

# РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка до дипломного проекту «Інтегрована інерціально-супутникова система навігації, що базується на принципах комплексної обробки інформації з використанням калманівської фільтрації»: стор. — 101 , рис. — 29, використаних джерел — 20.

ІНЕРЦІАЛЬНА НАВІГАЦІЙНА СИСТЕМА, МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ, ФІЛЬТР КАЛМАНА, КОМП'ЮТЕРНО ІНТЕГРОВАНІЙ КОМПЛЕКС.

Об'єкт дослідження — методи та алгоритми комплексної обробки інформації, принципи побудови інтегрованих навігаційних комплексів, на базі процедури оптимальної калманівської фільтрації.

Мета диплому — аналіз та вибір схеми комплексної інерціально-супутникової навігаційної системи та схем оцінювання та корекції в цій системі і, як наслідок, розробка слабо зв'язаної схеми інтеграції, дослідження ступеню впливу похибок датчиків первинної інформації безплатформної інерціальної системи та точнісні характеристики числення навігаційних параметрів і динаміку зміни похибок, впливу перерв у роботі СНС на траєкторний рух ЛА, моделювання зміни похибок комплексної інерціально-супутникової навігаційної системи.

Метод дослідження — математичне моделювання.

Розроблений алгоритм авіаційного бортового навігаційного комплексу, що включає безплатформенну інерціальну навігаційну систему, супутникову навігаційну систему та баровисотомір, дозволяє ефективно оцінити навігаційні параметри, залишивши переваги кожної із підсистем і значно знизити вплив їх недоліків.

Матеріали дипломного проекту рекомендується використовувати при проведенні наукових досліджень та у навчальному процесі.

# Перелік позначень

FANS Future Air Navigation System

GPS global positioning system

ІНС інерціальна навігаційна система

ІССН інтегрована інерціально-супутникова система навігації

АБ антенний блок

БІНС безплатформенна інерціальна навігаційна система

ГЛОНАСС глобальна навігаційна супутникова система

ДПІ датчики первинної інформації

КВК командно-вимірювальний комплекс

КСЗ контур слідкування за затримкою

КСФ контур слідкування за фазою

ЛА літальний апарат

НС навігаційний супутник

ПІ прийомоіндикатор

ПКА підсистема космічних апаратів

ПКК підсистема контролю і керування

ПНК пілотажно-навігаційний комплекс

СНС супутникова навігаційна система

СРНС супутникова радіонавігаційна система

СФ смуговий фільтр

ФК фільтр Калмана

					НАУ 11 54 75 000 ПЗ	Аркул
						2
Зм.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата		

# Зміст

<b>Вступ</b>	<b>5</b>
<b>1 Аналіз та вибір навігаційного забезпечення</b>	<b>8</b>
1.1 Аналіз та вибір структури та варіанту комплексування інтегрованої інерціально-супутникової системи . . . . .	10
1.2 Аналіз та вибір варіанта супутникової навігаційної системи . . . .	22
1.3 Вибір варіанту побудови інерціальної навігаційної системи . . . .	29
1.4 Оцінка орієнтовних значень похибок вимірників первинної інформації БІНС . . . . .	48
<b>2 Аналіз та вибір методів оцінювання та корекції в комплексній інерціально-супутниковій системі</b>	<b>55</b>
2.1 Огляд методів оптимальної обробки інформації . . . . .	56
2.2 Рекурентний фільтр Калмана . . . . .	61
2.3 Алгоритм фільтра Калмана . . . . .	64
2.4 Проектування фільтра Калмана . . . . .	65
<b>3 Розробка алгоритмів оптимального комплексування в інерціально-супутникових системах навігації</b>	<b>68</b>
3.1 Моделі похибок інерціальних навігаційних систем . . . . .	69
3.2 Математичні моделі похибок супутникової системи навігації . . .	77
3.3 Математичні моделі похибок барометричного висотоміра . . . . .	79
3.4 Розробка алгоритмів оптимальної комплексної обробки навігаційної інформації . . . . .	79
<b>4 Дослідження розроблених алгоритмів</b>	<b>88</b>
4.1 Дослідження моделі похибок БІНС . . . . .	88
4.2 Рівняння траєкторії ЛА . . . . .	90
<b>5 Дослідження алгоритму оптимальної фільтрації за допомогою розробленого програмного забезпечення</b>	<b>92</b>
5.1 Опис вхідних та вихідних даних . . . . .	93

