

Questão 1

Considere os seguinte conjuntos:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$

$$E = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 5), (4, 5)\}$$

- (1) Com base em V e E , construa uma representação geométrica do grafo G .
- (2) Encontre a excentricidade de cada $v \in V$.
- (3) Encontre o centro de G .

Questão 2

Mostre que qualquer grafo conexo não dirigido $G(V, E)$ satisfaz $|E| \geq |V| - 1$.

Questão 3

Esboce grafos G_1 , G_2 , G_3 e G_4 , cada um com 5 vértices e 8 arestas, satisfazendo as seguintes condições:

- (1) G_1 é um grafo simples;
- (2) G_2 é um grafo não-simples sem laços;
- (3) G_3 é um grafo não-simples sem arestas múltiplas;
- (4) G_4 é um grafo não-simples contendo tanto laços quanto arestas simples.

Questão 4

Em todo grafo G , dois caminhos de comprimento máximo possuem, pelo menos, um vértice comum. Provar ou dar contra-exemplo, para os seguintes casos:

- (1) G é desconexo.
- (2) G é conexo.

Questão 5

Caracterizar os grafos $G(V, E)$, para os quais $\text{centro}(G) = V$.

Questão 6

Caracterizar as árvores cujo centro possui exatamente um vértice.

Questão 7

Mostrar que todo grafo conexo com um número mínimo de arestas é uma árvore.

Questão 8

Mostre que, se um grafo dirigido ou não dirigido contém um caminho entre dois vértices u e v , contém um caminho simples entre u e v . Mostre que, se um grafo dirigido contém um ciclo, então contém um ciclo simples.

Questão 9

Seja $G(V,E)$ um grafo não direcionado, representado por uma matriz de adjacências. Descrever um algoritmo para realizar as seguintes tarefas:

- (1) Dados dois vértices $v_i, v_j \in V$, determinar se eles são adjacentes ou não.
- (2) Dado o vértice $v_i \in V$, encontrar o conjunto de vizinhos de v_i .

Determinar a complexidade para a realização de cada tarefa (1) e (2), separadamente.

Questão 10

Seja T uma árvore com pelo menos 3 vértices. Seja T' a árvore obtida de T pela exclusão de todas as suas folhas. Mostre que T e T' possuem o mesmo centro.