

CHƯƠNG 3 : HỆ THỐNG IMU VÀ CÁC TÍNH TOÁN LIÊN QUAN

3.1 CÁC PHƯƠNG PHÁP MÔ TẢ ĐỊNH VỊ VÀ PHƯƠNG HƯỚNG TRONG KHÔNG GIAN:

Để tính toán cũng như giải thích nguyên lý hoạt động của hệ thống định vị quán tính INS và đơn vị đo lường quán tính IMU, việc tìm hiểu các lý thuyết không gian 3 chiều là cần thiết.

3.1.1 Phương pháp Góc Euler :

➤ Các góc Euler là 3 góc được định nghĩa bởi Leonhard Euler để xác định hướng của một đối tượng. Để xác định hướng trong không gian Euclide 3 chiều, 3 tham số được đòi hỏi. Chúng có thể được chọn theo nhiều cách khác nhau, và các góc Euler là một trong số đó.

➤ Các góc Euler thay thế cho ba chuyển động quay kết hợp, di chuyển hệ trục tham chiếu đến một hệ trục ta đang xét. Hay nói một cách khác, bất kỳ một hướng nào trong không gian Euclide 3 chiều cũng có thể được xác định bằng sự kết hợp của 3 chuyển động xoay thành phần (chuyển động xoay quanh một trục cơ bản), và tương tự như thế, ma trận xoay từ hệ trục cố định tham chiếu đến hệ trục ta đang xét cũng có thể được phân tích thành 3 ma trận xoay thành phần.

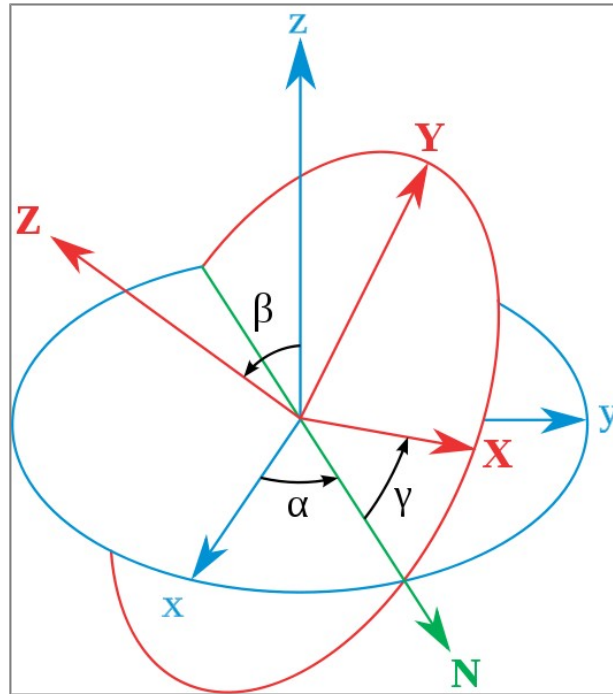
➤ Không tính đến việc xét dấu của chuyển động quay cũng như việc di chuyển các hệ trục tham chiếu, có tất cả 12 quy ước khác nhau trong việc kết hợp chuyển động quay, từ đó là các quy ước về góc khác nhau. Một trong số chúng được gọi là góc Euler chính xác. Số còn lại được gọi là góc Tait-Bryan. Đôi lúc chúng đều được gọi chung là góc Euler.

➤ Việc xác định các góc là thuộc nhóm nào phụ thuộc vào cách định nghĩa đường cơ sở dùng để hỗ trợ việc xác định các góc này. Có thể sử dụng đường cơ sở là giao của 2 mặt phẳng tương đồng (2 mặt phẳng trùng nhau khi các góc bằng 0). Tuy nhiên cũng có thể xác định dựa vào 2 mặt phẳng trực giao (2 mặt phẳng vuông góc nhau khi các góc bằng 0). Các góc được xác định bằng cách chọn thứ nhất được gọi là các góc Euler chính xác. Còn với cách chọn thứ hai, các góc được gọi là góc Nautical, góc Cardan, hoặc là góc Tait-Bryan.

3.1.1.1 Góc Euler chính xác (proper Euler angles):

➤ Đường cơ sở là giao của 2 mặt phẳng XY và xy

➤ Trong trường hợp này góc Euler tuân theo quy luật zyz, nghĩa là ta xoay hệ trục tọa độ tuyệt đối theo các trục tương ứng z sẽ được góc α , tiếp tục quay theo trục x sẽ được góc β , và tiếp tục quay theo trục z sẽ được góc γ .



Hình 3.1: Cách xác định Các góc Proper Euler

Trục cố định được kí hiệu bởi màu lam, trục xoay được kí hiệu là màu đỏ
Có thể xác định góc Euler chính xác trong trường hợp này dựa vào hình 3.9
như sau:

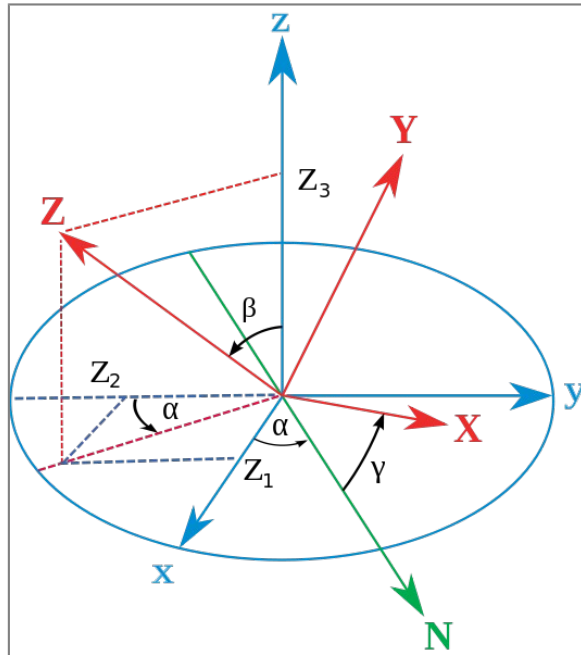
- ✓ Góc α được xác định là góc giữa trục x (cố định) và đường cơ sở (kí hiệu N)
- ✓ Góc β được xác định là góc giữa trục z (cố định) và trục Z(trục xoay)
- ✓ Góc γ được xác định là góc giữa đường cơ sở (N) và trục X(trục xoay).
- Lưu ý rằng, các góc α và γ có modulo là 2π , dải giá trị nằm trong khoảng $[-\pi, \pi]$. Riêng góc β có modulo là π , dải giá trị nằm trong khoảng $[0, \pi]$ hoặc là $[-\pi/2, \pi/2]$
- Cách xác định góc Euler từ một hệ trục bất kì:
Xét một hệ trục tọa độ với các vector đơn vị (X,Y,Z) như trong hình 3.10, Ta thấy rằng:

$$\cos(\beta) = Z_3$$

$$\sin(\beta) = \sqrt{1 - Z_3^2}$$

$$\cos(\alpha) \sin(\beta) = -Z_2$$

$$\cos(\alpha) = -Z_2 / \sqrt{1 - Z_3^2}$$

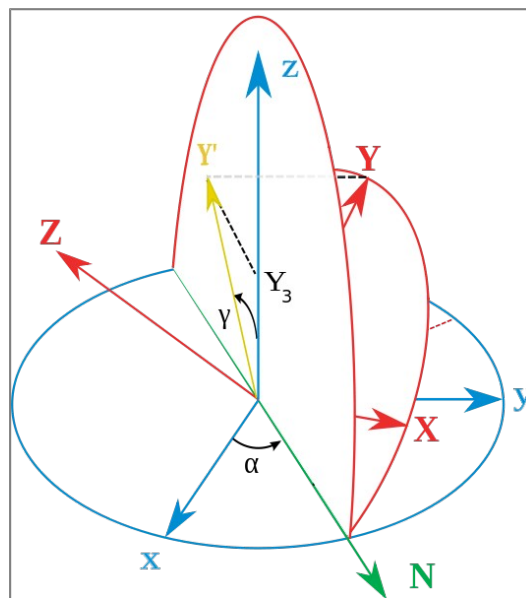


Hình 3.2 Hình chiếu trục Z lên hệ trục chuẩn

✓ Ta cũng chiếu vector Y tương tự như thế (hình 3.11). Lần đầu tiên chiếu lên mặt phẳng của trục z và đường cơ sở N, góc chiếu này sẽ là $(90 - \beta)$ và $\cos(90 - \beta) = \sin \beta$ nên ta có:

$$\cos(\gamma) \sin(\beta) = Y_3$$

$$\cos(\gamma) = Y_3 / \sqrt{1 - Z_3^2}$$



Hình 3.3 Hình chiếu trục Y lên hệ trục chuẩn

✓ Cuối cùng, sử dụng hàm chuyển đổi ngược ta sẽ có được các góc Euler:

