

FORMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES CAPACITADO COM RETORNO

Mateus Pereira dos Santos

Universidade Federal do Ceará - UFC
Campus do Pici, s/n, 60455-760, Fortaleza - Ceará, Brasil
mateussantos@alu.ufc.br

Jesus Ossian da Cunha

Universidade Federal do Ceará - UFC
Campus do Pici, s/n, 60455-760, Fortaleza - Ceará, Brasil
jesus.ossian@dema.ufc.br

Bruno de Athayde Prata

Universidade Federal do Ceará - UFC
Campus do Pici, s/n, 60455-760, Fortaleza - Ceará, Brasil
baprata@ufc.br

RESUMO

Uma forma importante de tentar reduzir os danos ambientais na fabricação de bens industrializados é através do uso de sistemas de produção que lidam com a reutilização de materiais devolvidos. Neste trabalho abordamos o Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado com Retorno (PDLCR). No PDLCR temos como finalidade obter um planejamento de produção com menor custo para um horizonte de produção, esse planejamento deve ser feito para produção ou remanufatura de itens para um horizonte de tempo, onde em cada período itens são retornados e podem ser remanufaturados. No problema é considerado um limite para produção em cada período. Nosso objetivo neste trabalho é apresentar três formulações, uma considerada padrão, uma formulação *multicommodity* e uma formulação fundamentada em *shortest path*. Os resultados mostram que com a metodologia utilizada para adaptação das instâncias, a formulação padrão mostrou melhores resultados, considerando a quantidade de instâncias resolvidas.

PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento de lotes, Problema Linear Inteiro, Remanufatura.

ABSTRACT

An important way of trying to reduce environmental damage in the manufacture of industrial goods is through the use of production systems that deal with the reuse of recycled materials. We present the Capacitated Lot-sizing Problem with Return (PDLCR) on this paper. Keeping this in mind, this problem aims to obtain production planning with lower cost for a production horizon. This planning must be done for the production or remanufacturing of items for a time horizon where in each period items are returned and can be remanufactured. In this problem, a limit for production in each period is considered. Our objective is to present three formulations, the standard, the multi-commodity and the one based on the shortest path. The results show that the methodology used to adapt the instances produce better results with the standard formulation, considering the number of resolved instances.

KEYWORDS. Lot Sizing, Integer Linear Problem, Remanufacturing.

1. Introdução

Segundo Karimi et al. [2003] planejamento da produção é definido como uma atividade que considera o melhor uso de recursos de produção, a fim de satisfazer os objetivos da produção (satisfazer os requerimentos da produção e antecipar as oportunidades de vendas) ao longo de um determinado horizonte de planejamento. A remanufatura pode ser definido como um processo industrial que consiste na recuperação de produtos que são devolvidos para a linha de produção, podendo ser produtos no fim de uso/vida útil, ou produtos que apresentam defeitos de fabricação. Esses produtos passam por processos que envolve desmontagem, limpeza, teste, substituição/reparo e operações de remontagem. Após os processos de recuperação partes desses produtos podem ser utilizados como matéria-prima.

O planejamento da produção é um tema muito importante na indústria, pois tem por finalidade reduzir desperdício de recursos, sejam eles matéria-prima ou mão de obra. Essa necessidade de reduzir custos operacionais, leva as empresas a buscar formas alternativas como a remanufatura de produtos.

O Problema de Dimensionamento de Lotes (PDL), consiste basicamente em, um problema de planejamento da produção, no qual itens devem ser produzidos ao longo de um horizonte de produção de modo a atender as demandas em cada um dos períodos onde o custo de produção é minimizado. O PDL pode tratar da produção de um único item ou da produção de vários itens, pode existir uma capacidade de produção em cada período ou não, e ele pode ter ou não itens de retorno.

O Problema de Dimensionamento de Lotes com Retorno (PDLR) trabalha com a proposta da reutilização de partes dos produtos defeituosos que retornam para a linha de produção na produção de novos produtos, e com isso se obter uma redução do custo operacional no processo de produção.

Na versão capacitada do problema é definida uma capacidade máxima de produção em cada período. Essa capacidade de produção pode ser um limite de tempo para a produção dos itens, ou a quantidade de matéria-prima disponível, ou a quantidade de mão de obra disponível. Se o problema não tem essas limitações de capacidade, o mesmo é tratado como um problema de dimensionamento de lotes não capacitado.

