

Інтегрована інерціально-супутникова система
навігації, що базується на принципах
комплексної обробки інформації з
використанням калманівської фільтрації

Доповідач: Микола Новік

8 лютого 2011 р.

Постановка задачі комплексування

Постановка задачі: дослідження можливостей комплексування навігаційної інформації двох систем, що є на борту сучасного літака: безплатформенної інерціальної навігаційної системи і супутникової високоточної навігаційної системи.

В результаті комплексування ІНС та СНС досягаються:

- 1 підвищення точності визначення координат, висоти, швидкості і часу споживача;
- 2 уточнення кутів орієнтації (курсу, крену і тангажа);
- 3 оцінка й уточнення параметрів калібрування навігаційних датчиків, таких, як дрейфи гіроскопів, масштабні коефіцієнти, зсуви нуля акселерометрів тощо;
- 4 забезпечення на цій основі безперервності навігаційних визначень на всіх етапах руху, у тому числі і при тимчасовій непрацездатності приймача СНС у випадках впливу завад або енергійних маневрів ЛА.

Варіанти інтегрування ІСНС

Роздільна схема

Надмірність, обмеженість похибок оцінок місця розташування і швидкості, наявність інформації про орієнтацію і кутову швидкість, висока швидкість видачі інформації, мінімальні зміни в бортовій апаратурі

Слабко зв'язана схема

Усі перераховані особливості роздільних систем, плюс більш швидке відновлення слідування за кодом і фазою сигналів СНС, виставлення та калібрування БІНС у польоті, як наслідок – підвищена точність під час відсутності сигналу СНС

Жорстко зв'язана схема

Подальше поліпшення точності і калібрування, підвищена стійкість слідування за сигналами СНС при маневрах ЛА, підвищена завадостійкість, компактність, знижені вимоги з енергозабезпечення. Вектор стану містить до 40 компонентів, тому фільтр складно реалізувати; необхідність розробки спеціальних датчиків.

