ✓

La respuesta correcta es:
Si $H_1 : M_X \neq 3.5$ y se requiere un nivel de significación 0.05, los datos no dan evidencia para rechazar H_0 tanto con el test de los signos como con el test de los rangos signados.

Pregunta **3**
Incorrecta
Puntúa -0,25 sobre 1,00
Desmarcar

Se pretende establecer un modelo lineal para expresar Y en función de X. Para ello, se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 17 de (X, Y), que da medias 33.2 y 20.9, respectivamente; la varianza de las observaciones de X es 20.33, la covarianza -15.89 y la varianza residual es 26.7884. ¿Cuál de las siguientes conclusiones obtenidas a partir de los datos es correcta?:

- a. El error cuadrático medio estimado en la predicción de Y para $x = 30$ está comprendido entre 29 y 29.5.
- b. El p-valor asociado a los datos para el contraste de regresión es menor que 0.01.
- c. Cada unidad de aumento en X produce una disminución de 0.6 unidades en Y.
- d. Al menos el 36% de la variabilidad de los datos de Y queda explicada por la regresión lineal sobre X. ✗

La respuesta correcta es:
El error cuadrático medio estimado en la predicción de Y para $x = 30$ está comprendido entre 29 y 29.5.

Pregunta **4**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Desmarcar

Con objeto de contrastar la igualdad de las medias de tres poblaciones normales con la misma varianza (H_0), se toman muestras aleatorias simples independientes, de tamaños 6, 8 y 9, respectivamente. Si las medias muestrales son 19.7, 17.2 y 20.8, respectivamente, y la variabilidad total de los datos es 199.3698, marcar la respuesta correcta:

- a. Los datos dan evidencia para rechazar H_0 al nivel de significación 0.025.
- b. La variabilidad dentro de grupos es menor que 100.
- c. El p-valor asociado a los datos es menor que 0.05 y se rechaza H_0 para cualquier nivel de significación menor o o igual que 0.05.
- d. Los datos dan evidencia para rechazar H_0 al nivel de significación 0.05. ✓

La respuesta correcta es:
Los datos dan evidencia para rechazar H_0 al nivel de significación 0.05.