$$\alpha = \arccos(-Z_2 / \sqrt{1 - Z_3^2})$$

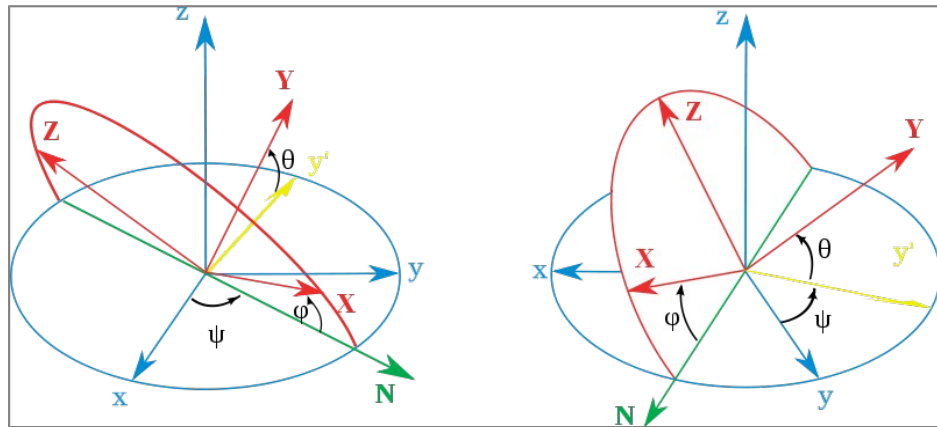
$$\beta = \arccos(Z_3)$$

$$\gamma = \arccos(Y_3 / \sqrt{1 - Z_3^2})$$

3.1.1.2 Góc Tait-Bryan

➤ Đường cơ sở là giao giữa 2 mặt phẳng xy và YZ;

➤ Trường hợp này góc Euler **tuân theo quy luật zyx**, nghĩa là khi quay hệ trục tọa độ tuyệt đối theo trục z ta được góc Ψ , tiếp tục quay theo trục y ta được góc φ và tiếp tục quay theo trục x ta được góc θ

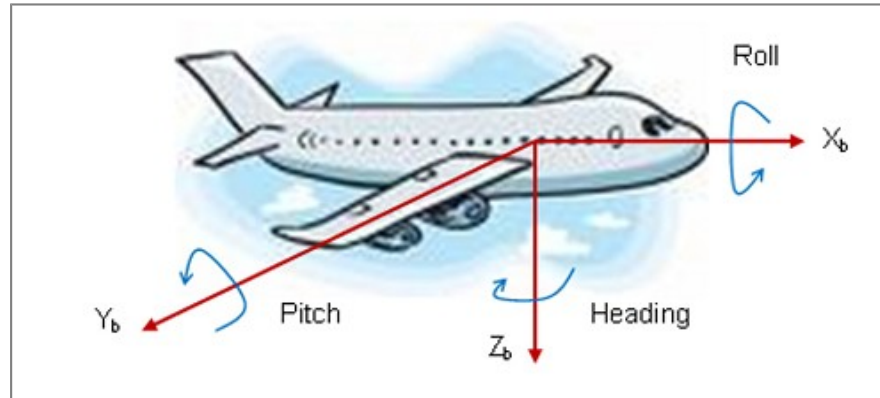


Hình 3.4 Góc Tait-Bryan (đường cơ sở y' được kí hiệu màu vàng)

Có thể xác định góc Tait-Bryan dựa vào hình 3.12 như sau:

- ✓ Góc φ là góc giữa đường cơ sở và trục X
- ✓ Góc θ là góc giữa đường cơ sở và trục Y
- ✓ Góc Ψ là góc giữa trục y và đường cơ sở.

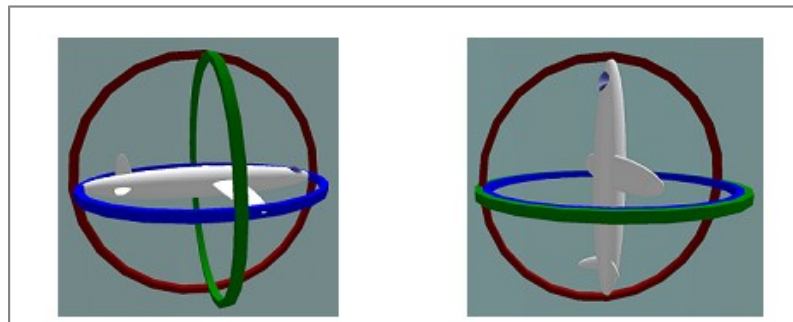
➤ Trong thực tế người ta thường ứng dụng Góc Tait-Bryan xác định thuộc tính và định hướng của hệ thống INS, ví dụ cụ thể là xác định vị trí và phương hướng của máy bay, đôi khi được gọi là hệ trục tọa độ hàng không (aircraft convention)



Hình 3.5 Ứng dụng Góc Tait- Bryan trong hàng không

- ✓ Roll là góc quay quanh trục x (trục dọc thân máy bay)
- ✓ Pitch là góc quay quanh trục y (trục dọc cánh máy bay)
- ✓ Heading (Yaw) là góc quay quanh trục z (trục song song với trọng lực)

3.1.1.3 Vấn đề Gimbal Lock:



Hình 3.6 Hiện tượng Gimbal khi Pitch = 90 độ

- Gimbal Lock là hiện tượng mất một bậc tự do trong không gian 3 chiều khi 2 trong 3 trục trùng nhau (hoặc song song nhau) dẫn đến hệ thống chỉ quay trong không gian 2 chiều.
- Ví dụ giả sử trong trường hợp Góc Tait-Bryan: nếu góc Pitch = 90 độ khi đó theo thứ tự ta có trục X sẽ trùng với trục Z sau khi thực hiện xong góc quay quanh trục Y, khi đó khi quay quanh trục X thì sẽ giống như quay quanh trục Z. Vật chỉ quay được quanh trục Y và Z mà thôi.
- Như vậy các góc Pitch và Roll sẽ phải bị giới hạn trong tầm từ $(-\pi/2, \pi/2)$.
- Để khắc phục nhược điểm này của phương pháp góc Euler, chỉ có 1 cách duy nhất là sử dụng hệ tọa độ không gian 4 chiều (Quaternion), sẽ được đề cập ở phần 3.1.3.

3.1.2 Phương pháp DCM (Direct Cosine Matrix):

➤ Như đã nói phần 3.1.1, các góc Euler có thể xác định 3 chuyển động xoay thành phần để đưa một hệ trục tham chiếu đến hệ trục mà ta đang xét. Các chuyển động thành phần là chuyển động quanh một trục, có thể là X, Y, hoặc Z. Tương ứng với các chuyển động này, ta có ma trận xoay thành phần được định nghĩa như sau.

$$R(Z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$R(Y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$R(X, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

➤ Trong đó $R(Z, \Psi)$, $R(Y, \theta)$ và $R(X, \Phi)$ lần lượt là các ma trận góc xoay quanh trục z, y, x theo các góc tương ứng Ψ , θ , Φ theo phương pháp góc Tait-Bryan.

➤ Khi đó ta có ma trận xoay tổng quát trong không gian 3 chiều Euclide như sau:

$$R_{xyz} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Hay :

$$R_{xyz} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cdot \cos \psi & -\cos \phi \cdot \sin \psi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi & \sin \phi \cdot \sin \psi + \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi \\ \cos \theta \cdot \sin \psi & \cos \phi \cdot \cos \psi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi & -\sin \phi \cdot \cos \psi + \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cdot \cos \theta & \cos \phi \cdot \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

➤ Đây cũng là phương trình được sử dụng để vẽ không gian 3 chiều trong OpenGL (sẽ đề cập trong chương 4).

➤ Ma trận này còn được dùng để xác định góc nghiêng dựa vào các thông số đọc từ Accelerometer sẽ đề cập ở mục 3.3.

3.1.3 Phương pháp Quaternion:

➤ Như đã đề cập ở phần 3.1.1.3, phương pháp biểu diễn theo góc Euler sẽ xảy ra hiện tượng Gimble Lock nên người ta đã nghĩ đến giải pháp không gian 4 chiều. Chính là hệ tọa độ Quaternion

➤ Đây là hệ thống số được phát triển mở rộng từ hệ thống số phức. Nó được định nghĩa lần đầu tiên bởi nhà toán học người Ai-len Sir William Rowan Hamilton vào năm 1843, và được ứng dụng để phân tích không gian 3 chiều.

