

Problema de Dimensionamento de Lotes com Remanufatura (PDLR)

Paula Andressa Nascimento Lucas



- 1 Introdução
- 2 Formulação Matemática
- 3 Técnicas de Resolução
 - Programação Dinâmica (PD)
 - Diagrama de Decisão (DD)
- 4 Referências

Descrição do Problema

- O problema de dimensionamento de lotes com remanufatura (PDLR), consiste em planejar a produção ao longo de um horizonte temporal finito de forma a minimizar os custos totais de produção.
- Esse problema considera que, em cada período, há itens que retornam do processo produtivo (por exemplo, através da remanufatura ou de materiais devolvidos), e que podem ser remanufaturados para complementar a produção.

$$\min \sum_{t \in T} (h_t s_t + p_t x_t + f_t y_t) + \sum_{t \in T} (h_t^r s_t^r + p_t^r x_t^r + f_t^r y_t^r) \quad (1)$$

$$s_{t-1} + x_t + x_t^r = d_t + s_t, \quad \forall t \in T, \quad (2)$$

$$s_{t-1}^r + r_t = x_t^r + s_t^r, \quad \forall t \in T, \quad (3)$$

$$x_t \leq \min \left\{ \sum_{j=t}^n d_j \right\} y_t, \quad \forall t \in T, \quad (4)$$

$$x_t^r \leq \min \left\{ \sum_{i=1}^t r_i, \sum_{j=t}^n d_j \right\} y_t^r, \quad \forall t \in T, \quad (5)$$

$$s_0 = s_n = s_0^r = 0, \quad (6)$$

$$x_t, x_t^r, s_t, s_t^r \geq 0, \quad \forall t \in T, \quad (7)$$

$$y_t, y_t^r \in \{0, 1\}, \quad \forall t \in T. \quad (8)$$

Formulação Matemática (Explicação)

- A função objetivo (1) objetiva reduzir o custo total.
- As restrições (2) e (3) são as restrições de fluxo de demanda e fluxo de remanufatura, sequencialmente.
- As restrições (4) e (5) indicam o limite de produção com setup e o limite de remanufatura com setup, respectivamente.
- A condição expressa em (6) estabelece as condições iniciais e finais do estoque para que não haja sobra dentro do processo produtivo.
- E por fim, mas não menos importante, (7) é uma restrição de não negatividade e a restrição (8) define a integralidade sobre as variáveis.

- Programação Dinâmica (PD)
- Diagrama de Decisão (DD)

* Programação Dinâmica (PD)

- Podemos descrever **Programação Dinâmica (PD)** como uma técnica de otimização sequencial usada para resolver problemas que podem ser decompostos em subproblemas menores. De modo geral, o marco científico de resolução do problema de dimensionamento de lotes sem remanufatura por meio de PD é descrita no artigo "*Dynamic version of the economic lot size model*" do ano de 1958 escrito por Harvey Maurice Wagner e Theodore McLintock. Whitin.
- A ideia de transmitida por Wagner & Whitin (1958) é definir o custo ótimo até o período t considerando que a última produção ocorreu em algum período anterior j , guardar esses resultados intermediários (memorização) e construir a solução ótima combinando os melhores subproblemas. O que teoricamente, é possível de ser adaptada para a versão do problema com remanufatura.

* Programação Dinâmica (PD)

Objetivo

- Desenvolver um algoritmo empregando as técnicas de Programação Dinâmica baseado no algoritmo de Wagner-Whitin para o Problema de Dimensionamento de Lotes com Remanufatura (PDLR).

* Diagrama de Decisão (DD)

Conceito

- Um Diagrama de Decisão pode ser definido como uma estrutura gráfica usada para representar o conjunto de soluções viáveis de um problema com variáveis discretas.

* Diagrama de Decisão (DD)

Estrutura

Um Diagrama de Decisão é um grafo direcionado acíclico (DAG) com camadas, onde:

- Cada nó representa um estado parcial de decisão (ou de variáveis);
- Cada aresta (arco) representa uma decisão possível sobre a próxima variável;
- Cada caminho da raiz até um nó terminal representa uma solução completa (sequência de decisões).

*Diagrama de Decisão (DD)

Tipos

- Exato (Exact DD): Representa todas as soluções factíveis. Cada caminho do DD é uma solução válida.
- Restrito (Restricted DD): Um subconjunto das soluções factíveis; só alguns caminhos válidos, sem caminhos inválidos.
- Relaxado (Relaxed DD): Representa mais caminhos do que as soluções factíveis, podendo incluir soluções “falsas” ou que violam restrições e permite contornar a explosão de estado.

Tipos de Diagramas de Decisão

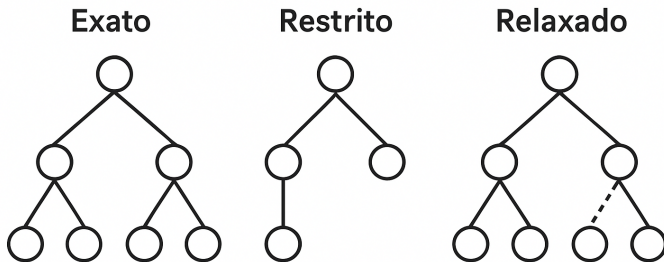


Figure: Autora(2025)

*Diagrama de Decisão(DD)

Objetivo

- Representar o Problema de Dimensionamento de Lotes com Remanufatura (PDLR) via Diagrama de Decisão.

Referencias Bibliográficas

- BERGMAN, D.; CIRE, A. A.; HOEVE, W. J. V.; HOOKER, J. Decision diagrams for optimization. [S.l.]: Springer., 2016.
- CIRE, A. A. Decision Diagrams for Optimization. Doctoral Dissertation (PhD in Operations Research) — Tepper School of Business, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 2014.
- CUNHA, J. O.; MELO, R. A. A computational comparison of formulations for the economic lot-sizing with remanufacturing. Computers & Industrial Engineering, Elsevier, v. 92, p.72–81, 2016.
- HOOKER, J. N. Decision Diagrams and Dynamic Programming. Carnegie Mellon University, Pittsburgh, [s.d.]. Disponível em: <https://www.andrew.cmu.edu/user/jh38/> . Acesso em: 14 ago. 2025.
- OLIVEIRA, D. P. Análise de heurísticas no método de branch-and-bound baseado em diagramas de decisão aplicado ao problema do conjunto independente de peso máximo. 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Matemática Industrial) — Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Fortaleza, 2025. Orientador: Prof. Dr. Tibérius de Oliveira e Bonates.
- WAGNER, H. M., & WHITIN, T. M. (1958). Dynamic version of the economic lot size model. Management Science, 5(1), 89–96.
- WOLSEY, L. A. Integer Programming. [S. l.]: Wiley-Interscience Publication, 1998.

Obrigada!
andressanlucas@alu.ufc.br