O PDLR tem basicamente as mesmas características do PDL, mas nesta versão do problema considera-se o retorno de itens que podem ser remanufaturados, além disso, o problema pode ser capacitado ou não capacitado. Esses itens que retornam a linha de produção passam por um processo de remanufatura, tornando-se matéria-prima a ser utilizada no processo de produção. O objetivo deste trabalho consiste no estudo de modelos matemáticos para o Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado com Retorno (PDLCR).

2. Revisão Bibliográfica

O primeiro trabalho sobre o problema de dimensionamento de lotes foi apresentado por Wagner e Whiti [1958]. Desde então diversos trabalhos foram publicados abordando as diversas classes do problema de dimensionamento de lotes. No trabalho de Dzielinski e Gomory [1965] é aplicado o princípio de decomposição Dantzing e Wolfe, e um método para criar sequências de arranjos alternativos conforme necessário por meio do método apresentado por Wagner e Whiti [1958].

Eisenhut [1975] propõem uma heurística fundamentada na análise marginal, com isso, o dimensionamento dos lotes são definidos período a período. Lambrecht e Vanderveken [1979] propõem uma heurística eficiente para o problema de planejamento de produção, essa heurística é fundamentada na heurística proposta por Eisenhut [1975]. Eppen e Martin [1987] abordam em seu trabalho formulações alternativas para o problema de dimensionamento de lotes multi-item

capacitado e mostram que a relaxação linear das formulações propostas é efetiva na geração de limites.

Chen e Thizy [1990] os autores realizam um comparativo entre o método de relaxação lagrangiana e os métodos de relaxação alternativos, para o problema de dimensionamento de lotes capacitado com multi-itens, esse comparativo é feito utilizando relaxação linear, geração de colunas e o método do subgradiente. du Merle et al. [2000] propõem um método baseado em relaxação lagrangeana para resolver o problema de dimensionamento de lotes capacitado com multi-itens.

Drex1 e Kimms [1997] abordam formulações para variações do problema de dimensionamento de lotes e para o problema de *scheduling*. Os trabalhos de Karimi et al. [2003] e Brahimi et al. [2006] são revisões da literatura do problema de dimensionamento de lotes. Zhang et al. [2012] propõem um método aproximativo baseado em relaxação lagrangeana para o problema de dimensionamento de lotes com capacidade na cadeia de abastecimento de circuito fechado, nessa abordagem considera custo de configuração, retorno de produtos e remanufatura. De acordo com Retel Helmrich et al. [2014], os autores abordam uma formulação de caminho mínimo para o problema de dimensionamento de lotes com retorno, além disso desigualdades usadas no problema clássico são adaptadas. Métodos fundamentados em relaxação lagrangeana são muito utilizados em variações do problema de dimensionamento de lotes. Brahimi e Dauzere-Peres [2014] aplicaram uma heurística lagrangeana ao problema de dimensionamento de lotes capacitado com único item, e Carvalho e Nascimento [2016] que aplicaram uma heurística lagrangeana ao problema de dimensionamento de lotes capacitado com multi-itens e multi-plantas.

Sifaleras et al. [2015] propõem um algoritmo de busca em vizinhança variável para o problema de dimensionamento de lotes econômico com retorno de produtos e recuperação. Cho et al. [2017] utilizam uma heurística *fix-and-optimize* para o problema de dimensionamento de lotes com sistemas de remanufatura com estações de trabalho de processamento paralelo, nesse trabalho três heurísticas foram propostas. Roshani et al. [2017] propõem uma heurística *relax-and-fix* para o problema de dimensionamento de lote dinâmico capacitado em sistemas integrados de manufatura/remanufatura. Cunha et al. [2019] utilizam duas abordagens construtivas aplicadas ao problema de dimensionamento de lotes capacitado com multi-item e remanufatura, uma heurística de geração de coluna seguida por um mecanismo de reparo de *Programação Linear (LP)/MIP*, e um método *relax-and-fix*. Um procedimento de busca local de *fix-and-optimize* também é aplicado para melhorar a qualidade das soluções obtidas pelas técnicas construtivas.