➤ Một quaternion đơn vị có thể được định nghĩa như sau:

$$q = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$$

$$|q|^2 = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$$

➤ Chúng ta có thể kết hợp quaternion với một chuyển động quay quanh một trục như sau:

$$q_0 = \cos(\alpha / 2)$$

$$q_1 = \sin(\alpha / 2) \cos(\beta_x)$$

$$q_2 = \sin(\alpha / 2) \cos(\beta_y)$$

$$q_3 = \sin(\alpha / 2) \cos(\beta_z)$$

➤ Trong các công thức trên, α là góc quay (giá trị tính bằng radian của góc quay) và $\cos(\beta_x)$, $\cos(\beta_y)$, $\cos(\beta_z)$ là các “cosine định hướng” của trục quay. Khi đó ma trận quay của chuyển động quay này trong không gian 3 chiều Euclide được xác định như sau:

$$R_{xyz} = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1 \cdot q_2 - q_0 \cdot q_3) & 2(q_0 \cdot q_2 + q_1 \cdot q_3) \\ 2(q_1 \cdot q_2 + q_0 \cdot q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2 \cdot q_3 - q_0 \cdot q_1) \\ 2(q_1 \cdot q_3 - q_0 \cdot q_2) & 2(q_0 \cdot q_1 + q_2 \cdot q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

hoặc là:

$$R_{xyz} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 \cdot q_2 - q_0 \cdot q_3) & 2(q_0 \cdot q_2 + q_1 \cdot q_3) \\ 2(q_1 \cdot q_2 + q_0 \cdot q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 \cdot q_3 - q_0 \cdot q_1) \\ 2(q_1 \cdot q_3 - q_0 \cdot q_2) & 2(q_0 \cdot q_1 + q_2 \cdot q_3) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

3.1.4 Chuyển đổi giữa các hệ trục tọa độ:

3.1.4.1 Từ Góc Euler chuyển sang ma trận xoay:

Khi sử dụng phương pháp góc Tait-Bryan ta có phương trình 3.4 để xác định ma trận xoay từ góc biết trước.

$$R_{xyz} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cdot \cos \psi & -\cos \phi \cdot \sin \psi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi & \sin \phi \cdot \sin \psi + \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi \\ \cos \theta \cdot \sin \psi & \cos \phi \cdot \cos \psi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi & -\sin \phi \cdot \cos \psi + \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cdot \cos \theta & \cos \phi \cdot \cos \theta \end{bmatrix}$$

Với quy ước là

Roll : là góc Φ
Pitch : là góc θ
Yaw : là góc Ψ

3.1.4.2 Từ ma trận xoay chuyển sang góc Euler:

Giả sử ta có một ma trận xoay biết trước là

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Từ phương trình 3.4 và phương trình 3.7. đồng nhất 2 hệ số của 2 ma trận ta được: $a_{13} = -\sin\theta$; $\tan\Phi = a_{32}/a_{33}$; $\tan\Psi = a_{21}/a_{11}$:

| Case | Principal factors for rotation $R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi)$ (all angles modulo 2π) | | |
|---------------------|---|--|-------------------------------------|
| $a_{31} \neq \pm 1$ | $\theta = \arcsin(-a_{31})$ [principal value] $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ | $\phi = \arctan2(a_{32}, a_{33})$ | $\psi = \arctan2(a_{21}, a_{11})$ |
| | $\theta = \arcsin(-a_{31})$ [π - principal value] $\pi/2 < \theta < 3\pi/2$ | $\phi = \arctan2(-a_{32}, -a_{33})$ | $\psi = \arctan2(-a_{21}, -a_{11})$ |
| $a_{31} = -1$ | $\theta = \pi/2$ | $\phi = \arctan2(a_{12}, a_{13}) + \psi$ | any value of ψ |
| $a_{31} = +1$ | $\theta = -\pi/2$ | $\phi = \arctan2(-a_{12}, -a_{13}) - \psi$ | any value of ψ |

Hình 3.6 Bảng tính toán giá trị góc Euler từ ma trận xoay

3.1.4.3 Từ góc Euler chuyển sang Quaternion

Việc chuyển đổi từ các góc Euler biết trước sang hệ tọa độ Quaternion được xác định theo công thức sau

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\psi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\phi}{2}) + \sin(\frac{\psi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\phi}{2}) \\ \cos(\frac{\psi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\phi}{2}) - \sin(\frac{\psi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\phi}{2}) \\ \cos(\frac{\psi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\phi}{2}) + \sin(\frac{\psi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\phi}{2}) \\ \sin(\frac{\psi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\phi}{2}) - \cos(\frac{\psi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\phi}{2}) \end{bmatrix}$$

3.1.4.4 Từ Quaternion chuyển sang Euler:

Đồng nhất hệ số 2 phương trình 3.4 và 3.5 ta được ma trận chuyển đổi như sau:

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan \frac{2(q_0 \cdot q_1 + q_2 \cdot q_3)}{1 - 2(q_1^2 + q_2^2)} \\ \arcsin(2(q_0 \cdot q_2 - q_1 \cdot q_3)) \\ \arctan \frac{2(q_0 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_2)}{1 - 2(q_2^2 + q_3^2)} \end{bmatrix}$$

Chú ý là arctan và arcsin chỉ cho giá trị trong khoảng từ $[-\pi/2, \pi/2]$. Vì thế ta phải thay các hàm arctan bằng hàm atan2 để có thể bao quát hết không gian Euclide 3 chiều. Khi đó công thức 2.15 trở thành:

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{atan2}(2(q_0 \cdot q_1 + q_2 \cdot q_3), 1 - 2(q_1^2 + q_2^2)) \\ \arcsin(2(q_0 \cdot q_2 - q_1 \cdot q_3)) \\ \text{atan2}(2(q_0 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_2), 1 - 2(q_2^2 + q_3^2)) \end{bmatrix}$$

3.1.4.5 Từ Quaternion chuyển sang ma trận xoay:

Theo phương trình 3.5 và 3.6

3.1.4.6 Từ Ma trận xoay chuyển sang Quaternion:

Có thể chuyển qua góc Euler trước khi chuyển qua Quaternion
Việc chuyển đổi trực tiếp tương đối phức tạp.

3.2 HỆ THỐNG ĐỊNH VỊ QUÁN TÍNH INS:

➤ Để có thể tìm hiểu về hệ thống định vị quán tính INS, trước hết ta cần biết về một thuật ngữ thông dụng được sử dụng trong lĩnh vực định vị và dò đường: **dead-reckoning**. Dead reckoning là một thuật ngữ dùng trong ngành hàng hải truyền thống, dùng để chỉ phương pháp xác định vị trí thuyền trên biển của các hoa tiêu. Những người hoa tiêu có thể tiên đoán được vị trí của thuyền trong một khoảng thời gian nhất định nhờ vào độ bề lái và tốc độ của thuyền, do đó có thể ước lượng được những chướng ngại vật sắp tới trên đường đi, hay vị trí của đất liền dựa vào kinh nghiệm về địa lý. Tới ngày nay, cùng với sự phát triển của khoa học kỹ thuật, dead-reckoning trở thành một phương pháp định vị cho các hệ thống dò đường. Phương pháp này dựa trên trạng thái hiện tại của hệ thống như vận tốc, gia tốc, vị trí, hướng để có thể ước lượng được trạng thái kế tiếp của hệ thống. Hệ thống định vị quán tính INS chính là một ứng dụng điển hình của phương pháp định vị dead-reckoning.

➤ Hệ thống định vị quán tính INS phát triển từ những năm 1960. Người khởi đầu cho sự phát triển này là tiến sĩ Robert Goddard, một nhà tiên phong trong công nghệ tên lửa của Mỹ. Kết quả thực nghiệm của Robert Goddard với một hệ gyroscope thô sơ đã khơi dậy trào lưu nghiên cứu về INS trên thế giới. INS được ứng dụng đầu tiên trong lĩnh vực tên lửa vũ trụ, sau đó mở rộng qua các lĩnh vực hàng không dân dụng và quân sự, vận tải biển, tàu ngầm, công nghệ truyền thông, và cả trong các ngành khoa học nghiên cứu về robot tự hành.

