

### Questão 1

Considere o problema a seguir.

$$\max 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \quad (1)$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12 \quad (2)$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 7 \quad (3)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3. \quad (4)$$

- (1) Encontre o dual do problema (1)-(4).
- (2) Solucione o problema dual graficamente.
- (3) A partir da solução do dual obtenha a solução do primal (Folgas Complementares).

### Questão 2

Considere o PPL a seguir.

$$\max c^T x \quad (5)$$

$$Ax = b \quad (6)$$

$$x \geq 0. \quad (7)$$

onde  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^m$ ,  $c \in \mathbb{R}^n$  e  $x \in \mathbb{R}^n$ .

- (1) Tomando  $A = [B \ N]$ , tal que  $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$  e  $B^{-1}$  exista, caracterize  $B$  como uma base primal viável e dual viável para o problema (5)-(7).
- (2) Se  $B$  é uma base primal viável e dual viável o que podemos afirmar sobre  $B$ ?

### Questão 3

Considere o PPL a seguir.

$$\max -2x_1 - 3x_2 \quad (8)$$

$$x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \quad (9)$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_4 = 5 \quad (10)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \quad (11)$$

- (1) As colunas  $a_1$  e  $a_3$  definem uma base ótima para o problema (8)-(11)?
- (2) Caso a base definida pelas colunas  $a_1$  e  $a_3$  não seja ótima para problema (8)-(11), usando o método primal/dual do simplex encontre uma base ótima para o respectivo problema.

### Questão 4

Considere o PPL a seguir.

$$\max c^T x \quad (12)$$

$$Ax \leq b \quad (13)$$

$$x \geq 0 \quad (14)$$

e o seu dual.

$$\min u^T b \quad (15)$$

$$u^T A \geq c^T \quad (16)$$

$$u \geq 0. \quad (17)$$

onde  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^m$ ,  $c \in \mathbb{R}^n$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$  e  $u \in \mathbb{R}^m$ .

- (1) Seja  $\bar{x}$  uma solução viável para o problema (12)-(14) e  $\bar{u}$  uma solução viável para o problema (15)-(17). Mostre que  $c^T \bar{x} \leq \bar{u}^T b$ .

### Questão 5

Considere o PPL a seguir.

$$\max x_1 - x_2 + 2x_3 \quad (18)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \quad (19)$$

$$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 9 \quad (20)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3. \quad (21)$$

- (1) Resolva o problema (18)-(21) usando o método primal do simplex.
- (2) Encontre o problema dual associado ao problema (18)-(21) e resolva o mesmo.
- (3) Supondo que o lado direito da restrição (19) do problema (18)-(21) seja alterado para 7. A base ótima do problema (18)-(21) é ótima para o novo problema?
- (4) Supondo que o vetor de custos do problema (18)-(21) seja alterado para (2, 1, 1). A base ótima do problema (18)-(21) é ótima para o novo problema?
- (5) Se uma variável for incluída ao problema (18)-(21) com custo igual a -1 e com os coeficientes na restrições igual a (2, 1). A base ótima do problema (18)-(21) é ótima para o novo problema?

### Questão 6

Considere o PPL a seguir.

$$\max -x_1 - x_2 \quad (22)$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 6 \quad (23)$$

$$x_1 + 2x_2 - x_4 = 4 \quad (24)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4. \quad (25)$$

- (1) Encontre a base ótima para o problema (22)-(25) usando o método primal/dual do simplex. Tome como base inicial  $B = [a_1 \ a_3]$ .
- (2) Acrescente ao problema (22)-(25) a restrição  $x_2 \geq \frac{1}{3}$ . Encontre a base ótima para o novo problema através do método primal/dual do simplex. Considere a base ótima do problema (22)-(25) na definição da base inicial na reotimização.

### Questão 7

Considere o PPL a seguir

$$\min 2x_1 + x_2 + 4x_3 \quad (26)$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \quad (27)$$

$$-x_1 + x_2 - x_3 \leq 1 \quad (28)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (29)$$

Resolva o PPL usando o Teorema das Folgas Complementares.

### Questão 8

Considere o PPL

$$\min -4x_1 - 5x_2 \quad (30)$$

$$x_1 + 4x_2 - x_3 = 5 \quad (31)$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_4 = 7 \quad (32)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \quad (33)$$

- (1) Mostre que  $B = [a_2 \ a_1]$  é uma base ótima para o problema.
- (2) Suponha que o lado direito da restrição (32) seja alterado para 16. A matriz  $B = [a_2 \ a_1]$  é uma base ótima para o problema modificado?

- (3) Suponha que o custo associado a variável  $x_2$  seja modificado para -2. A matriz  $B = [a_2 \ a_1]$  é uma base ótima para o problema modificado

### Questão 9

Considere o PPL

$$\max x_1 + x_2 \tag{34}$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 6 \tag{35}$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10 \tag{36}$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \tag{37}$$

- (1) Obtenha o dual do problema (34)-(37).
- (2) Resolva graficamente o problema (34)-(37) e o seu dual.
- (3) Verifique se as condições de complementaridade são satisfeitas pela solução ótima do problema (34)-(37) e a solução ótima do dual obtido no item (1).

### Questão 10

Considere o PPL

$$\min 2x_1 + 5x_2 \tag{38}$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \tag{39}$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_4 = 8 \tag{40}$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \tag{41}$$

- (1) Qual o intervalo em que o custo associado a variável  $x_2$  pode ser alterada de forma que a base ótima do problema (38)-(41) seja ótima para o problema alterado.
- (2) Qual o intervalo em que o lado direito da restrição (40) pode ser alterada de forma que a base ótima do problema (38)-(41) seja ótima para o problema alterado.