3. O Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado com Retorno (PDLCR)

O PDLCR é um problema de planejamento da produção ao longo de um horizonte de produção, no qual, a cada período itens devem ser produzidos por manufatura ou remanufatura de modo a atender a demanda de cada período. Além disso, existe uma capacidade máxima de produção em cada período que deve ser obedecida.

3.1. Modelo Matemático do Problema

O PDLCR pode ser descrito formalmente como segue. Seja $T = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de períodos de tempo que definem o horizonte de planejamento para produção de um item. Em cada período $t \in T$ existe um demanda d_t a ser atendida, um custo fixo f_t , um custo de produção p_t , e um custo de estoque h_t . Além disso, existe r_t a quantidade de itens que retornam a linha de produção no período $t \in T$, pr_t o custo de produção por remanufatura no período $t \in T$, fr_t o custo de preparação da linha de produção para remanufatura (*setup*) no período t , hr_t o custo de estoque de itens que retornaram e ainda não foram remanufaturados no final do período t . Nesse problema é considerado uma capacidade máxima de produção (manufatura/remanufatura) em cada período, denotada por C_t para $t \in T$. Essa capacidade é a mesma em cada um dos períodos.

Associado aos custos de produção temos as variáveis: x_t representa a quantidade produzida no período $t \in T$, s_t representa a quantidade de estoque ao final do período $t \in T$ e y_t define se ocorreu ou não produção no período t , ou seja, $y_t = 1$, se existe produção no período t e $y_t = 0$ caso contrário. Além disso, considera-se $s_0 = s_n = sr_0 = 0$, ou seja, os estoques inicial e final são nulos.

Temos ainda as variáveis associadas a custos de remanufatura: xr_t representa a quantidade de itens remanufaturados no período $t \in T$, sr_t representa a quantidade de itens em estoque que retornaram e não foram remanufaturados ao final do período t e yr_t define se ocorreu ou não remanufaturamento no período t , ou seja, $yr_t = 1$, se existe remanufaturamento no período t , $yr_t = 0$ caso contrário.

O Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado (PDLC) é *NP-Difícil* [Brahimi e Dauzere-Peres, 2014]. Assim, por tratar-se de uma generalização do PDL, o PDLCR é *NP-Difícil*.

Na Figura 1 é apresentado um esquema de funcionamento do problema de dimensionamento de lotes com retorno, onde os vértices de cor preta estão associados as etapas de produção e os vértices de cor cinza estão associados as etapas de remanufatura, nos períodos $t = 1, \dots, 5$.

Em cada período t é retornado a linha de produção uma quantidade r_t de itens, onde uma quantidade xr_t é remanufaturada e a diferença entre r_t e xr_t é armazenada em sr_t . A demanda d_t em cada período t é atendida por s_{t-1} junto com a quantidade $x_t + xr_t$, já a diferença entre $s_{t-1} + x_t + xr_t$ e d_t é armazenada em s_t . Lembrando que $s_0 = s_5 = sr_0 = 0$. Na Figura 1 não é mostrado o fluxo referente as setups y_r e yr_t para cada período t .