3.2.1 Nguyên lý hoạt động của INS

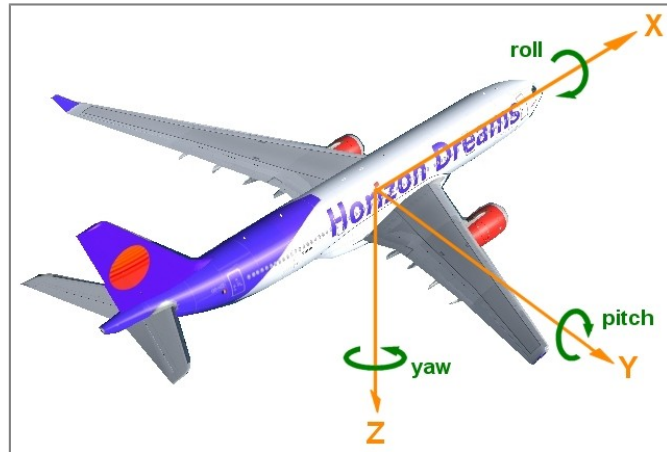
➤ Nguyên lý hoạt động của INS là tổng hợp các tín hiệu đo được bởi một cơ cấu đo lường quán tính IMU (Inertial measurement units), để biết trạng thái hiện thời của hệ thống, sau đó sử dụng phương pháp dead-reckoning để ước lượng trạng thái kế tiếp của hệ thống. Các tín hiệu đo được bởi IMU gồm có vận tốc góc và gia tốc dài của hệ thống. IMU cấu tạo từ các cảm biến gia tốc (accelerometer) và các cảm biến gyro. Tín hiệu gia tốc dài được đọc về bởi accelerometer, còn tín hiệu vận tốc góc được đo bởi gyro. Ở đây chúng ta nên phân biệt IMU và INS. IMU chỉ đóng vai trò là đo lường những thông số của hệ thống, còn INS thì bao gồm IMU và những thuật toán để tổng hợp và xác định trạng thái của hệ thống. Cảm biến gyro đo vận tốc góc của hệ thống đối với một hệ tọa độ tham chiếu. Bằng cách sử dụng phương và hướng tại gốc tọa độ như là trạng thái ban đầu của hệ thống, sau đó lấy tích phân giá trị vận tốc góc đo được, ta có được phương hướng của hệ thống tại mỗi thời điểm. Cảm biến gia tốc đo được gia tốc dài của hệ thống trong một hệ tọa độ tham chiếu, và thông thường là một hệ tọa độ gắn liền với một vật chuyển động khi accelerometer được gắn cố định lên hệ thống và chuyển động cùng hệ thống.

➤ Tuy nhiên, bằng cách xác định vận tốc góc và gia tốc dài đối với hệ tọa độ chuyển động gắn với hệ thống, ta hoàn toàn có thể xác định được gia tốc dài của hệ thống trong hệ tọa độ quán tính. Thực hiện phép tích phân gia tốc quán tính ta có thể xác định được vận tốc quán tính của hệ thống, sau đó tích phân lần nữa ta sẽ thu được vị trí của hệ thống trong hệ tọa độ quán tính, nhưng với điều kiện là ta xác định được vị trí, vận tốc góc ban đầu của hệ thống trong hệ tọa độ quán tính.

➤ Như vậy, hệ thống định vị quán tính cung cấp vị trí, vận tốc, hướng và vận tốc góc của hệ thống bằng cách đo vận tốc góc và gia tốc dài của hệ thống trong hệ tọa độ tham chiếu. Ưu điểm của hệ thống định vị quán tính INS là không cần các tín hiệu tham chiếu từ bên ngoài trong việc xác định vị trí, hướng, và vận tốc của hệ thống một khi nó đã được khởi động xong.

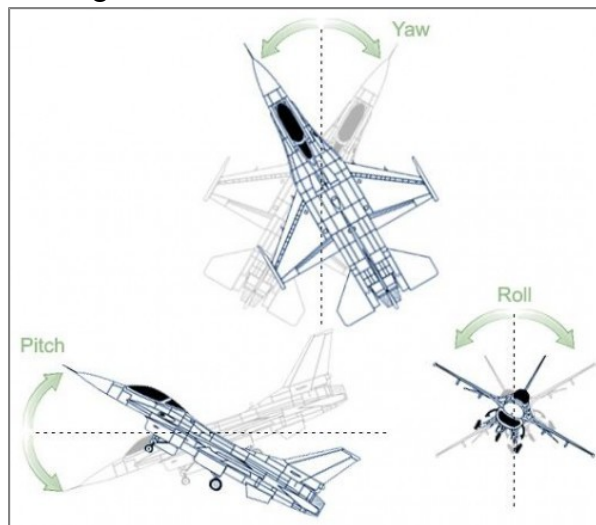
3.2.2 Cấu tạo của INS

➤ Hệ thống định vị quán tính INS gồm các accelerometer đo góc (hoặc các cảm biến gyro) để đo các góc nghiêng của hệ thống trong không gian gồm có yaw, pitch và roll. Như trong hình bên dưới thì pitch là góc nghiêng của máy bay khi chúc lên hay xuống, roll là góc nghiêng cánh của máy bay, còn yaw là góc của máy bay quay quanh trục thẳng đứng.



Hình 3.7: Các góc Yaw, Pitch và Roll

➤ Còn các accelerometer đo gia tốc dài sẽ được gắn lên ba trục của hệ tọa độ chuyển động để đo các gia tốc dài tương ứng của hệ thống. Sau đó máy tính sẽ tính toán ra được trạng thái hiện tại của hệ thống. Một hệ thống INS hoạt động gần hay trên bề mặt trái đất phải được tích hợp thêm phép hiệu chỉnh Schuler để cho hệ thống có thể liên tục chỉ về tâm trái đất khi di chuyển (phép hiệu chỉnh Schuler được phát minh bởi Schuler năm 1923. Phép hiệu chỉnh Schuler đảm bảo cho những tính toán đối với INS là đúng trong hệ tọa độ gắn liền với tâm trái đất cho dù tâm quay của một vật di chuyển trên bề mặt trái đất bị thay đổi và không còn trùng với tâm trái đất bởi ảnh hưởng của địa hình. Và lý thuyết này đã được ứng dụng cho những hệ thống dò đường quán tính hoạt động gần bề mặt trái đất như trong tàu thủy, máy bay...). Như vậy INS thì bao gồm hệ thống các cảm biến đo lường và những thuật toán để tổng hợp và xác định trạng thái của hệ thống.



Hình 3.8: Sự thay đổi trạng thái của máy bay ứng với các góc Yaw, Pitch và Roll

3.2.2.1 Phân loại INS

➤ Hệ thống định vị toàn cầu được cấu tạo nên bởi một bộ IMU và thuật toán dead-reckoning. Tùy thuộc vào cách bố trí các cảm biến gyro và accelerometer mà có thể phân chia INS thành hai loại: gimbaled system và strapdown system.

➤ Đối với Gimbaled system, ba accelerometer được sắp xếp theo ba trục vuông góc với nhau và lần lượt chỉ theo các phương bắc-nam, đông-tây và hướng li tâm khỏi tâm trái đất. Để đảm bảo phương hướng của các accelerometer không đổi khi quỹ đạo của hệ thống thay đổi thì các accelerometer được cố định trên một cơ cấu nền gọi là gyro-stabilized platform. Cơ cấu nền đó gồm có ba gimbal, là những vòng có thể quay quanh một trục đi qua đường kính của vòng, và các gimbal này được liên kết với nhau lần lượt từ ngoài vào trong sao cho mỗi gimbal có thể quay quanh trục. Ở gimbal trong cùng, ba cảm biến gyro được bố trí theo các trục tương tự như accelerometer, và có chức năng loại bỏ hiện tượng precession (sự thay đổi vị trí trục quay của các gimbal), do đó đảm bảo cho phương hướng của các gimbal không đổi. Loại cảm biến gyro thường sử dụng trong gimbaled system thường là loại gyro tích phân đơn trục (integrating rate gyro), và tín hiệu ngõ ra được đưa vào một động cơ servo của gimbal tương ứng để điều khiển sao cho phương hướng của gimbal không đổi trong hệ tọa độ quán tính. Gimbal trong cùng luôn có phương hướng không đổi trong quá trình chuyển động của hệ thống, các accelerometer và các gyro được cố định trong một mặt phẳng nền trên gimbal này. Cấu tạo của gimbaled INS thực sự rất phức tạp, việc chế tạo được kết cấu gimbal để đạt được độ chính xác cao là cực kì khó khăn, điều này dẫn đến việc giá thành của gimbaled INS rất cao.

➤ Strap down INS có kết cấu cơ khí đơn giản hơn, ít phần tử chuyển động hơn so với gimbaled INS, bởi vì trong hệ thống strapdown không hề có kết cấu gimbal. Trong strap down INS, các accelerometer và gyro được cố định ngay trên kết cấu của hệ thống,. Tuy nhiên trong strapdown INS, những ứng dụng của công nghệ thông tin trong xử lý tín hiệu là rất quan trọng, và những linh kiện strap down thường là các cảm biến điện tử, quang học hay bán dẫn. Trong strap down INS không có thành phần nào là chuyển động về mặt vật lý, nhưng trạng thái của hệ thống trong hệ quy chiếu gắn liền với hệ thống được đo bởi các cảm biến gyro (mà thông số trạng thái đo được ở đây chính là vận tốc góc quanh các trục tương ứng). Các accelerometer được sử dụng để đo gia tốc dài của hệ thống theo các trục trong hệ tọa độ chuyển động. Strap down INS tính toán các giá trị đo được kết hợp với phép biến đổi tọa độ để suy ra được trạng thái và vị trí của hệ thống.

