



**CALIBRACIÓN DEL ESPECTROGRAFO LHIRES III DEL  
OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA  
DE PEREIRA**

ANGÉLICA MARÍA GUAPACHA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

Facultad de Ingenierías  
Programa de Ingeniería Física

Pereira, Noviembre de 2016

**CALIBRACIÓN DEL ESPECTRÓGRAFO LHIRES III DEL  
OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA  
DE PEREIRA**

Trabajo de grado presentado por

**ANGÉLICA MARÍA GUAPACHA**

COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE INGENIERA FÍSICA

DIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO

**MsC. Iván Darío Arellano Ramírez**

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

Facultad de Ingenierías  
Programa de Ingeniería Física

Pereira, Noviembre de 2016

*Dedicado a mi madre Flor Cecilia Guapacha porque verme profesional es un sueño cumplido para ella, a mi esposo Sebastián Buitrago Marín por todo el apoyo para cumplir esta meta y a mi hijo Martin Buitrago Guapacha por ser el motor de mi vida.*

# Agradecimientos

Quiero agradecer al MsC. Edwin Andrés Quintero Salazar por todos los aprendizajes brindados en estos años, al MsC. Iván Darío Arellano Ramírez por la asesoría en este trabajo y al profesional investigador Jairo Aguirre por su acompañamiento en la toma de datos. También quiero agradecer a todos mis compañeros Alfa Orión por todas las experiencias compartidas entorno a esta bella ciencia llamada Astronomía.

# Resumen

El presente trabajo contiene la metodología implementada para la calibración del espectrógrafo *Lhires III* del Observatorio Astronómico de Universidad Tecnológica de Pereira (OAUTP). Se describen los ajustes que se realizaron con las partes más importantes de este equipo como lo son: la rendija, el espejo principal, la rejilla de difracción, el tornillo micrométrico y el lente colimador. Se utilizaron lámparas de emisión de neón, argón, mercurio e hidrógeno para generar la curva de calibración que relaciona el cambio de posición del tornillo micrométrico con la longitud de onda observada.

La metodología fue probada tomando los espectros con el espectrógrafo *Lhires III* de 4 líneas principales de Fraunhofer en el espectro solar las cuales se observan como franjas oscuras debido a los elementos presentes en la atmósfera solar. Se tomaron los espectros del planeta Júpiter y la estrella *del Cap* de la constelación de Capricornio, en los que se observaron las líneas del doblete de sodio y H $\alpha$  respectivamente. El procesamiento de los espectros se realizó con el software *IRAF* con el fin de obtener los perfiles espectrales para el posterior estudio de parámetros físicos en cuerpos celestes. Los resultados obtenidos muestran que la metodología implementada es eficiente y práctica para la captura de espectros en el OAUTP.

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>III</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>V</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>VII</b>
<b>1 Preliminares y objetivos</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción . . . . .	1
1.2 Antecedentes . . . . .	2
1.3 Objetivos . . . . .	5
1.3.1 Objetivo general . . . . .	5
1.3.2 Objetivos específicos . . . . .	5
<b>2 Marco Teórico</b>	<b>6</b>
2.1 Espectroscopía astronómica . . . . .	6
2.2 Líneas espectrales . . . . .	6
2.2.1 Forma . . . . .	6
2.2.2 Información contenida en las líneas espectrales . . . . .	6
2.2.3 Tipos de espectros . . . . .	7
2.3 Diagrama Hertzsprung-Russell . . . . .	8
2.4 Líneas de Fraunhofer . . . . .	10
2.5 Extinción atmosférica . . . . .	11
2.5.1 Masa de aire . . . . .	11
<b>3 Metodología</b>	<b>13</b>
3.1 Instrumentación . . . . .	13
3.1.1 Telescopio . . . . .	13
3.1.2 Espectrógrafo Lhires III . . . . .	13
3.1.3 Cámara CCD . . . . .	15
3.1.4 Cámara guía . . . . .	18
3.1.5 Montaje instrumental . . . . .	18
3.2 Alineación de la cámara guía . . . . .	20
3.3 Medición del ancho de la rendija . . . . .	21
3.3.1 Difracción de Fraunhofer a través de una rendija rectangular . . . . .	24

3.4 Ajuste del espejo principal . . . . .	26
3.5 Rejilla de difracción . . . . .	27
3.6 Tornillo micrométrico . . . . .	28
3.7 Enfoque del lente colimador . . . . .	28
3.8 Lámparas de calibración . . . . .	30
3.9 Masa de aire . . . . .	37
<b>4 Resultados</b>	<b>40</b>
4.1 Calibración del tornillo micrométrico . . . . .	40
4.2 Puesta a punto . . . . .	50
4.2.1 Espectro del planeta Júpiter . . . . .	50
4.2.2 Espectro de la estrella del Cap . . . . .	53
<b>Conclusiones</b>	<b>55</b>
<b>A Procesamiento de imágenes y espectros en IRAF</b>	<b>56</b>
A.1 Iniciar IRAF . . . . .	56
A.2 Tareas de IRAF . . . . .	58
A.2.1 Mostrar una imagen . . . . .	59
A.2.2 Combinar imágenes . . . . .	59
A.2.3 Operaciones con imágenes . . . . .	59
A.2.4 Estadísticas de una imagen . . . . .	59
A.3 Preprocesamiento de imágenes . . . . .	60
A.3.1 Bias . . . . .	60
A.3.2 Darks . . . . .	61
A.3.3 Flat . . . . .	61
A.3.4 Rayos cósmicos . . . . .	62
A.4 Extracción del espectro . . . . .	62
A.4.1 Parámetros de la tarea apall . . . . .	63
A.5 Calibración en longitud de onda . . . . .	67
A.5.1 Extracción del espectro de comparación. . . . .	67
A.5.2 Identificar líneas conocidas . . . . .	67
A.5.3 Corregir el eje de dispersión del espectro del objeto. . . . .	67
A.6 Normalización del espectro . . . . .	68
<b>B Estimación de mínimos cuadrados</b>	<b>70</b>
<b>C Rutinas implementadas en <i>Matlab</i>®</b>	<b>73</b>
C.1 Cálculo de la matriz de covarianza. . . . .	73
C.2 Cálculo de la posición . . . . .	73
<b>Bibliografía</b>	<b>73</b>

# Índice de figuras

2.1	Forma de una línea espectral.	7
2.2	Tipos de espectros	8
2.3	Diagrama Hertzsprung-Russell.	9
2.4	Líneas principales de Fraunhofer.	11
2.5	Ángulo cenital.	12
3.1	Telescopio MEADE LX200 16”.	14
3.2	Diseño interno del telescopio MEADE LX200 16”.	14
3.3	Espectrógrafo Lhires III del Observatorio Astronómico UTP.	16
3.4	Diseño interno del espectrógrafo Lhires III.	16
3.5	Cámara SBIG ST-2000XM.	17
3.6	Cámara guía SBIG ST-i.	19
3.7	Software CCDSOFT V.5.	19
3.8	Fotografía del montaje instrumental implementado.	20
3.9	Tornillo ajuste rendija.	21
3.10	Ajuste de la cámara guía.	22
3.11	Rendija del espectrógrafo Lhires III.	23
3.12	Patrón de difracción en una rendija rectangular.	23
3.13	Montaje para la medición de ancho de rendija.	25
3.14	Espectro de difracción.	25
3.15	Ajuste del espejo principal.	26
3.16	Tornillo para el ajuste del espejo principal.	26
3.17	Rejilla holográfica de 2400 surcos/mm del espectrógrafo Lhires III.	27
3.18	Ecuación de una rejilla de difracción.	28
3.19	Tornillo micrométrico del espectrógrafo Lhires III.	29
3.20	Acceso al lente colimador del espectrógrafo Lhires III.	29
3.21	Enfoque del lente colimador.	30
3.22	Ventana del Maxim DL con la herramienta Graph Window.	31
3.23	Enfoque del lente colimador del espectrógrafo Lhires III.	32
3.24	Montaje en laboratorio para toma de los espectros de lámparas.	33
3.25	Fotografías para la identificación del campo de una cámara.	33
3.26	Fotografías tomadas a los espectros de una lámpara de neón.	34
3.27	Fotografías tomadas a los espectros de una lámpara de hidrógeno.	35

3.28 Fotografías tomadas a los espectros de una lámpara de argón. . . . .	36
3.29 Fotografías tomadas a los espectros de una lámpara de mercurio. . . . .	37
3.30 Masa de aire vs declinación. . . . .	38
3.31 Masa de aire vs declinación. . . . .	39
4.1 Curva de calibración del tornillo micrométrico vs longitud de onda. . . . .	42
4.2 Espectro del Sol zona de la línea C. . . . .	43
4.3 Lámpara de comparación centrada en la posición 19.43 mm. . . . .	44
4.4 Espectro 1D del Sol en el rango de 6480 a 6620 Å. . . . .	44
4.5 Espectro del Sol zona de la línea D. . . . .	45
4.6 Lámpara de comparación centrada en la posición 17.32 mm. . . . .	46
4.7 Espectro 1D del Sol en el rango de 5830 a 6000 Å. . . . .	46
4.8 Espectro del Sol zona de la línea E. . . . .	47
4.9 Lámpara de comparación centrada en la posición 15.43 mm. . . . .	47
4.10 Espectro 1D del Sol en el rango de 5160 a 5350 Å. . . . .	48
4.11 Espectro del Sol zona de la línea G. . . . .	49
4.12 Lámpara de comparación centrada en la posición 12.77 mm. . . . .	49
4.13 Espectro 1D del Sol en el rango de 4280 a 4480 Å. . . . .	50
4.14 Espectro 2D del planeta Júpiter centrado en la posición 17.24 mm. . . . .	51
4.15 Lámpara de comparación centrada en la posición 17.24 mm. . . . .	51
4.16 Espectro 1D del planeta Júpiter en el rango de 5790 a 5950 Å. . . . .	52
4.17 Doblete de sodio del planeta Júpiter. . . . .	52
4.18 Espectro 2D de la estrella del Cap centrado en la posición 19.43 mm. . . . .	53
4.19 Lámpara de comparación centrada en la posición 19.43 mm. . . . .	53
4.20 Espectro 1D de la estrella del Cap en el rango de 6480 a 6630 Å. . . . .	54
4.21 Línea H $\alpha$ de la estrella del Cap. . . . .	54
A.1 Diagrama procesamiento de datos en IRAF. . . . .	57
A.2 IRAF en el entorno Linux. . . . .	58
A.3 Ejes de dispersión. . . . .	63
A.4 Ventana del irafterm para trazar apertura. . . . .	65
A.5 Ventana del irafterm para el ajuste de la curva. . . . .	65
A.6 Ventana splot. . . . .	66
A.7 Ventana identify. . . . .	68
A.8 Espectro calibrado en longitud de onda y normalizado. . . . .	69

# Índice de tablas

2.1	Clasificación espectral. . . . .	10
2.2	Líneas principales de Fraunhofer. . . . .	11
3.1	Especificaciones telescopio MEADE LX200 16". . . . .	15
3.2	Especificaciones técnicas de la cámara SBIG ST-2000XM. . . . .	17
3.3	Medidas tomadas para el cálculo del ancho de rendija. . . . .	25
3.4	Masa de aire para diferentes valores de declinación. . . . .	38
4.1	Posición del tornillo micrométrico para diferentes longitudes de onda. . . . .	42
4.2	Líneas de Fraunhofer elegidas para la verificación. . . . .	43

# Capítulo 1

## Preliminares y objetivos

### 1.1 Introducción

La astronomía es una ciencia interdisciplinaria por excelencia y ha permitido un gran avance en el conocimiento de los sistemas físicos, puesto que algunas regiones del universo presentan condiciones extremas de densidad y temperatura que no pueden ser obtenidas en laboratorios de la Tierra. La espectroscopía astronómica es la técnica usada en astronomía que permite estudiar la porción visible del espectro electromagnético y obtener información de las propiedades físicas de los cuerpos celestes como composición química, temperatura, evolución, densidad, presión, movimiento radial, rotación y expansión.

El Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira (OAUTP) cuenta, entre muchos otros instrumentos, con un espectrógrafo de alta resolución *Lhires III* el cual fue adquirido para la toma de espectros de objetos celestes. Dicho espectrógrafo está equipado principalmente con una rejilla de difracción de 2400 surcos/mm, la cual separa la luz visible en sus diferentes longitudes de onda, que van desde los 3800 hasta los 7800 Å, permitiendo el estudio de cuerpos celestes a partir del color y la intensidad de la luz proveniente de ellos. La luz dispersada es almacenada en un sensor *CCD* de la cámara *SBIG ST-2000XM* y codificada binariamente para luego ser mostrada como imagen digital y proceder al análisis e identificación de las longitudes de onda de emisión o absorción.

Ahora bien, para identificar las longitudes de onda y realizar el análisis espectral se debe realizar un preprocesamiento a las imágenes con el fin de tener una imagen limpia de ruido electrónico, rayos cósmicos, contaminantes atmosféricos y del sistema óptico, seguido de la calibración en longitud de onda a partir de las líneas de emisión conocidas de lámparas de laboratorio y finalmente la calibración en flujo o intensidad de la luz. Por ello en el presente trabajo se presenta la calibración del espectrógrafo *Lhires III* que permitirá el análisis espectral de objetos celestes con espectros capturados en el OAUTP.

## 1.2 Antecedentes

La naturaleza de la luz ha fascinado siempre a los científicos, en 1665 Isaac Newton logró descomponer la luz solar en colores por medio de un prisma, dejó pasar un haz de luz a través de un agujero en la pared, cuando el rayo pasó a través del prisma, se generó el espectro de color, de este modo demostró que la luz es la fuente de todos los colores. Pasaron muchos años y los espectrógrafos se fueron perfeccionando, permitiendo en 1814 al físico alemán Joseph von Fraunhofer descubrir aproximadamente 600 discontinuidades (bandas oscuras) en el espectro del Sol que Newton describió como continuo. Tiempo después en 1857 Robert Bunsen creó su famoso mechero que se utilizaba para calentar sustancias químicas y demostrar que cuando se queman o calientan, emiten colores (ejemplo: el color del potasio es violeta, el bario es verde, el estroncio es rojo y el sodio amarillo). Posteriormente Gustav Robert Kirchhoff, colaborador de Bunsen, utilizó el mechero para quemar sustancias y estudió el espectro de luz que estas emanaban descubriendo que cada elemento producía su propia secuencia de líneas espectrales como una huella digital. Además, Bunsen y Kirchhoff dedujeron que las bandas oscuras en el espectro solar las causaban los elementos de las capas más externas del Sol mediante absorción y otras por los elementos presentes en la atmósfera terrestre (líneas telúricas). En el año de 1868 el astrónomo francés Jules Janssen identificó una línea amarilla en el espectro solar durante un eclipse y la atribuyó a un nuevo elemento, lo cual no fue aceptado en la comunidad científica porque no se había detectado ningún elemento en el espacio antes de ser encontrado en la Tierra, sin embargo, meses después se demostró que si se trataba de un nuevo elemento: el helio. Los estudios realizados por los anteriores precursores de la espectroscopia generaron toda una teoríapectral a partir de las características de las líneas spectrales que hoy día sigue vigente tanto en el campo de la química, la astronomía entre otras áreas [1].

Siendo el *Lhires III* un espectrógrafo utilizado principalmente por astrónomos aficionados y en observatorios equipados con telescopios pequeños entre 8'' y 16'' como se verá más adelante, es importante dar una revisión al estado del arte de observatorios con telescopios más grandes para conocer la instrumentación, los métodos de calibración y software usados para la toma y análisis de sus espectros, los datos consultados se muestran a continuación:

En el año 2005 en el *Catania Astrophysical Observatory* [2], se muestran los resultados de la espectroscopía realizada al sistema estelar *HD 194495*, catalogado como binaria eclipsante, las observaciones se realizaron con un telescopio de 35.83'', un espectrógrafo échelle y una cámara *SITe CCD* de 1000x1000 píxeles. Para la calibración en longitud de onda usaron las líneas de emisión de una lámpara Th-Ar (Torio-Argón) en el rango de 4300 a 6650 Å, las imágenes capturadas fueron procesadas con el software *IRAF*<sup>1</sup>, utilizado para la reducción y análisis de espectros. Los resultados presentados fueron las masas y los radios del sistema a partir del análisis de la luz y de las curvas de velocidad radial. El estudio permitió un

---

<sup>1</sup>IRAF siglas de *Image Reduction and Analysis Facility* el cual proporciona un amplio conjunto de herramientas para el análisis y el procesamiento de imágenes astronómicas. Desarrollado por *National Optical Astronomy Observatorio* (NOAO) en Tucson, Arizona.

conocimiento amplio de los parámetros orbitales (masa y radio) y de la clasificación espectral (temperatura) del sistema estelar.

En el año 2007 en el *Mt. John University Observatory* ubicado en Nueva Zelanda presentaron el primer estudio espectroscópico del sistema binario *HD 17755* [3], con un telescopio de 1.0 m, un espectrógrafo HERCULES<sup>2</sup> en el rango de 3700 a 8900 Å y una cámara *CCD SI600s* capturaron un total de 30 espectros los cuales fueron todos procesados con el *Heracles Reduction Software Package* (HRSP, versión 3.0), la lámpara de Th-Ar fue usada para la calibración en longitud de onda. Los investigadores expresan la importancia del flujo en el espectrógrafo para una mayor precisión en el análisis de los datos, gracias al buen flujo fue posible determinar las características espectrales absolutas del sistema usando métodos de correlación cruzada y acompañado con análisis fotométricos describieron las masas y radios de cada una de las componentes del sistema.

En 2003 en Francia Thizy et al., diseñaron y empezaron la distribución del espectrógrafo *Lhires III* a través de *Shelyak Instruments*, dado que los espectrógrafos hasta ese momento para los aficionados eran de muy baja resolución y no podían ser adaptados a telescopios pequeños (8'' a 16''), es decir, los astrónomos aficionados no podían hacer aportes importantes a la astronomía profesional y ellos brindaron la oportunidad de cambiar esto [4]. En 2008 los investigadores presentan la oportunidad de investigación, educación y vías de comunicación para quienes cuenten con un espectrógrafo *Lhires III*, un ejemplo es el ARAS *Astronomical Ring for Access to Spectroscopy* dedicados a la divulgación y promoción de trabajos en la espectroscopía astronómica aficionada, que permite generar bases de datos de espectros utilizando observaciones conjuntas entre profesionales y aficionados como la *BeSS spectra database* (base de datos de estrellas tipo Be, novas, actividades de monitoreo de estrellas masivas calientes entre otras). En la actualidad, los investigadores siguen trabajando en el desarrollo de software para el espectrógrafo *Lhires III* como son los programas IRIS, AudeLA, PRISM y VisualSpec que permite un procesamiento en sistemas operativos más comerciales.

En 2011 en el *Hard Labor Creek Observatory* HLCO (Georgia), realizaron el estudio de las características del espectrógrafo *Lhires III* y la puesta a punto en un telescopio RCT<sup>3</sup> de 20'' [5]. Realizaron la calibración en longitud de onda para tres rejillas de difracción: 600, 1200 y 2400 surcos/mm, descritas como de baja, media y alta resolución respectivamente. Usaron la lámpara de calibración interna de neón del equipo para los espectros de comparación y los espectros fueron procesados en *IRAF*. En el trabajo descrito muestran los resultados de las observaciones espectroscópicas de la estrella *HD 116658* ( $\alpha$  Virgo) realizadas con el *Lhires III* en la región de 4520 Å, los resultados obtenidos de la estrella evidencian un desplazamiento doppler registrado en las longitudes de onda 4552, 4568 y 4574 Å correspondientes al Si III (Silicio). El autor señala la importancia del trabajo realizado como una oportunidad

---

<sup>2</sup>HERCULES siglas de *High Efficiency and Resolution Canterbury University Large Échelle Spectrograph*.

<sup>3</sup>RCT telescopio Ritchey-Chrétien son conocidos por su extraordinario rendimiento óptico, especialmente en aplicaciones fotográficas.

para futuros trabajos con el espectrógrafo *Lhires III* en el HLCO.

En 2012 en el *Hopkins Phoenix Observatory* (Arizona) realizaron observaciones espetroscópicas de la estrella HD 31964 ( $\epsilon$  *Aurigae*) con dos telescopios pequeños, de  $8''$  y  $12''$ , respectivamente y un espectrógrafo de alta resolución *Lhires III* [6]. El investigador presentó los resultados de velocidad radial del sistema a partir de la toma de espectros de las líneas de Balmer ( $H\alpha$ ,  $H\beta$ ,  $H\gamma$ ,  $H\delta$  y  $H\epsilon$ ) y sodio de la estrella. Para la calibración en longitud de onda usaron líneas de emisión de una lámpara de neón y los espectros fueron capturados en el software *RSpec Real-Time Spectroscopy*. El autor resalta la importancia de tomar como muestras estrellas brillantes cuando se cuenta con equipos pequeños como el que utilizaron en la investigación, estos comparados con telescopios de 39.37 (1.0 m) que tienen grandes observatorios como el *Mt John University Observatory* en Nueva Zelanda.

A nivel nacional no se han encontrado trabajos publicados con el espectrógrafo *Lhires III*, sin embargo, en la Universidad de los Andes han desarrollado diferentes trabajos en espectroscopia. En el año 2002 desarrollaron un espectrógrafo propio como trabajo de tesis del aspirante al título de Física Juan Carlos Barrera; con el mismo espectrógrafo Vanessa Garrido realizó su trabajo de grado titulado *Espectro de la estrella binaria Algol*, en la que observó corrimientos espectrales periódicos debidos al movimiento orbital, ambos trabajos dirigidos por el Msc. Benjamin Oostra del Departamento de Física [7]. En el 2011 presentan un nuevo espectrógrafo construido denominado ESPARTACO (*Espectrógrafo de Alta Resolución para Trabajos Astronómicos en Colombia*) [8], este es alimentado por fibra óptica y tiene una resolución de 27000. Actualmente en la misma universidad la PhD. en física Beatriz Sabogal está desarrollando trabajos en espectroscopía de estrellas tipo *Be Stars*, los datos con los que desarrollan las investigaciones son tomados principalmente del catálogo de estrellas variables de ASAS (*All Sky Automated Survey*) [9].

Como se puede apreciar existen diferentes técnicas utilizadas para la calibración de espectrógrafos y el análisis de los datos. Asimismo, los observatorios astronómicos del mundo emplean diferentes equipos, de allí la importancia de realizar una metodología estándar de los procedimientos empleados en este tipo de estudios para ser implementada con la instrumentación que cuenta el Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira. Además, de generar un aporte al estado del arte de la espectroscopía astronómica en Colombia.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo general

Realizar la calibración del espectrógrafo de alta resolución *Lhires III* del Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira.

### 1.3.2 Objetivos específicos

1. Determinar el ancho de la rendija predeterminada del espectrógrafo *Lhires III*.
2. Ajustar el enfoque del lente colimador del espectrógrafo a partir de la definición de líneas de lámparas de emisión.
3. Realizar la calibración en longitud de onda del espectrógrafo *Lhires III* con los espectros de comparación de lámparas de emisión tomadas en laboratorio.
4. Calcular teóricamente la masa de aire para la ciudad de Pereira.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

### 2.1 Espectroscopía astronómica

Todos los cuerpos celestes emiten radiación de una u otra forma por lo cual es posible estudiar sus características físicas, la espectroscopía óptica astronómica es la técnica usada en astronomía para el estudio de la porción visible del espectro electromagnético. La franja visible del espectro entrega información de las propiedades físicas de los cuerpos celestes como composición química, evolución, densidad, presión, utilizando la Ley de Wien se pueden medir temperaturas efectivas en la superficie y través del Efecto Doppler de la luz se pueden calcular movimiento radial, rotación y expansión [1].

### 2.2 Líneas espectrales

#### 2.2.1 Forma

La forma natural de una línea se muestra como una gaussiana ideal en función de la distribución de intensidad, en la figura 2.1 se observa una línea de emisión. La línea tiene un ancho definido, para fines comparativos ésta se expresa en general por el ancho correspondiente al punto medio de la intensidad máxima o FWHM (*Full Width at Half Maximum Height*) [10].

#### 2.2.2 Información contenida en las líneas espectrales

No existe ninguna línea espectral estelar que muestre esta forma ideal. Sin embargo, en la desviación de esta forma una gran cantidad de información se oculta sobre el objeto. Estos son algunos ejemplos de procesos físicos que tienen una influencia característica en la forma del perfil y, por tanto, se convierten en medibles [10]:

- La velocidad de rotación de una estrella, causada por el efecto Doppler, aplana y amplía la línea (ampliación de rotación).