5.2	Опис графічного інтерфейсу користувача . . . . .	94
5.3	Опис структури програми . . . . .	95
<b>Перелік посилань</b>		<b>100</b>

# ВСТУП

З розвитком та вдосконаленням літальних апаратів, ускладненням та розширенням виконуваних ними польотних завдань, розвивались та вдосконалювались пілотажно-навігаційні прилади та системи, які з впровадженням в склад бортового обладнання високопродуктивної обчислювальної техніки стало об'єднувати в пілотажно-навігаційні комплекси (ПНК).

ПНК є логічним наслідком еволюції систем навігації та управління і являє собою якісно новий ступінь в автоматизації літаководіння. В склад ПНК сучасного літального апарату будь-якого класу входять декілька навігаційних систем, зокрема інерціальні (ІНС ) та супутникові (СНС ) системи навігації. Завдяки різній фізичній природі та різним принципам формування навігаційного алгоритмічного забезпечення, ІНС та СНС добре доповнюють одна одну, що природно визначило їхню інтеграцію в складі сучасних ПНК, у якості інтегрованих інерціально-супутникових систем навігації (ІССН ). Доцільність спільного використання ІНС та СНС дозволяє, з одного боку, обмежити зростання похибок ІНС (головний недолік цієї системи) а, з іншого боку, знизити шумову складову похибок СНС, підвищити темп видачі інформації бортовим споживачам, істотно підняти рівень завадозахищеності (недоліки СНС), крім того забезпечується висока інформативність інтегрованої системи.

В результаті комплексування ІНС та СНС досягаються:

- підвищення точності визначення координат, висоти, швидкості і часу споживача;
- уточнення кутів орієнтації (курсу, крену і тангажа);
- оцінка й уточнення параметрів калібрування навігаційних датчиків, таких, як дрейфи гіроскопів, масштабні коефіцієнти, зсуви акселерометрів тощо;
- забезпечення на цій основі безперервності навігаційних визначень на всіх етапах руху, у тому числі і при тимчасовій непрацездатності приймача СНС у випадках впливу завад або енергійних маневрів ЛА.

Вищезазначені причини призводять до необхідності застосування інтегрованих інерціально-супутникових систем для навігації і керування ЛА практично всіх

типів. Тому комітет міжнародної організації цивільної авіації (ІКАО) з майбутніх навігаційних систем (FANS Future Air Navigation System ) прийняв рішення про обов'язкове використання систем супутникової навігації в поєднанні з ІНС.

Інтеграція інерціальної та супутникової систем реалізується шляхом комплексування двох систем. При вирішенні задачі комплексної обробки інформації в інерціально-супутникових системах навігації найбільш привабливим і розповсюдженим є, безумовно, калманівська фільтрація.

Фільтр калмана (ФК ) — ефективний рекурсивний фільтр оцінюючий вектор стану системи ряд неповних і зашумлених вимірів.

ФК призначений для рекурсивного дооцінювання вектора стану апріорно відомої динамічної системи, для розрахунку поточного стану системи необхідно знати поточні виміри, а також попередній стан фільтра. Таким чином фільтр Калмана, як і безліч інших рекурсивних фільтрів, реалізовані в часовому представленні, а не в частотному. Дана особливість відрізняє його від пакетних фільтрів, які вимагають в поточний такт роботи знати історію змін і/або оцінок.

В ряді випадків, кількість параметрів, що задають стан об'єкта, більше, ніж кількість спостерігаємих параметрів, доступно для вимірів. За допомогою моделі об'єкта по ряду доступних вимірів фільтр Калмана дозволяє отримати оцінку всього вектора внутрішнього стану об'єкта.

Оцінці за допомогою фільтра Калмана доступні лише змінні стану, які спостерігаються за результатами вимірювань вихідних сигналів. Якщо вектор стану спостережений не повністю, то можна замість звичайного фільтра, що ідентифікує весь вектор стану, синтезувати так званий редукований фільтр Калмана, тобто фільтр, який оцінює лише деякі змінні стану.