➤ Với nguyên lý ổn định phương hướng các gimbal thì gimbaled INS gặp phải sai số khá lớn khi hệ thống thay đổi quỹ đạo một cách đột ngột mà các

gimbal chưa ổn định kịp thời, hiện tượng này gọi là gimbal lock. Đối với strap down INS thì không xảy ra hiện tượng trên.

➤ Tốc độ cập nhật dữ liệu của strap down INS nhanh hơn gimbaled INS rất nhiều lần. Gimbaled INS có thể hoạt động tốt với tốc độ update là 50-60 lần/giây, nhưng đối với strap down bình thường là 2000 lần/giây. Và tầm đo của các gyro sử dụng trong strap down INS lớn hơn trong gimbaled INS.

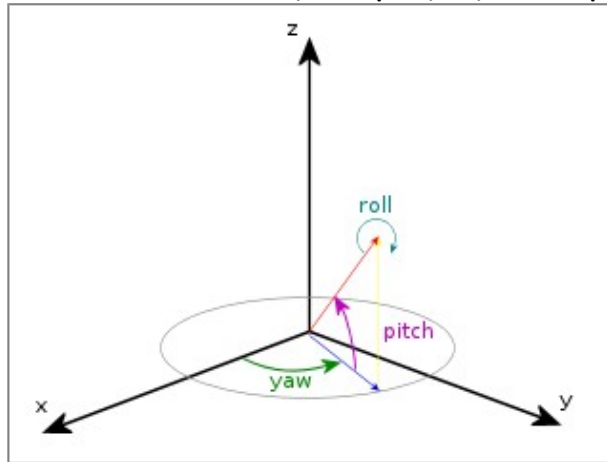
3.2.2.2 Đơn vị đo lường quán tính IMU (Inertial measurement unit)

➤ Đơn vị đo lường quán tính là một thiết bị điện tử được dùng để đo và cho ra các giá trị vận tốc, hướng, gia tốc trọng trường của một phương tiện chuyển động, điển hình là máy bay. IMU sử dụng sự kết hợp giữa các cảm biến gia tốc và cảm biến gyro. IMU thường được dùng để điều khiển quá trình chuyển động của các phương tiện vận chuyển hoặc robot tự hành.

➤ Đơn vị đo lường quán tính là thành phần chính của hệ thống định vị quán tính INS được sử dụng trong hầu hết các máy bay, tàu thủy, tàu ngầm, phi thuyền vũ trụ, các phương tiện vận chuyển đường bộ cũng như là trong robot tự hành. Các dữ liệu thu thập được từ các cảm biến trong IMU cho phép máy tính có thể xác định vị trí của phương tiện chuyển động, sử dụng phương pháp tính toán được biết đến dưới tên gọi dead-reckoning.

➤ IMU hoạt động bằng cách xác định giá trị hiện tại của gia tốc khi sử dụng một hoặc nhiều cảm biến gia tốc. Nó cũng phát hiện những thay đổi của các góc quay như Roll, Pitch và Yaw sử dụng một hoặc nhiều cảm biến gyro.

➤ Trong hệ thống định vị, các dữ liệu đo được từ cảm biến sẽ được đưa vào máy tính để tính toán và cho ra vị trí hiện tại dựa trên vận tốc và thời gian.



Hình 3.9: Các góc Yaw, Pitch và Roll trong hệ thống định vị quán tính

➤ Nhược điểm cơ bản nhất của IMU trong việc định vị đó là chúng thường bị lỗi tích lũy. Bởi vì hệ thống dẫn đường liên tục thêm vào những thay đổi được phát hiện vào vị trí đã được tính toán trước đó, bất kỳ một sai số nào trong quá trình đo lường, dù là nhỏ, cũng sẽ được tích lũy dần dần. Điều này dẫn đến việc trôi các đại lượng tính toán, hoặc một sự thay đổi khác biệt ngày càng tăng giữa giá trị vị trí mà hệ thống tính toán và giá trị thực tế của thiết bị.

➤ IMU thường chỉ là một thành phần của hệ thống định vị. Các hệ thống khác sẽ được sử dụng để làm chính xác các giá trị sai lệch mà IMU mắc phải trong quá trình chuyển động của thiết bị, điển hình như hệ thống định vị GPS, cảm biến lực trọng trường, cảm biến vận tốc bên ngoài (để bù sự trôi vận tốc), hệ thống đo khí áp để hiệu chỉnh chính xác giá trị cao độ, và một cảm biến la bàn điện tử giúp xác định từ trường.

➤ Cấu trúc của IMU thông thường bao gồm một khối với 3 cảm biến gia tốc và 3 cảm biến gyro. Các cảm biến gia tốc được đặt sao cho các trục đo của chúng trực giao với nhau. Chúng đo gia tốc quán tính, điển hình là gia tốc trọng trường. Các cảm biến gyro cũng được đặt trong hệ trục giao tương tự, đo vị trí góc quay có tham chiếu đến những hệ thống phối hợp đã được chọn.

3.3 CÁC CẢM BIẾN CẤU THÀNH MỘT ĐƠN VỊ ĐO LƯỜNG QUÁN TÍNH IMU

➤ Một đơn vị đo lường quán tính có thể được tạo nên bởi nhiều cảm biến khác nhau nhằm đem lại độ chính xác cao cho việc định vị. Tuy nhiên, một đơn vị đo lường quán tính cơ bản sẽ bao gồm cảm biến gia tốc (accelerometer) và cảm biến gyro như đã trình bày ở trên và có thể có cảm biến từ trường (magnetometer).

3.3.1 Cảm biến Gyro

➤ Thuật ngữ gyroscope tức con quay hồi chuyển xuất hiện từ giữa thế kỷ XIX, và trong những thập niên gần đây nó được sử dụng rộng rãi và được thay thế trên toàn cầu với từ gyro. Những lý thuyết ban đầu về con quay hồi chuyển được áp dụng để giải thích về chuyển động của một vật thể quay như Trái đất. Và dần dần gyro đã được phát triển và ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực, và đặc biệt là trong hệ thống định vị quán tính INS. Có thể chia gyro thành 3 loại với nguyên lý hoạt động, cấu tạo và khả năng ứng dụng khác nhau như sau: gyro cơ, gyro quang, và gyro điện. Khởi đầu trong sự phát triển là gyro cơ, hoạt động dựa trên nguyên lý con quay hồi chuyển truyền thống. Gyro cơ được sử dụng nhiều trong hệ thống gimbaled INS. Sau đó là sự ra đời của gyro quang học, và gần đây nhất là sự phát triển của các loại gyro điện ứng dụng bởi công nghệ vi cơ điện tử MEMS (micro-electromechanical systems), gyro quang và gyro điện ứng dụng nhiều trong strap down INS.

3.3.1.1 Gyro cơ

➤ Gyro cơ (hay thường gọi bằng thuật ngữ rotating wheel) hoạt động dựa trên nguyên lý bảo toàn moment của một vật thể chuyển động quay khi tổng các lực tác dụng lên vật triệt tiêu.

➤ Cấu tạo cơ bản của một gyro cơ gồm có một đĩa kim loại hình tròn được treo lơ lửng bằng một sợi dây đàn hồi trong một bộ khung. Đĩa kim loại được truyền chuyển động quay bằng cách tác động lên sợi dây đàn hồi treo dọc theo trục của bánh xe. Khi chuyển động quay thì Gọi A là moment quay của đĩa gyro, I là moment quán tính của đĩa đối với trục quay, w là vận tốc quay của đĩa quanh trục. Dựa trên nguyên lý bảo toàn moment ta có:

$$A_r^i = I_r \cdot w_{ir}^i$$

➤ Đối với cấu tạo dạng đĩa tròn ta có thể tính được moment quán tính của đĩa trong hệ tọa độ đặt tại tâm đĩa và các trục quanh tương ứng với các trục quay của gimbal. Lưu ý là trong cấu tạo của gyro cơ, trọng tâm của đĩa xoay phải trùng với trọng tâm của hệ gyro gimbal:

$$I_r = \begin{bmatrix} I_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & I_{rz} \end{bmatrix}$$

➤ Trong quá trình hoạt động, nếu như trạng thái của hệ thống thay đổi, thì các gimbal có thể chuyển động quay quanh trục, nhưng mà đĩa gyro vẫn giữ nguyên phương hướng của trục quay, và giữ trạng thái ổn định trong không gian quán tính. Còn góc quay của các gimbal có thể đo được bằng các thiết bị đo góc gắn liền với trục quay của gimbal, các thiết bị này được gọi bằng thuật ngữ pickoff.