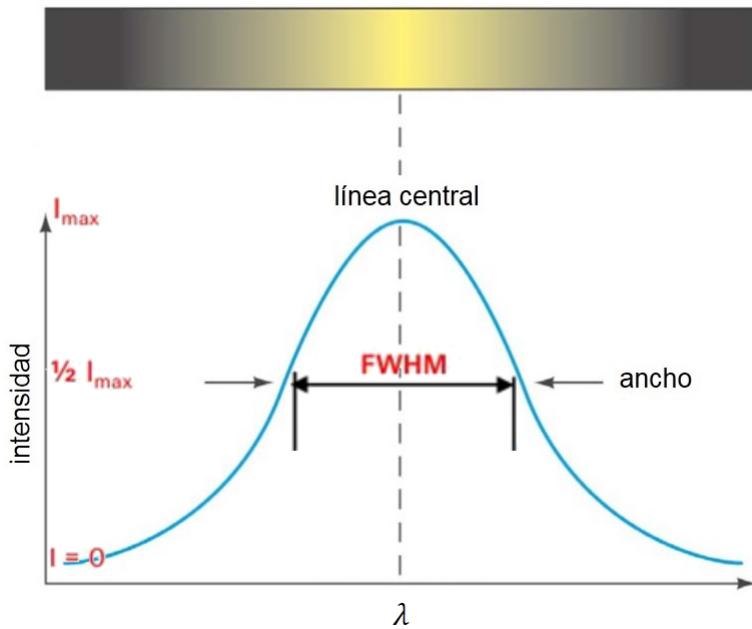


Figura 2.1: Forma de una línea espectral.

- La temperatura y la densidad/presión de la atmósfera estelar amplían la línea.
- En los campos magnéticos fuertes (por ejemplo, manchas solares) una división y desplazamiento de la línea espectral se produce debido al llamado efecto Zeeman.
- Los campos eléctricos producen un fenómeno similar, el llamado efecto Stark.
- Los efectos combinados de la presión y el ensanchamiento Doppler dan como resultado los llamados perfiles Voight.

### 2.2.3 Tipos de espectros

Existen tres tipos principales de espectros los cuales están descritos por las leyes de Kirchhoff enunciadas a continuación:

#### 1. Espectro continuo

Un objeto caliente, o una nube de gas densa caliente, produce un espectro continuo similar a un radiador de cuerpo negro como se muestra en la figura 2.2(a). La intensidad máxima y el curso de la serie continua obedecen la ley de radiación de Planck.

#### 2. Espectro de emisión

Un gas incandescente, caliente, emite fotones con determinadas longitudes de onda discretas produciendo un espectro de líneas de emisión. Dado que cada elemento químico

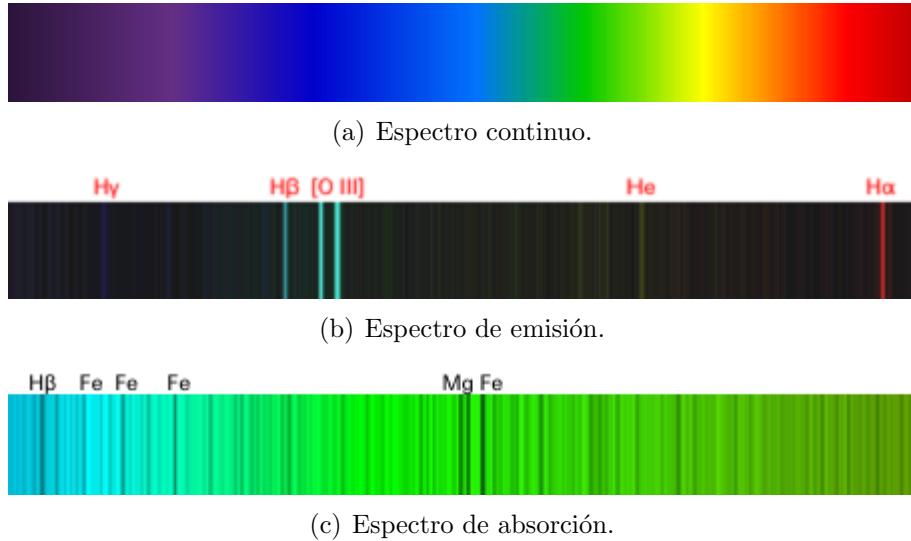


Figura 2.2: Tipos de espectros

tiene un conjunto de estados de energía precisa, estos se relacionan con líneas espectrales específicas, como una huella digital; como se muestra en la figura 2.2(b).

### 3. Espectro de absorción

Un gas frío enfrente de una fuente de luz continua, produce un espectro de líneas de absorción que se observan como franjas oscuras como se muestra en la figura 2.2(c). Astronómicamente, la fuente de radiación en la mayoría de los casos es una estrella y la capa de gas comparativamente más “fría” es su propia atmósfera.

Las estrellas generalmente producen un espectro continuo debido a la naturalidad de sus gases, y sus atmósferas muestran varios elementos como líneas de absorción. Esto permite a los astrónomos determinar los elementos de la estrella y también sus concentraciones, dado que cada elemento químico tiene un conjunto de estados de energía precisa que se relacionan con líneas espectrales específicas, como una huella digital [11].

## 2.3 Diagrama Hertzsprung-Russell

La espectroscopía permitió la construcción del diagrama Hertzsprung-Russell, el cual se desarrolló inicialmente en la Universidad de Harvard. Este diagrama muestra la etapa de evolución de las estrellas con las líneas espectrales que señala el estado de los elementos químicos presentes en ellas. La figura 2.3 muestra como se relacionan las estrellas en tamaño, color, luminosidad, clase espectral y la magnitud absoluta. Cada punto en este diagrama representa una estrella en el firmamento, cuya magnitud y clase espectral absoluta han sido determinadas. Los datos se agrupan en: estrellas de secuencia principal, supergigantes, gigantes y enanas blancas.

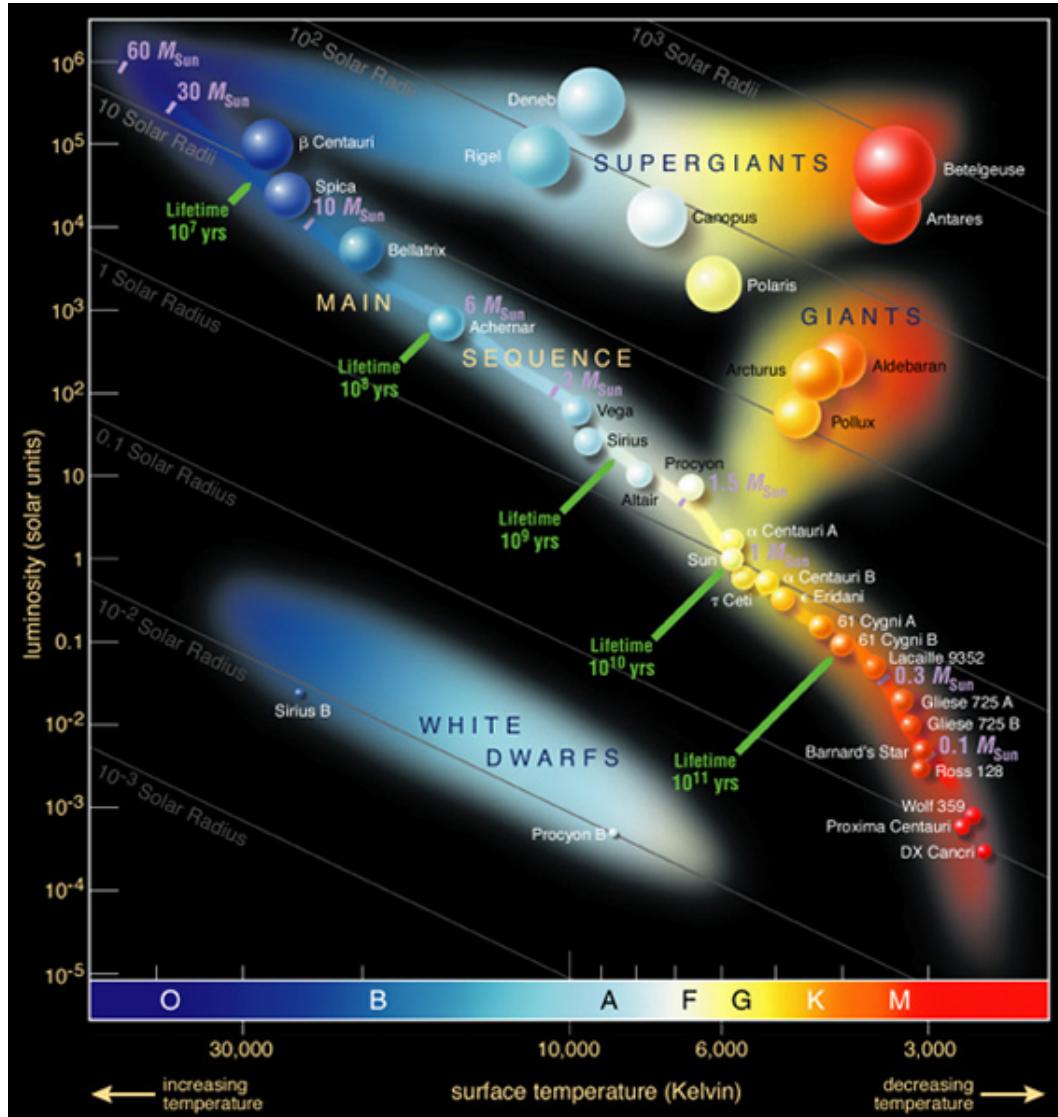


Figura 2.3: Diagrama Hertzsprung-Russell.

Clase	Color	Temperatura (K)
O	Azul	> 30.000
B	Blanco Azulado	10.000 a 30.000
A	Blanco	7.500 a 10.000
F	Blanco Amarillento	6.000 a 7.500
G	Amarillo	5.000 a 6.000
K	Naranja	3.500 a 5.000
M	Rojo	2.500 a 3.500

Tabla 2.1: Clasificación espectral.

En la figura 2.3 las estrellas del lado izquierdo presentan espectros de gas muy calientes y las del lado derecho son espectros de gases fríos. El sistema de clasificación espectral divide a las estrellas por su espectro en 7 grandes grupos o tipos espetrales las cuales se muestran en la tabla 2.1. Por cada clase se definen 10 subclases que se denotan con un número empezando en 0 y terminando en 9, donde la subclase 0 corresponde a los espectros asociados con las estrellas más calientes del tipo y 9 con las estrellas más frías [12].

El Sol es de clase espectral G2, se encuentra en la secuencia principal del diagrama Hertzsprung-Russell y tiene una temperatura de 5000 K en la superficie. El Sol se formó hace aproximadamente 4.000 millones de años, tiempo en el cual ha estado realizando fusiones termonucleares de hidrógeno y helio, actividad que realizará por 4.000 millones de años más hasta agotar todo su combustible y terminar como una enana blanca.

## 2.4 Líneas de Fraunhofer

En 1814, el físico alemán Joseph von Fraunhofer observó unas líneas oscuras sobre el espectro del Sol (figura 2.4) e inicio un estudio sistemático y realizó una cuidadosa medición de la longitud de onda de estas líneas. Describió alrededor de 570 líneas y asignó a las bandas principales las letras de la A a la K las cuales se muestran la tabla 2.2. Estas líneas fueron interpretadas más adelante en 1859 por los físicos alemanes Robert Bunsen y Gustav Kirchhoff, quienes atribuyeron estas líneas a la absorción de la luz solar por los átomos presentes en su atmósfera. Sin embargo, algunas de las líneas observadas por Fraunhofer no se originaban en la atmósfera solar, sino en la terrestre. Así, las líneas A y B surgían debido a la absorción del oxígeno molecular de nuestra atmósfera [13].

Bunsen y Kirchhoff encontraron que los gases producidos al calentar algunas sustancias con la llama de un mechero (el famoso mechero Bunsen) originaban líneas brillantes que estaban situadas en la misma posición del espectro que las líneas oscuras de Fraunhofer. Cada uno de los gases estudiados entre ellos sodio, litio, potasio y calcio, emitían una serie de líneas brillantes características. Además, demostraron que las líneas brillantes se convertían en oscuras cuando el gas se iluminaba desde atrás con luz blanca. De forma que el espectro de

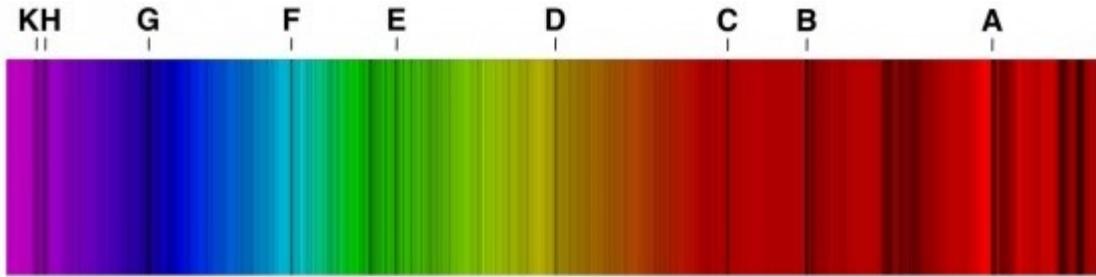


Figura 2.4: Líneas principales de Fraunhofer.

Designación	Longitud de onda (Å)	Origen
A	7594	Oxígeno terrestre
B	6867	Oxígeno terrestre
C	6563	Hidrógeno H $\alpha$
D	5896	Sodio NaI
E	5270	Hierro FeI
F	4861	Hidrógeno H $\beta$
G	4340	Hidrógeno H $\gamma$
H	3968	Calcio ionizado CaII
K	3934	Calcio ionizado CaII

Tabla 2.2: Líneas principales de Fraunhofer.

la luz solar, con sus líneas oscuras, revela la composición de la atmósfera del Sol. Es decir, los elementos presentes en las capas superiores de la atmósfera solar absorben selectivamente la luz y estos elementos químicos dejan sus huellas digitales en forma de líneas oscuras.

## 2.5 Extinción atmosférica

### 2.5.1 Masa de aire

La masa de aire es un parámetro que mide la cantidad de atmósfera que tiene que atravesar la luz proveniente de un cuerpo celeste antes de llegar al observador. En la forma más general esta expresada en la ecuación 2.1, para un objeto ubicado en el cenit <sup>1</sup>  $h = 90^\circ$  el valor de la masa de aire es de 1.0 y para  $h = 30^\circ$  es de 2.0, en la figura 2.5 se evidencia que la menor cantidad de atmósfera que tiene que atravesar la luz es cuando está en el cenit y a menor altura sobre el horizonte más alto es el valor de la masa de aire [14] [15].

$$X = \sec(z) \tag{2.1}$$

<sup>1</sup>Cenit: Punto del hemisferio celeste situado sobre la vertical del observador.

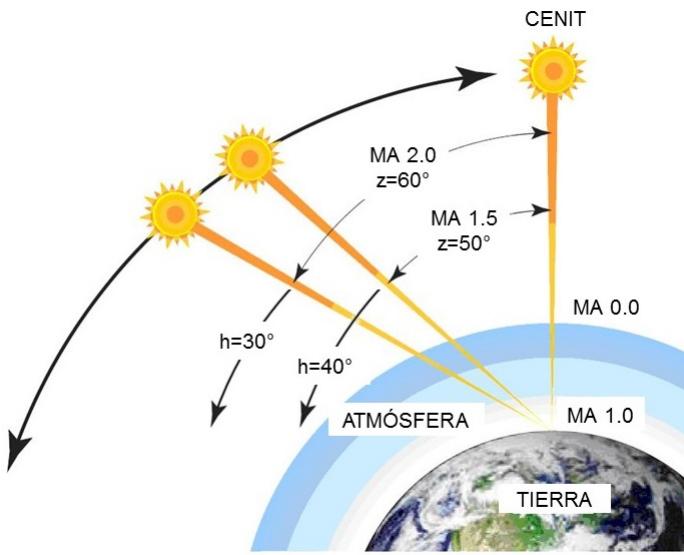


Figura 2.5: Ángulo cenital.

La distancia cenital  $z$  es la distancia entre el objeto y el cenit, si  $h$  es la altura del objeto en grados sobre el horizonte, entonces la distancia cenital está dada por la ecuación 2.2:

$$z = 90 - h \quad (2.2)$$

Para calcular la masa de aire es necesario conocer los siguientes datos: la altura del cuerpo celeste sobre el horizonte, la hora de la observación y las coordenadas geográficas del lugar de observación.

Para distancias cenitales  $z < 60^\circ$ , es decir, para objetos que estén por encima de los  $30^\circ$  de altura sobre el horizonte en el momento de la observación, es válida la aproximación planoparalela de la atmósfera, donde la masa de aire  $X$  que tiene que atravesar la luz de un cuerpo celeste está definida por la ecuación 2.3:

$$\sec z = \frac{1}{\sin \phi \sin d + \cos \phi \cos d \cos H} \quad (2.3)$$

Donde  $\varphi$  es la latitud del observador,  $d$  es la declinación del objeto y  $H$  es el ángulo horario del objeto.

# Capítulo 3

## Metodología

### 3.1 Instrumentación

El Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira cuenta con los siguientes instrumentos para el desarrollo de la línea de espectroscopía astronómica: telescopio *MEADE LX200 16"*, espectrógrafo *Lhires III*, cámara *SBIG ST-2000XM* y cámara guía *SBIG ST-i*, para los cuales las especificaciones técnicas son mostradas a continuación:

#### 3.1.1 Telescopio

El Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira cuenta con un telescopio *MEADE LX200 16"* mostrado en la figura 3.1. Este equipo es versátil y de alta resolución, realiza alineación GPS y permite el seguimiento automático de cuerpos celestes, una característica importante para las fotografías de larga exposición. El sistema óptico de este equipo se clasifica dentro de la categoría *Schmidt-Cassegrain*, lo cual permite mantener un gran diámetro recolector de la luz, sin incurrir en longitudes extremas del tubo óptico [16].

En el diseño de un telescopio de 16" *MEADE LX200 Schmidt-Cassegrain* mostrado en la figura 3.2, la luz ingresa desde el lado derecho, atraviesa un delgado lente con una corrección asférica por ambos lados (plato corrector) y se dirige hacia un espejo primario esférico y luego a un espejo secundario convexo. El espejo secundario convexo multiplica la longitud focal efectiva del espejo primario y enfoca la luz en el plano focal, para lo cual la luz atraviesa al espejo primario por medio de una perforación central. La tabla 3.1 muestra las principales características del instrumento en mención.

#### 3.1.2 Espectrógrafo Lhires III

El espectrógrafo es el instrumento para realizar estudios de espectroscopía. El espectrógrafo de alta resolución *Lhires III* mostrado en la figura 3.3 es un espectrógrafo tipo *littrow prism* optimizado para la espectroscopía de alta resolución distribuido por la marca francesa *Shelyak Instruments* para el uso en telescopios pequeños de 6" a 16" [17]. Fue diseñado en 2003 por



Figura 3.1: Telescopio MEADE LX200 16”.

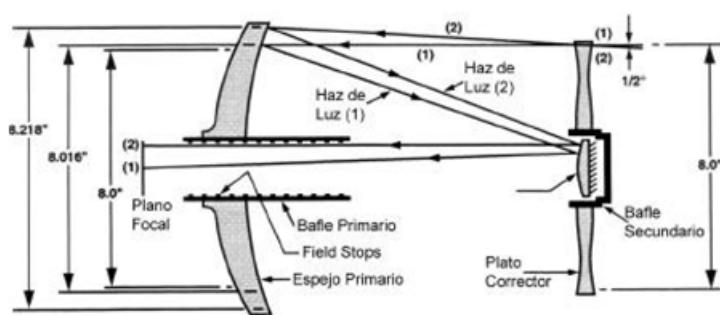


Figura 3.2: Diseño interno del telescopio MEADE LX200 16”.

Diseño óptico	Schmidt-Cassegrain
Apertura completa	406.4 mm (16")
Longitud focal	4064 mm
Relación focal	f/10
Poder de resolución	0.28 segundos de arco
Montura	Horqueta de dos brazos de uso rudo
Engranajes	11" en ambos ejes
Corrección periódica de error	En ambos ejes
Alineación	Altacimutal y ecuatorial
Precisión	2 segundos de arco en modo GO TO
Energía	Fuente de poder de 18VDC
Velocidades de movimiento	Desde 1x sideral hasta 8/s en 9 incrementos
Buscador	Refractor 8X50
Ocular	Súper Plssl 26 mm
Enfoque	Microenfocador electrónico de 4 velocidades
GPS	Receptor GPS de 16 canales
Peso neto	144Kg

Tabla 3.1: Especificaciones telescopio MEADE LX200 16".

Olivier Thizy y Christian Build para brindar la oportunidad a astrónomos aficionados de obtener datos espectroscópicos comparables con la instrumentación profesional a bajo costo.

El espectrógrafo *Lhires III* está equipado principalmente con una rejilla de difracción de 2400 surcos/mm la cual separa la luz en sus diferentes longitudes de onda, que van desde los 3800 Å hasta los 7800 Å, permitiendo el estudio de cuerpos celestes a partir del color y la intensidad de la luz proveniente de ellos. La resolución del espectrógrafo representada como  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$  es de 17000 en el rojo, la dispersión en el H $\alpha$  es de 0.0012 nm/píxel. El equipo tiene un peso de 1.6 Kg y trae una lámpara de calibración interna de neón y otra de neón-argón [17].

En el diseño de un espectrógrafo *Lhires III* como se muestra en la figura 3.4, la luz entra a través del telescopio, una parte de esta pasa por la rendija de tamaño nominal 25  $\mu$ m y otra parte es reflejada a la cámara guía, el haz que pasa por la rendija se encuentra con el espejo principal plano de 45° y se envía al lente colimador. El haz colimado pasa luego a la rejilla de difracción y la luz dispersada pasa de nuevo a través de la lente y es enfocada en el detector *CCD* [17].

### 3.1.3 Cámara CCD

#### Descripción

El Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira cuenta con una cámara *CCD SBIG ST-2000XM* la cual tiene una resolución de 1.9 Megapíxeles [18]. Tiene un

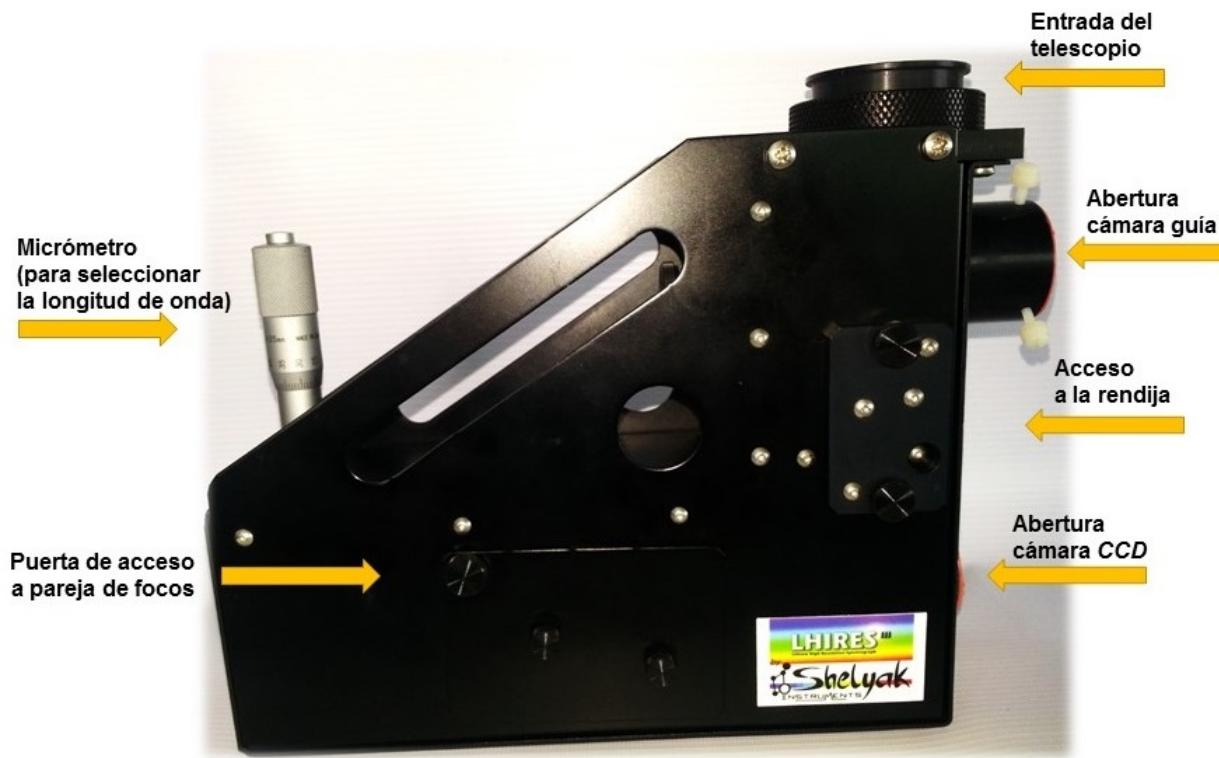


Figura 3.3: Espectrógrafo Lhires III del Observatorio Astronómico UTP.