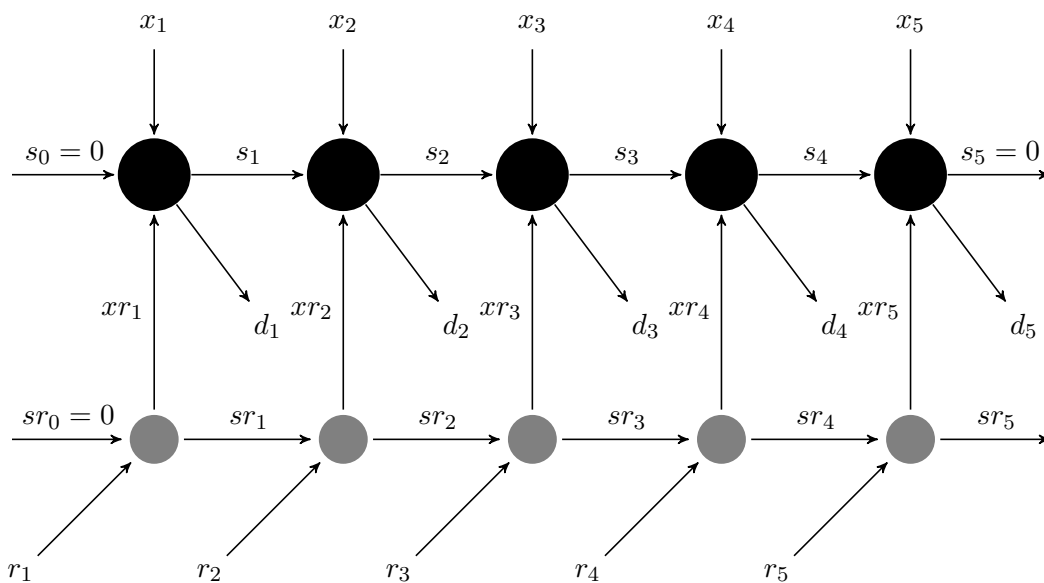


Figura 1: Esquema de funcionamento PDL com retorno.

Com isso temos a seguinte formulação para o problema de dimensionamento de lotes

capacitado com retorno:

$$\min \sum_{t \in T} (h_t s_t + p_t x_t + f_t y_t) + \sum_{t \in T} (h r_t s r_t + p r_t x r_t + f r_t y r_t) \quad (1)$$

$$s_{t-1} + x_t + x r_t = d_t + s_t, \forall t \in T, \quad (2)$$

$$s r_{t-1} + r_t = x r_t + s r_t, \forall t \in T, \quad (3)$$

$$x_t + x r_t \leq C_t, \forall t \in T, \quad (4)$$

$$x_t \leq \left(\sum_{j=t}^n d_j \right) y_t, \forall t \in T, \quad (5)$$

$$x r_t \leq \min \left\{ \sum_{i=1}^t r_i, \sum_{j=t}^n d_j \right\} y r_t, \forall t \in T, \quad (6)$$

$$s_0 = s_n = s r_0 = 0, \quad (7)$$

$$x_t, x r_t, s_t, s r_t \geq 0, \forall t \in T, \quad (8)$$

$$y_t, y r_t \in \{0, 1\}, \forall t \in T. \quad (9)$$

A função objetivo (1) consiste em minimizar os custos de manufatura/remanufatura, custos fixo de manufatura/remanufatura e custos de estoques. As restrições (2) e (3) são restrições de equilíbrio. A restrição (4) define um limite superior para produção em cada período t . As restrições (5) e (6) limitam o valor das variáveis x_t e $x r_t$ em cada período t . As restrições (8) e (9) definem o domínio em que as variáveis estão definidas.

3.2. Formulação Shortest Path

A formulação baseada em caminho mínimo foi proposta por Eppen e Martin [1987] para o problema de dimensionamento de lotes capacitado. O caminho mínimo é resolvido com uma rede de fluxo utilizando variáveis z_{ij} , ($i \leq j$), no qual uma unidade de fluxo é enviada.

Seja $T = \{1, \dots, n\}$ o conjunto dos períodos de planejamento de produção, $d_{i,j} = d_i + d_{i+1} + \dots + d_j$ onde $1 \leq i \leq j \leq n$ onde d_1, d_2, \dots, d_n são as demandas de cada um dos períodos. Além disso, $r_{i,j} = r_i + r_{i+1} + \dots + r_j$ onde $1 \leq i \leq j \leq n$ onde r_1, r_2, \dots, r_n são as quantidades de produtos retornados em cada um dos períodos.

Seja z_{ij}^{sp} a variável que define a fração da demanda produzida do período i até o período j , e z_{ij}^{sr} a variável que define fração da demanda remanufaturada do período i até o período j . Considere ainda as variáveis binárias $y_t \in \{0, 1\}$ e $y r_t \in \{0, 1\}$, as quais definem se ocorreu ou não produção e remanufatura respectivamente em cada período $t \in T$.