➤ Số lượng gimbal trong cấu tạo của gyro quy định số bậc tự do chuyển động quay của gyro. Ví dụ như gyro có hai bậc tự do thì có cấu tạo gồm có hai gimbal. Nếu trục quay của một gyro hai bậc tự do là thẳng đứng thì nó được gọi là gyro thẳng đứng (vertical gyro), còn nếu như trục quay nằm trong mặt phẳng nằm ngang thì gọi là gyro định hướng (directional gyro), còn một gyro có trục quay không theo một phương cụ thể nào thì gọi là gyro tự do (free gyro). Sự ổn định trong không gian ba chiều đòi hỏi một gyro thẳng đứng và một gyro định hướng, hoặc là hai gyro tự do. Một loại gyro cơ có tầm ứng dụng rộng rãi là gyro một bậc tự do, tức là cấu tạo chỉ gồm một gimbal quay quanh trục mà thôi, loại gyro này thường được gọi là intergrating rate gyro.

➤ Gyro cơ là loại gyro truyền thống, có độ chính xác cao, và được ứng dụng nhiều trong hệ thống dẫn đường của tên lửa hay tàu ngầm. Gyro cơ có chức năng chủ yếu là ổn định phương hướng chuyển động của hệ thống thống. Gyro cơ chủ yếu được sử dụng trong hệ gimbaled INS bởi vì kết cấu cơ khí rất phù hợp. Hầu hết các hệ thống INS đều sử dụng kết hợp ba cảm biến gyro loại rate intergrating một bậc tự do để ổn định phương hướng trong không gian.

3.3.1.2 Gyro quang (Optical gyro)

➤ Nguyên lý hoạt động của gyro quang dựa trên hiệu ứng Sagnac, được nhà vật lý học người Pháp Georges Sagnac tìm ra năm 1913, là hiệu ứng giao thoa ánh sáng tương quan với vận tốc quay. Hiệu ứng Sagnac được đo bởi một

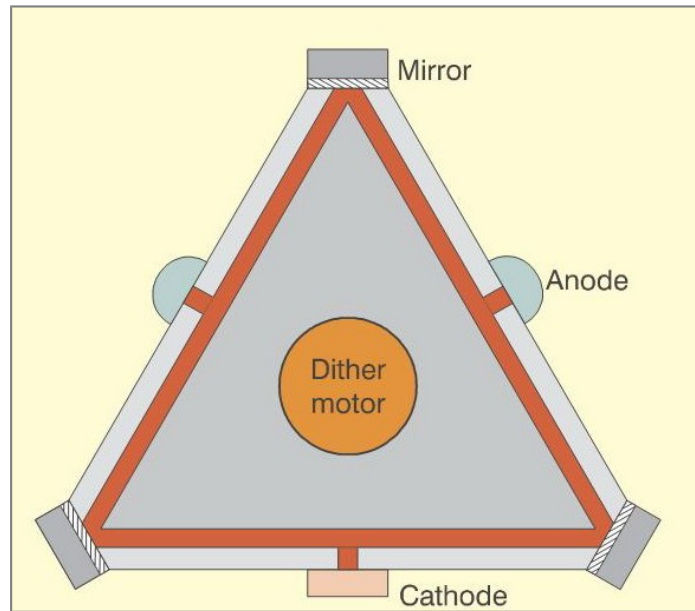
vòng đo giao thoa. Một luồng sáng được tách ra thành hai và cho lan truyền trên cùng một quỹ đạo với hai chiều trái ngược nhau, và quỹ đạo đó là một vòng kín, đồng thời cũng là một thiết bị đo giao thoa, gọi là dụng cụ đo giao thoa vòng (ring interferometer). Thiết bị này được gắn lên một giá đỡ có thể quay được. Khi giá đỡ quay thì vòng giao thoa sẽ bị dịch chuyển, dẫn đến vân giao thoa thu được trên màn quan sát sẽ bị dịch chuyển, và độ dịch chuyển của vân tùy thuộc vào độ dịch chuyển hay góc quay của giá đỡ.

➤ Cấu tạo của gyro cơ là hết sức phức tạp và gồm nhiều bộ phận chuyển động, còn gyro quang thì có cấu tạo đơn giản hơn và hầu như không có bộ phận nào chuyển động. Có hai loại gyro quang được phát triển và ứng dụng rộng rãi trong công nghệ dò đường độ chính xác cao, đó là gyro vòng laser và gyro cáp quang.

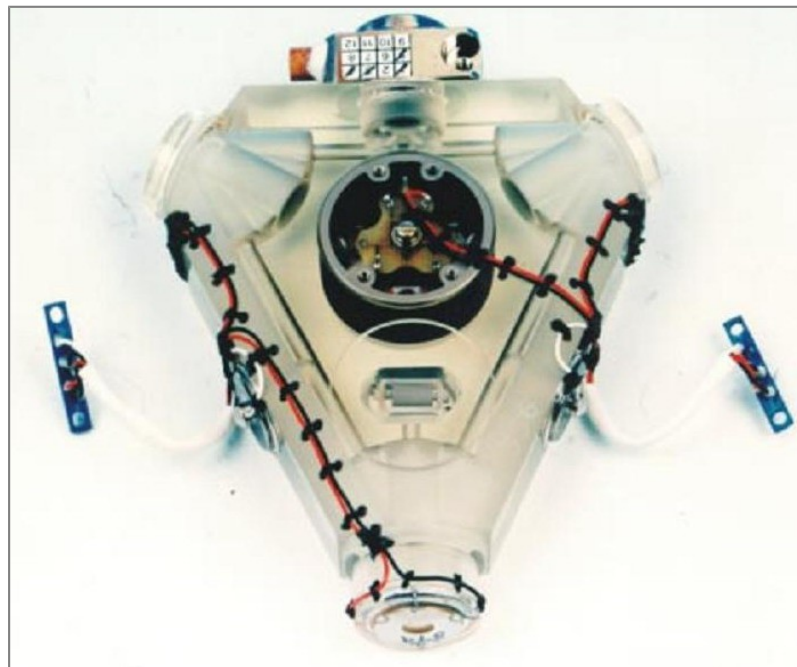
❖ **Gyro vòng laser (RLG-ring laser gyro):**

➤ Một gyro vòng laser cơ bản có cấu tạo là một rãnh kín có dạng hình học (thường là ba, bốn, hay sáu cạnh) được khoan bên trong một khối thủy tinh. Các rãnh này là đường chuyển động của một hỗn hợp khí, như là helium và neon.

➤ Các phân tử khí chuyển động phát ra ánh sáng khi bị kích thích bởi điện trường trong rãnh kín. Chùm sáng được tách đôi và chuyển động theo hai hướng ngược chiều nhau trong rãnh kín, một chùm sáng chuyển động theo chiều kim đồng hồ và chùm sáng còn lại chuyển động ngược chiều kim đồng hồ. Tại trạng thái cân bằng của khối thủy tinh, thì thời gian di chuyển của hai chùm sáng để đi hết quãng đường là một rãnh kín là như nhau, cho nên hai sóng ánh sáng là cùng pha nhau. Còn nếu như khối thủy tinh quay đi một góc trong không gian thì thời gian hai chùm sáng đi hết một rãnh kín không còn như nhau nữa bởi quãng đường đi có sự sai lệch, và sóng ánh sáng cũng bị lệch pha nhau. Như thế sẽ làm dịch chuyển vân giao thoa trên thiết bị quan sát.



Hình 3.10: Cấu tạo của gyro vòng laser

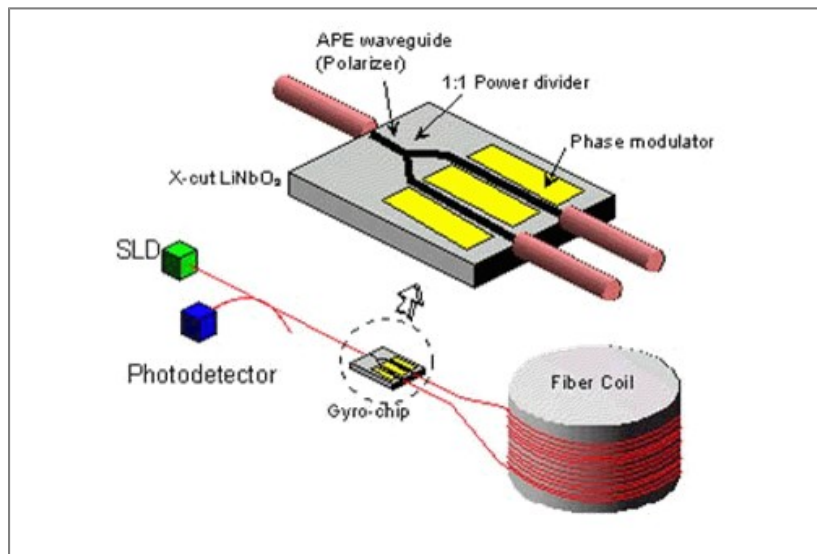


Hình 3.11: Gyro vòng laser thực tế

❖ **Gyro cáp quang (Fiber optic gyro) :**

- Mặc dù sự phát triển của gyro vòng laser là rất thành công, nhưng với những nghiên cứu trong lĩnh vực cáp quang đã tạo động lực cho những thiết kế cho gyro cáp quang.
- Ánh sáng được truyền trong sợi cáp quang được quấn thành cuộn, và chiều dài tối đa có thể lên đến 5km, chiều dài của sợi cáp quang dài hay ngắn sẽ thay đổi độ nhạy của gyro cáp quang. Thông thường gyro cáp quang có kích