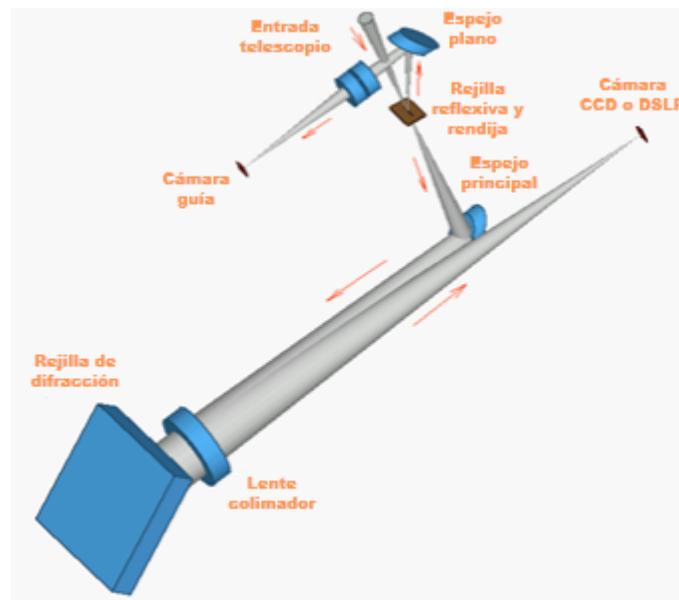


Figura 3.4: Diseño interno del espectrógrafo Lhires III.

Sensor CCD	KODAK KAI - 2020M/C
Tamaño del CCD	11.8 x 8.9 mm
Matriz de píxeles	1600 x 1200 píxeles
Total de píxeles	1.9 Megapíxeles
Tamaño del píxel	7.4 $\mu\text{m}$ x 7.4 $\mu\text{m}$
Exposición mínima	0.001 s
Peso	1.0 Kg

Tabla 3.2: Especificaciones técnicas de la cámara SBIG ST-2000XM.

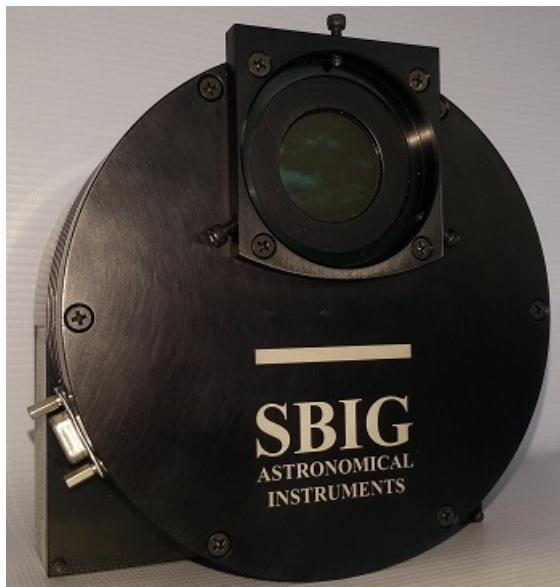


Figura 3.5: Cámara SBIG ST-2000XM.

ventilador de refrigeración que es controlado por el software propio de la cámara *CCDSof*t V.5 para regular la temperatura, con lo cual se disminuye considerablemente el ruido térmico, esto en conjunto con el control de tiempo de exposición permite tomar imágenes de larga exposición. En la figura 3.5 se muestra la cámara en mención y en la tabla 3.2 se muestra información técnica importante de esta [19].

### Ruido presente en las imágenes obtenidas del *CCD*

Durante la toma de imágenes con una cámara *CCD* se presentan efectos indeseados en los píxeles originados por la instrumentación interna dado que el comportamiento de estos no es ideal, las variaciones se presentan como información adicional en las imágenes las cuales deben de ser corregidas. Las principales alteraciones y como corregirlas se describen a continuación [20] [21]:

- **Bias**

También conocido como *offset* este ruido es introducido por los circuitos electrónicos internos y es de tipo aditivo. Se realiza tomando imágenes con el mínimo tiempo de exposición de la cámara *CCD* y el obturador cerrado, seguido se combinan las imágenes con el fin de identificar el valor *bias* final el cual se nombra como *master bias* para sustraerlo de las imágenes.

- **Darks**

Dado que el sensor *CCD* está fabricado con celdas de silicio, estas se ven afectadas por la temperatura presente en el sensor en el momento de la toma de imágenes, por lo cual se presenta desprendimiento de fotones que son registrados como una intensidad adicional falsa en las imágenes y se visualizan como puntos brillantes. Este ruido es de tipo aditivo y se corrige tomando imágenes con el obturador cerrado, el mismo tiempo de exposición y a la misma temperatura de la imagen a capturar, posteriormente se combinan las imágenes para obtener el *dark master* con el fin de restarlas a la imagen del objeto.

- **Flats**

En la fabricación del sensor *CCD* no es posible lograr uniformidad en la sensibilidad de los píxeles lo cual se evidencia en las imágenes como regiones más brillante que otras. También cuando se abre el obturador se pueden adherir motas de polvo presente en el ambiente. La corrección de este ruido se hace tomando imágenes a un campo plano uniforme (normalmente un campo iluminado con una lámpara alógena) que permita dar uniformidad a la imagen final, se combinan las imágenes y se normaliza para obtener una imagen final *master flat*. Dado que este ruido es de tipo multiplicativo el *master flat* se divide a todas las imágenes del objeto.

### 3.1.4 Cámara guía

La cámara guía usada para el presente trabajo es *SBIG ST-i* [22] mostrada en la figura 3.6, esta se ejecuta con el software propio de la cámara *CCDSof V.5* como se muestra en la figura 3.7 con tiempo de adquisición continuo [23].

### 3.1.5 Montaje instrumental

Para el acople de los instrumentos para la toma de espectros de cuerpos celestes en el Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira, se probó que el telescopio debe estar en forma vertical, el espectrógrafo apuntando al norte (lado del tornillo micrométrico), los puntos de conexión de la cámara principal apuntando hacia el occidente y los puntos de conexión de la cámara guía apuntando hacia al sur como se muestra en la figura 3.8, esto con



Figura 3.6: Cámara guía SBIG ST-i.

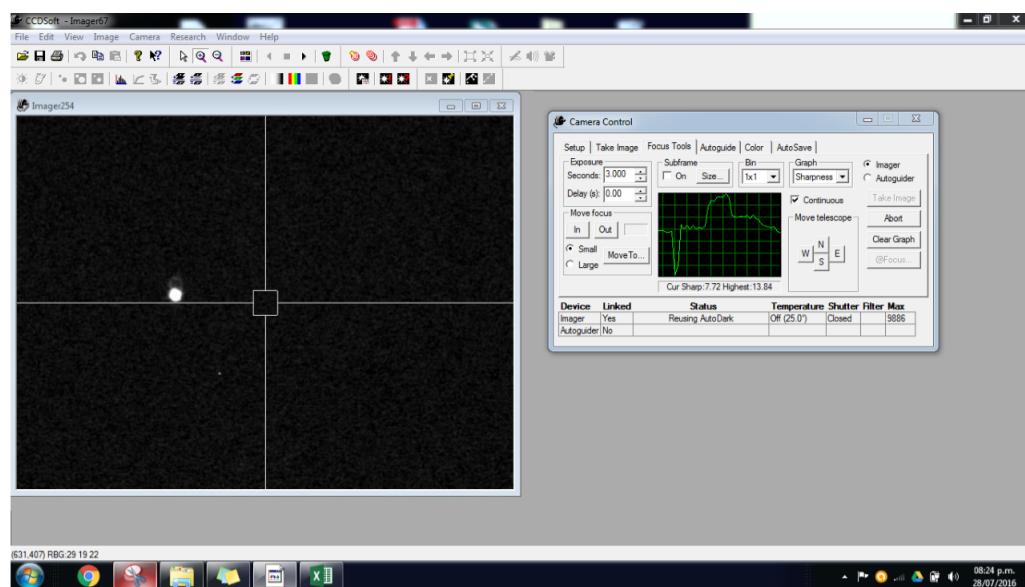


Figura 3.7: Software CCDSoft V.5.

el fin de garantizar la correcta orientación de las imágenes. Es de gran importancia asegurar el montaje instrumental con lazos de seguridad.



Figura 3.8: Fotografía del montaje instrumental implementado.

## 3.2 Alineación de la cámara guía

Como se mostró en la figura 3.4, cuando la luz de un cuerpo celeste ingresa al espectrógrafo, parte de esta pasa por la rendija y otra parte es reflejada hacia la cámara guía, por lo tanto, es importante alinear la cámara guía con la rendija de tal forma que el cuerpo celeste se mantenga sobre la rendija durante el tiempo de adquisición.

El proceso de alineación de la cámara guía se realizó con una estrella y se tuvo la necesidad de desenfocarla con el fin de poder visualizar la rendija dado que se pierde con el fondo negro del cielo. La figura 3.10(a) muestra la posición en la que estaba inicialmente la rendija, la cual se señala con una franja de color rojo.



Figura 3.9: Tornillo ajuste rendija.

El proceso de alineación mostrado en la figura 3.10, evidencia el cambio de la posición de la ranura la cual se realiza con el tornillo ubicado en la parte frontal del espectrógrafo *Lhires III* (figura 3.9). Una vez centrada la ranura en el campo de la cámara guía se enfocó la estrella, la figura 3.10(f) muestra la cámara guía alineada.

### 3.3 Medición del ancho de la rendija

La rendija del espectrógrafo *Lhires III* permite aislar la zona de la imagen en la que se desea hacer la observación ya sea un objeto o parte de cielo creando un patrón de difracción con un tamaño proporcional al ancho de esta. La correcta selección de la rendija es importante para el análisis de los espectros dado que una rendija muy ancha disminuye la resolución y muy delgada se puede perder flujo o cantidad de luz. El ancho predeterminado de la rendija del espectrógrafo *Lhires III* es de  $25 \mu\text{m}$  [17], figura 3.11.

Dado que la fabricación de la rendija no es ideal se debe ajustar con la mayor precisión posible, para lo cual es posible aplicar las leyes de la óptica [24]. Haciendo pasar un haz de luz monocromática de un láser por la rendija se presenta un patrón de difracción, como el orificio de la rendija del espectrógrafo *Lhires III* es rectangular, el patrón de difracción consiste en una zona central brillante, bordeada de bandas oscuras y brillantes alternas cuya intensidad va decreciendo rápidamente según la difracción de Fraunhofer o de campo lejano, donde la fuente de luz y la pantalla se encuentran muy lejos de la abertura como se muestra en la figura 3.12.

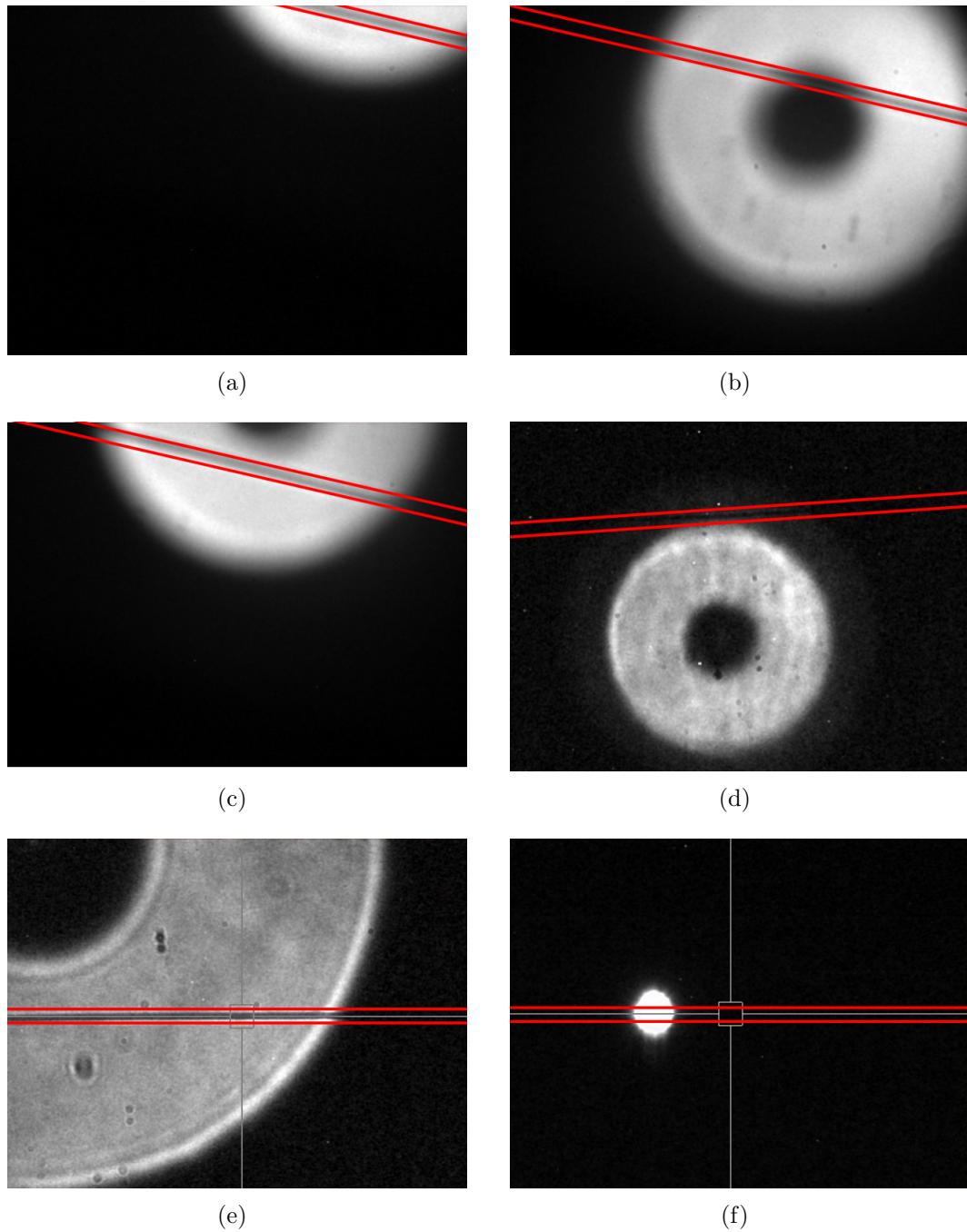


Figura 3.10: Ajuste de la cámara guía.



Figura 3.11: Rendija del espectrógrafo Lhires III.

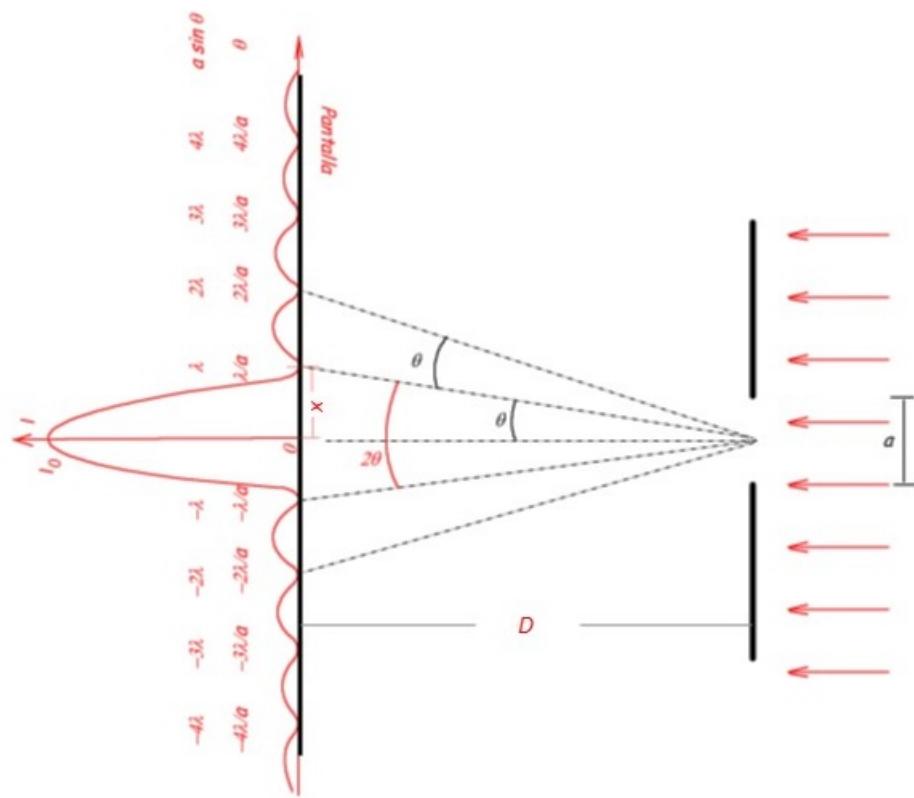


Figura 3.12: Patrón de difracción en una rendija rectangular.

### 3.3.1 Difracción de Fraunhofer a través de una rendija rectangular

En la difracción de Fraunhofer a través de una rendija rectangular estrecha de ancho  $a$ , se puede demostrar que los mínimos de intensidad se presentan para aquellas posiciones que cumplen la condición expresada en la ecuación 3.1.

$$a \operatorname{sen} \theta = m\lambda \quad (3.1)$$

Cerca del origen,  $y \ll D$ , por lo que  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ . De esta forma, la ecuación 3.1 se transforma en la ecuación 3.2.

$$a\theta = m\lambda \quad (3.2)$$

De acuerdo con la ecuación 3.2 la posición angular del primer mínimo es:

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \quad (3.3)$$

$$\tan \theta = \frac{\lambda}{a} \quad (3.4)$$

$$\frac{x}{D} = \frac{\lambda}{a} \quad (3.5)$$

$$a = \frac{D\lambda}{x} \quad (3.6)$$

Así la ecuación 3.6 permite medir el ancho  $a$  de la rendija rectangular conociendo las magnitudes  $\lambda$  (longitud de onda de la luz láser),  $D$  (distancia de la rendija a la pantalla) y  $x$  (distancia del centro del patrón de difracción al primer mínimo).

Para medir el ancho de la rendija del espectrógrafo *Lhires III* se hizo pasar un haz de luz monocromática de un láser verde por esta a una distancia de 100 cm como se muestra en la figura 3.13 presentándose un patrón de difracción con una zona central brillante, bordeada de bandas oscuras y brillantes alternas como se muestra en la figura 3.14. Se calculó el ancho de la rendija rectangular con la ecuación 3.6 conociendo las magnitudes: longitud de onda de la luz del láser verde  $532 \pm 10$  nm, la distancia de la rendija a la pantalla 100 cm y la medida de distancia del centro del patrón de difracción a los mínimos  $x$  se midieron con un calibrador pie de rey el cual tiene una resolución de 0.05 mm (figura 3.13) y se tomaron los datos en la tabla 3.3, obteniendo como resultado para el ancho de la rendija un valor de  $23.52 \pm 0.12$   $\mu\text{m}$ .

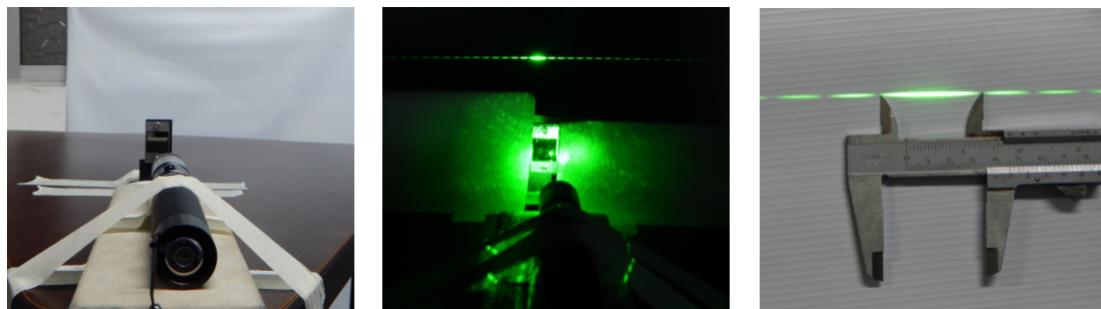


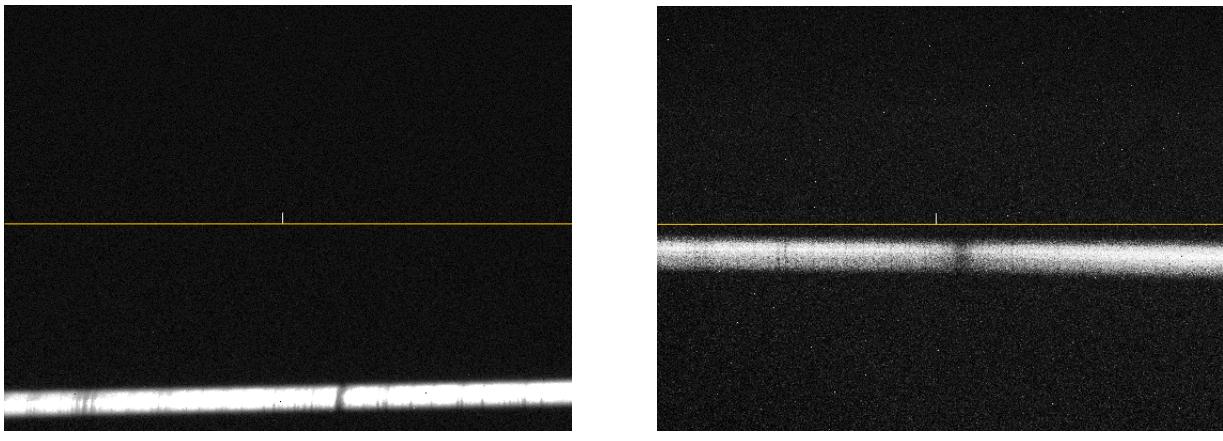
Figura 3.13: Montaje para la medición de ancho de rendija.



Figura 3.14: Espectro de difracción.

Medición	x (cm)	a ( $\mu\text{m}$ )
x	2.27	23.44
x	2.28	23.33
2x	4.50	23.64
2x	4.52	23.54
3x	6.77	23.57
3x	6.76	23.61

Tabla 3.3: Medidas tomadas para el cálculo del ancho de rendija.



(a) Antes del ajuste.

(b) Despues del ajuste.

Figura 3.15: Ajuste del espejo principal.



Figura 3.16: Tornillo para el ajuste del espejo principal.

### 3.4 Ajuste del espejo principal

El ajuste del espejo principal es indispensable para la buena calidad de las imágenes. Como se observa en la figura 3.15(a) cuando el espejo no está ajustado el espectro no aparece centrado lo que implica que está ubicado en la parte del sensor *CCD* con menor eficiencia.

El ajuste del espejo principal se realiza a través de un tornillo ubicado en la base del espectrógrafo *Lhires III* como se muestra en la figura 3.16 el cual está unido al soporte del espejo, el tornillo se suelta lo suficiente para permitir que se deslice hasta la ranura contigua. El ajuste se realiza tal forma que la imagen de la rendija se ejecute a través del punto medio del eje vertical de la cámara *CCD* como se muestra en la figura 3.15(b). Si este ajuste no se realiza correctamente y el ángulo del espejo es demasiado pequeño habrá un efecto de viñeta en el espectro y si el ángulo es demasiado grande el colimador puede producir aberración cromática.

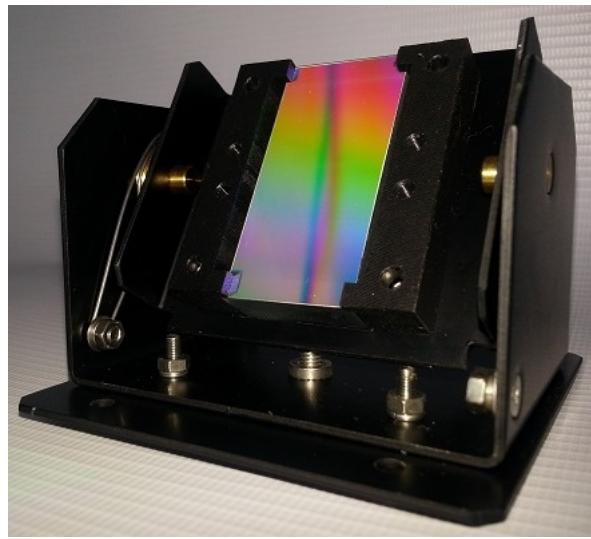


Figura 3.17: Rejilla holográfica de 2400 surcos/mm del espectrógrafo *Lhires III*.

### 3.5 Rejilla de difracción

La rejilla de difracción, es un elemento difractor útil para analizar fuentes luminosas, y está compuesta por un gran número de rendijas paralelas igualmente espaciadas [25]. Las rejillas de difracción son utilizadas para lograr una dispersión de la luz casi lineal y formar un espectro. La figura 3.17 muestra la rejilla de difracción del espectrógrafo *Lhires III* de 2400 surcos/mm [17].

Una aplicación importante de esta técnica se da en la astronomía. Cuando la luz que se ha generado en el interior del Sol atraviesa la atmósfera de éste, se absorben selectivamente ciertas longitudes de onda. El resultado es que el espectro de luz solar que se obtiene mediante una rejilla de difracción tiene líneas de absorción oscuras. Los experimentos de laboratorio muestran que los distintos tipos de átomos y de iones absorben luz a diferentes longitudes de onda. Comparando estos resultados de laboratorio con las longitudes de onda de absorción que se observan en el espectro de la luz solar, los astrónomos son capaces de deducir la composición química de la atmósfera del Sol. Esta misma técnica se utiliza para efectuar análisis químicos de galaxias que están a millones de años luz de distancia [26].