В результаті роботи фільтра обчислюється оцінка поточних похибок ІНС у визначенні координат, швидкостей, кутів орієнтації, а також оцінки похибок її акселерометрів і гіроскопів. На основі отриманих оцінок коригуються показання ІНС і її вимірювальних елементів.

Загальною вимогою для організації процесу комплексування є наявність математичних моделей підсистем, що підлягають комплексуванню. Сучасний стан обчислювальної техніки, знань в області інерціальної та супутникової навігації дозволяють скласти досить повні й адекватні моделі цих систем.

При побудові інтегрованих навігаційних систем широке поширення одер-

жав прийом, заснований на формуванні різницевих вимірів, зі складу яких виключаються шукані параметри. З використанням різницевих вимірів вирішується задача оцінювання похибок однієї підсистеми на фоні похибок іншої підсистеми. Цей прийом найчастіше називають методом одержання інваріантних оцінок. При реалізації такого методу використовуються лінійні моделі еволюції похибок підсистем і не потрібно введення в загальному випадку нелінійних моделей еволюції самих шуканих навігаційних параметрів, що істотно спрощує побудову алгоритмів комплексної обробки навігаційної інформації і дає можливість застосування добре освоєних процедур оптимальної лінійної калмановської фільтрації.

Таким чином для реалізації процедур оптимального комплексування інерціальної та супутникової систем навігації необхідно мати моделі еволюцій похибок окремих підсистем комплексу.

Отже розробка та дослідження працездатності алгоритмів роботи інтегрованих інерціально-супутникових систем для навігації і керування ЛА, оцінка ступіню впливу похибок датчиків первинної інформації безплатформної інерціальної системи (БІНС) та похибок супутникової навігаційної системи (СНС) на точнісні характеристики числення навігаційних параметрів і динаміку зміни похибок комплексної системи, оцінка впливу перерв у роботі СНС на траєкторний рух ЛА при польоті за складним маршрутом складають зміст магістерської роботи. Саме тому тема роботи є досить актуальною на сьогоднішній час. Робота виконувалася у рамках держбюджетної НДР 598ДБ09 “Методики створення інерціально супутникової навігаційної системи на основі нанотехнологічної БІНС” [TODO перевірити номер НДР]

# 1 Аналіз та вибір навігаційного забезпечення

Відповідно до розробленої у НДР „”( [TODO додати номер НДР]) методики побудови комплексної навігаційної системи, задача створення інерціально-супутникової системи навігації для визначення координат місцеположення рухомого об'єкта, передбачає:

Обґрунтування, та вибір (або розробка) структури і варіанту комплексування інтегрованої інерціально-супутникової системи на основі аналізу класу і технічних характеристик ЛА, з урахуванням діапазонів кутів крену та тангажа, ударних навантажень, максимальних швидкостей та прискорень, орієнтуючись на тип точності основних навігаційних засобів (комплекс середньої точності, низької вартості та малих габаритів і маси), масогабаритні характеристики, споживану потужність та вартість обладнання.

Формулювання основних характеристик комплексної системи у вигляді граничних погрішностей навігаційних визначень;

Для обраного варіанту інтегрованої інерціально-супутникової системи обирається з представленого на ринку модельного ряду авіаційних приемоіндикаторів супутникових систем потрібний за технічними характеристиками та розв'язуваними задачами тип приемоіндикатора, або формулюються технічні вимоги на розробку такого приемоіндикатора.

Для обраного варіанту інерціально-супутникової системи обирається схема інерціальної навігаційної системи;

На основі аналізу варіантів побудови датчиків первісної інформації БІНС і основних характеристик інерціальних датчиків, використовуючи методику попереднього оцінювання точностних характеристик ДПІ БІНС, обираються типи датчиків первісної інформації БІНС;

Грунтуючись на аналізі типових польотних завдань, що виконує даний клас ЛА або БПЛА, обираються варіанти систем координат, в яких повинні формулюватися кінематичні рівняння алгоритмів БІНС;

					НАУ 11 54 75 000 ПЗ			
Зм.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата	Інтегрована інерціально-супутникова система навігації, що базується на принципах комплексної обробки інформації з використанням калманівської фільтрації	Лит.	Аркуш	Аркушів
Розробив	НовікМ.В.						8	101
Перевірив	Мар'ясоваТ.І.					ІАСУ 608		
Н. контр.	КозловаА.П.							
Затвердив	СинеглазовВ.М.							