Схема ІНС

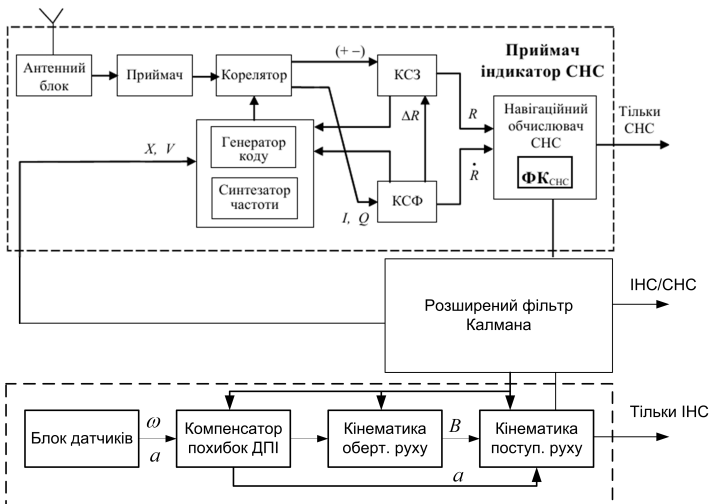


Рис.: Слабко зв'язана схема

Фільтр Калмана

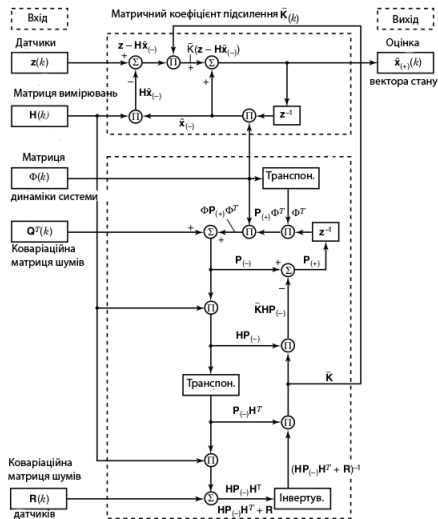


Рис.: Схема роботи фільтра Калмана

Траєкторія руху ЛА та кути крену, курсу і тангажа

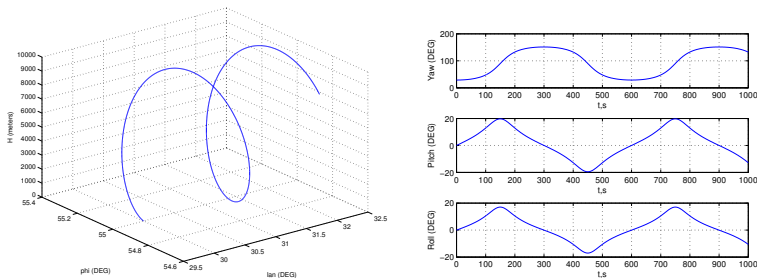
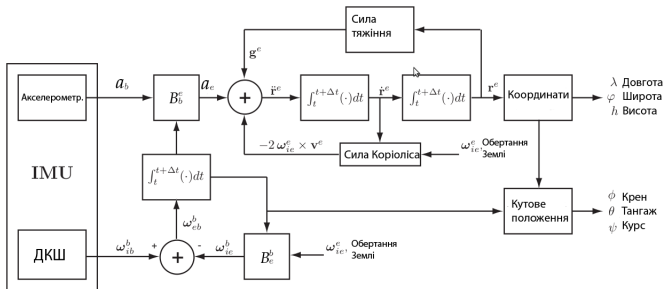


Рис.: Траєкторія руху ЛА та його кути орієнтації

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(t) = \varphi_0 + K_\varphi t + \Delta_\varphi \sin(\omega_\varphi t + \delta_\varphi); \\ \lambda(t) = \lambda_0 + K_\lambda t + \Delta_\lambda \sin(\omega_\lambda t + \delta_\lambda); \\ h(t) = h_0 - \Delta h \cos(\omega_h t + \delta_h); \\ V_E(t) = \dot{\lambda}(t) [R_1(\varphi) + h(t)] \cos \varphi(t); \\ V_N(t) = \dot{\varphi}(t) [R_2(\varphi) + h(t)]; \\ V_h(t) = \dot{h}(t); \\ R_1(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}; \\ R_2(\varphi) = R_1(\varphi) \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \sin^2 \varphi}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_E(t) = \dot{V}_E(t) - q(t) \sin \varphi(t) V_N(t) + q(t) \cos \varphi(t) V_h(t); \\ a_N(t) = \dot{V}_N(t) + q(t) \sin \varphi(t) V_E(t) + \dot{\varphi}(t) V_h(t); \\ a_h(t) = \dot{V}_h(t) - q(t) \cos \varphi(t) V_E(t) - \dot{\varphi}(t) V_N(t) + g(h, \varphi); \\ q(t) = \dot{\lambda}(t) + 2\omega_3; \\ g(h, \varphi) = g_e [1 - 2 \frac{h(t)}{a} + \frac{3}{4} e^2 \sin^2 \varphi(t)]; \\ \vartheta(t) = \arctg 2[V_h(t)/V_r(t)]; \\ \psi(t) = \arctg 2[V_E(t)/V_N(t)]; \\ \gamma(t) = K_\gamma \frac{V_N(t) \dot{V}_E(t) - V_E(t) \dot{V}_N(t)}{V_r(t) \cos \vartheta(t)}, \end{array} \right.$$

Алгоритми роботи БІНС



Координати

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = \frac{V_E(t)}{(R_1+h) \cos \varphi(t)} \\ \dot{\varphi} = \frac{V_N(t)}{(R_2+h)} \\ \dot{h} = V_h(t) \end{cases}$$

Матриця орієнтації:

$$B = \begin{bmatrix} \sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma - \sin \psi \cos \gamma \sin \vartheta & \cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma \sin \vartheta \\ \cos \psi \cos \vartheta & -\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \cos \gamma \sin \vartheta & -\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \gamma \sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \gamma \cos \vartheta & -\sin \gamma \cos \vartheta \end{bmatrix}$$

Швидкості

$$\dot{\hat{V}} = B \bar{a}_c - \Delta \bar{n}(t) + \bar{g}_T$$

Орієнтація

$$\dot{B} = B \Omega_c - \Omega_\Gamma B$$

Рівняння похибок БІНС

БІНС

Похибка приведенної координати:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{R}_E &= \Delta V_E(t) \cdot \frac{R_3}{R \cos \varphi(t)} + \Delta R_N(t) \frac{V_E(t) \sin \varphi(t)}{R_3 R \cos^2 \varphi(t)} - \Delta h(t) \frac{R_3 V_E(t)}{R^2 \cos \varphi(t)}; \\ \Delta \dot{R}_N &= \Delta V_N(t) \cdot \frac{R_3}{R} - \Delta h(t) \frac{R_3 V_N(t)}{R^2}; \\ \Delta \dot{h} &= \Delta V_h(t);\end{aligned}$$