#### Ecuación de una rejilla

En el modelo de una rejilla de difracción con espaciamiento de longitud  $d$  como se muestra en la figura 3.17(a), se tiene un rayo incidente de longitud de onda  $\lambda$  a un ángulo  $\alpha$ . Todos los ángulos son medidos con respecto a la normal, la cual es una línea perpendicular al centro de la superficie de la rejilla [26].

$$m\lambda = d(\sin\theta + \sin\beta) \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (3.7)$$

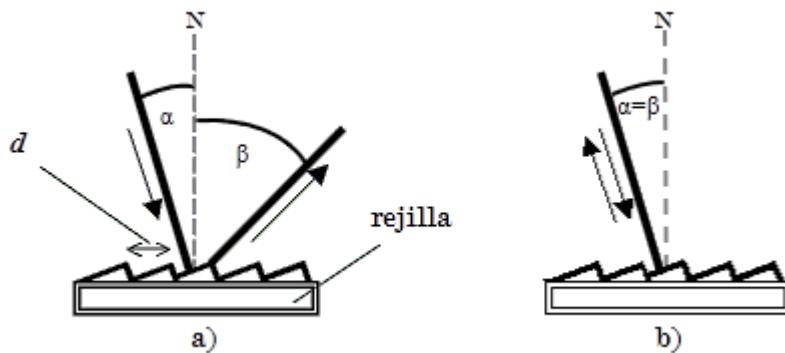


Figura 3.18: Ecuación de una rejilla de difracción.

Donde  $\alpha$  es el ángulo de incidencia y  $\beta$  es el ángulo de difracción,  $\lambda$  longitud de onda,  $m$  el orden de difracción y  $d$  el espaciamiento entre los surcos adyacentes en la superficie de la rejilla.

La configuración *littrow*, como es el caso del espectrógrafo *Lhires III*, es aquella en que la luz de una determinada longitud de onda difractada por una rejilla, en un determinado orden de difracción, viaja de nuevo a lo largo de la dirección de la luz incidente como se muestra en la figura 3.17(b). Por lo tanto en la ecuación 3.7  $\alpha = \beta$  y para una configuración *littrow* se reduce a la ecuación 3.8.

$$m\lambda = 2dsen\theta \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (3.8)$$

## 3.6 Tornillo micrométrico

El tornillo micrométrico del espectrógrafo *Lhires III* mostrado en la figura 3.19 permite cambiar el ángulo de inclinación de la rejilla de difracción, es decir, que este está relacionado directamente con la longitud de onda observada. El tornillo tiene divisiones de 0 a 25 mm y una precisión de 0.01 mm [17].

## 3.7 Enfoque del lente colimador

El lente colimador convierte la luz que entra por la rendija en diferentes direcciones en un haz paralelo. Sirve para homogeneizar los rayos y dirigirlos hacia la rejilla de difracción. En el espectrógrafo *Lhires III* el acceso al colimador se realiza a través de una puerta ubicada en uno de sus lados como se muestra en la figura 3.20, y un tornillo permite el ajuste manual del foco del espectro [17].



Figura 3.19: Tornillo micrométrico del espectrógrafo Lhires III.



Figura 3.20: Acceso al lente colimador del espectrógrafo Lhires III.

El enfoque de la imagen del espectro capturado en la cámara *CCD* es afectado por la posición del lente colimador por lo cual se debe realizar un ajuste de foco manual. La figura 3.21(a) muestra un espectro desenfocado y la figura 3.21(b) muestra una imagen bien enfocada después de un proceso de ajuste manual de foco.

Por lo nombrado anteriormente es importante realizar el enfoque del lente colimador. Dado que este ajuste se hace de forma manual y para hacer eficiente el proceso de enfoque en el presente trabajo se utilizó el programa *MaxIm DL* versión 6.0 el cual es muy utilizado para manejo de imágenes astronómicas; el *MaxIm DL* posee una herramienta gráfica llamada *Graph Window* que permite conocer los valores de los píxeles de la imagen como se muestra en la figura 3.22. El enfoque se realizó tomando imágenes con la cámara *SBIG ST-2000XM* a una línea de neón en la posición del tornillo micrométrico de 18.60 mm hasta obtener un

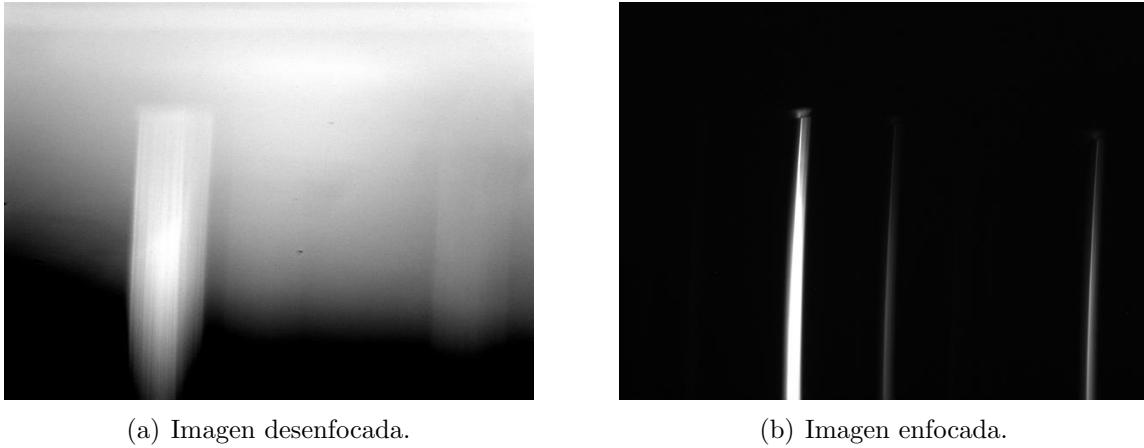


Figura 3.21: Enfoque del lente colimador.

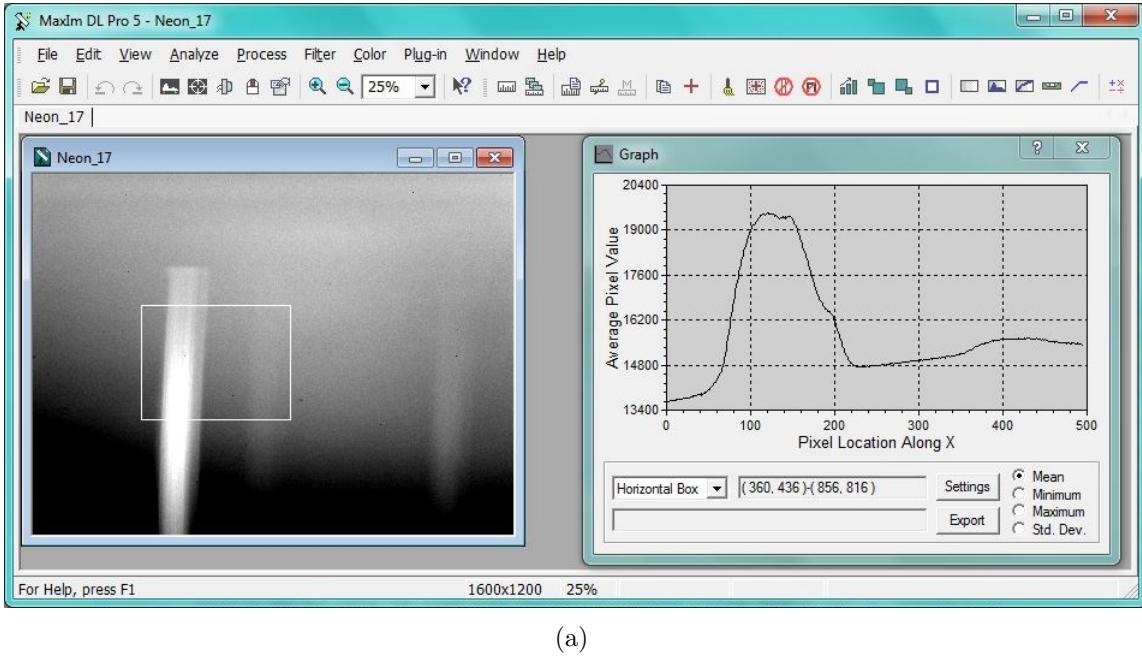
$FWHM$  menor a 10 píxeles. Es importante tener en cuenta que el enfoque se realiza sobre una misma línea.

Los resultados del enfoque se muestran a en la figura 3.23 en el que se utilizó la herramienta *Graph Window* en el modo *Horizontal Box*. La figura 3.23(a) muestra el enfoque con el cual estaba el lente colimador del espectrógrafo *Lhires III* en el momento de empezar a trabajar con él y la figura 3.23(g) muestra el mejor enfoque obtenido. En estos resultados se muestra como el enfoque modifica la posición de una línea en la imagen, por ejemplo en la figura 3.23(a) aparece una línea brillante y otras dos opacas, a medida que se avanza en el enfoque se van definiendo más líneas y finalmente en la figura 3.23(g) se evidencian 5 líneas brillantes y bien definidas.

La gran ventaja de la ventana gráfica es que permite visualizar claramente el mejor enfoque que se puede conseguir. Un usuario utilizando solo su visión creería que la imagen 3.23(e) tiene un buen enfoque y procedería a tomar imágenes, pero esta herramienta permite evidenciar que la imagen presente esta desenfocada dado que el  $FWHM$  es superior a 50 píxeles como se muestra en la figura 3.23(f). Durante el proceso se evidencia en la figura 3.23(g) el enfoque más fino dado que el  $FWHM$  es menor a 10 píxel como se muestra en la figura 3.23(h), lo cual es lo que se recomienda obtener antes de tomar imágenes a un cuerpo celeste.

### 3.8 Lámparas de calibración

Para realizar la calibración del tornillo micrométrico se hicieron capturas de los espectros de las lámparas de emisión de mercurio (Hg), argón (Ar), neón (Ne) e hidrógeno (H) a color con la cámara *Nikon D610* [27] e imágenes monocromáticas con la cámara *SBIG ST-2000XM*



(a)

Figura 3.22: Ventana del Maxim DL con la herramienta Graph Window.

en laboratorio como se muestra en la figura 3.24. La elección de las lámparas se realizó con el objetivo de cubrir la mayor cantidad de longitudes de onda del espectro visible, dado que si solo se tomaban con la lámpara de calibración interna de neón del espectrógrafo *Lhires III*, esta solo presenta líneas muy brillantes a partir de 5600 Å hasta los 7000 Å, así que se tomaron las lámparas de argón y mercurio que presentan líneas desde los 4000 Å hasta los 5600 Å principalmente, y la lámpara de hidrógeno se eligió dado que presenta líneas muy características como lo son líneas de la serie de Balmer.

Para la toma de los espectros fue importante hallar el campo de las cámaras, para lo cual se elige una línea de referencia, en este caso la línea amarilla de neón de 5852 Å la cual para la rejilla de 2400 surcos/mm se centra en la posición 17.15 mm del tornillo micrométrico, se coloca esta línea a un lado de la imagen como se muestra en la figura 3.25(a) y se toma el valor que indica el tornillo micrométrico, seguido se mueve la línea al otro extremo de la imagen (figura 3.25(b)) y se realiza la diferencia entre las dos posiciones del tornillo micrométrico; para este caso la posición de la primera imagen fue 16.90 mm y la de la segunda 17.40 mm para una diferencia de 0.5 mm. De esta forma para cada cámara se identificó cuánto se mueve el tornillo micrométrico para cada campo de fotografía obteniendo los siguientes valores: 0.5 mm para la *SBIG ST-2000XM*, 1.5 mm para la *Nikon D610* y 2.0 mm para la *Nikon D810A* [28].

Después de tomar las fotografías de los campos se identificó los valores de longitudes de onda para las líneas presentes en cada fotografía. Para la identificación de las líneas se usó la base de datos de líneas espectrales del NIST (National Institute of Standards Technology) [29] y

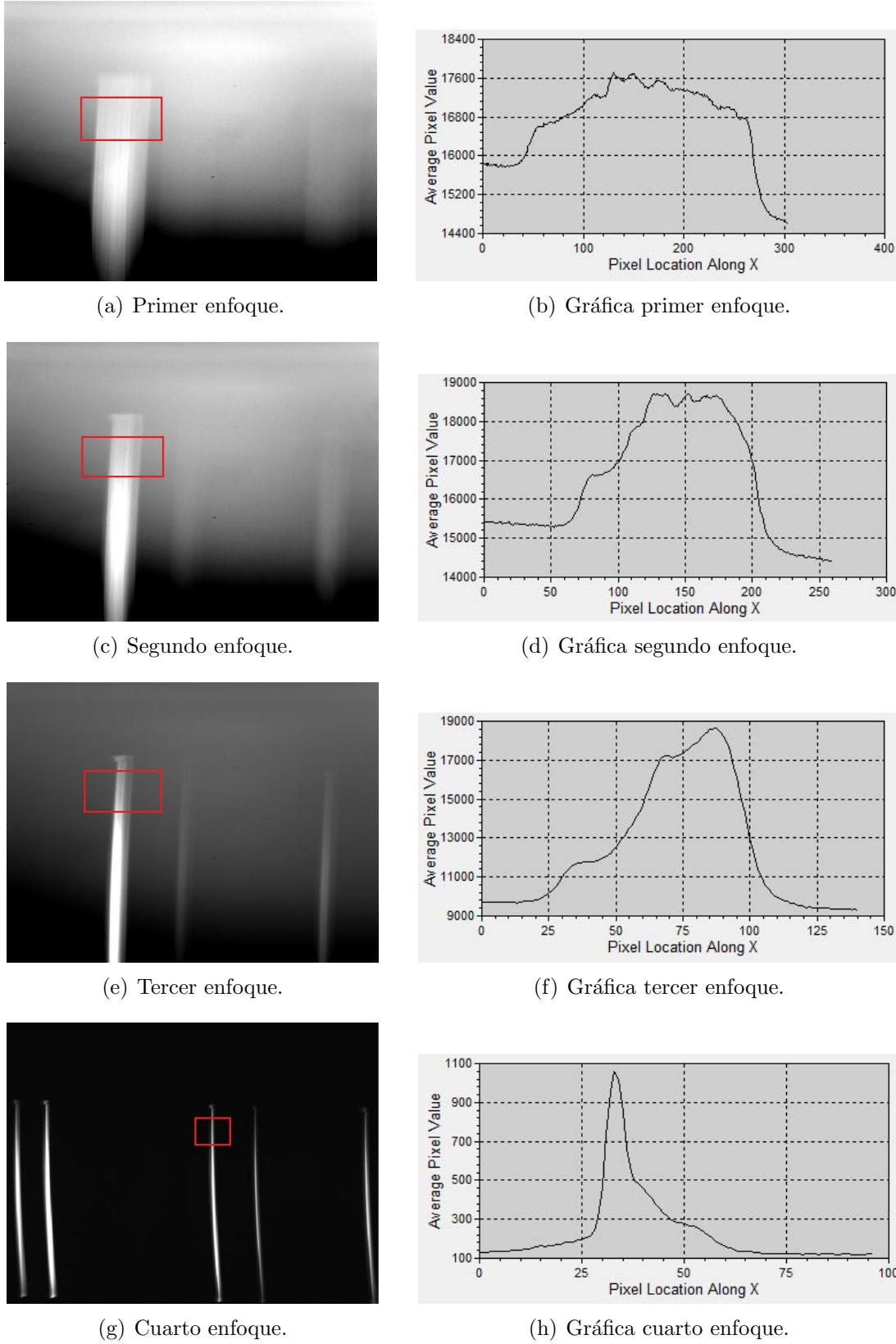


Figura 3.23: Enfoque del lente colimador del espectrógrafo Lhires III.

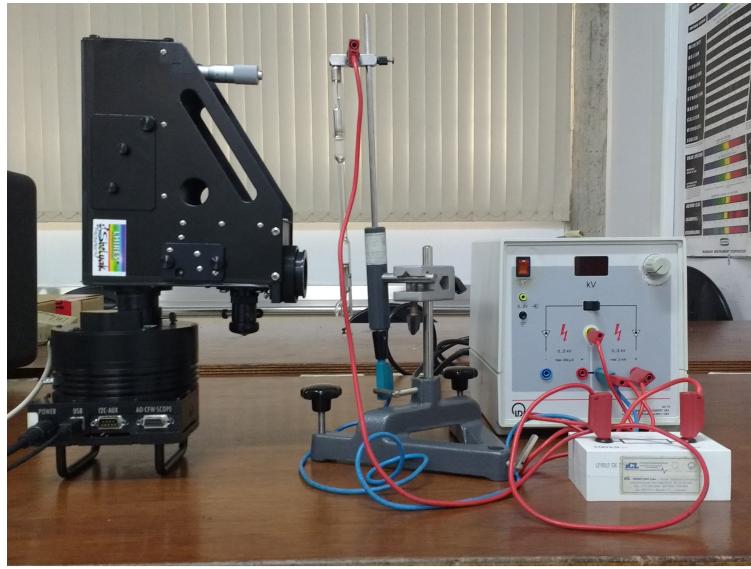


Figura 3.24: Montaje en laboratorio para toma de los espectros de lámparas.

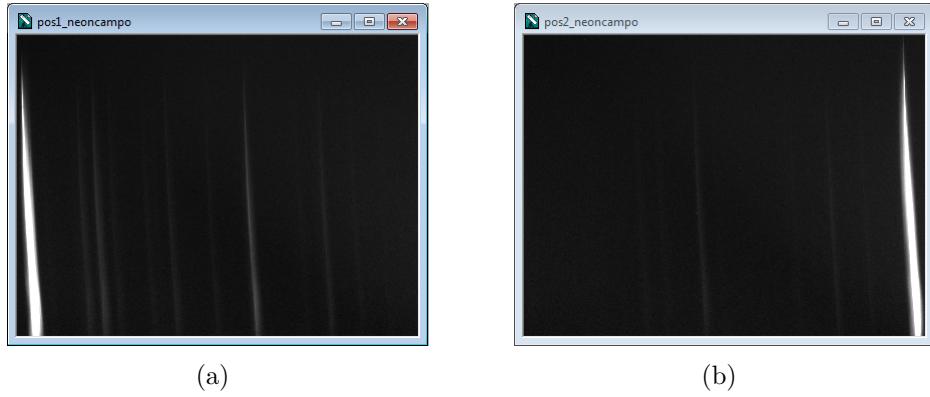


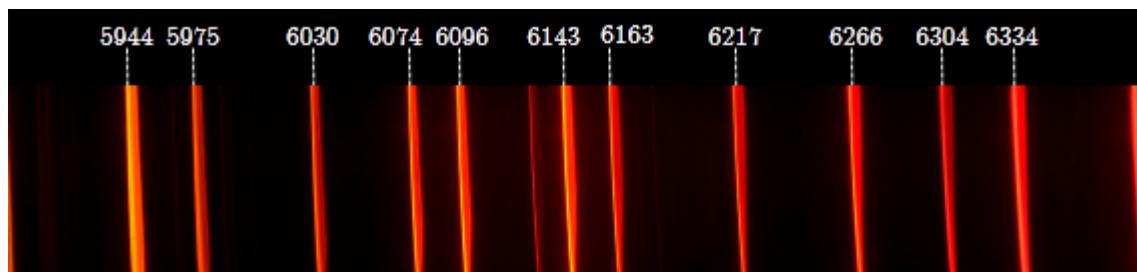
Figura 3.25: Fotografías para la identificación del campo de una cámara.

del NOAO ATLAS [30]. La identificación de las líneas de emisión de en cada campo serán usadas como líneas de comparación o calibración para los espectros de cuerpos celestes.

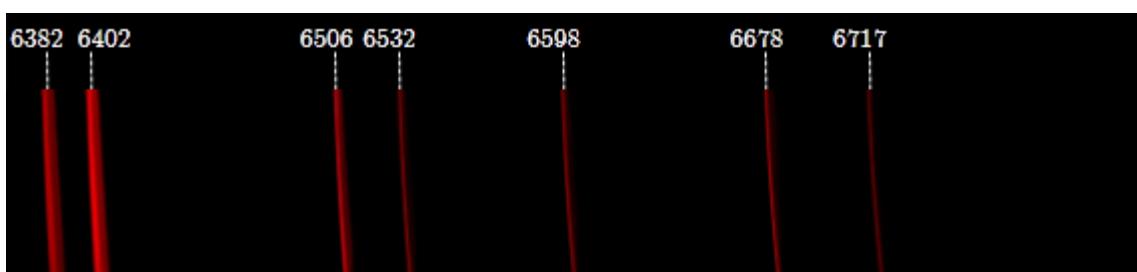
Las figuras 3.26(a), 3.26(b) y 3.26(c) muestran los espectros capturados para una lámpara de neón centrado en las posiciones del tornillo micrométrico 16.75, 18.25 y 19.75 mm respectivamente. Las figuras 3.27(a), 3.27(b) y 3.27(c) muestran los espectros capturados para una lámpara de hidrógeno centrado en las posiciones del tornillo micrométrico 12.25, 13.75 y 19.75 mm respectivamente. Las figuras 3.28(a), 3.28(b), 3.28(c) y 3.28(d) muestran los espectros capturados para una lámpara de argón centrado en las posiciones del tornillo micrométrico 12.25, 13.75, 15.25 y 16.75 mm respectivamente. Las figuras 3.29(a) y 3.29(b) muestran los espectros capturados para una lámpara de mercurio centrado en las posiciones del tornillo micrométrico 12.25 y 16.75 mm respectivamente.



(a) Neón centrado en la posición 16.75 mm del tornillo micrométrico.

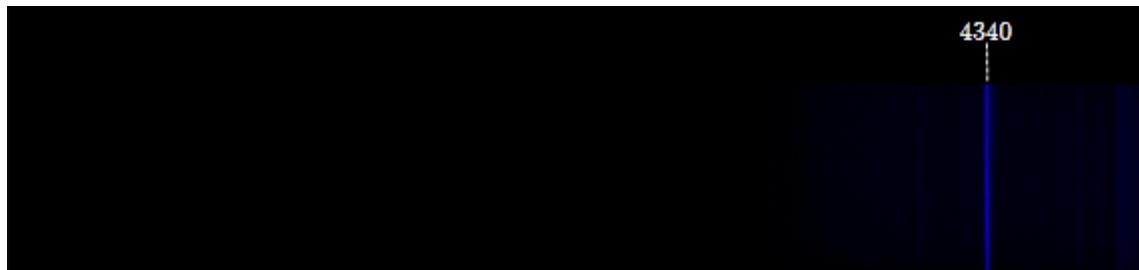


(b) Neón centrado en la posición 18.25 mm del tornillo micrométrico.



(c) Neón centrado en la posición 19.75 mm del tornillo micrométrico.

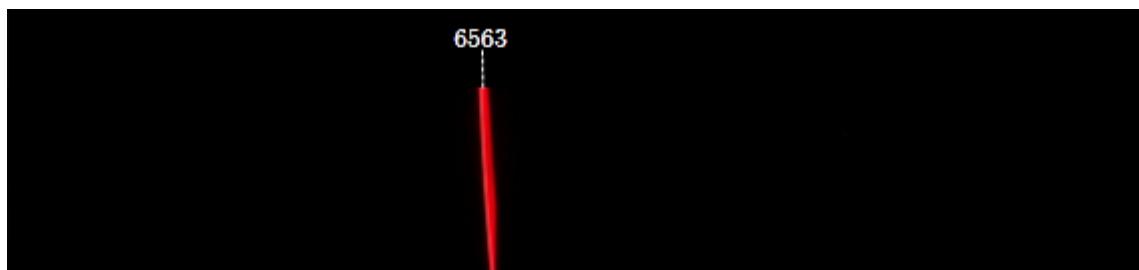
Figura 3.26: Fotografías tomadas a los espectros de una lámpara de neón.



(a) Hidrógeno centrado en la posición 12.25 mm del tornillo micrométrico.

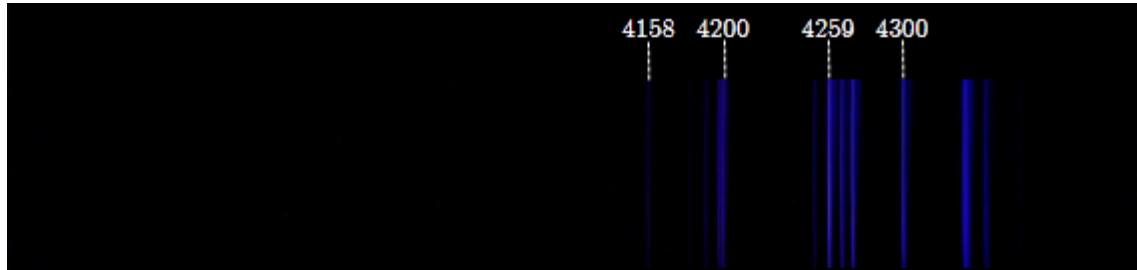


(b) Hidrógeno centrado en la posición 13.75 mm del tornillo micrométrico.

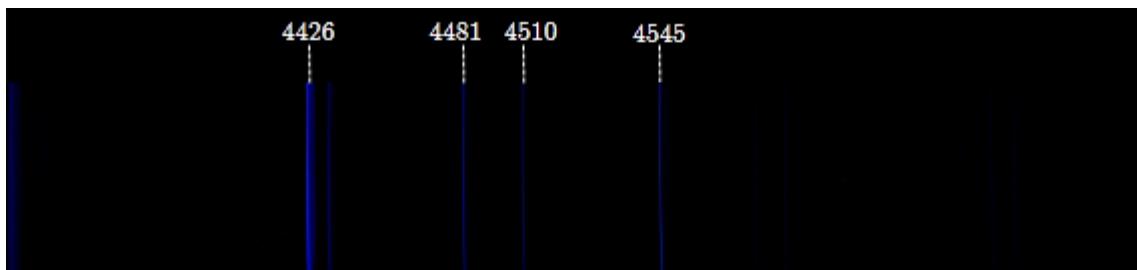


(c) Hidrógeno centrado en la posición 19.75 mm del tornillo micrométrico.