Для обраних варіантів систем координат розробляються кінематичні рівняння алгоритмів БІНС, в яких при завданні орієнтацію зв'язаної системи координат відносно опорної за рішенням проектанта можуть бути використані алгоритми із застосуванням направляючих косинусів, кутів Ейлера, компонентів векторів кінцевого повороту й орієнтації, параметрів Родріга-Гамільтона, параметрів Келі-Клейна;

Після прийняття рішення про корекцію вертикального каналу інтегрованої інерціально-супутникової системи від вимірника барометричної висоти обирається тип баровисотоміра, або формулюються технічні вимоги на розробку такого вимірника, обирається тип датчика статичного тиску, розробляються алгоритми обчислення барометричної висоти за інформацією від датчика статичного тиску;

Випереджаючи розробку алгоритмів комплексної обробки навігаційної інформації, виконується розробка математичних моделей похибок датчиків, БІНС, СНС та вимірника барометричної висоти. Причому, якщо за моделі похибок датчиків БІНС, СНС та вимірника барометричної висоти можна застосовувати відомі математичні моделі, то математичну модель похибок БІНС потрібно формулювати базуючись на розроблених алгоритмах ідеальної роботи БІНС;

Після прийняття рішення про застосування в інтегрованої інерціально-супутникової системі оптимальної схеми комплексування виконується розробка алгоритмів комплексної обробки навігаційної інформації від БІНС, СНС та вимірника барометричної висоти на базі процедур оптимальної дискретної калманівської фільтрації залежно від обраного варіанту схем інтегрування: для слабкозв'язаної або сильнозв'язаної системи, з метою оцінювання похибок і введення поправок у вихідні дані БІНС.

## 1.1 Аналіз та вибір структури та варіанту комплексування інтегрованої інерціально-супутникової системи

Комплексна вторинна обробка інформації дає значний позитивний ефект тоді, коли відповідні вимірники працездатні, тобто на виходах радіонавігаційних вимірників, зокрема на виході корелятора приймача СНС, є досить "хороші" (природно що, і в таких випадках існують похибки слідування) сигнали, сформовані в результаті первинної обробки інформації. Реальні умови застосування апаратури навігаційних споживачів показують, що багато вимірників, і, насамперед, радіотехнічні супутникові системи навігації, далеко не завжди знаходяться в працездатному стані. У реальних умовах нерідко спостерігається зрив супроводу сигналів супутників, зокрема, через багатопроменевість і дію інших завад, захоплення похибкових сигналів і т.п.

В теперішній час розроблені схеми можливого комплексування СНС і ІНС у чотирьох основних варіантах:

- а) роздільна схема;
- б) слабо зв'язана схема;
- в) жорстко зв'язана схема;
- г) глибоко інтегрована схема.

Тут і в подальшому під СНС мається на увазі інтегрована СНС ГЛОНАСС/GPS. Перший варіант – це роздільна або розімкнута схема рис.1.1.1. Це найбільш простий варіант спільного використання ІНС і СНС. Тут обидві системи працюють незалежно одна від одної, але, оскільки похибки ІНС з часом зростають, то необхідно періодично або безперервно проводити корекцію ІНС за даними СНС. Для демпфірування вертикального каналу ІНС може бути застосована інформація від системи повітряних сигналів (СПС).

Періодична корекція може зводитися до періодичного перезапуску алгоритму ІНС із новими початковими умовами за координатами та швидкістю, дані про які надходять від приймача СНС. Безперервна корекція процедурно