Похибка швидкості:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{V}_E &= a_N \alpha_h - a_h \alpha_N + \sum_{i=1}^3 b_{1,i} \Delta a_i - \Delta V_h U(t) \cos \varphi + \Delta V_N U(t) \sin \varphi + \\ &+ \frac{\Delta R_N}{R_3} (U(t)(V_h \sin \varphi + V_N \cos \varphi)) - \left(\frac{\Delta V_E}{R \cos \varphi} + \frac{V_E \sin \varphi}{R \cos^2 \varphi} \frac{\Delta R_N}{R_3} \right) \times \\ &\times (V_h \cos \varphi - V_N \sin \varphi) + \frac{\Delta h V_E}{R^2} (V_h - V_N \operatorname{tg} \varphi);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta \dot{V}_N &= -a_E \alpha_h + a_h \alpha_E + \sum_{i=1}^3 b_{2,i} \Delta a_i - \Delta V_E U(t) \sin \varphi - \Delta V_h \dot{\varphi}(t) - \\ &- \frac{\Delta R_N}{R_3} V_E U(t) \cos \varphi - \frac{\Delta V_N}{R} V_h - \left(\frac{\Delta V_E}{R \cos \varphi} + \frac{V_E \sin \varphi}{R \cos^2 \varphi} \frac{\Delta R_N}{R_3} \right) V_E \sin \varphi + \\ &+ \frac{\Delta h}{R^2} (V_E^2 \operatorname{tg} \varphi + V_N V_h);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta \dot{V}_h &= a_E \alpha_N - a_N \alpha_E + \sum_{i=1}^3 b_{3,i} \Delta a_i + \Delta V_E U(t) \cos \varphi + \Delta V_N \dot{\varphi}(t) - \\ &- \frac{\Delta R_N}{R_3} V_E U(t) \sin \varphi + \frac{\Delta V_N}{R} V_N + \left(\frac{\Delta V_E}{R \cos \varphi} + \frac{V_E \sin \varphi}{R \cos^2 \varphi} \frac{\Delta R_N}{R_3} \right) V_E \cos \varphi + \\ &+ g_e \left(-\frac{2\Delta h}{a} + \frac{3}{2} e^2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\Delta R_N}{R_3} \right) - \frac{\Delta h}{R^2} (V_E^2 + V_N^2),\end{aligned}$$

Похибка орієнтації координатного тригранника:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_E &= -\omega_N \alpha_h + \omega_h \alpha_N - \frac{\Delta V_N}{R} - \sum_{i=1}^3 b_{1,i} \varepsilon_i, \\ \dot{\alpha}_N &= -\omega_h \alpha_E + \omega_E \alpha_h + \frac{\Delta V_E}{R} - u \sin \varphi \frac{\Delta R_N}{R_3} - \sum_{i=1}^3 b_{2,i} \varepsilon_i, \\ \dot{\alpha}_h &= -\omega_E \alpha_N + \omega_N \alpha_E + \frac{\Delta V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi + (u \cos \varphi + \frac{V_E}{R \cos^2 \varphi}) \frac{\Delta R_N}{R_3} - \sum_{i=1}^3 b_{3,i} \varepsilon_i,\end{aligned}$$