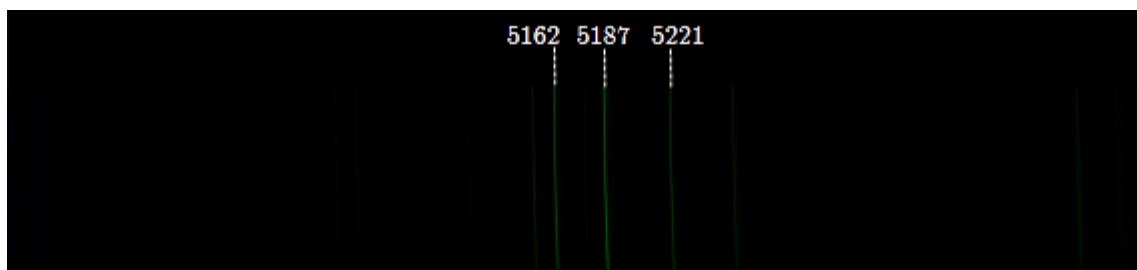
Figura 3.27: Fotografías tomadas a los espectros de una lámpara de hidrógeno.



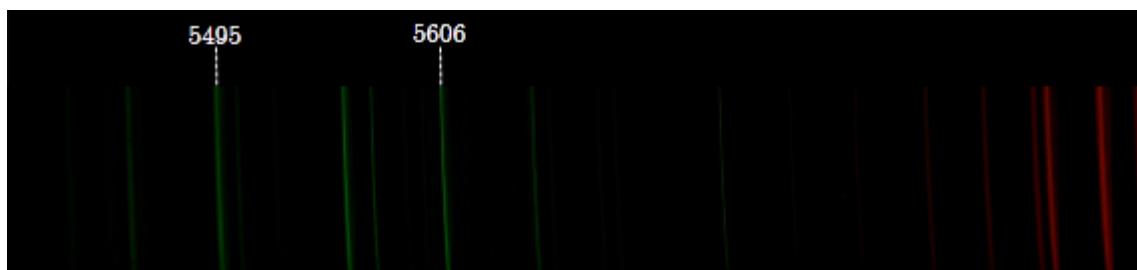
(a) Argón centrado en la posición 12.25 mm del tornillo micrométrico.



(b) Argón centrado en la posición 13.75 mm del tornillo micrométrico.

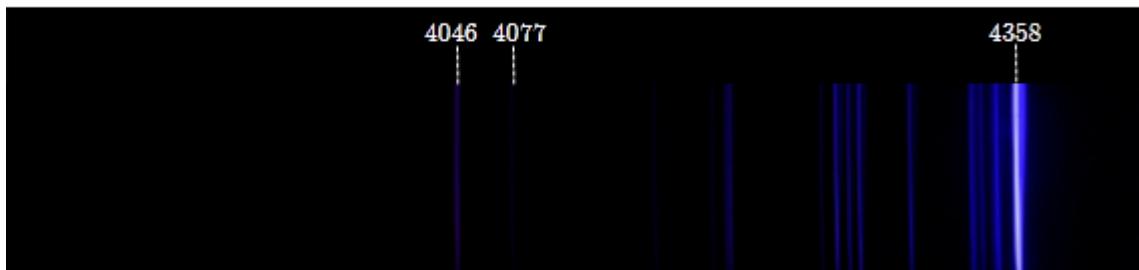


(c) Argón centrado en la posición 15.25 mm del tornillo micrométrico.



(d) Argón centrado en la posición 16.75 mm del tornillo micrométrico.

Figura 3.28: Fotografías tomadas a los espectros de una lámpara de argón.



(a) Mercurio centrado en la posición 12.25 mm del tornillo micrométrico.



(b) Mercurio centrado en la posición 16.75 mm del tornillo micrométrico.

Figura 3.29: Fotografías tomadas a los espectros de una lámpara de mercurio.

### 3.9 Masa de aire

Los datos locales de la masa de aire para la ubicación del Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira con coordenadas geográficas de  $4^{\circ} 47'26.16''N$  y  $75^{\circ} 41'24.72''O$  se muestran en la tabla 3.4 para declinaciones de un objeto de  $-90^{\circ}$  a  $90^{\circ}$  y un ángulo horario  $H=0^{\circ}$ , la figura 3.30 muestra la respectiva gráfica elaborada a partir de la ecuación 2.3. Dado que en la ecuación  $H$  también varía de  $-90^{\circ}$  a  $90^{\circ}$  en la figura 3.31 se muestra la representación de la masa de aire.

Declinación	Masa de aire
-90	11.974
-80	11.014
-70	3.812
-60	2.348
-50	1.734
-40	1.409
-30	1.218
-20	1.102
-10	1.034
0	1.004
10	1.004
20	1.036
30	1.105
40	1.224
50	1.419
60	1.753
70	2.385
80	3.917
90	11.97

Tabla 3.4: Masa de aire para diferentes valores de declinación.

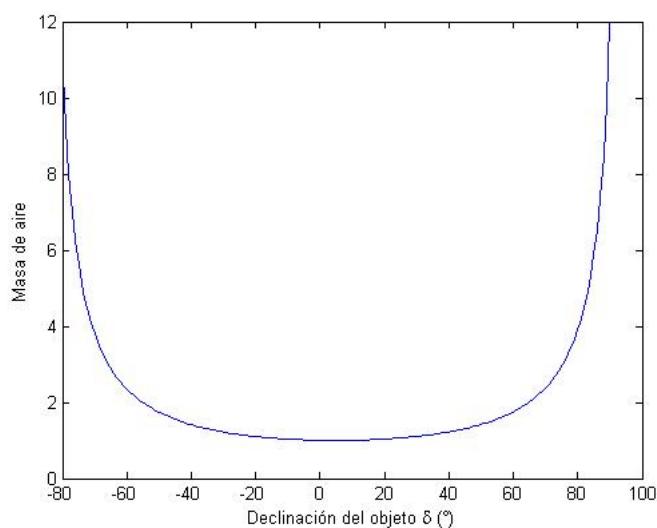


Figura 3.30: Masa de aire vs declinación.

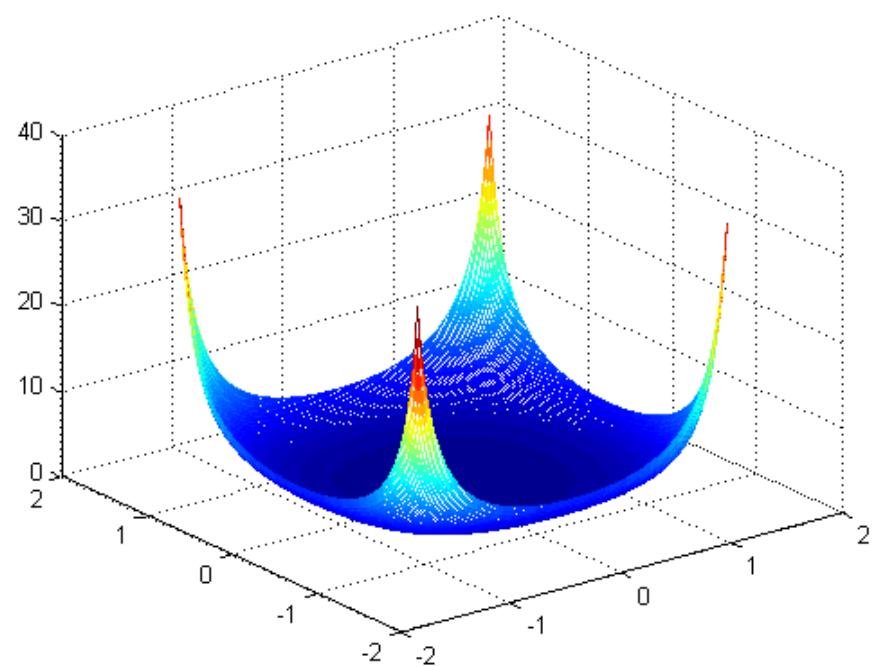


Figura 3.31: Masa de aire vs declinación.

# Capítulo 4

## Resultados

### 4.1 Calibración del tornillo micrométrico

Para realizar la curva de calibración del tornillo micrométrico, para el cual la posición de este está relacionada con la longitud de onda observada, se tomó la posición para 47 líneas características de las lámparas de mercurio (Hg), argón (Ar), neón (Ne) e hidrógeno (H) como se muestra en la tabla 4.1 elegidas a partir del desarrollo de la sección 3.8, la toma de las imágenes se realizó con la cámara *SBIG ST-2000XM* de tal forma que cada línea quedará en la parte central de la imagen.

Como resultado de la calibración se presenta la figura 4.1 como curva de calibración, los puntos azules corresponden a los valores tomados de la posición del tornillo micrométrico y la línea roja corresponde a la estimación de las medidas la cual se realizó por el método de mínimos cuadrados implementado en una rutina de *Matlab®* la cual se muestra en el apéndice C.1, dando como resultado el polinomio de la ecuación 4.1.

El cálculo de la incertidumbre en la posición entregada por la ecuación 4.1 se hizo a través de matriz de covarianzas y se implementó en una rutina en *Matlab®* la cual se muestra en el apéndice C.1. Dado que el valor de incertidumbre es variable para cada posición se implementó una rutina en *Matlab®* llamada *posicion* que entrega la posición en la que debe colocarse el tornillo micrométrico para una longitud de onda elegida con un valor de incertidumbre, el código es descrito en el apéndice C.2.

$$p(x) = 1.038605 \times 10^{-7}x^2 + 0.001863x + 2.725624 \pm inc \quad (4.1)$$

Elemento	Longitud de onda (Å)	Posición real (mm)	Posición calculada (mm)	Inc(%)	Error(%)
Hg	4046.565	11.90	11.97	0.73	0.59
Hg	4077.837	12.03	12.05	0.69	0.17
Ar	4158.590	12.21	12.27	0.57	0.49
Ar	4164.180	12.22	12.29	0.57	0.57
Ar	4181.884	12.25	12.34	0.57	0.73
Ar	4190.713	12.26	12.36	0.57	0.82
Ar	4198.317	12.28	12.38	0.57	0.81
Ar	4200.674	12.28	12.39	0.57	0.90
Ar	4300.101	12.62	12.66	0.48	0.32
H	4340.472	12.71	12.77	0.47	0.47
Hg	4358.335	12.74	12.82	0.47	0.63
Ar	4426.001	13.20	13.00	0.45	1.52
Ar	4481.810	13.44	13.16	0.41	2.08
Ar	4510.733	13.57	13.25	0.37	2.36
Ar	4545.052	13.73	13.34	0.36	2.84
H	4861.350	14.20	14.24	0.42	0.28
Ar	5162.285	15.10	15.08	0.44	0.13
Ar	5187.746	15.15	15.19	0.44	0.26
Ar	5221.271	15.24	15.29	0.43	0.33
Ne	5400.562	15.75	15.82	0.42	0.44
Hg	5460.750	15.97	16.00	0.41	0.19
Ar	5495.874	15.94	16.10	0.41	1.00
Ar	5606.733	16.43	16.44	0.37	0.06
Hg	5769.610	16.92	16.93	0.35	0.06
Hg	5790.670	16.97	17.00	0.35	0.18
Ne	5852.488	17.15	17.18	0.29	0.17
Ne	5881.895	17.24	17.28	0.29	0.23
Ne	5944.834	17.45	17.48	0.32	0.14
Ne	5975.534	17.59	17.57	0.28	0.11
Ne	6030.000	17.72	17.73	0.34	0.06
Ne	6074.338	17.83	17.88	0.28	0.28
Ne	6096.163	17.94	17.95	0.25	0.03
Ne	6143.063	18.11	18.09	0.28	0.11
Ne	6163.594	18.16	18.16	0.28	0.00
Ne	6217.281	18.30	18.33	0.27	0.16
Ne	6266.495	18.48	18.48	0.27	0.00
Ne	6304.789	18.63	18.61	0.30	0.13
Ne	6334.428	18.71	18.70	0.29	0.08
Ne	6382.991	18.83	18.85	0.32	0.11
Ne	6402.246	18.94	18.91	0.32	0.16

Continua en la siguiente página.

Elemento	Longitud de onda (Å)	Posición real (mm)	Posición calculada (mm)	Inc(%)	Error(%)
Ne	6506.528	19.26	19.25	0.36	0.05
Ne	6532.882	19.33	19.34	0.39	0.03
H	6562.790	19.46	19.43	0.41	0.15
Ne	6598.953	19.61	19.55	0.43	0.33
Ne	6678.276	19.82	19.81	0.48	0.08
Ne	6717.043	19.98	19.93	0.50	0.25

Tabla 4.1: Posición del tornillo micrométrico para diferentes longitudes de onda.

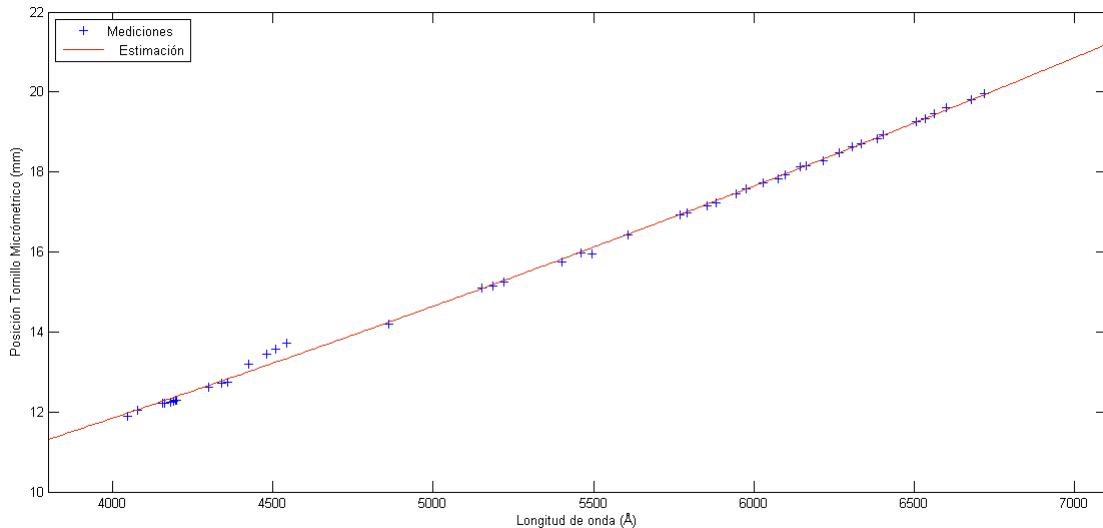


Figura 4.1: Curva de calibración del tornillo micrométrico vs longitud de onda.

Para verificar la curva de calibración de la figura 4.1 se seleccionaron 4 líneas de las principales de Fraunhofer como se muestran en la tabla 4.2 para ser observadas en el espectro solar, de tal forma que estuvieran ubicadas en diferentes zonas del espectro óptico: rojo, amarillo, verde y azul; se calculó el valor estimado del tornillo micrométrico para cada línea con la ecuación 4.1. Se capturaron los espectros de alta resolución del Sol con el espectrógrafo *Lhires III* para estas posiciones, espectro a color con la cámara *Nikon D810A* y en escala de grises con la cámara *SBIG ST-2000XM*, se utilizó la lámpara argón-neón interna del espectrógrafo para los espectros de comparación en cada posición. Seguido se procesaron los espectros en escala de grises en el software *IRAF* descrito en el apéndice A para obtener los perfiles espectrales 1D. Los resultados permitieron comprobar que los valores estimados para la posición del tornillo micrométrico para una determinada longitud de onda a observar garantiza que la línea queda muy cerca al centro de la imagen, además que las líneas presentes en el campo corresponden con la literatura por la correcta identificación de las líneas de las lámparas de

comparación. A continuación se describen las observaciones con detalle.

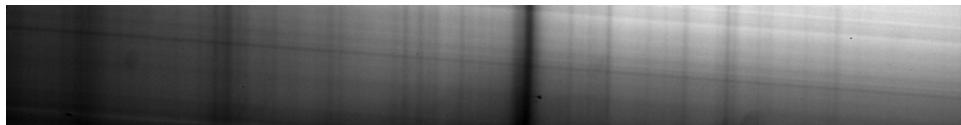
Designación	Longitud de onda (Å)	Origen	Posición calculada(mm)
C	6563	Hidrógeno H $\alpha$	19.43 $\pm$ 0.06
D	5896	Sodio NaI	17.32 $\pm$ 0.04
E	5270	Hierro FeI	15.43 $\pm$ 0.05
G	4340	Hidrógeno H $\gamma$	12.77 $\pm$ 0.06

Tabla 4.2: Líneas de Fraunhofer elegidas para la verificación.

En la figura 4.2(a) se muestra el espectro de alta resolución del Sol a color para la línea C correspondiente a la línea del H $\alpha$  de longitud de onda 6563 Å para la cual se calculó la posición con la ecuación 4.1 dando como resultado 19.43 mm del tornillo micrométrico, esta se observa como una banda oscura muy cerca al centro de la imagen. La figura 4.2(b) muestra el espectro en escala de grises para la misma línea con tiempo de exposición de 20 segundos, se tomó la lámpara de comparación argón-neón para la posición 19.43 mm como se muestra en la figura 4.3, el espectro fue procesado en *IRAF* y se obtuvo el perfil espectral 1D del Sol calibrado en longitud de onda y normalizado en el rango de 6480 a 6620 Å mostrado en la figura 4.4. El valor obtenido para la línea H $\alpha$  fue de 6560 Å para un error de 3 Å con respecto al valor teórico de 6563 Å.



(a) Espectro a color centrado en la posición 19.43 mm.



(b) Espectro escala de grises centrado en la posición 19.43 mm.

Figura 4.2: Espectro del Sol zona de la línea C.

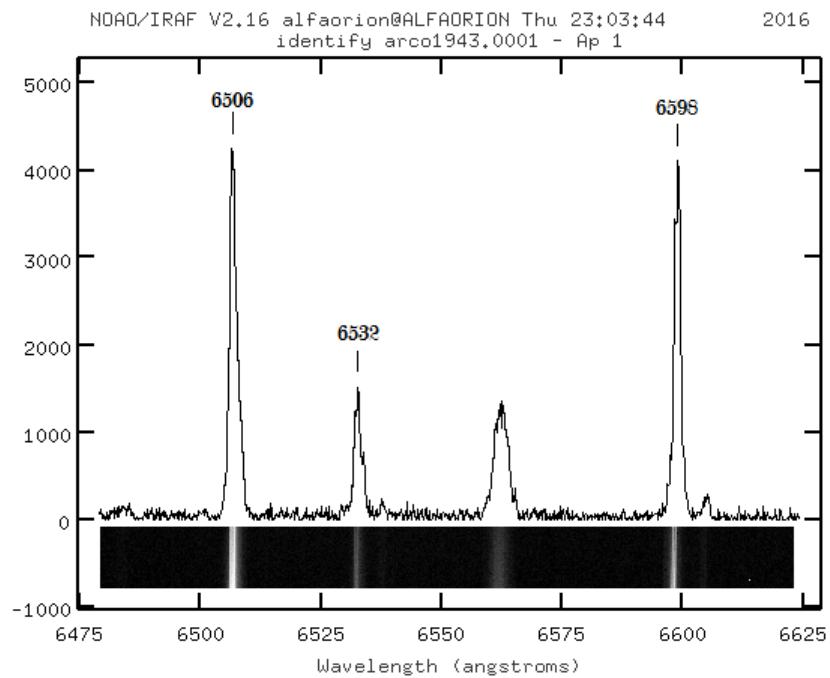


Figura 4.3: Lámpara de comparación centrada en la posición 19.43 mm.

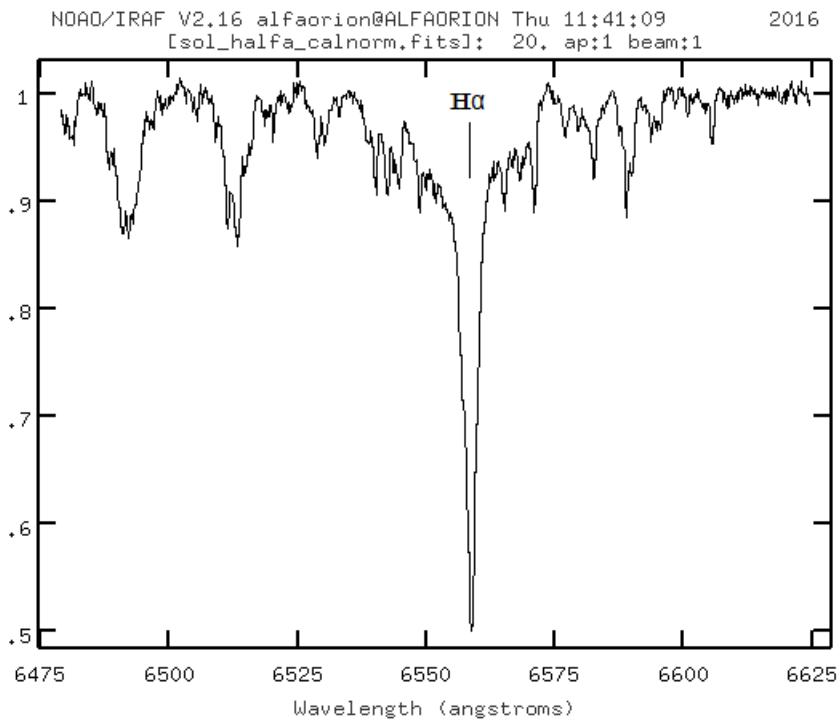


Figura 4.4: Espectro 1D del Sol en el rango de 6480 a 6620  $\text{\AA}$ .

En la figura 4.5(a) se muestra el espectro de alta resolución del Sol a color para la línea D también conocida como doblete de sodio por la doble banda oscura de longitudes de onda 5890 y 5896 Å, para la cual se calculó la posición con la ecuación 4.1 de la línea 5896 Å dando como resultado 17.32 mm del tornillo micrométrico. La figura 4.5(b) muestra el espectro en escala de grises para la misma línea con tiempo de exposición de 20 segundos, se tomó la lámpara de comparación argón-neón para la posición 17.32 mm como se muestra en la figura 4.6, el espectro fue procesado en *IRAF* y se obtuvo el perfil espectral 1D del Sol calibrado en longitud de onda y normalizado en el rango de 5830 a 6000 Å mostrado en la figura 4.7. El valor obtenido para la línea de 5896 Å fue igual al observado al teórico por lo tanto un error de 0 Å.



(a) Espectro a color centrado en la posición 17.32 mm.



(b) Espectro escala de grises posición 17.32 mm.

Figura 4.5: Espectro del Sol zona de la línea D.

En la figura 4.8(a) se muestra el espectro de alta resolución del Sol, a color para la línea E correspondiente al Hierro (FeI) de longitud de onda 5270 Å para la cual se calculó la posición con la ecuación 4.1 dando como resultado 15.43 mm del tornillo micrométrico. La figura 4.8(b) muestra el espectro en escala de grises para la misma línea con tiempo de exposición de 10 segundos, se tomó la lámpara de comparación argón-neón para la posición 15.43 mm como se muestra en la figura 4.9, el espectro fue procesado en *IRAF* y se obtuvo el perfil espectral 1D del Sol calibrado en longitud de onda y normalizado en el rango de 5160 a 5350 Å mostrado en la figura 4.10. En el lado izquierdo del perfil espectral se observan las líneas del triplete de magnesio correspondientes a las longitudes de onda 5167, 5173 y 5184 Å. El valor obtenido para la línea de 5270 Å fue de 5275 Å para un error de 5 Å con respecto al valor teórico, el error presentado fue por la alta presencia de ruido en el espectro de calibración como se evidencia en la figura 4.9.

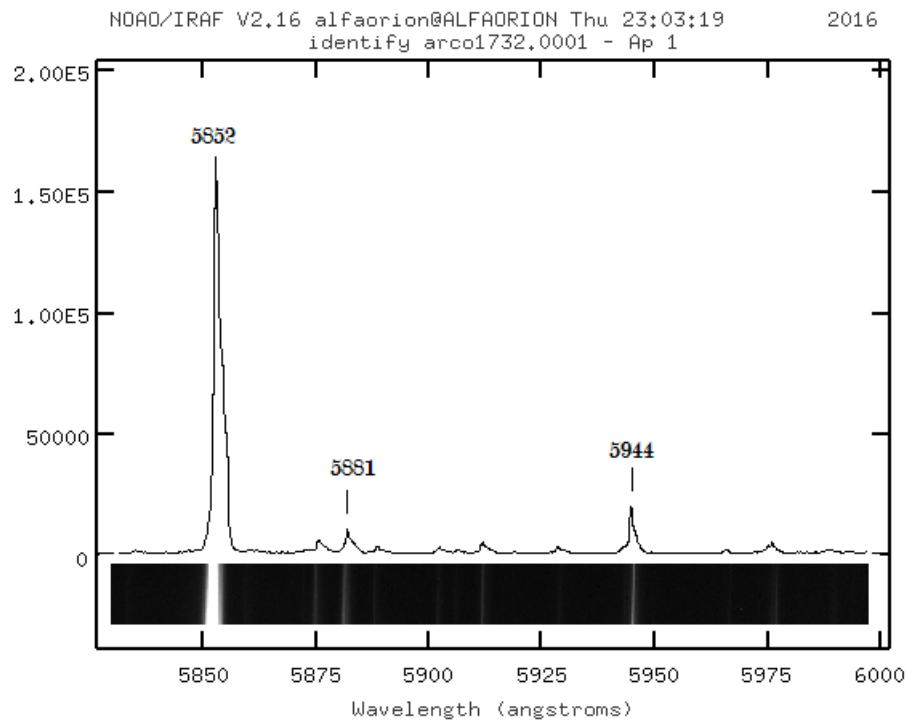


Figura 4.6: Lámpara de comparación centrada en la posición 17.32 mm.