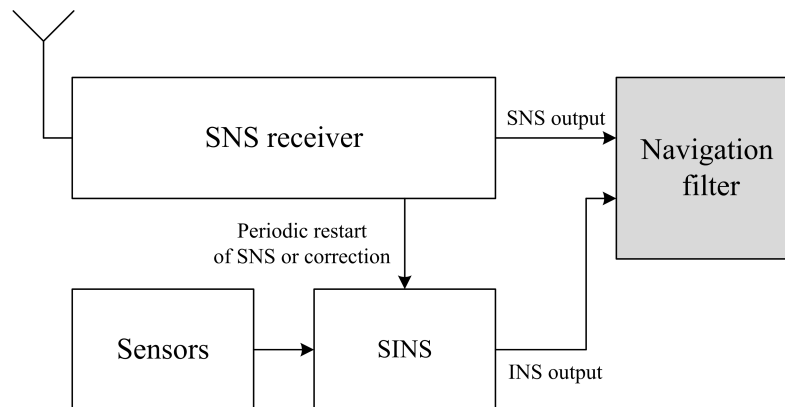


Рисунок 1.1.1 – Розімкнута схема

може бути оформлена як одночасна позиційна та швидкісна корекції ІНС за сигналами СНС. Така архітектура комплексування на етапі розв’язання навігаційної задачі (на етапі вторинної обробки інформації) забезпечує незалежність систем (крім моментів перезапуску або корекції) й інформаційну надмірність сукупної структури. Вихідна інформація двох систем може піддаватися комплексній обробці з використанням калманівської фільтрації.

В цілому комплексна система має більш високу точність як за координатами та швидкістю, так і за кутовою орієнтацією. При цьому зберігається можливість одержувати позиційну, швидкісну та кутову інформацію (у тому числі про перевантаження та кутову швидкість), необхідну для цілей пілотування та навігації з високою частотою, притаманною ІНС.

Крім того, для створення архітектури такої інтегрованої ІССН потрібні мінімальні зміни в апаратних засобах і програмному забезпеченні вже існуючого обладнання ЛА.

Наступною за глибиною зв’язку ІНС і СНС є слабо зв’язана система. Тут інерціальна система та приймач СНС як і раніше виробляють незалежні навігаційні вимірювання, однак з’являється з’єднувальний блок – обчислювач ІНС СНС, у якому формується оцінка координат і швидкості польоту, виробляється корекція даних, отриманих від ІНС (рис. 1.1.2).

В цій схемі функціональний розподіл підсистем може супроводжуватися їхнім фізичним поділом: приймач СНС, ІНС і навігаційний обчислювач конструктивно оформляються у вигляді закінчених роздільних блоків, між якими організовані відповідні інформаційні зв’язки, що не вимагають, як правило, високих швидкостей передачі даних. Зрозуміло, усі три перелічені компоненти

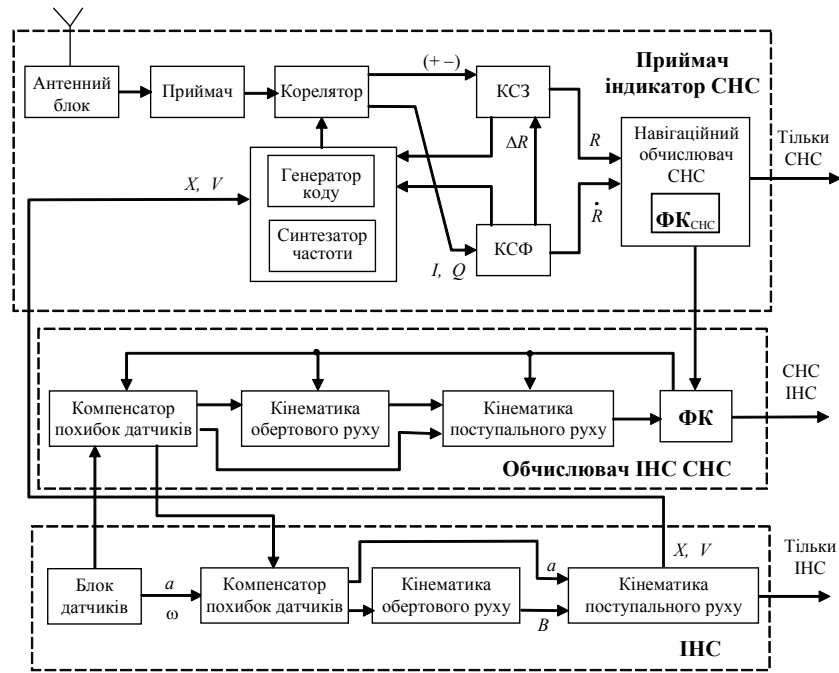


Рис. 10.2.

Рисунок 1.1.2 – Розімкнута схема

системи можуть бути розміщені й у єдиному модулі, якщо це бажано за умовами функціонування комплексу.