Considere os seguintes custos a serem utilizados na formulação *shortest path*. Os detalhes

dos cálculos desses custos podem ser consultados em Retel Helmrich et al. [2014].

$$C_{ij}^{sp} = p_i d_{ij} + \sum_{t=i}^{j-1} h_t d_{t+1,j}, \quad \text{para } 1 \leq i \leq j \leq n, \quad (10)$$

$$C_{ij}^{sr} = p_i r_{ij} + \sum_{t=i}^{j-1} h_t d_{t+1,j}, \quad \text{para } 1 \leq i \leq j \leq n, \quad (11)$$

$$C_{ij}^r = \sum_{t=i}^{j-1} h_t r_{it}, \quad \text{para } 1 \leq i \leq j \leq n, \quad (12)$$

$$C_t^l = \sum_{j=t}^n h r_j d_{tj}, \quad \text{para } 1 \leq t \leq n, \quad (13)$$

Após a definição das constantes e variáveis, podemos escrever a formulação *shortest path* para o problema de dimensionamento de lotes com retorno da seguinte forma:

$$\min \sum_{t=1}^n (f_t y_t + f r_t y r_t + C_t^l l_t) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n (C_{ij}^{sp} z_{ij}^{sp} + C_{ij}^{sr} z_{ij}^{sr} + C_{ij}^r z_{ij}^r) \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^n (z_{1j}^{sp} + z_{1j}^{sr}) = 1, \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{t-1} (z_{i,t-1}^{sp} + z_{i,t-1}^{sr}) = \sum_{j=t}^n (z_{tj}^{sp} + z_{tj}^{sr}), \quad \text{para } 2 \leq t \leq n, \quad (16)$$

$$\sum_{j=t}^n z_{tj}^{sp} \leq y_t, \quad \text{para } 1 \leq t \leq n, \quad (17)$$

$$\sum_{j=t}^n z_{tj}^{sr} \leq y r_t, \quad \text{para } 1 \leq t \leq n, \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n z_{1j}^r + l_1 = 1, \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{t-1} z_{i,t-1}^r = \sum_{j=t}^n z_{tj}^r + l_t, \quad \text{para } 2 \leq t \leq n, \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^t z_{it}^r \leq y r_t, \quad \text{Para } 1 \leq t \leq n, \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^t r_{it} z_{it}^r = \sum_{j=t}^n d_{tj} z_{tj}^{sr}, \quad \text{para } 1 \leq t \leq n, \quad (22)$$

$$z_{ij}^{sm} \geq 0, \quad z_{ij}^{sr} \geq 0, \quad z_{ij}^r \geq 0, \quad \text{para } 1 \leq i \leq j \leq n, \quad (23)$$

$$y, y r \in \{0, 1\}^n. \quad (24)$$

A Equação 14 denota a função objetivo que queremos minimizar. As restrições (15) a (18), são as restrições de caminho mais curto para o processo de produção(remanufatura), onde as

restrições (15) e (16) são de conservação de fluxo e as restrições (17) e (18), são restrições referente ao setup manufatura e remanufatura, ou seja, só é produzido se a máquina da linha de produção é utilizada. As restrições (19) a (21), são restrições de caminho mínimo para o retorno dos itens a serem remanufaturados, com (19) e (20) sendo restrições de conservação de fluxo para o retorno de itens e (21) sendo a restrição de setup. A restrição (22) é responsável por conectar as variáveis z_{ij}^{sr} e z_{ij}^r no fluxo de remanufatura e retorno de itens. As restrições (23) e (24) são restrições que definem o domínio das variáveis do modelo.

Nesta proposta adaptamos a formulação *shortest path* proposta por Retel Helmrich et al. [2014] para o problema de dimensionamento de lotes com retorno, essa adaptação teve por finalidade gerar uma formulação *shortest path* para o PDLCR. Além disso, as quantidades produzidas por manufatura e remanufatura são obtidos de acordo com as equações 25 e 26, descritas no trabalho de Retel Helmrich et al. [2014].

$$x_t = \sum_{k=t}^n d_{tk} z_{tk}^{sp} \text{ para } 1 \leq t \leq n \quad (25)$$

$$xr_t = \sum_{k=t}^n d_{tk} z_{tk}^{sr} \text{ para } 1 \leq t \leq n \quad (26)$$

Desta forma, podemos adicionar a restrição de capacidade 27, obtendo a formulação *shortest path* para o PDLCR.

$$\sum_{k=t}^n d_{tk} z_{tk}^{sp} + \sum_{k=t}^n d_{tk} z_{tk}^{sr} \leq C_t, \text{ para } 1 \leq t \leq n \quad (27)$$

3.3. Formulação Multicommodity

A formulação *multicommodity* foi aplicada com sucesso em diversos problemas de planejamento da produção Pochet e Wolsey [2006]. Neste trabalho adaptamos a formulação *multicommodity* proposta em Cunha e Melo [2016] para o problema de dimensionamento de lotes com retorno gerando assim uma formulação *multicommodity* para o PDLCR.