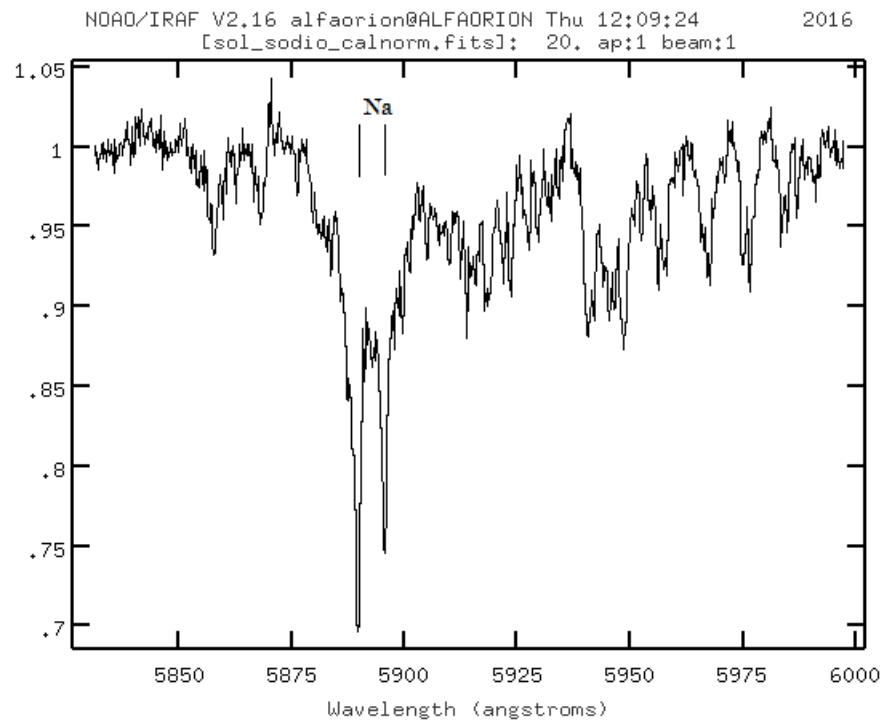


Figura 4.7: Espectro 1D del Sol en el rango de 5830 a 6000 Å.



(a) Espectro a color centrado en la posición 15.43 mm.



(b) Espectro en escala de grises centrado en la posición 15.43 mm.

Figura 4.8: Espectro del Sol zona de la línea E.

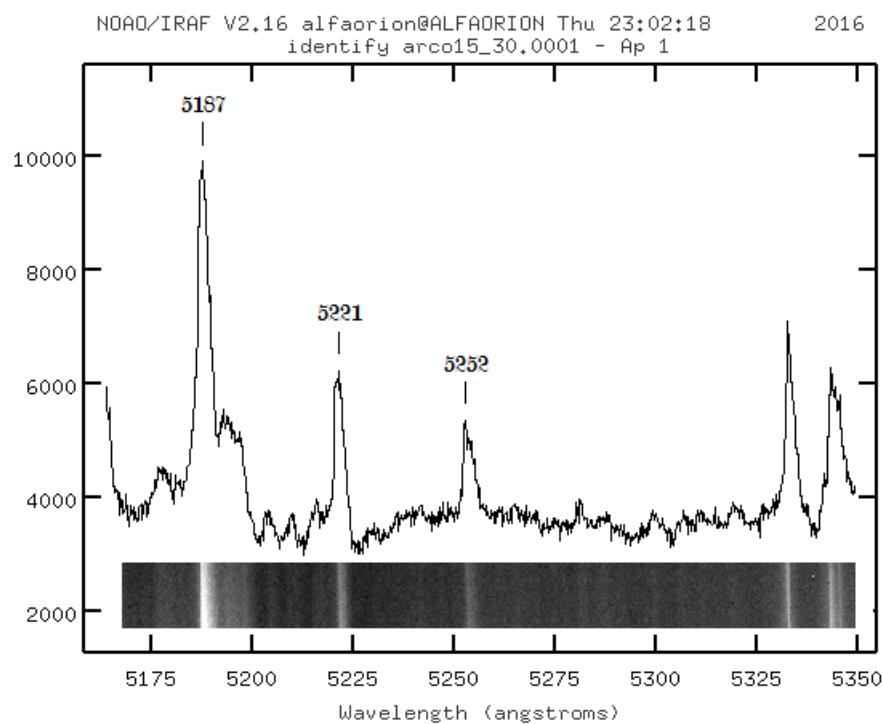


Figura 4.9: Lámpara de comparación centrada en la posición 15.43 mm.

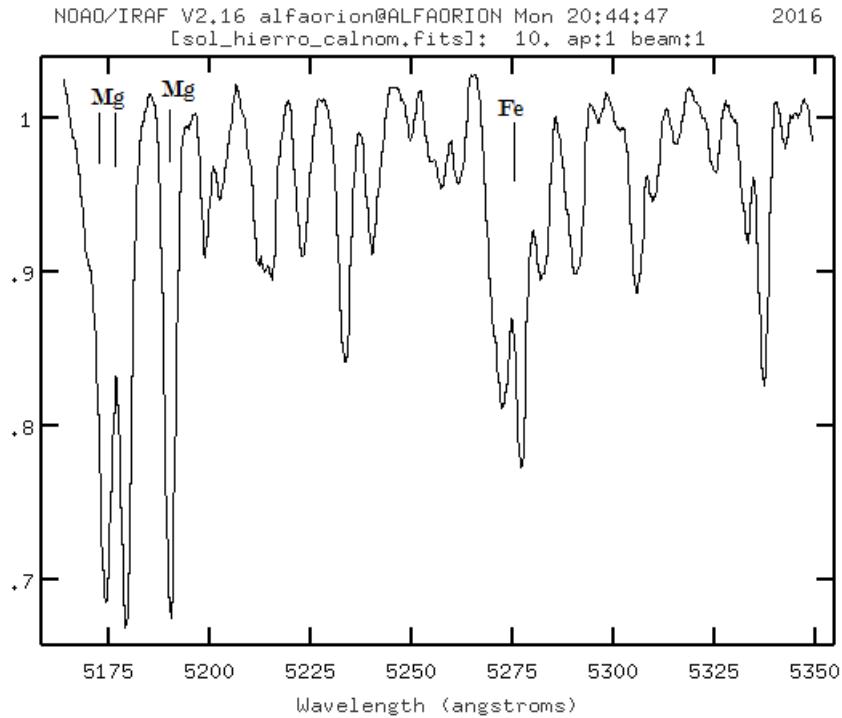


Figura 4.10: Espectro 1D del Sol en el rango de 5160 a 5350  $\text{\AA}$ .

En la figura 4.11(a) se muestra el espectro de alta resolución del Sol a color para la línea G correspondiente al  $H\gamma$  de longitud de onda 4340  $\text{\AA}$ , para la cual se calculó la posición con la ecuación 4.1 dando como resultado 12.77 mm del tornillo micrométrico. La figura 4.11(b) muestra el espectro en escala de grises para la misma línea con tiempo de exposición de 10 segundos, se tomó la lámpara de comparación argón-neón para la posición 12.77 mm como se muestra en la figura 4.12, el espectro fue procesado en *IRAF* y se obtuvo el perfil espectral 1D del Sol calibrado en longitud de onda y normalizado en el rango de 4280 a 4480  $\text{\AA}$  mostrado en la figura 4.13. En la parte izquierda del perfil espectral se observa la banda del radical CH que abarca las longitudes de onda desde 4299 a 4313  $\text{\AA}$ . El valor obtenido para la línea de 4340  $\text{\AA}$  fue de 4342  $\text{\AA}$  para un error de 2  $\text{\AA}$  con respecto al valor teórico



(a) Espectro a color centrado en la posición 12.77 mm.



(b) Espectro en escala de grises centrado en la posición 12.77 mm.

Figura 4.11: Espectro del Sol zona de la línea G.

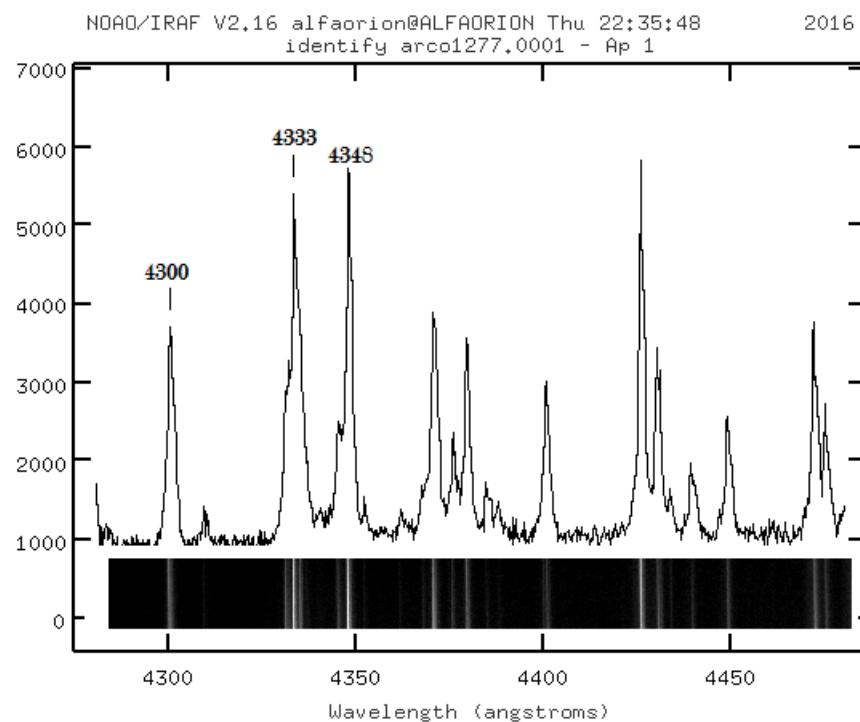


Figura 4.12: Lámpara de comparación centrada en la posición 12.77 mm.

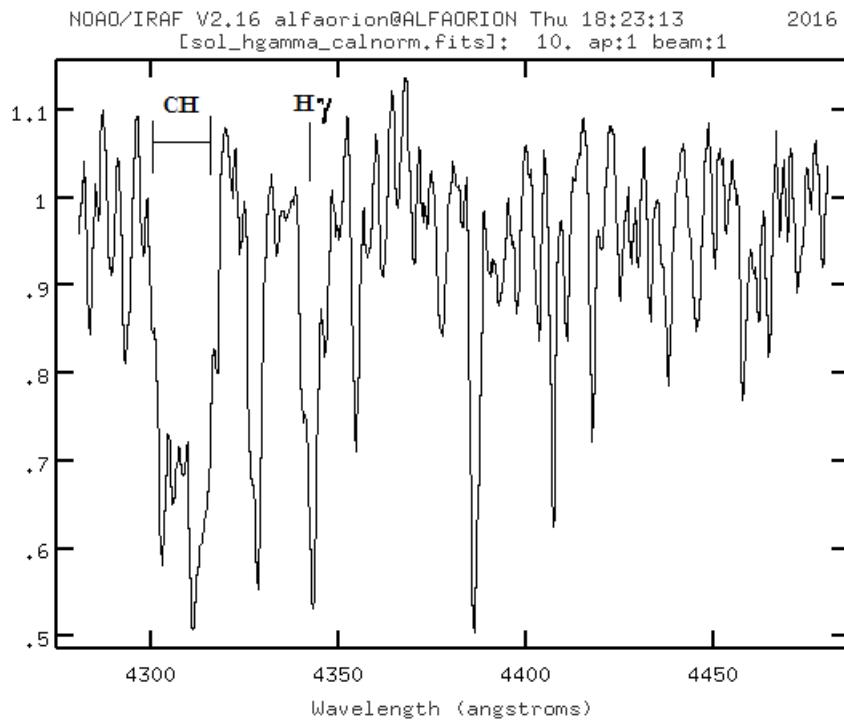


Figura 4.13: Espectro 1D del Sol en el rango de 4280 a 4480 Å.

## 4.2 Puesta a punto

A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar la metodología para la calibración del especlógrafo *Lhires III* del OAUTP, con el montaje instrumental descrito en la sección 3.1.5 telescopio-espectrógrafo-cámara. El procesamiento de los espectros se realizó con el software *IRAF* descrito en el apéndice A para obtener el perfil espectral 1D calibrado en longitud de onda y normalizado de los cuerpos celestes *Júpiter* y *del Cap.*

### 4.2.1 Espectro del planeta Júpiter

Se tomó el espectro del planeta *Júpiter* con tiempo de exposición de 120 segundos como se muestra en la figura 4.14, centrado en la posición 17.24 mm del tornillo micrométrico. Se usó la lámpara de neón interna del especlógrafo *Lhires III* en la posición 17.24 mm para el espectro de comparación como se muestra en la figura 4.15. El perfil espectral 1D se muestra en la figura 4.16 evidenciando la presencia del doblete de sodio correspondiente a las longitudes de onda de 5890 y 5896 Å. Realizando un acercamiento a la figura 4.16 en el doblete de sodio, se evidencia en la figura 4.17 las longitudes de onda en 5891 y 5897 Å con un error de 1 Å respecto al valor teórico.

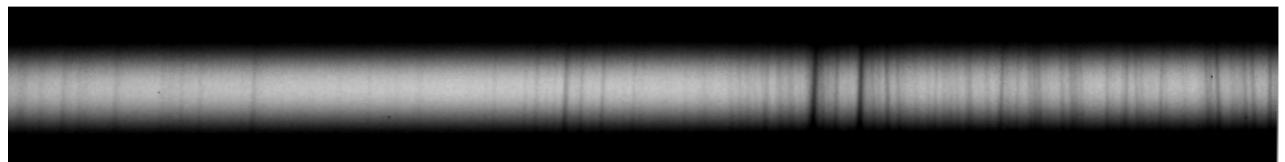


Figura 4.14: Espectro 2D del planeta Júpiter centrado en la posición 17.24 mm.

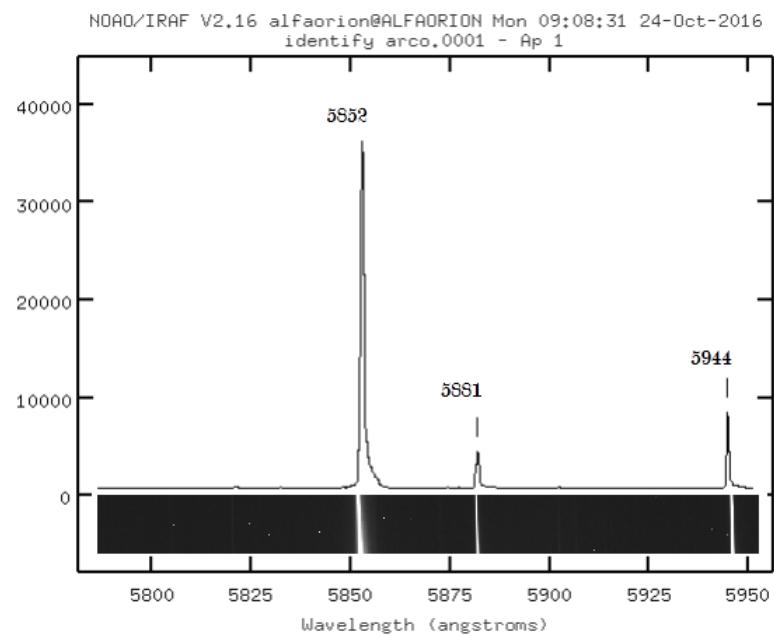


Figura 4.15: Lámpara de comparación centrada en la posición 17.24 mm.

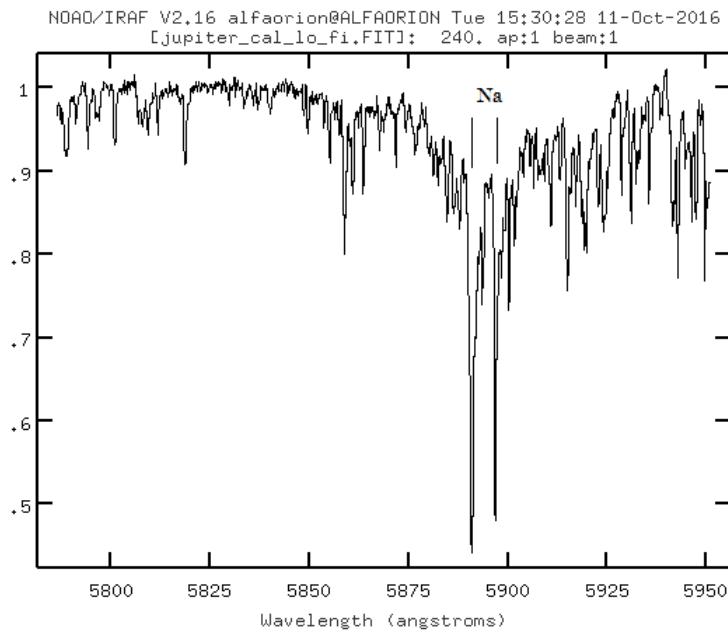


Figura 4.16: Espectro 1D del planeta Júpiter en el rango de 5790 a 5950 Å.

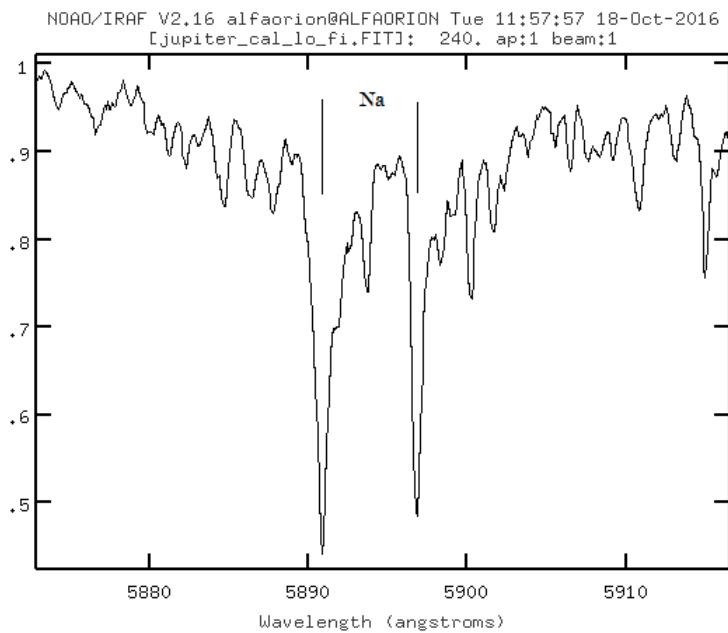


Figura 4.17: Doblete de sodio del planeta Júpiter.

### 4.2.2 Espectro de la estrella del Cap

Otro de los espectros capturados fue de la estrella *del Cap* de la constelación de Capricornio catalogada como binaria eclipsante [31], con tiempo de exposición de 20 minutos como se muestra en la figura 4.18, centrado en la posición 19.43 mm del tornillo micrométrico. Se usó la lámpara de neón interna del espectrógrafo *Lhires III* para el espectro de comparación como se muestra en la figura 4.19. El perfil espectral 1D se muestra en la figura 4.20 evidenciando la presencia de la línea del H $\alpha$  correspondiente a la longitud de onda de 6563 Å. Realizando un acercamiento a la figura 4.20 en el H $\alpha$ , se evidencia en la figura 4.21 la línea de absorción en 6562 Å, con un error de 1 Å con respecto al valor teórico.

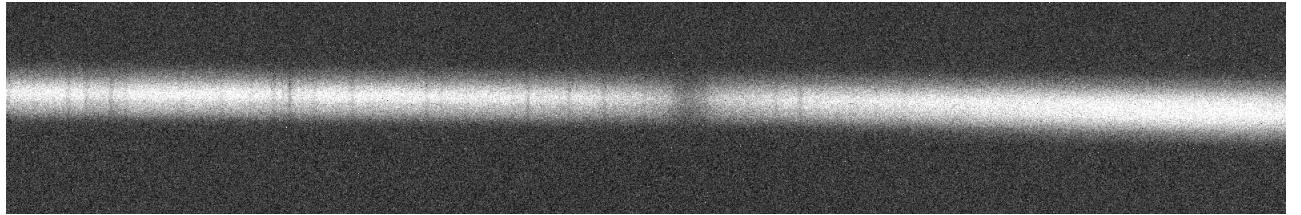


Figura 4.18: Espectro 2D de la estrella del Cap centrado en la posición 19.43 mm.

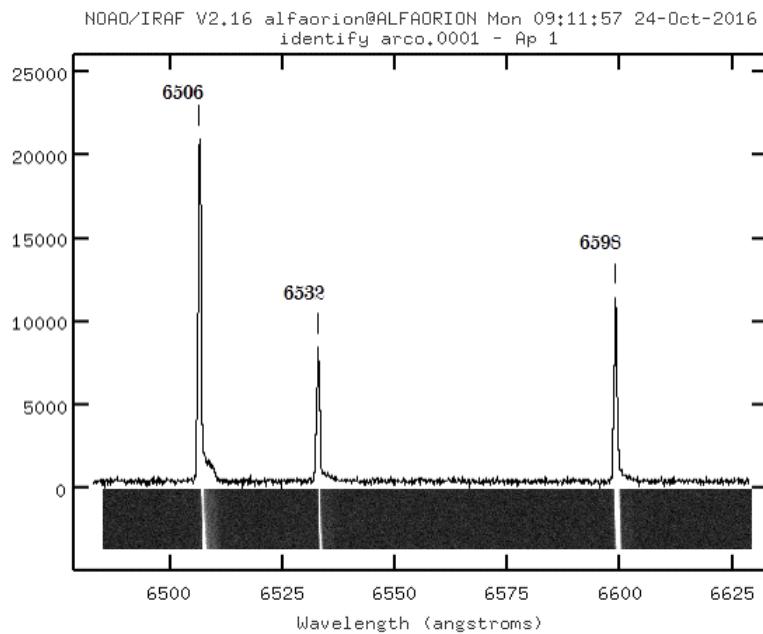


Figura 4.19: Lámpara de comparación centrada en la posición 19.43 mm.

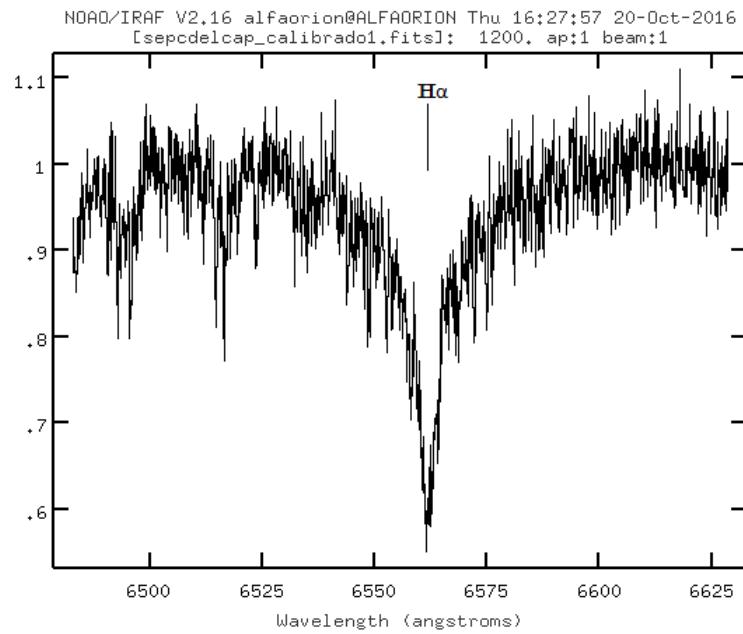


Figura 4.20: Espectro 1D de la estrella del Cap en el rango de 6480 a 6630 Å.