➤ Nguyên lý hoạt động của gyro cáp quang hoàn toàn tương tự như gyro vòng laser, ánh sáng sau khi được phân cực và được tách làm hai sẽ lan truyền theo hai hướng ngược nhau trong cuộn cáp quang. Bộ phân cực đảm bảo cho cả hai luồng sáng phải được phân cực đồng đều để cho tốc độ lan truyền bằng nhau. Tại vị trí cân bằng, gyro không quay thì không có tín hiệu gì ở cảm biến quang bởi vì hai chùm sáng là ngược pha nên triệt tiêu nhau. Nếu gyro quay một góc thì hai chùm sáng lệch pha kết hợp sẽ tạo nên một chùm sáng kết hợp, cường độ chùm sáng kết hợp được cảm biến quang chuyển thành điện áp tương ứng. Điện áp càng cao nếu như góc quay càng lớn.



Hình 3.12: Các thành phần cơ bản của Gyro cáp quang

- Gyro cáp quang có đặc tính vượt trội so với gyro vòng laser ở chỗ nó có thể cho phép ta đo với nhiều độ nhạy khác nhau tùy theo ứng dụng bởi chiều dài cuộn cáp quang có thể thay thế được. Và cùng với kích thước nhỏ gọn nên gyro cáp quang được ứng dụng ngày càng rộng rãi trong các hệ thống định vị và dò đường.



Hình 3.13: Gyro cáp quang thực tế

3.3.1.3 Gyro rung (Vibrating gyro)

➤ Với giá thành thấp hơn hẳn so với các loại gyro khác, gyro rung được ứng dụng nhiều trong lĩnh vực dân dụng giới. Gyro rung chủ yếu được dùng để đo góc heading của xe trong lúc di chuyển, và gyro rung chỉ đóng vai trò hỗ trợ cho GPS, hệ thống định vị chính của các loại xe này.

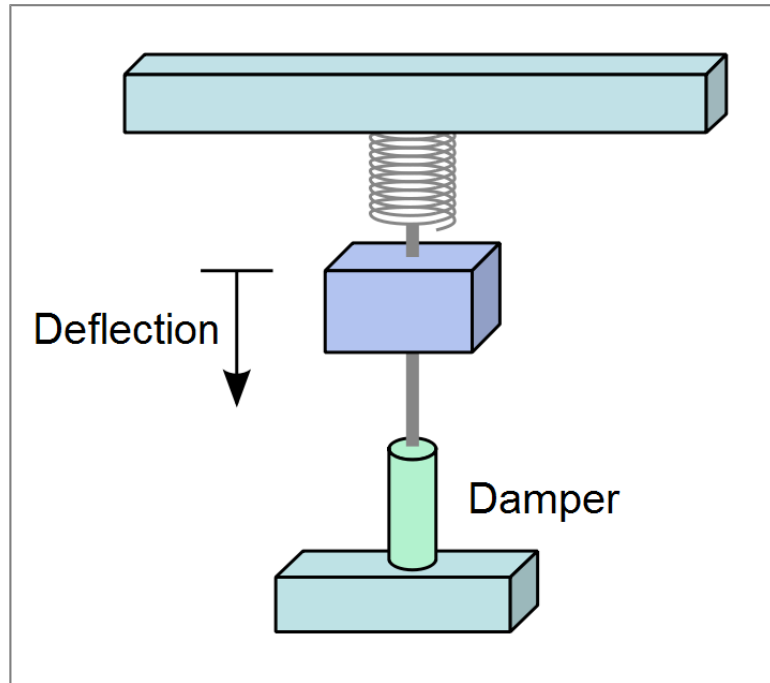
➤ Công nghệ chế tạo các vi cơ cấu, vi cảm biến và hệ thống vi cơ điện (MEMS- micro electromechanical system) đang phát triển nhanh chóng trên toàn thế giới, và ngày càng được ứng dụng nhiều để sản xuất ra những thiết bị đo quán tính với sản lượng lớn và giá thành hạ. Cảm biến gyro rung vi cơ (micromechanical vibrating gyro) hay cảm biến đo vận tốc góc có tiềm năng rất lớn trong nhiều ứng dụng như là những cảm biến cơ sở trong lĩnh vực dò đường và điều khiển. Các cảm biến MEMS thường không có độ chính xác cao và giá thành rất thấp. Tuy nhiên khả năng hoạt động của cảm biến có thể được nâng cấp nhờ các công cụ khác như các bộ lọc để xử lý tín hiệu.

➤ Trong hầu hết các loại gyro rung, thì thành phần cảm biến cơ bản là một cơ cấu gồm một khối được giữ bằng hai lò xo.

➤ Khối ở giữa được giữ bởi hai lò xo gọi là khối lượng chịu lực (proof mass). Proof mass có thể dao động ở một trong hai chế độ, một chế độ khi không có lực coriolis, gọi là chế độ cơ sở còn chế độ còn lại là chế độ thứ cấp khi proof mass dao động trên một hệ thống đang quay và chịu lực coriolis. Thông thường gyro rung hoạt động ở chế độ thứ cấp, bằng cách chuyển đổi áp điện sự dao động của proof mass, ta có thể đo được vận tốc quay của hệ thống. Vận tốc càng lớn thì điện áp càng cao. Do proof mass được cấu tạo từ vật liệu áp điện cho nên gyro rung bị ảnh hưởng rất lớn bởi nhiệt độ. Với công nghệ MEMS, hiện tượng này đã được hạn chế, do đó tính năng của gyro rung càng được nâng cao.

3.3.2 Cảm biến gia tốc

- Một gia tốc kế sử dụng quán tính của 1 vật để đo sự thay đổi giữa gia tốc động học trong không gian quán tính so với gia tốc trọng trường.
- Gia tốc kế dạng con lắc có cấu tạo khá giống như gyro rung, gồm 1 vật nặng (proof mass) được treo bởi 1 lò xo. Vật nặng có thể chuyển động dọc theo lò xo. Con lắc được đặt vào môi trường giảm chấn để hạn chế ảnh hưởng của rung động. Hình sau minh họa cho cấu tạo 1 gia tốc kế con lắc



Hình 3.14: Cấu tạo gia tốc kế con lắc

- Nếu như có 1 gia tốc thì lò xo sẽ biến dạng. Dựa trên độ biến dạng của lò xo mà ta có thể tính được gia tốc của hệ thống. Đó là nguyên lý hoạt động của gia tốc kế con lắc.
- Hiện nay, người ta thường dùng gia tốc kế vòng kín, là một loại gia tốc kế có khả năng làm việc tốt hơn hẳn gia tốc kế dạng con lắc và hầu như không có thành phần nào di chuyển, nhờ gắn thêm một cuộn dây bên ngoài proof mass. Nguyên lý hoạt động của nó là khi có dịch chuyển nhỏ của proof mass thì sẽ sinh ra 1 dòng điện trong cuộn dây, tạo một lực điện từ theo chiều ngược lại để khử đi chuyển động. Do đó, có thể suy ra được gia tốc chuyển động của hệ thống bằng cách đo dòng điện chạy trong cuộn dây.
- Với sự phát triển của công nghệ MEMS (microelectromechanical systems) thì các loại gia tốc kế được sản xuất hàng loạt với giá thành thấp và chất lượng khá tốt.

3.3.3 Cảm biến từ trường:

- Cảm biến từ trường là một thiết bị dùng để đo cường độ và hướng của từ trường (được tạo ra trong phòng thí nghiệm hoặc từ trường trái đất).
- Đơn vị trong hệ thống đo lường quốc tế là Tesla. Nhưng đây là đơn vị khá lớn nên người ta dùng đơn vị nanotesla (nT). Trong thực tế thì ta thường đo từ trường với đơn vị là Gauss.
1 Gauss = 100 000 (nT)
- Từ trường trái đất là một trường thế. Nó thay đổi theo rất nhiều nguyên nhân khác nhau. Từ trường trái đất có cường độ khoảng 20 000 nT ở xích đạo và khoảng 80 000nT ở gần các cực.
- Cảm biến từ trường được chia ra làm 2 loại chính là :
 - ✓ Scalar magnetometer : Đo tổng cường độ từ trường.
 - ✓ Vector magnetometer: Đo từng thành phần của từ trường theo các trục, liên quan đến khả năng định hướng của thiết bị.