Матриця динаміки БІНС

$$F_{p,k} = \begin{bmatrix} \cdot & \frac{\dot{\lambda}}{R_3} tg\varphi; & \frac{-\dot{\lambda}R_3}{R} & \frac{R_3}{R \cos \varphi} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{-\dot{\varphi}R_3}{R} & \cdot & \frac{R_3}{R} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \frac{2u+\dot{\lambda}}{R_3} (V_h \sin \varphi + V_N \cos \varphi) & \frac{V_E}{R^2} (V_h - V_N tg\varphi) & \frac{V_N \sin \varphi - V_h \cos \varphi}{R \cos \varphi} & (2u + \dot{\lambda}) \sin \varphi & -(2u + \dot{\lambda}) \cos \varphi \\ \cdot & -\frac{\dot{\lambda}}{R_3} tg\varphi (V_h \cos \varphi - V_N \sin \varphi) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -\frac{2u+\dot{\lambda}}{R_3} V_E \cos \varphi - \frac{V_E^2}{RR_3} tg^2 \varphi & \frac{V_E^2 tg\varphi + V_h V_N}{R^2} & - (2u + \dot{\lambda}) \sin \varphi; & -\frac{V_h}{R} & -\dot{\varphi}(t) \\ \cdot & -2u \frac{V_E \sin \varphi}{R} + \frac{3g_e}{2R_3} e^2 \sin \varphi \cos \varphi & -\frac{2g_e}{a} - \frac{V_E^2 + V_N^2}{R^2} & (2u + \dot{\lambda}) \cos \varphi & \dot{\varphi}(t) + \frac{V_N}{R} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\frac{1}{R} & \cdot \\ \cdot & -\frac{u}{R} \sin \varphi & \cdot & \frac{1}{R} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \frac{1}{R_3} (u \cos \varphi + \frac{\dot{\lambda}}{\cos \varphi}) & \cdot & \frac{tg\varphi}{R} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -a_h & a_N & \cdot & \cdot & \cdot & b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} \\ a_h & \cdot & -a_E & \cdot & \cdot & \cdot & b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} \\ -a_N & a_E & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_{3,1} & b_{3,2} & b_{3,3} \\ \cdot & \omega_h & -\omega_N & -b_{1,1} & -b_{1,2} & -b_{1,3} & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\omega_h & \cdot & \omega_E & -b_{2,1} & -b_{2,2} & -b_{2,3} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \omega_N & -\omega_E & \cdot & -b_{3,1} & -b_{3,2} & -b_{3,3} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix};$$

Помилка координати стаціонарно закріпленої БІНС

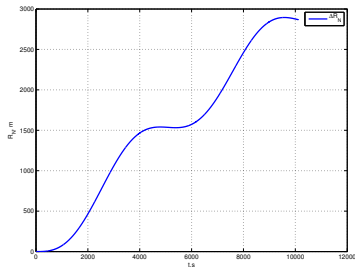
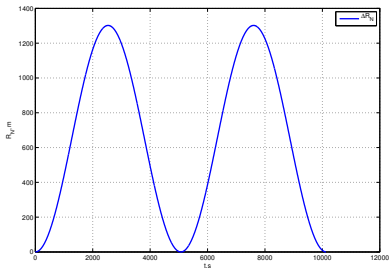


Рис.: Еволюція похибки за умови, дрейфу гіроскопа $0.01deg/h$; Еволюція похибки за умови, похибки координатного тригранника $10^{-3}rad$

Сумарна похибка стаціонарно закріпленої БІНС

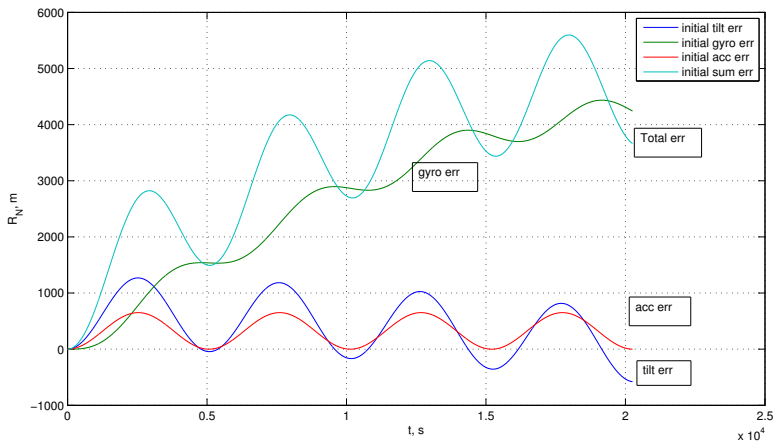


Рис.: Еволюція сумарної похибки по координаті за умови, дрейфу гіроскопа 0.01 deg/h , похибки координатного тригранника 10^{-3} rad , та зміщенням акселерометра 10^{-4} m/s^2