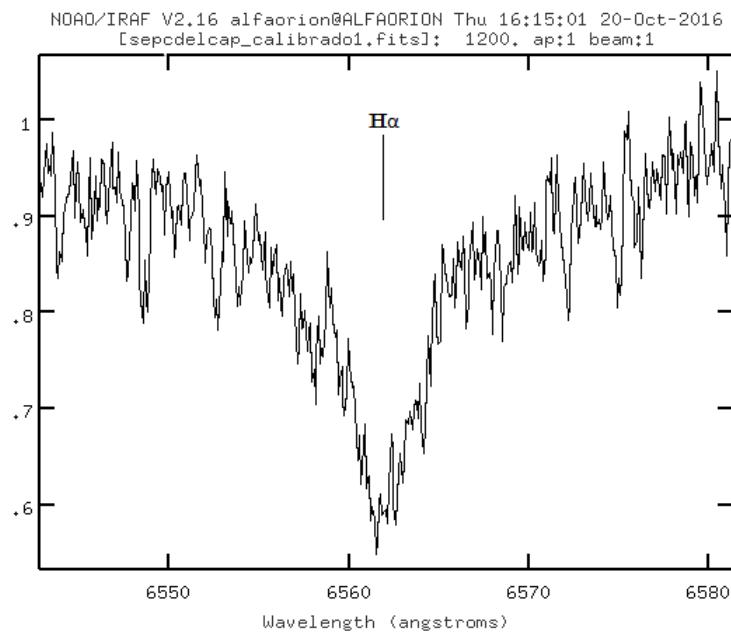


Figura 4.21: Línea H $\alpha$  de la estrella del Cap.

# Conclusiones

- La curva de calibración obtenida en el presente trabajo evidencia una correcta calibración del tornillo micrométrico del espectrógrafo *Lhires III* la cual permite conocer con un mínimo error la posición en la que debe colocarse para una longitud de onda específica a ser observada, que garantiza que la línea queda cerca del centro y en el campo de la imagen.
- Los espectros tomados desde el Observatorio Astronómico de la Universidad Tecnológica de Pereira (OAUTP) del *Sol*, del planeta *Júpiter* y la estrella *del Cap*, y el posterior procesamiento con el software *IRAF* muestran que la metodología implementada en el presente trabajo se realizó correctamente dado que las líneas espectrales obtenidas presentan un error menor a 3 Å respecto al valor teórico.
- El presente trabajo permite dar a conocer una buena base sobre las características del espectrógrafo *Lhires III* y su correcta calibración permitirá a futuros investigadores realizar mediciones de parámetros físicos de cuerpos celestes desde el OAUTP.

# Apéndice A

## Procesamiento de imágenes y espectros en IRAF

Para el procesamiento de las imágenes y espectros del presente trabajo se utilizó el software *IRAF* (*Image Reduction and Analysis Facility*). Este sistema proporciona un amplio conjunto de herramientas para el análisis y el procesamiento de imágenes astronómicas soportado sobre el sistema operativo *Linux*. Fue desarrollado a mediados de los años 80 en la *National Optical Astronomy Observatories* (NOAO) en Tucson, Arizona. Se ha hecho popular entre la comunidad astronómica entre otras cosas por haber sido seleccionado como el sistema sobre el cual se basan los programas de reducción y análisis de datos del *Telescopio Espacial Hubble* (HST) [32] [33].

Para realizar el procesamiento de imágenes y espectros en *IRAF* se realizará el método mostrado en el diagrama de flujo de la figura A.1, el cual se realizó a partir de la “*Guía para la reducción CCD con IRAF*” y “*Guía de Reducción de Espectros con IRAF*” del NOAO [34] [35].

### A.1 Iniciar IRAF

El primer paso para trabajar con *IRAF* consiste en configurar el tipo de imagen, para el presente trabajo se usará *fits* (*Flexible Image Transport System*) dado que por defecto es el tipo de imagen que entrega la cámara *SBIG ST-2000XM* utilizada en el presente trabajo; el tipo de imagen se debe configurar en el *login.cl* de *IRAF* en el campo *imtype=fits*” (también puede usarse *fit*, *fits*, *FIT*, *FITS*). Seguido de esto es importante configurar el visualizador del *DS9* este por defecto trae un ancho de imagen de 800 píxel, por lo cual para imágenes con un ancho mayor solo se mostrará una parte de esta; para cambiar esto se ingresa en el archivo *login.cl*, se ajusta el parámetro *stdimage=imt800* por el ancho de las imágenes de trabajo y se elimina el signo de comentarios, para el presente trabajo se usará *stdimage=imt1600* dado que es el ancho del sensor de la cámara *SBIG ST-2000XM* [19].

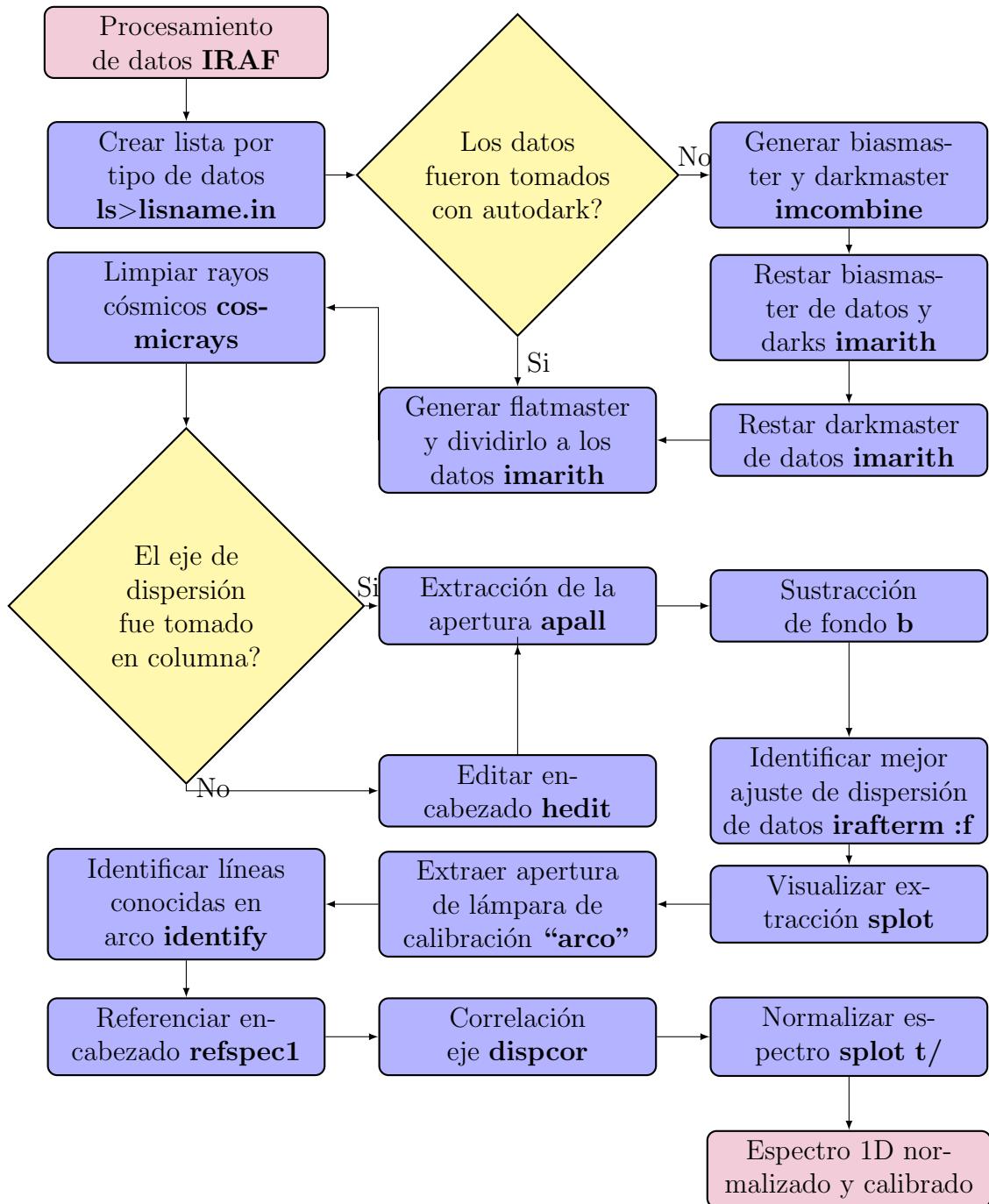


Figura A.1: Diagrama procesamiento de datos en IRAF.

Para iniciar *IRAF* se ejecuta en una terminal *xgterm* de *Linux* el cual equivale a una terminal regular que permite trabajar con una interfaz gráfica. Para trabajar con imágenes astronómicas se debe utilizar una herramienta de visualización externa, dado que *IRAF* no posee una, para el presente trabajo se usará *SAOImage DS9*, para abrirla se coloca *ds9* & en el terminal *xgterm* y esta se abre en una nueva ventana. Para acceder a *IRAF* se ejecuta el comando *ecl* en el *xgterm* y de esta forma ya se está dentro, la figura A.2 muestra las ventanas de trabajo nombradas. Con el comando *dir* o *ls* se puede conocer los archivos en carpeta en la que se encuentra actualmente *IRAF*, para moverse a una carpeta de trabajo se utiliza el comando *cd nombredecarpeta* (en *Linux* los nombres de carpeta no deben tener espacios).

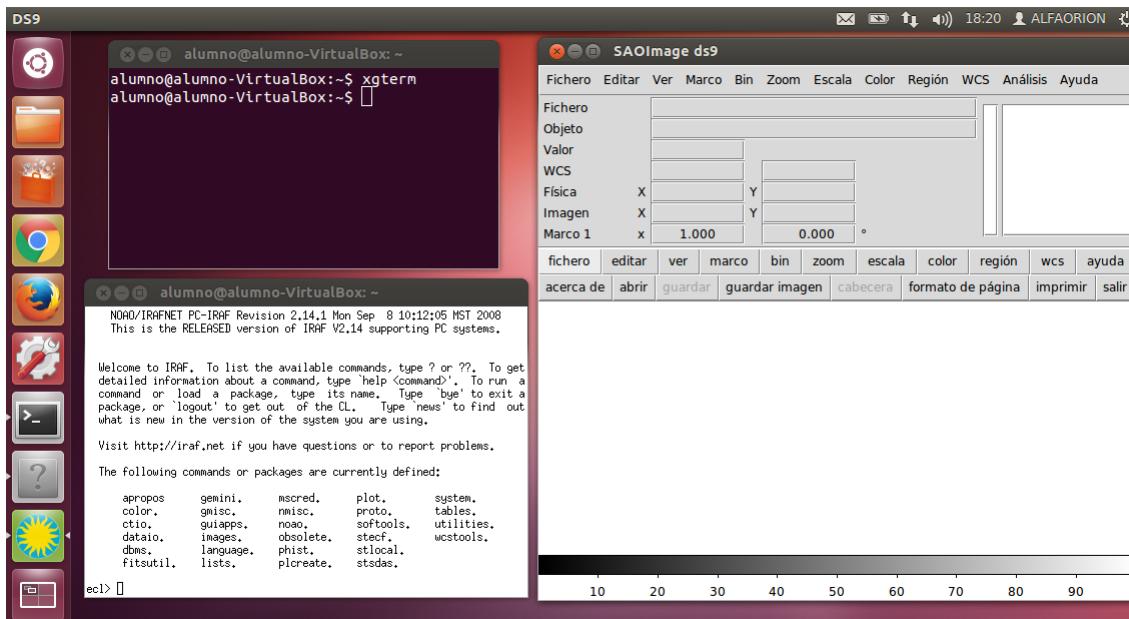


Figura A.2: *IRAF* en el entorno *Linux*.

## A.2 Tareas de *IRAF*

En *IRAF* los programas o comandos que el usuario ejecuta para realizar funciones específicas se denominan tareas (*task*). Las tareas que realizan funciones similares se agrupan en paquetes (*packages*). Un paquete se carga escribiendo su nombre, una vez que se carga, sus tareas están disponibles para su ejecución. El usuario puede acceder a las especificaciones de una tarea ejecutando en una línea *>>help* [32]. A continuación se nombran las tareas más comunes para trabajar con imágenes en *IRAF*, se antepone el comando *epar* para editar los parámetros de una tarea, se utiliza [:go] para ejecutar o [:q] para salir.

### A.2.1 Mostrar una imagen

Para visualizar una imagen se utiliza la tarea *display* del paquete *tv* de *IRAF* como se muestra en el siguiente comando, y la imagen es visualizada en el *DS9*.

```
>>epar display
image =      nombreImagen.fits   images to be displayed
frame =           1   frame to be written into
```

### A.2.2 Combinar imágenes

Para combinar las imágenes en *IRAF* se utiliza la tarea *imcombine* del paquete *images* subpaquete *immatch* para obtener una imagen promedio combinada. Esta tarea requiere de la siguiente información: la lista de las imágenes a combinar, el nombre de la imagen de salida más la extensión (para la presente extensión .fits) y el tipo de combinación el cual puede ser: promedio, mediana o moda. A continuación se muestra los comandos al utilizar la tarea *imcombine*:

```
>>epar imcombine
input =      @list_images.in  List of images to combine
output =      final_image.fits  Output image
(combine =           average)  Type of combine operation
```

### A.2.3 Operaciones con imágenes

Para realizar operaciones aritméticas entre imágenes en *IRAF*, tales como suma, resta, multiplicación y división, se utiliza la tarea *imarith* del paquete *images* subpaquete *imutil*. Esta tarea requiere de la siguiente información: la imagen o lista de imágenes operando, el signo del operador (+, -, \*, /), el valor de la constante o el nombre de la imagen operando y el nombre que llevará la imagen resultante o la lista de imágenes. A continuación se muestra los comandos al utilizar la tarea *imarith*:

```
>>epar imarith
operand1 =      @list_image.in  Operand image or numerical constant
op =           -  Operator
operand2 =      operand.fits  Operand image or numerical constant
result =      pref/@list_image.in  Resultant image
```

### A.2.4 Estadísticas de una imagen

Para ver las estadísticas de una imagen se utiliza la tarea *imstat* del paquete *images* subpaquete *imutil* la cual presenta los datos de mediana, desviación estándar, valor mínimo y máximo de los pixeles de la imagen. Si el usuario necesita conocer detalladamente las

estadísticas de una porción de la imagen se utiliza la tarea *imexam* del paquete *images* subpaquete *tv*, se selecciona la zona deseada y se presiona [m]. Para ambas tareas se mostrará la siguiente forma (los valores mostrados son de una imagen de ejemplo).

```
>>imstat
IMAGE          NPIX   MEAN   STDDEV   MIN    MAX
nombreImagen.fits 1920000 -1582     2771   -33412  62169
```

## A.3 Preprocesamiento de imágenes

Para iniciar el preprocesamiento de las imágenes se realiza una lista por cada tipo de imágenes a procesar, es decir, *bias*, *darks*, *flats* e imágenes en crudo (RAW) que para el presente trabajo se denominarán *data*, las listas se realizan con la siguiente línea:

```
>>ls pref*.fits > lisnombre.in
```

Donde “*ls*” es el comando para realizar listas, *pref* el prefijo de los archivos, “\*” es el carácter especial para encontrar elementos con datos similares, es decir, la numeración de las imágenes, *fits* la extensión de las imágenes la cual puede variar, *>* es el carácter que indica donde guardar la lista, *lisnombre* el nombre con el cual se guardará la lista, *.in* o *.ls* es la extensión de la lista que corresponde a índice y lista respectivamente e indican a *Linux* que el archivo es de texto y contiene una secuencia de archivos.

Para llamar una lista de imágenes en una tarea se antepone el símbolo @ al nombre de la lista, ejemplo @lisbias.in. Cuando se opera con las imágenes de una lista para no sobreescribirlas el usuario puede anteponer el prefijo con el que desea las imágenes de salida seguido del símbolo “//”, ejemplo pref//@lisdata.in. Para visualizar una lista se escribe en una línea *>>cat* el nombre de la lista y la extensión *>>cat @lisdata.in*.

### A.3.1 Bias

Para combinar las imágenes *bias* se utiliza la tarea *imcombine* para obtener una imagen promedio combinada *bias master*.

```
>>epar imcombine
input      =      @lisbias.in  List of images to combine
output     =      biasmaster.fits List of output images
(combine   =      average)  Type of combine operation
```

Después realizar la imagen maestra del *bias* se procede a restarla de todas las imágenes incluyendo los *darks* y *datos* con la tarea *imarith*.

```
>>epar imarith
operand1 = @lisdata.in Operand image or numerical constant
op = - Operator
operand2 = biasmaster.fits Operand image or numerical constant
result = pref//@lisdata.in Resultant image
```

### A.3.2 Darks

Ahora para realizar la imagen maestra del *dark* se realiza la combinación de las imágenes por la tarea *imcombine* y la imagen resultante es el *dark master*.

```
>>epar imcombine
input = @lisdarks.in List of images to combine
output = darkmaster.fits List of output images
(combine = average) Type of combine operation
```

Después de realizar la imagen maestra del *dark* se procede a restarla de todas las imágenes con la tarea *imarith*.

```
>>epar imarith
operand1 = @lisdata.in Operand image or numerical
op = - Operator
operand2 = darkmaster.fits Operand image or numerical
result = pref//@lisdata.in Resultant image
```

### A.3.3 Flat

Para finalizar el preprocesamiento de imágenes, es necesario corregir las imágenes por *flat*. Para ello se combinan todos los *flat* con la tarea *imcombine* y tipo de combinación mediana.

```
>>epar imcombine
input = @lisflats.in List of images to combine
output = flatcombine.fits List of output images
(combine = median) Type of combine operation
```

La imagen de salida no corresponde al *flat master* dado que antes de corregirlo de las imágenes se debe normalizar. *IRAF* posee la tarea *normflat* del paquete *imred* subpaquete *generic* la cual requiere de la siguiente información.

```
>>epar normflat
image = flatcomb.fits Calibration image
flatfield = flatmaster.fits Flat field image
(norm = INDEF Normalization if nor INDEF)
```

Con la tarea *imstat* se comprueba de que el valor de la mediana del *flat master* es 1 por lo tanto ya se tiene el *flat* normalizado.

Dado que el *flat* es un ruido multiplicativo la forma de eliminarlo es dividiendo la imagen por el *flat master*. Las imágenes finales llevarán el nombre final para identificarlas en procesos posteriores.

```
>>epar imarith
operand1 = @lisdata.in Operand image or numerical
op = /
operand2 = flatmaster.fits Operand image or numerical
result = pref//@lisdata.in Resultant image
```

Dado que a las imágenes en crudo se le ha restado el *bias* y el *dark*, y se ha dividido por el *flat* estas ya se encuentran limpias del ruido electrónico e instrumental.

### A.3.4 Rayos cósmicos

Los rayos cósmicos se presentan en las imágenes como puntos brillantes aun cuando ya se ha realizado la sustracción de *darks*. Para la limpieza de estos rayos se utiliza la tarea *cosmicrays* del paquete *noao* subpaquete *imred* subsubpaquete *crutil* como se muestra a continuación y *IRAF* detectará los rayos cósmicos presentes en las imágenes:

```
>>epar cosmicrays
input = @lisdata.in List of images in which to detect cosmic rays
output = pref//@lisdata.in List of cosmic ray replaced output images (optional)
(npasses) = 5 Number of detection passes
```

## A.4 Extracción del espectro

Después de completar la reducción de ruido *CCD*, al espectro 2D procesado se le debe extraer el espectro 1D. Es decir, todos los píxeles espectrales de una señal se promedian perpendicular a la dirección de dispersión [34]. Con el fin de calibrar la longitud de onda del espectro reducido independiente del espectro estelar, se utiliza fuentes de luz con líneas de emisión bien conocidas tomadas en laboratorio.

Antes de hacer la extracción del espectro es importante definir el eje de dispersión en la imagen el cual *IRAF* tiene por defecto en columna como se muestra en la figura A.3. Para definir el eje de dispersión se utiliza la tarea *hedit* del paquete *images* subpaquete *imutil* y se asigna el valor de 1 al campo *DISPAXIS*.

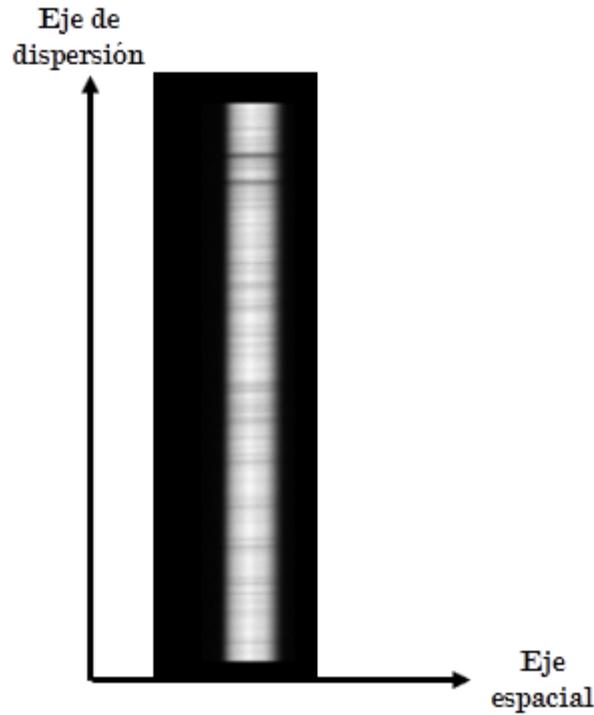


Figura A.3: Ejes de dispersión.

```
>>epar hedit
images      =      image.fits    images to be edited
fields       =      DISPAXIS    fields to be edited
format       =      onedspec    Extracted spectra format
value        =            1    value expression
(update     =      yes)    enable updating of the image header
```

#### A.4.1 Parámetros de la tarea *apall*

Encontrar el espectro se puede hacer de forma manual examinando un corte a lo largo del eje espacial e indicar el pico apropiado con el cursor, o se puede hacer de forma automática si el pico presente más fuerte es el espectro adecuado. La tarea de *IRAF* que permite encontrar el espectro es *apall* [34].

##### Encontrar la apertura

Se carga el paquete *noao* subpaquete *twodspec* subsubpaquete *apextract* los cuales no se encuentran cargados por defecto en *IRAF*. Se llama la tarea *apall* que solicita la información

de la imagen que se ha denominado *data.fits* para procesar.

```
>>epar apall
input      =      data.fits  List of inputs images
find       =      yes      Find apertures?
format     =      onedspec Extracted spectra format
resize     =      yes      Resize apertures
edit       =      yes      Edit apertures
```

Una vez se ingresan estas funciones aparece una ventana gráfica llamada *irafterm* como se muestra en la figura A.4 en la cual la apertura ha sido encontrada y centrada automáticamente. El usuario puede modificar apertura usando las opciones: [d]- borrar apertura, [m]- marcar una nueva apertura automática, [n]- seleccionar apertura manual, [l]- seleccionar límite inferior de la apertura, [u]- seleccionar límite superior de la apertura, [w+x] - zoom en x, [w+y] - zoom en y, [w+a] - quitar zoom.

## Fondo

La región de fondo se define en términos de una región a la izquierda y derecha del centro del perfil. A continuación, se puede examinar estas regiones que se muestran en un corte a lo largo del eje espacial, y modificarlos si es necesario. Es muy fácil de establecerlo de forma interactiva usando las siguientes opciones: [b]- (background), [z]- borra un segmento, [t]- borra todos los segmentos, [s]- crea un segmento y [f]- ajusta el nivel de los segmentos de fondo. Cuando el usuario este seguro del ajuste de fondo se utiliza la opción [q]-(quit) dos veces para salir.

## Trazar apertura

A pesar de que se supone que el eje espacial es exactamente lo largo de una fila o columna, el espectro no será exactamente perpendicular al eje espacial.

Para trazar la apertura el *irafterm* preguntará si se traza la apertura interactivamente, se muestra una gráfica interactiva que utiliza una herramienta estándar de *IRAF* llamada *ic-fit* (*interactive curve fitting*) como se muestra en la figura A.5, esta se utiliza normalmente para buscar el mejor ajuste matemático a la curva del espectro, *IRAF* tiene implementado los siguientes: legendre, chebyshev, spline1 (*linear spline*) o spline3 (*cubic spline*), además permite cambiar el orden del ajuste con [:o 2,3...], el tipo de función con [:f] y la opción [f] permite visualizar los cambios, cuando el usuario encuentra el mejor ajuste a la dispersión de sus datos se da [q] para salir.

El *irafterm* realiza las siguientes preguntas durante el trazo de la apertura y la imagen de salida se le nombrará *espectro\_data* para una buena nomenclatura en los archivos.

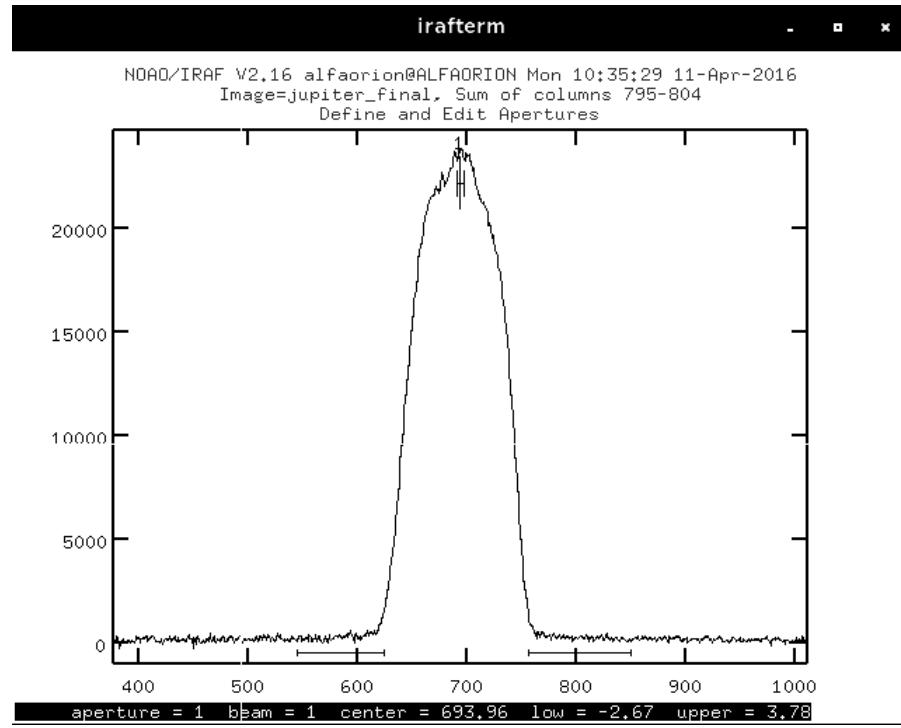


Figura A.4: Ventana del irafterm para trazar apertura.