Seja a variável w_{kt}^p que define a quantidade de itens produzidos no período k para satisfazer a demanda do período t , w_{kt}^r a variável que define a quantidade de itens remanufaturados no período k para satisfazer a demanda do período t , e o_{kt}^r a variável que define a quantidades de itens retornados no período k que serão remanufaturados no período t .

Considere as seguintes constantes as serem utilizadas na formulação *multicommodity*:

$$CP_t = p_t + \sum_{j=t}^n h_j, \text{ para } 1 \leq t \leq n \quad (28)$$

$$CR_t = pr_t + \sum_{j=t}^n h_j - \sum_{j=t}^n hr_j, \text{ para } 1 \leq t \leq n \quad (29)$$

$$K = \sum_{t=1}^n [hr_t \cdot r_{1t} - h_t \cdot d_{1t}], \text{ para } 1 \leq t \leq n \quad (30)$$

As equações 28, 29 e 30 são obtidas através de manipulações algébricas feitas na função objetivo da formulação padrão, onde são utilizado as equações $s_t = \sum_{k=1}^t x_k + \sum_{k=1}^t xr_k - d_{1t}$ e $sr_t = r_{1t} - \sum_{k=1}^t xr_k$, que denotam a quantidade de itens no estoque de produção e estoque para a

remanufatura. Os detalhes sobre as manipulações algébricas para se gerar as equações 28, 29 e 30 são encontrados no trabalho de Cunha e Melo [2016].

Após a definição das constantes e variáveis, podemos definir a formulação *multicommodity* para o PDLCR.

$$\min \sum_{t=1}^n (CP_t x_t + f_t y_t) + \sum_{t=1}^n (CR_t x r_t + f r_t y r_t) + K \quad (31)$$

$$\sum_{k=1}^t (w_{kt}^p + w_{kt}^r) \geq d_t, \text{ para } 1 \leq t \leq n, \quad (32)$$

$$\sum_{k=1}^t o_{kt}^r = \sum_{k=t}^n w_{tk}^r, \text{ para } 1 \leq t \leq n, \quad (33)$$

$$\sum_{t=k}^n o_{kt}^r \leq r_k, \text{ para } 1 \leq k \leq t \leq n, \quad (34)$$

$$w_{kt}^p \leq d_t y_k, \text{ para } 1 \leq k \leq t \leq n, \quad (35)$$

$$w_{kt}^r \leq \min \{r_{1k}, d_t\} y r_k, \text{ para } 1 \leq k \leq t \leq n, \quad (36)$$

$$o_{kt}^r \leq r_k y r_t, \text{ para } 1 \leq k \leq t \leq n, \quad (37)$$

$$x_t = \sum_{k=t}^n w_{tk}^p \text{ para } 1 \leq t \leq n, \quad (38)$$

$$x r_t = \sum_{k=t}^n w_{tk}^r \text{ para } 1 \leq t \leq n, \quad (39)$$

$$x_t + x r_t \leq C_t, \text{ para } 1 \leq t \leq n, \quad (40)$$

$$w^p, w^r, o^r \in \mathbb{R}_+^{n \times n}, \quad (41)$$

$$y, y r \in \{0, 1\}^n. \quad (42)$$

A função objetivo (31) consiste em minimizar o custo total. O conjunto de restrições (32) garante que a demanda de cada período seja atendida por produção/remanufatura até o período t . O conjunto de restrições (33) associa os itens retornados para serem remanufaturados em um dado período com a real quantidade remanufaturada naquele período. O conjunto de restrições (34) garante que a quantidade a ser remanufaturada não pode exceder a quantidade de itens retornados. As restrições (35)-(37) são restrições que limitam a quantidade de produção e remanufatura. As restrições (38)-(39), representam a conexão das variáveis do *multicommodity* com as variáveis do problema original. As restrições (41)-(42) definem o domínio em que as variáveis estão definidas.

4. Resultados Computacionais

Nesta seção, são apresentados os resultados dos experimentos computacionais realizados. As instâncias utilizadas, 108 instâncias, foram propostas por Sifaleras et al. [2015], cada uma com um horizonte de planejamento de 52 períodos.