Рівняння похибок СНС та БВ

СНС

Помилки СНС:

$$\Delta R_{Es,k} = \Delta R_{Ec,k} + \frac{\sigma_{Rs}}{\cos \varphi_k} \eta_{REs,k} + \frac{\sigma_{\delta Rs}}{\cos \varphi_k} \eta_{\delta RE,k};$$

$$\Delta R_{Ns,k} = \Delta R_{Nc,k} + \sigma_{Rs} \eta_{RNs,k} + \sigma_{\delta Rs} \eta_{\delta RN,k};$$

$$\Delta H_{s,k} = \Delta H_{c,k} + \sigma_{Hs} \eta_{Hs,k} + \sigma_{\delta Rs} \eta_{\delta H,k}$$

$$\Delta V_{ls,k} = \Delta V_{lc,k} + \sigma_{Vs} \eta_{Vls,k} + \sigma_{\delta Vs} \eta_{\delta Vls,k}, \text{ при } l = E, N, H;$$

Корельовані помилки СНС:

$$\Delta R_{Ec,k} = W_R \Delta R_{Ec,k-1} + q_R \frac{\sigma_{Rc}}{\cos \varphi_k} \eta_{REc,k} + \frac{\sigma_{\delta Rc}}{\cos \varphi_k} \eta_{\delta REc,k};$$

$$\Delta R_{Nc,k} = W_R \Delta R_{Nc,k-1} + q_R \sigma_{Rc} \eta_{RNc,k} + \sigma_{\delta Rc} \eta_{\delta RNc,k};$$

$$\Delta H_{c,k} = W_R \Delta H_{c,k-1} + q_R \sigma_{Hc} \eta_{Hc,k} + \sigma_{\delta Hc} \eta_{\delta Hc,k};$$

$$\Delta V_{lc,k} = W_V \Delta V_{lc,k-1} + q_V \sigma_{Vc} \eta_{Vlc,k} + \sigma_{\delta Vc} \eta_{\delta Vlc,k}, \text{ при } l = E, N, H,$$

де: $W_R = e^{-(\lambda_s V_{\text{Ш}} + \lambda_{st}) \Delta t}$; $q_R = [1 - \exp(-2(\lambda_s V_{\text{Ш}} + \lambda_{st}) \Delta t)]^{0,5}$; $W_V = e^{-\lambda_V \Delta t}$; $q_V = [1 - \exp(-2\lambda_V \Delta t)]^{0,5}$;

Матриця динаміки корельованих похибок СНС:

$$F_{sns} = \begin{bmatrix} W_R & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & W_R & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & W_R & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & W_V & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & W_V & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & W_V \end{bmatrix}$$

БВ

Дискретна модель похибок БВ:

$$\Delta h_{c,k} = \Delta h_{c,k-1} + \sigma_{\xi A} \xi_{k-1}$$

Система в просторі станів

Вектор стану системи

$$\begin{bmatrix} \Delta R_E \\ \Delta R_N \\ \Delta h \\ \Delta V_E \\ \Delta V_N \\ \Delta V_h \\ \alpha_E \\ \alpha_N \\ \alpha_h \\ \varepsilon_{c1} \\ \varepsilon_{c2} \\ \varepsilon_{c3} \\ \Delta a_{c1} \\ \Delta a_{c2} \\ \Delta a_{c3} \\ \Delta h_{BB} \\ \Delta R_{Ec} \\ \Delta R_{Nc} \\ \Delta h_c \\ \Delta V_{Ec} \\ \Delta V_{Nc} \\ \Delta V_{hc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Пом. координ. E} \\ \text{Пом. координ. N} \\ \text{Пом. по висоті} \\ \text{Пом. по швидкості E} \\ \text{Пом. по швидкості N} \\ \text{Пом. по швидкості H} \\ \text{Пом. тригранника E} \\ \text{Пом. тригранника N} \\ \text{Пом. тригранника H} \\ \text{Дрейф гіроскопа E} \\ \text{Дрейф гіроскопа N} \\ \text{Дрейф гіроскопа H} \\ \text{Дрейф акселерометра E} \\ \text{Дрейф акселерометра N} \\ \text{Дрейф акселерометра H} \\ \text{Пом. баровисотоміра} \\ \text{Кор. пом. коорд. СНС E} \\ \text{Кор. пом. коорд. СНС N} \\ \text{Кор. пом. коорд. СНС H} \\ \text{Кор. пом. швид. СНС E} \\ \text{Кор. пом. швид. СНС N} \\ \text{Кор. пом. швид. СНС H} \end{bmatrix}$$

Моделі системи в просторі станів.