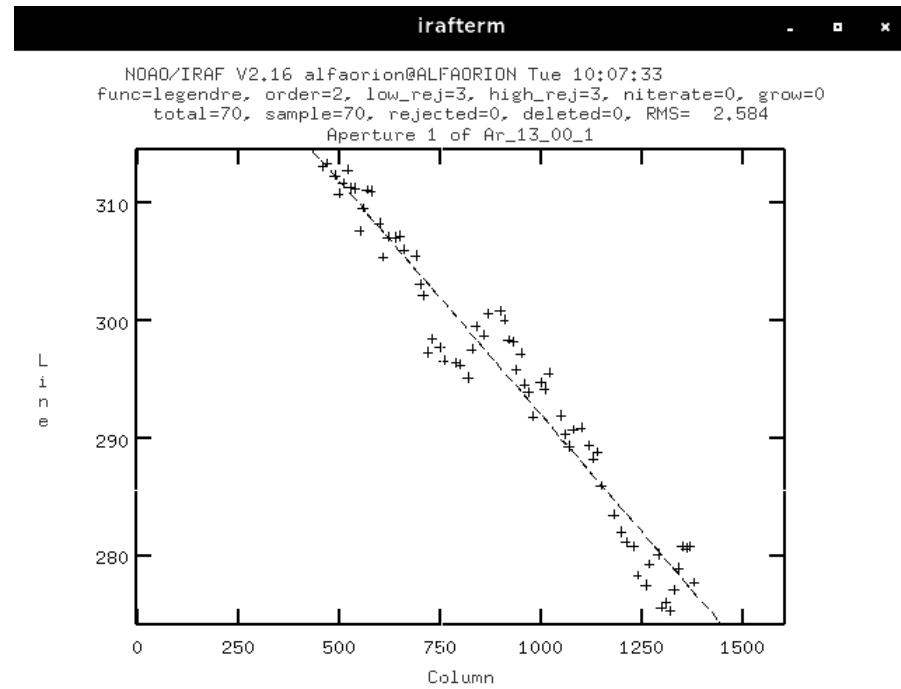


Figura A.5: Ventana del irafterm para el ajuste de la curva.

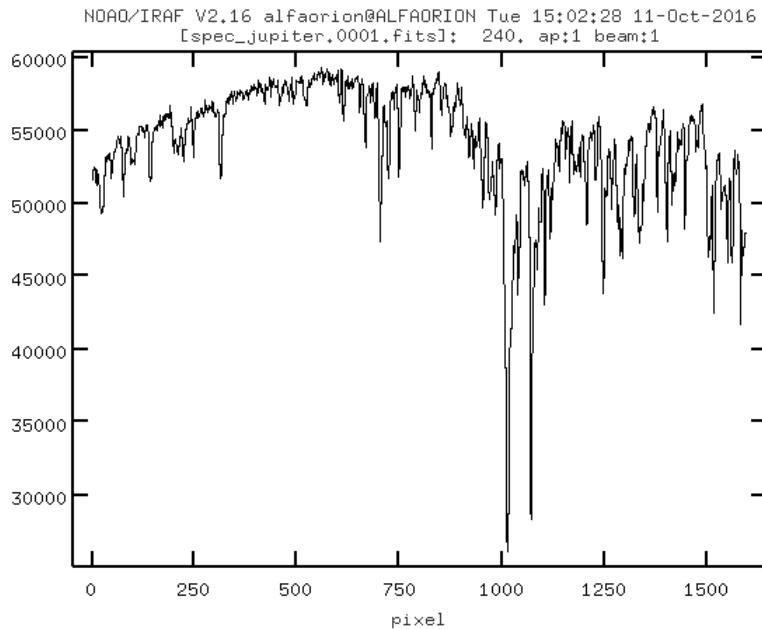


Figura A.6: Ventana splot.

- Trace apertures for data\_00? (yes):
- Fit trace position position for data\_00 interactively? (yes):
- Fit curve to aperture 1 of data\_00 interactively? (yes):
- Write apertures for data\_00 to database? (yes):
- Extract aperture spectra for data\_00? (yes):
- Review extracted spectra from data\_00? (yes):
- Review extracted spectrum for aperture 1 from data\_00? (yes):
- Output image name: *espectro\_data*

La imagen resultante *espectro\_data* ya no es una fotografía, por lo que la tarea *display* ya no la muestra, para visualizarla se usa de ahora en adelante la tarea *splot* (*Spectrum Plotter*).

## Splot

Para visualizar la extracción del espectro, como se muestra en la figura A.6, se realiza con la tarea *splot* del paquete *noao* subpaquete *onedspec*. Las opciones más comunes de *splot* son: [m]- estadísticas, [e]- ecuación de la línea seleccionada y [t]- ajuste continuo. Se observa hasta este punto en la figura que el eje horizontal está en píxeles y el eje vertical en cuentas, es decir, el espectro no está calibrado en longitud de onda ni normalizado respectivamente.

## A.5 Calibración en longitud de onda

### A.5.1 Extracción del espectro de comparación.

El primer paso es hacer la extracción de la apertura de la lámpara de calibración tomada (*Ne, Ar, Hg, H*) idéntica al objeto *data.fits*, para ello se utiliza la tarea *apall* como se muestra a continuación [34]:

```
>>apall lamp-calibra references= data recenter- trace- back- interac- output=arco
```

Esto extraerá un espectro de comparación de la imagen *lamp-calibra* a partir de la extracción de la apertura usada para el espectro de la imagen *data*. (*recenter-*) indica que no se recentrará, (*trace-*) utiliza la misma traza de data, (*back-*) no se realiza substracción de fondo, (*interac-*) no hacerlo de forma interactiva y finalmente la salida se le asignará el nombre de *arco* para usar una nomenclatura adecuada a la identificación del espectro de comparación.

### A.5.2 Identificar líneas conocidas

El siguiente paso en el proceso es ejecutar la tarea *identify* del paquete *noao* subpaquete *onedspec* en el espectro de comparación extraído “*arco*”, este permite visualizar es espectro de la lámpara de comparación “*arco*” como se muestra en la figura A.7 para identificar las líneas de comparación conocidas de las lámparas de neón, argón, hidrógeno y mercurio tomadas para la calibración.

Identificar como mínimo dos líneas, por cada línea colocar el cursor sobre el centro de la línea, la opción [m] permite escribir la longitud de onda correspondiente, seguido se usa la opción [f] para asignar la función que mejor se ajuste a la dispersión de datos y el orden de esta, una vez seleccionadas [q] para salir.

### A.5.3 Corregir el eje de dispersión del espectro del objeto.

Una vez identificadas las líneas de comparación se procede a referenciarlas en el encabezado del espectro sin calibrar, se realiza con la siguiente línea de comando.

```
>>redit espectro REFSPEC1 arco add+
```

Finalmente se utiliza la tarea *dispcor* del paquete *noao* subpaquete *onedspec* para que el eje horizontal quede correlacionado en longitud de onda en la imagen de salida.

```
>>epar dispcor
input      =           espectro   list of input spectra
output     =           espectrocalibrado   list of output spectra
```

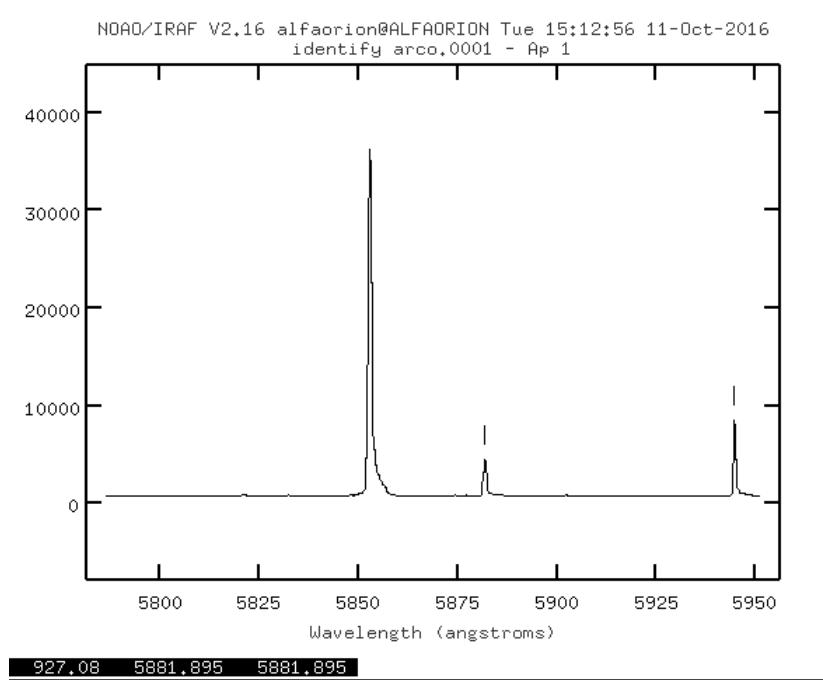


Figura A.7: Ventana identify.

## A.6 Normalización del espectro

El procedimiento realizado hasta este punto ha permitido realizar la calibración en longitud de onda pero el eje vertical esta en términos del número de cuentas. Dado que existe un cambio de la sensibilidad del detector *CCD* dependiente de la región de longitud de onda observada es útil normalizar el espectro del objeto para que el nivel continuo sea la unidad.

Para la normalización del espectro se utiliza la tarea *splot*, se usa la opción [t] y se da la opción normalizar con [/] [34]. El usuario busca el mejor ajuste para la normalización con las opciones: [s]-seleccionar región a la derecha e izquierda, [z]- borrar región, [:f] para cambiar la función del ajuste y [:o] para cambiar el orden, [q] para terminar la normalización e [i] para guardar el espectro.

De esta forma se finaliza el procesamiento de espectros y se tiene el perfil espectral 1D del cuerpo celeste calibrado con longitud de onda (eje horizontal) y normalizado (eje vertical) como se muestra en la figura A.8.

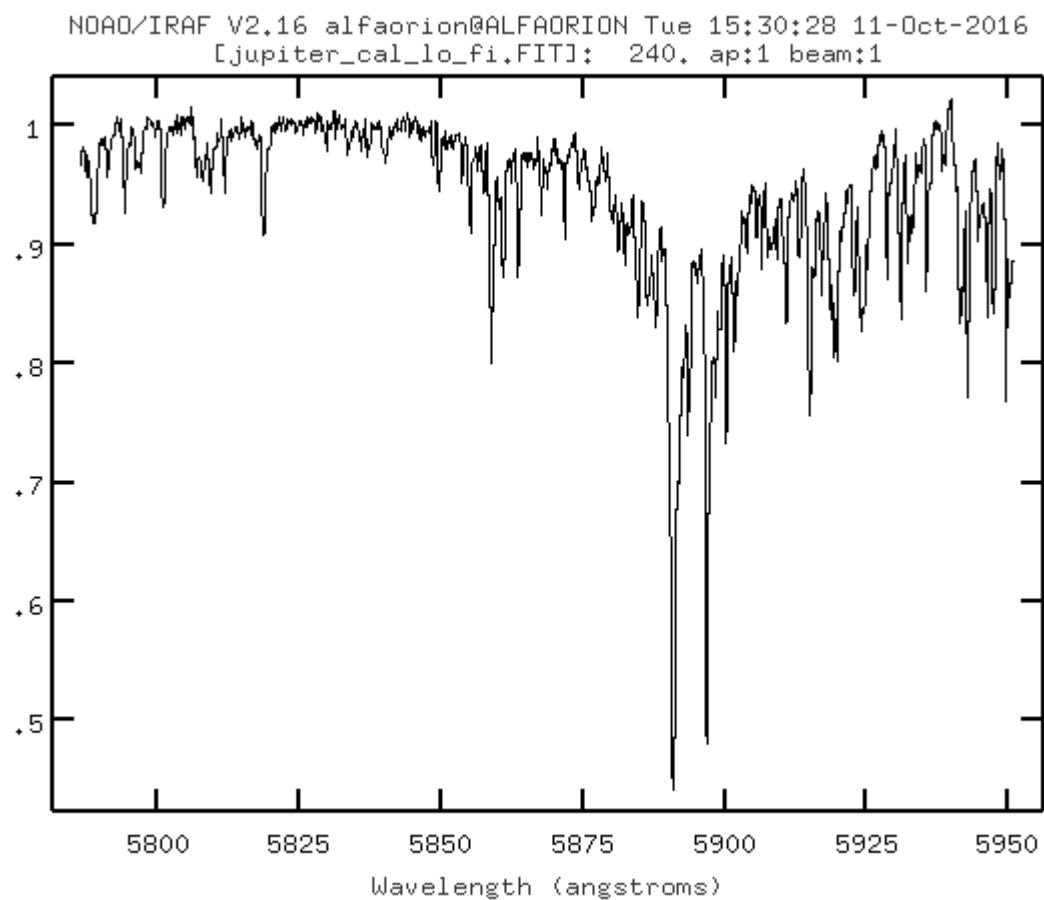


Figura A.8: Espectro calibrado en longitud de onda y normalizado.

# Apéndice B

## Estimación de mínimos cuadrados

El método de los mínimos cuadrados se trata de la estimación de parámetros, reduciendo al mínimo las diferencias al cuadrado entre los datos observados, por un lado, y sus valores esperados por el otro. Vamos a estudiar el método en el contexto de un problema de regresión, donde la variación en una variable, llamada la respuesta de la variable  $Y$ , puede explicarse en parte por la variación en las otras variables, llamadas covariables  $X$  [36]. Dado el valor de  $X$ , la mejor predicción de  $X$  (en términos de error cuadrático medio) es la media  $f(X)$  de  $Y$  dado  $X$ . Se dice que  $Y$  es una función de  $X$  más el ruido como se muestra en la ecuación B.1.

$$Y = f(X) + \text{ruido} \quad (\text{B.1})$$

La función  $f$  se llama una función de regresión. Es de calcularse a partir del muestreo de  $N$  covariables y sus respuestas  $x_1, y_1, \dots, x_N, y_N$ . Supongamos que  $f$  se conoce hasta un numero finito  $p \leq N$  de parámetros  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)'$ , esto es,  $f = f_b$ , se estima  $\beta$  por los valores de  $\hat{\beta}$  que da el mejor ajuste a los datos. El estimador de mínimos cuadrados, denotado por  $\hat{\beta}$ , es el valor de  $b$  que minimiza sobre todo posible  $b$ , ecuación B.2.

$$\sum_{i=1}^N (y_i - f_b(x_i))^2 \quad (\text{B.2})$$

Consideremos el caso donde  $f_\beta$  es una función lineal de  $\beta$ , es decir. Aquí  $(X_1, \dots, X_p)$  representan las variables observadas utilizados en  $f_\beta(X)$ .

$$f_b(X) = X_1\beta_1 + \dots + X_p\beta_p \quad (\text{B.3})$$

Para anotar el estimador de mínimos cuadrados para el modelo de regresión lineal, es conveniente utilizar la notación matricial. Sea  $y = (y_1, \dots, y_N)'$  y sea  $X$  la matriz de datos  $N \times p$  de las  $N$  observaciones sobre las  $p$  variables.

$$X = \begin{bmatrix} X_{1,1} & \dots & X_{1,p} \\ \vdots & & \vdots \\ X_{N,1} & \dots & X_{N,p} \end{bmatrix} = (X_1 \dots X_p) \quad (\text{B.4})$$

Donde  $X_j$  es el vector columna de las  $N$  observaciones sobre la variable  $j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ; denotan la longitud cuadrada del vector  $\mathbf{v}$   $N$ -dimensional por  $\|\mathbf{v}\|^2 = \mathbf{v}'\mathbf{v} = \sum_{i=1}^N v_i^2$ . Entonces la ecuación B.7 puede ser escrita como la ecuación B.5 que es la distancia cuadrada entre el vector  $y$  y la combinación lineal  $b$  de las columnas de la matriz  $X$ . La distancia se minimiza tomando la proyección de  $y$  en el espacio atravesado por las columnas de  $X$ .

$$\|y - Xb\|^2 \quad (\text{B.5})$$

Supongamos ahora que  $X$  tiene rango de columna completo, es decir, ninguna columna en  $X$  puede ser escrita como una combinación lineal de las otras columnas. Entonces, el estimador de mínimos cuadrados  $\hat{\beta}$  está dado por la ecuación B.6.

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (\text{B.6})$$

Para construir intervalos de confianza para los componentes de  $\hat{\beta}$ , o combinaciones lineales de estos componentes, se necesita un estimador de la matriz de covarianza de  $\hat{\beta}$ . Ahora, se puede demostrar que, dada  $X$ , la matriz de covarianza del estimador  $\hat{\beta}$  es igual a la ecuación B.7.

$$(X'X)^{-1}\sigma^2 \quad (\text{B.7})$$

Donde  $\sigma^2$  es la varianza del ruido. Como un estimador de  $\sigma^2$ , tenemos la ecuación B.8.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-P} \sum_{i=1}^N \hat{e}_i^2 \quad (\text{B.8})$$

Donde  $\hat{e}_i$  son los residuales como se muestra en la ecuación B.9.

$$\hat{e}_i = y_i - x_{i,1}\hat{\beta}_1 - \dots - x_{i,p}\hat{\beta}_p \quad (\text{B.9})$$

La matriz de covarianza  $\hat{\beta}$  puede ser estimada por la ecuación B.10.

$$(X'X)^{-1}\hat{\sigma}^2 \quad (\text{B.10})$$

Por ejemplo, la estimación de la varianza de  $\hat{\beta}$  se muestra en la ecuación B.11

$$\hat{var}(\hat{\beta}_j) = \tau_j^2 \hat{\sigma}^2 \quad (\text{B.11})$$

Donde  $\tau_j^2$  es el elemento de la diagonal de  $(X'X)^{-1}$ . Un intervalo de confianza para  $\beta$  se obtiene tomando el estimador de mínimos cuadrados  $\hat{\beta} \pm \text{un margen}$  como se muestra en la ecuación B.12.

$$\hat{\beta}_j \pm c \sqrt{var(\hat{\beta})} \quad (B.12)$$

Donde  $c$  depende del nivel de confianza elegido. Para un intervalo de confianza del 95%, el valor  $c = 1.96$  es una buena aproximación cuando  $N$  es grande. Para valores pequeños de  $N$ , por lo general se toma una  $c$  más conservadora usando las tablas de la distribución *t-Student* con  $N - p$  grados de libertad.

# Apéndice C

## Rutinas implementadas en *Matlab*®

### C.1 Cálculo de la matriz de covarianza.

```
function [coef, cov] = matrizcov(B)
x = B(:,1);
y = B(:,2);
N = length(B(:,2));
for i=1:N
    aux(i)=x(i)^2;
end
X=[ones(N,1) x aux'];
coef=((X'*X))\X'*y;
sigma_cuadrado= 0;
for i=1:N
    yc(i)=coef(1)+coef(2)*x(i)+coef(3)*x(i)^2; % y calculado
    sigma_cuadrado=sigma_cuadrado+(y(i)-yc(i))^2;
end
sigma_cuadrado=sigma_cuadrado*(1/(N-3));
cov=(X'*X)\eye(3)*sigma_cuadrado; %matriz de covarianza
end
```

### C.2 Cálculo de la posición

```
function [res inc]=posicion(datos, x) %prediccion de la posision
[coef, cov] = matrizcov(datos);
res=coef(1)+coef(2)*x+coef(3)*x^2; %x posision deseada
inc=[1 x x^2]*cov*[1 x x^2]';
end
```

# Bibliografía

- [1] Ken M Harrison. *Astronomical spectroscopy for amateurs*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [2] Ömür Çakırlı, Ahmet Dervişoğlu, Esin Sipahi, and Cafer İbanoğlu. Absolute properties of the neglected eclipsing b-type binary hd 194495. *New Astronomy*, 17(2):215–220, 2012.
- [3] D Sürgit and A Erdem. Neglected reverse algol system: Wz hor. *New Astronomy*, 17(3):336–340, 2012.
- [4] Olivier Thizy, Christian Buil, François Cochard, and Coralie Neiner. Organizing a professional–amateur collaboration with a lhires iii spectrograph. *Planetary and Space Science*, 56(14):1878–1881, 2008.
- [5] Benjamin G Jenkins. A study of the lhires iii spectrograph on the hard labor creek observatory 20 inch telescope. 2011.
- [6] Jeffrey L Hopkins. Small telescope spectroscopy of epsilon aurigae. In *Society for Astronomical Sciences Annual Symposium*, volume 31, pages 89–96, 2012.
- [7] Benjamín Oostra. Espectros. *Universidad de los Andes*, 2012.
- [8] B Oostra and DA Ramírez Casallas. Espartaco: A high-resolution, low-cost spectrograph for students. *Revista Colombiana de Física*, 43(2):312, 2011.
- [9] Beatriz Sabogal and Alejandro García-Varela. Estrellas be en ambientes de baja metalicidad. *Revista de Ciencias*, 6(2), 2015.
- [10] Richard Walker. *Analysis and Interpretation of Astronomical Spectra*. 2013.
- [11] Bernardo Fontal, Trino Suárez, Maricela Reyes, F Bellandi, R Contreras, and I Romero. El espectro electromagnético y sus aplicaciones. *Reproducción*, 2005.
- [12] Jorge I Zuluaga. *Notas del Curso Fundamentos de Astrofísica*. Reimpresos Universidad de Antioquia, 2007.
- [13] Eugene Hecht. *Optics (Ed. 4)*. Pearson education, 2002.

- [14] Nobar Baella and Antonio Pereyra. Calibraciones fotométricas astronómicas en el observatorio de huancayo. *TECNIA*, 13(1), 2003.
- [15] Brian Warner. *A practical guide to lightcurve photometry and analysis*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [16] Meade Instruments Corporation. *Instruction Manual Meade LX200GPS 16" Smithdt-Cassegrain Telescope*, 2003.
- [17] Shelyak Instruments. *Lhires III User Guide*, 2006.
- [18] SBIG Santa Barbara Instrumental Group. *Operating Manual CCD Camera Models ST-7XE-XME, ST-8XE, ST-9XE, ST-10XE-XME and ST-2000XM/XCM With High Speed USB Interface*, 2004.
- [19] KODAK Company. *KAF-8300C: CCD Image Sensor Datasheet*, 2010.
- [20] W Romanishin. An introduction to astronomical photometry using ccds. *University of Oklahoma*, 31, 2002.
- [21] Adam Stuart. *CCD Astrophotography: High-quality Imaging from the Suburbs*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [22] Truesense imaging inc. *KAI-0340 IMAGE SENSOR*, 2012.
- [23] SBIG Santa Barbara Instrumental Group. *Model ST-i CCD Camera Operating Manual*, 2011.
- [24] Marcelo Alonso and Edward J Finn. *Física. Campos y ondas (vol. 2)*. Fondo Educativo Interamericano, 1998.
- [25] Héctor Alzate López. *Física de las ondas*. Universidad de Antioquia, 2007.
- [26] Francis W Sears, A Lewis Ford, and Roger A Freedman. *Física universitaria: con física moderna (Vol. 2)*. Pearson educación, 2005.
- [27] NIKON Manual de usuario camara digital D610. <http://downloadcenter.nikonimlib.com/>, 30 de Mayo de 2016.
- [28] NIKON The D810A Astrophotography Digital Camera. <http://downloadcenter.nikonimlib.com/>, 15 de Octubre de 2016.
- [29] National Institute of Standards and Technology — NIST. <https://www.nist.gov/>, 20 de Marzo de 2016.
- [30] NOAO Spectral Atlas Central. <http://iraf.noao.edu/specatlas/>, 20 de Marzo de 2016.
- [31] SIMBAD Astronomical Database. <http://simbad.u-strasbg.fr/>, 1 de julio de 2016.

- [32] Jeannette Barnes. A beginners guide to using iraf iraf version 2.10. *Tucson: NOAO*, 1993.
- [33] Doug Tody. The iraf data reduction and analysis system. In *1986 Astronomy Conferences*, pages 733–748. International Society for Optics and Photonics, 1986.
- [34] Phil Massey, Frank Valdes, and Jeannette Barnes. A user’s guide to reducing slit spectra with iraf. *IRAF User Guide*, 2, 1992.
- [35] Philip Massey. A user’s guide to ccd reductions with iraf. *NOAO, Arizona, Tucson*, 1997.
- [36] Sara Van de Geer. Least squares estimation. *Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science*, 2:1041–1045, 2005.