

$$\alpha^0 = 1, \alpha^1 = 9, \alpha^2 = 13, \alpha^3 = 15, \alpha^4 = 16, \alpha^5 = 8, \alpha^6 = 4, \alpha^7 = 2$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 16 & 13 & 4 \\ 1 & 1 & 16 & 16 \\ 1 & 16 & 4 & 13 \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 13 \\ 16 \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} 14 \\ 10 \\ 11 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 16 \end{bmatrix}, v_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}, w_a = \begin{bmatrix} 13 \\ 16 \end{bmatrix}, v_b = \begin{bmatrix} 14 \\ 10 \end{bmatrix}, w_b = \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$f_2 v_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \end{bmatrix}, f_2 w_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 14 \end{bmatrix}$$

$$f_2 v_b = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}, f_2 w_b = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$i_1 = \begin{bmatrix} \alpha^0 & 0 \\ 0 & \alpha^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 13 \end{bmatrix}, i_2 = \begin{bmatrix} \alpha^4 & 0 \\ 0 & \alpha^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$f_2 v_1 = f_2 v_a + i_1 f_2 w_a = \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$f_2 v_2 = f_2 v_a + i_2 f_2 w_a = \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$f_2 w_1 = f_2 v_b + i_1 f_2 w_b = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$f_2 w_2 = f_2 v_b + i_2 f_2 w_b = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$f_2 v_1 + \begin{bmatrix} \alpha^0 & 0 \\ 0 & \alpha^1 \end{bmatrix} f_2 w_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$f_2 v_2 + \begin{bmatrix} \alpha^2 & 0 \\ 0 & \alpha^3 \end{bmatrix} f_2 w_2 = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 13 & 0 \\ 0 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$f_2 v_1 + \begin{bmatrix} \alpha^4 & 0 \\ 0 & \alpha^5 \end{bmatrix} f_2 w_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$f_2 v_2 + \begin{bmatrix} \alpha^6 & 0 \\ 0 & \alpha^7 \end{bmatrix} f_2 w_2 = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$