$$\bar{X}_{p,k+1} = \Phi_{p,k} \bar{X}_{p,k} + G_{p,k} \bar{\xi}_k$$

Матриця динаміки системи

$$F_{p,k} = \begin{bmatrix} F_k & \cdot & \cdot \\ \cdot & F_{bv} & \cdot \\ \cdot & \cdot & F_{sns} \end{bmatrix};$$

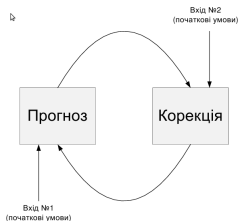
Коваріаційна матриця шумів

$$Q_{p,k} = \begin{bmatrix} Q_k & \cdot & \cdot \\ \cdot & \sigma_{BB} \sqrt{\Delta t} & \cdot \\ \cdot & \cdot & G_{s,k} \end{bmatrix};$$

Вимірювання

$$\bar{Y}_k = \begin{bmatrix} \bar{h}_k - \bar{h}_{BB,k}, \\ \bar{R}_{E,K} - \bar{R}_{ES,k}, \\ \bar{R}_{N,K} - \bar{R}_{NS,k}, \\ \bar{h}_k - \bar{h}_{s,k}, \\ \bar{V}_{E,k} - \bar{V}_{ES,k}, \\ \bar{V}_{N,k} - \bar{V}_{NS,k}, \\ \bar{V}_{h,k} - \bar{V}_{hS,k}, \\ \bar{h}_{BB} - \bar{h}_{s,k} \end{bmatrix}$$

Навігаційний фільтр Калмана



Фільтр Калмана

Прогноз:

$$\begin{aligned}\hat{X}_{p,k}(-) &= \Phi_{p,k-1} \hat{X}_{p,k-1}(+), \\ P_k(-) &= \Phi_{p,k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{p,k-1}^T + G_{p,k-1} G_{p,k-1}^T;\end{aligned}$$

Корекція:

$$\begin{aligned}\hat{X}_{p,k}(+) &= \hat{X}_{p,k}(-) + K_k (\bar{Y}_k - H \hat{X}_{p,k}) \\ P_k(+) &= (E - K_k H) P_k(-) (E - K_k H)^T + K_k Q_{p,k} Q_{p,k}^T K_k^T\end{aligned}$$

Коефіцієнт Калмана:

$$K_k = P_k(-) H^T (H P_k(-) H^T + Q_{p,k} Q_{p,k}^T)^{-1}$$

Виправлення координат

Виправлення координат:

$$h(+)_i = h(-)_i - \Delta \hat{h}_i;$$

$$\varphi_i(+)=\varphi(-)_i-\frac{\Delta \hat{R}_{Ni}}{R_3};$$

$$\lambda_i(+)=\lambda(-)_i-\frac{\Delta \hat{R}_{Ei}}{R_3};$$

Виправлення швидкостей:

$$V(+)_E=V(-)_E-\Delta \hat{V}_E;$$

$$V(+)_N=V(-)_N-\Delta \hat{V}_N;$$

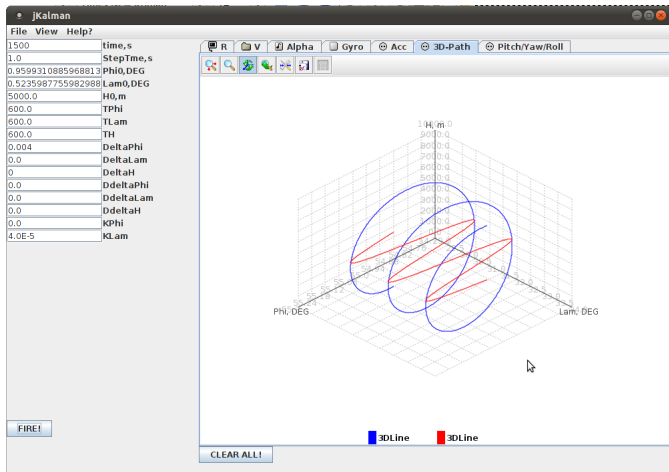
$$V(+)_h=V(-)_h-\Delta \hat{V}_h.$$

Виправлення орієнтації географічної СК:

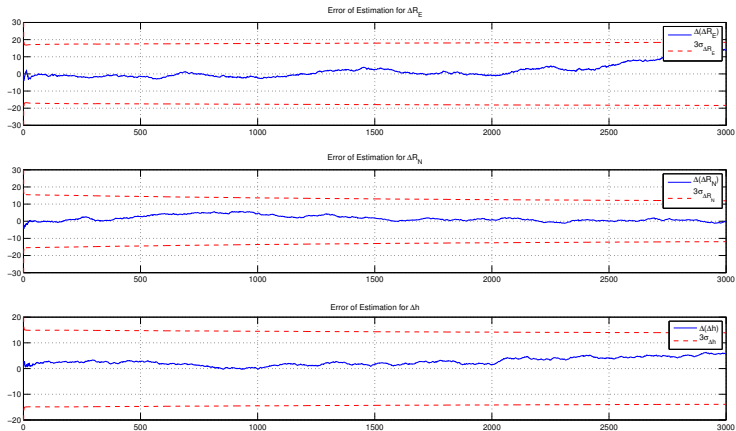
$$\hat{B}(+)_i=\Delta B_i\hat{B}(-)_i$$

$$\Delta B_i=\begin{bmatrix} 1 & -\hat{\alpha}_{h,i} & \hat{\alpha}_{N,i} \\ \hat{\alpha}_{h,i} & 1 & -\hat{\alpha}_{E,i} \\ -\hat{\alpha}_{N,i} & \hat{\alpha}_{E,i} & 1 \end{bmatrix}.$$

