



Universidad de Granada

DOBLE GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA Y
MATEMÁTICAS

PROBABILIDAD

Resumen

Autor:
Jesús Muñoz Velasco

Curso 2024-2025

1. Tema 4

•) Esperanza condicionada:

$$E[X|Y](y) := E[X|Y = y]$$

• Caso discreto:

$$E[X|Y = y] = \sum_{x \in E_x} x \cdot P[X = x|Y = y]$$

• Caso continuo:

$$E[X|Y = y] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_{X|Y=y}(x) dx$$

• Propiedades:

- $E[c|Y] = c, \quad c \in \mathbb{R}$
- $E[aX_1 + bX_2|Y] = aE[X_1|Y] + bE[X_2|Y]$
- Si X, Y independientes, entonces $E[g(X)|Y] = E[g(X)]$ con g medible.
- $E[E[g(X)|Y]] = E[g(X)]$ con g medible.

•) Varianza Condicionada:

$$\begin{aligned} Var[X|Y] &= E[X^2|Y] - (E[X|Y])^2 \\ Var[X|Y] &= Var[E[X|Y]] + E[Var[X|Y]] \end{aligned}$$

•) Error cuadrático medio:

$$E.C.M(\varphi) = E[(Y - \varphi(X))^2]$$

•) Curva de Regresión Mínimo Cuadrática de Y sobre X :

$$\hat{Y}(x) = E[Y|X = x] \quad \forall x \in E_x$$

•) Curva de Regresión Mínimo Cuadrática de X sobre Y :

$$\hat{X}(y) = E[X|Y = y] \quad \forall y \in E_y$$

•) Razón de correlación

$$\eta_{Y/X}^2 = \frac{Var[E[Y|X]]}{Var[Y]}$$

$$\eta_{X/Y}^2 = \frac{Var[E[X|Y]]}{Var[X]}$$

-) **Rectas de Regresión:** El cálculo consistirá en minimizar $E[(Y - aX - b)^2]$.
Con este proceso llegamos a

$$a = \frac{Cov(X, Y)}{Var[X]} \quad b = E[Y] - \frac{Cov(X, Y)}{Var[Y]}E[X]$$

Por lo que la recta será

$$\hat{Y} = E[Y] + \frac{Cov(X, Y)}{Var[X]}(X - E[X])$$

Su error cuadrático medio será

$$E.C.M(\hat{Y}) = Var[Y] - \frac{Cov^2(X, Y)}{Var[X]}$$

-) **Coefficiente de determinación lineal:**

$$\rho_{X,Y}^2 = \frac{Cov^2(X, Y)}{Var[X] \cdot Var[Y]}$$

-) **Coefficiente de correlación lineal de Pearson:**

$$\rho_{X,Y} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var[X] \cdot Var[Y]}}$$