3.4 CÁC TÍNH TOÁN XỬ LÝ DỮ LIỆU SƠ BỘ TỪ CÁC CẢM BIẾN:

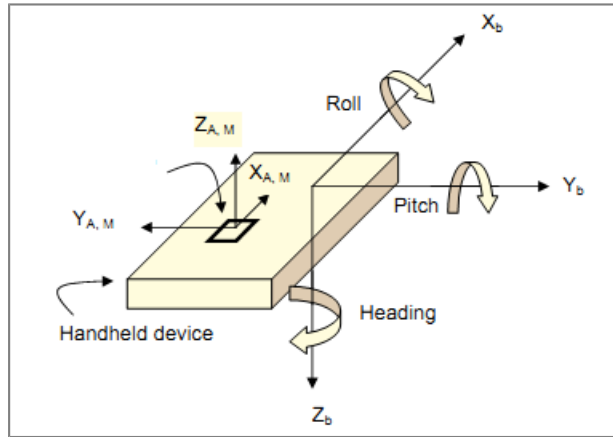
Trong các tính toán dưới đây ta điều giả sử rằng vật gắn thiết bị có tọa độ tuyệt đối là $X_b Y_b Z_b$, trong khi tọa độ của cảm biến (tọa độ tương đối) là $X_b' Y_b' Z_b'$:

Mối quan hệ giữa hệ trục tọa độ tuyệt đối và hệ trục tọa độ tương đối được xác định như sau (theo công thức 3.4) với R_{xyz}^T là ma trận chuyển của R_{xyz} :

$$\begin{bmatrix} X_b \\ Y_b' \\ Z_b' \end{bmatrix} = R_{xyz}^T \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_b \\ Y_b' \\ Z_b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \psi \sin \theta \sin \phi - \cos \phi \sin \psi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi + \cos \phi \sin \psi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \phi \sin \psi & -\sin \psi \sin \theta \cos \phi + \cos \phi \sin \psi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_b \\ Y_b \\ Z_b \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

3.4.1 Xử lý dữ liệu từ cảm biến trọng trường (accelerometer):



Hình 3.14 Tính toán góc nghiêng (tilt) từ accelerometer

➤ Từ accelerometer ta có thể xác định được góc nghiêng của hệ thống bằng cách xác định góc Roll và Pitch.

Trong hệ tọa độ tương đối $X_b Y_b Z_b$, ta có các giá trị trong trường hợp

➤

cảm biến đặt vuông góc với phương của trọng lực như sau:

$X_b = Y_b = 0$ và $Z_b = 1 \text{ g}$;

Nhưng trong hệ trục tọa độ tuyệt đối ta sẽ đo được các giá trị là A_x, A_y, A_z , các giá trị này đã được chuẩn hóa (normalize).

Thay vào phương trình 3.7 ta được

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \phi \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \sin \theta \cos \phi \sin \psi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Từ đây ta có thể suy ra là :

$$\text{Góc Roll} = \Phi = \text{Arcsin} \left(\frac{A_y}{\cos \theta} \right)$$

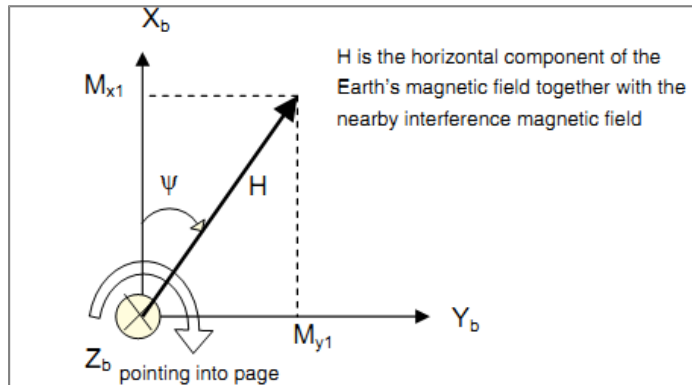
$$\text{Góc Pitch} = \theta = \text{Arcsin}(-A_x)$$

Chú ý rằng A_x, A_y, A_z đã được chuẩn hóa, nghĩa là

$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = 1$$

Nếu biểu thức này không thỏa thì cảm biến là không tuyến tính hoặc có sai số trong việc calib.

3.4.2 Xử lý dữ liệu từ cảm biến từ trường



Hình 3.15 : Tính toán góc xoay (Yaw) từ magnetometer

Như trình bày ở trên ta đã xác định được góc nghiêng nhờ đến cảm

biến accelerometer. Bây giờ ta sẽ xác định góc xoay theo phương ngang (Yaw) theo cảm biến từ trường. Cách xác định được trình bày như sau:

Gọi M_x , M_y , M_z là hình chiếu của vector cường độ từ trường B lên

các trục tọa độ tương đối và M'_x , M'_y , M'_z là hình chiếu là các giá trị đo được trong hệ tọa độ tuyệt đối.

Trong hệ tọa độ tuyệt đối thì rõ ràng Yaw sẽ được tính như sau:

$$\text{Yaw} = \Psi = \arctan(M'_y / M'_x) \quad (3.8)$$

Nếu thiết bị nghiêng theo các góc Roll và Pitch thì ta quy về hệ tọa độ

tuyệt đối như sau:

$$\begin{bmatrix} M'_x \\ M'_y \\ M'_z \end{bmatrix} = R^T(X, \phi) R^T(Y, \theta) \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

➤ Thay các công thức 3.2 và 3.3 vào 3.9 ta được các kết quả:

$$\checkmark \quad M'_x = M_x \cos\theta + M_y \sin\theta$$

$$\checkmark \quad M'^y = M^x \sin\Phi \sin\theta + M^y \cos\Phi - M^z \sin\Phi \cos\theta$$

$$\checkmark \quad M'^z = M^x \cos\Phi \sin\theta + M^y \sin\Phi - M^z \cos\Phi \cos\theta$$

➤ Công thức 3.8 có các trường hợp như sau:

$$\checkmark \quad \text{Yaw} = \Psi = \arctan(M'^y / M'^x) \quad (\text{nếu } M^x > 0 \text{ và } M^y > 0)$$

$$\checkmark \quad \text{Yaw} = \Psi = 180 + \arctan(M'^y / M'^x) \quad (\text{nếu } M^x < 0)$$

$$\checkmark \quad \text{Yaw} = \Psi = 360 + \arctan(M'^y / M'^x) \quad (\text{nếu } M^x > 0 \text{ và } M'^y \leq 0)$$

$$\checkmark \quad \text{Yaw} = \Psi = 90^\circ \quad (\text{nếu } M^x = 0 \text{ và } M'^y < 0)$$

$$\checkmark \quad \text{Yaw} = \Psi = 270^\circ \quad (\text{nếu } M^x = 0 \text{ và } M'^y > 0)$$

Chú ý rằng tương tự như trường hợp cảm biến gia tốc ta cũng có M'^x ,

➤

M'^y , M'^z cũng được chuẩn hóa, nghĩa là

$$\sqrt{M'^x^2 + M'^y^2 + M'^z^2} = 1$$

Nếu điều này không thỏa nghĩa là đã có nhiễu từ các nguồn từ trường

khác .

3.4.3 Xử lý dữ liệu từ cảm biến vận tốc góc (Gyro):

Việc tính toán số liệu từ Gyro là khá phức tạp vì nó cho ra dữ liệu là

➤

vận tốc góc nên để xác định được góc quay thì chúng ta phải tích phân theo thời gian.

Các phương trình dùng để tính vận tốc thay đổi (vi phân) góc Euler từ

➤

Gyro như sau:

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta\psi}{\delta t} \\ \frac{\delta\theta}{\delta t} \\ \frac{\delta\phi}{\delta t} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos\phi} \begin{bmatrix} 0 & \sin\phi & \cos\phi \\ 0 & \cos\phi \cos\theta & -\sin\phi \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\phi \sin\theta & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Với Ψ , θ , Φ lần lượt là góc Euler tại thời điểm lấy mẫu trước đó (t-1) .

Góc Euler tại thời điểm hiện tại được xác định như sau:

$$\begin{bmatrix} \psi(t) \\ \theta(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi(t-1) \\ \theta(t-1) \\ \phi(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\delta\psi}{\delta t} \\ \frac{\delta\theta}{\delta t} \\ \frac{\delta\phi}{\delta t} \end{bmatrix} \cdot \Delta t$$