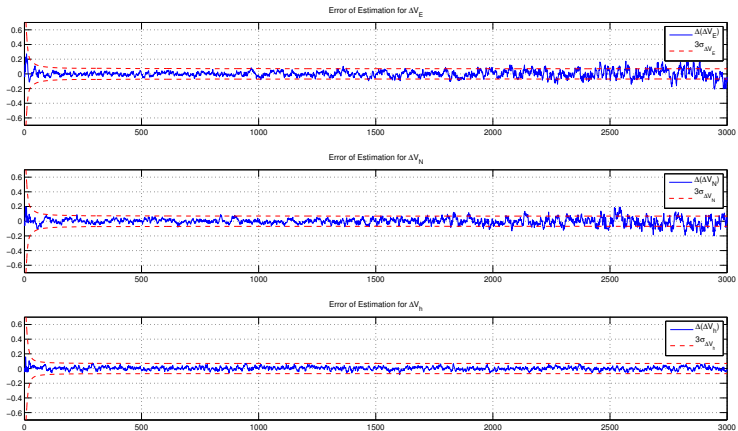
Інтерфейс програми



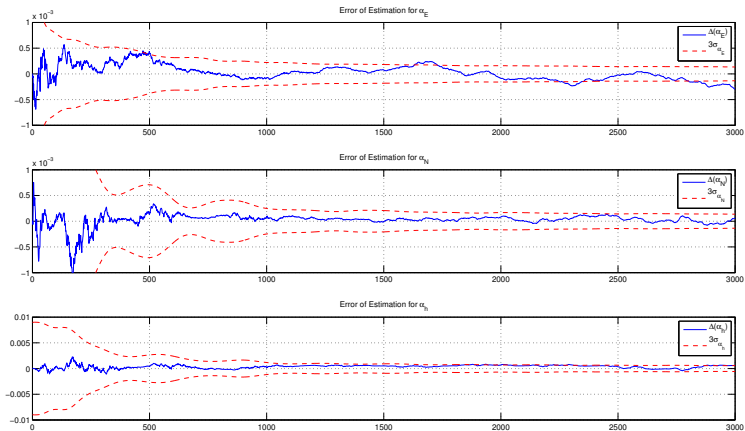
Похибка оцінки по координаті



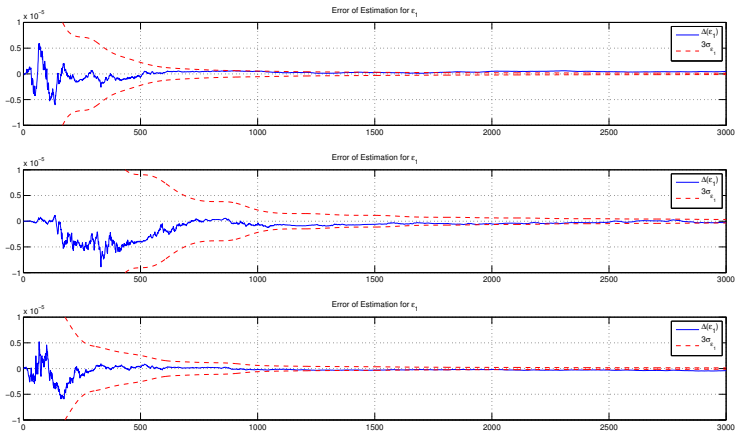
Похибка оцінки по швидкості



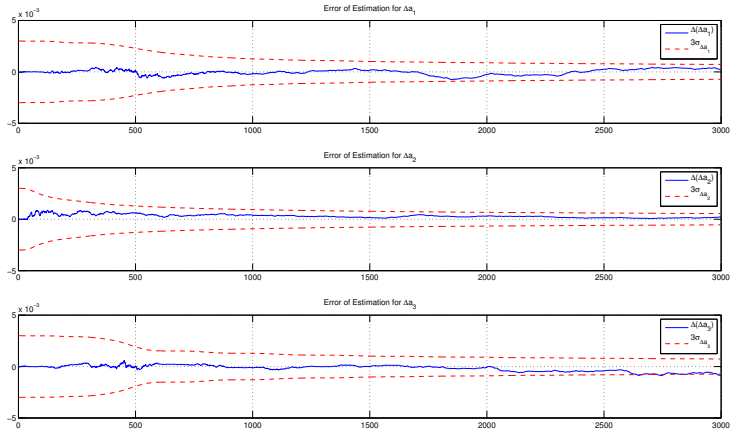
Похибка оцінки по орієнтації



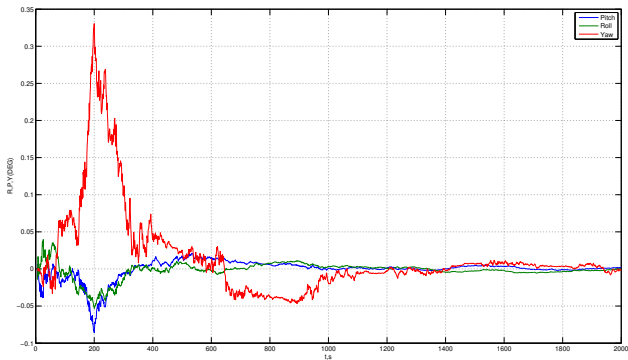
Похибка оцінки дрейфів гіроскопів



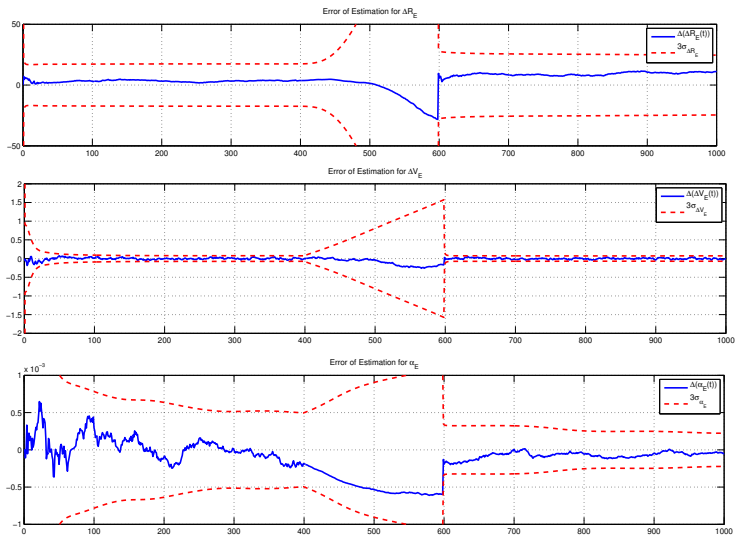
Похибка оцінки зміщення акселерометрів



Похибка оцінки курсу, крена, тангажа



Радіомовчання з 400-600с



Середньоквадратичні відхилення

СКВ похибок оцінювання

№	East	North	Height
Координати, м	5.8792050244	4.6476224404	4.8677711489
Швидкості, м/с	0.0236254078	0.0235478062	0.0231813797
Орієнтація, рад	8.42E-005	0.000133569	0.0004735418
Дрейф ДКШ, рад/с	2.50E-007	1.28E-006	3.80E-007
Акселером, м/с ²	0.0005007264	0.000344999	0.0004686141


```
sudo rm -rf /
```

Дякую за увагу!