Todos os experimentos computacionais foram executados em computadores com configuração: 8 Gb de memória RAM, processador Intel(R) Core(TM) i5-3740 CPU @ 3.20GHz e sistema operacional Ubuntu GNU/Linux. Nos experimentos computacionais foi utilizado o resolvidor CPLEX 20.1 [IBM, 2021], e com interface a linguagem de programação $C++$.

O tempo limite para execução de cada instância foi definido como 3600 segundos. Para fins de testes computacionais, a capacidade foi construída de acordo com a equação 43. Essa forma de construção da capacidade foi proposta no trabalho de Gruson et al. [2019].

$$C_t = \frac{\alpha \cdot \sum_{t=1}^n d_t}{n}, \text{ para } \alpha \in \{1.5, 1.75, 2\}. \quad (43)$$

As instâncias foram agrupadas de acordo com a formulação e o fator de capacidade α utilizado. Na tabela 1 são apresentados os resultados médios dos programas inteiros misto de cada grupo de instâncias. Nesta tabela a coluna *Formulação* denota a formulação utilizada, a coluna α e o fator de capacidade α utilizado, *Objval* denota o valor médio da melhor solução inteira encontrada, *Bestbound* denota o valor médio do melhor limite inferior encontrado, *Gap* denota o erro relativo médio entre o melhor limite inferior e a melhor solução inteira encontrada, *Time* denota o tempo médio da execução em cada grupo de instâncias, *Nodes* denota o número de nós percorridos ao longo da árvore de branch and cut, e *Opt* denota o número de instâncias resolvidas por otimalidade no tempo limite.

Tabela 1: Resultados Experimentos

<i>Formulação</i>	α	<i>Objval</i>	<i>Bestbound</i>	<i>Gap</i>	<i>Time</i>	<i>Nodes</i>	<i>Opt</i>
padrão	1.50	34401.2	34387.4	0.0	830.9	816096.9	97
	1.75	31018.0	31004.1	0.0	809.2	873767.5	99
	2.00	28313.2	28311.1	0.0	272.7	351783.6	106
Multicommodity	1.50	34445.9	33629.8	0.0	3098.0	257461.3	22
	1.75	31061.2	30282.2	0.0	3202.9	257249.9	18
	2.00	28332.8	27873.1	0.0	2495.2	194090.9	44
Shortest Path	1.50	34444.0	33597.7	0.0	3324.8	794939.6	12
	1.75	31064.2	30312.4	0.0	3396.6	818214.5	11
	2.00	28344.7	27951.6	0.0	2523.4	629421.5	49

Com base nos resultados da Tabela 1, a formulação padrão apresentou melhor desempenho. A formulação padrão com fator de capacidade $\alpha = 2.00$ resolveu por otimalidade 106 instâncias de 108 testadas. Além disso, a formulação *multicommodity* expressou, em geral, um desempenho melhor que a formulação *shortest path*. A formulação *shortest path* com fator de capacidade $\alpha = 2.00$ teve um número maior de instâncias resolvidas por otimalidade quando comparada com a formulação *multicommodity*. Além disso, a formulação padrão apresentou melhores resultados em tempo médio e quantidade de instâncias resolvidas para todos os valores α . As formulações *multicommodity* e *shortest path* apresentaram um número baixo de instâncias resolvidas, mostrando um desempenho inferior quando comparamos com a formulação padrão para o conjunto de instâncias testado.

5. Conclusão

Esse trabalho consiste dos resultados preliminares da dissertação de mestrado, nele foi abordado o problema de dimensionamento de lotes capacitado com retorno. Nós propusemos as formulações padrão, *multicommodity* e *shortest path* para o problema as quais são adaptações de formulações propostas para o problema de dimensionamento de lotes com retorno. Por se tratar de uma nova extensão do problema de dimensionamento de lotes, utilizamos em nossos experimentos computacionais as instâncias de Sifaleras et al. [2015] com a geração de capacidades de Gruson et al. [2019].

Os resultados indicam que a formulação padrão apresentaram os melhores resultados para todos os valores α de geração das capacidades das instâncias, obtendo solução ótima para 106 de um conjunto de 108 instâncias de teste. As formulações *multicommodity* e *shortest path*, não apresentaram resultados satisfatórios, o motivo para esse baixo desempenho dos modelos pode ser a estrutura de criação das capacidades utilizadas para testes, com isso, para fins de testes utilizaremos novas formas de geração de capacidade na continuidade do trabalho.

O problema de dimensionamento de lotes capacitado com retorno é bastante relevante, podendo ser aplicado em problemas reais. Justificando assim a necessidade da realização de estudos mais aprofundados neste problema, abordando novas formas de resolução utilizando heurísticas. Para finalizar, observamos com base nos resultados obtidos neste trabalho, podemos inferir que a formulação padrão com esse método de geração da capacidade mostrou os melhores desempenhos.

6. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processos 407151/2021-4 e 309755/2021-2.

Referências

- Brahimi, N. e Dauzere-Peres, S. (2014). A lagrangian heuristic for capacitated single item lot sizing problems.
- Brahimi, N., Dauzere-Peres, S., Najid, N. M., e Nordli, A. (2006). Single item lot sizing problems. p. 1–16.
- Carvalho, D. M. e Nascimento, M. C. V. (2016). Lagrangian heuristics for the capacitated multi-plant lot sizing problem with multiple periods and items. p. 137–148.
- Chen, W. H. e Thizy, J. M. (1990). Analysis of relaxations for the multi-item capacitated lot-sizing problem. p. 29–72.
- Cho, Y.-H., Doh, H.-H., e Lee, D.-H. (2017). Capacitated dynamic lot-sizing for remanufacturing systems with parallel preprocessing workstations.
- Cunha, J. O., Kramer, H. H., e Melo, R. A. (2019). Effective matheuristics for the multi-item capacitated lot-sizing problem with remanufacturing. p. 149–158.
- Cunha, J. O. e Melo, R. A. (2016). A computational comparison of formulations for the economic lot-sizing with remanufacturing. *Computers & Industrial Engineering*, 92:72–81.
- Drexel, A. e Kimms, A. (1997). Lot sizing and scheduling - survey and extensions. p. 221 – 235.
- du Merle, O., Goffin, J., Trouiller, C., e Vial, J. (2000). A lagrangian relaxation of the capacitated multi-item lot sizing problem solved with an interior point cutting plane algorithm. p. 380–405.
- Dzielinski, B. P. e Gomory, R. E. (1965). Optimal programming of lot sizes, inventory and labor allocations. *Management Science*, 11(9):874–890.
- Eisenhut, P. (1975). A dynamic lot sizing algorithm with capacity constraints. *AIIE transactions*, 7 (2):170–176.

- Eppen, G. D. e Martin, R. K. (1987). Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition. p. 832–848.
- Gruson, M., Bazrafshan, M., Cordeau, J.-F., e Jans, R. (2019). A comparison of formulations for a three-level lot sizing and replenishment problem with a distribution structure. *Computers & Operations Research*, 111:297–310.
- IBM (2021). Ibm cplex optimizer. URL <https://www.ibm.com/analytics/cplex-optimizer>.
- Karimi, B., Fatemi Ghomi, S., e Wilson, J. (2003). The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. p. 365–378.
- Lambrecht, M. R. e Vanderveken, H. (1979). Heuristic procedures for the single operation, multi-item loading problem.
- Pochet, Y. e Wolsey, L. A. (2006). *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer.
- Retel Helmrich, M. J., Jans, R., van den Heuvel, W., e Wagelmans, A. P. (2014). Economic lot-sizing with remanufacturing: complexity and efficient formulations. *IIE Transactions*, 46(1): 67–86.
- Roshani, A., Giglio, D., e Paolucci, M. (2017). A relax-and-fix heuristic approach for the capacitated dynamic lot sizing problem in integrated manufacturing/remanufacturing systems. p. 9008–9013.
- Sifaleras, A., Konstantaras, I., e Mladenovic, N. (2015). Variable neighborhood search for the economic lot sizing problem with product returns and recovery. p. 133–143.
- Wagner, H. M. e Whiti, T. M. (1958). Dynamic version of the economic lot size model. p. 89–96.
- Zhang, Z.-H., Jiang, H., e Pan, X. (2012). A lagrangian relaxation based approach for the capacitated lot sizing problem in closed-loop supply chain. p. 249–255.