У слабо зв'язаних системах ІНС повинна забезпечити досить тривале функціонування зі збереженням прийнятної точності. Таким чином, передбачається можливість як роздільного функціонування ІНС і СНС протягом тривалого періоду, так і їх сумісного функціонування в інтегрованому режимі.

У СНС (див. рис. 1.1.2) сигнал, прийнятий антенним блоком, є сигналом несучої частоти, модульованим за амплітудою псевдовипадковим сигналом тривалістю  $dt \approx 1$  мсек (або 300 м еквівалентної довжини коду). Вхідні сигнали демодулюються і подаються на корелятори. Інформація з кореляторів передається в контури слідкування за фазою (КСФ) і затримкою (КСЗ). Контур слідкування за затримкою видає командні сигнали, які здійснюють затримку або випередження сигналів на виході корелятора (див.  $[+, -]$  на рис. 1.1.2) доти, поки на виході корелятора не з'явиться сигнал максимальної величини, а різниця сигналів корелятора на попередньому і поточному кроках не буде дорівнювати нулю. Це означає „захоплення” сигналу супутника, а величина отриманої при цьому затримки вважається часом поширення сигналу від супутника до приймача і використовується для обчислення псевдодальності  $\dot{R}_i$  до конкретного супутника. Синфазна та квадратурна складові сигналів несучої частоти

( $IQ$  відповідно – на рис. 1.1.2) подаються в контур слідкування за фазою несучої частоти (КСФ). Арктангенс пропорційний амплітуді квадратурного ( $Q$ ) сигналу до синфазного ( $I$ ) є похибкою КСФ. Цей сигнал похибки подається у вигляді зворотного зв'язку в корелятор, здійснюючи фазове автопідстроювання його частоти. Різниця частот опорного і прийнятого сигналів пропорційна швидкості зміни псевдодальності  $\dot{R}_i$ . При цьому контур КСФ має астатизм 3-го порядку, що дозволяє відслідковувати сигнали з постійним прискоренням (другої похідної від псевдодальності). Якщо цей контур захоплює і стежить за фазою, він подає коригувальний сигнал  $\Delta R$  у контур КСЗ, підвищуючи тим самим точність визначення псевдодальності  $R$ .

Інформація про вимірюванні псевдодальності  $R$  і псевдошвидкості  $\dot{R}_i$  використовується в алгоритмах розв'язання навігаційних задач для отримання координат і швидкості споживача, а також виправлень до еталона часу та частоти приймача СНС. При наявності надмірності з метою підвищення точності зчислення навігаційних параметрів здійснюється їхнє спільне оцінювання, зокрема з використанням оптимальної калманівської фільтрації.

Робота супутникової системи коригується від ІНС на етапі “холодного” і “гарячого” стартів. Тут приймач СНС використовує інформацію від ІНС тільки з метою більш надійного та швидкого відновлення захоплення сигналу у випадку його втрати. На схемі це показано зв'язком вихідного блоку ІНС і корелятора. Передана по цьому каналу інформація про обчислені координати та швидкість ЛА у випадку втрати слідкування дозволяє розрахувати оцінки передбачуваної затримки сигналу  $\tau$  та доплерівського зсуву частоти несучої  $f_{\text{доп}}$ , що суттєво знижує час пошуку та захоплення сигналу. В результаті значно знижується час відновлення роботи приймача після втрати сигналу, тобто тут в деякому сенсі реалізоване об'єднання ІНС і СНС не тільки на рівні вторинної обробки інформації, а й на рівні первинної обробки радіосигналів.

У блоці ІНС на рис. 1.1.2 показана структура безплатформної інерціальної системи. Блок датчиків видає вектори кутових швидкостей  $\omega$  та лінійних прискорень  $a$ . У блоці „кінематика обертового руху” виконується інтегрування кінематичних рівнянь кутового руху та формується матриця напрямних косинусів  $B$  за інформацією датчиків кутових швидкостей. Матриця напрямних косинусів  $B$  разом із даними акселерометрів використовується в блоці інтегрування кінематичних рівнянь поступального руху – блок “кінематика поступаль-

ного руху”. На виході цього блоку формуються координати та швидкості ЛА у вибраній навігаційній системі.

У середній частині рис. 1.1.2 зображено з’єднувальний блок – обчислювач ІНС СНС, що копіює алгоритм безплатформної ІНС, здійснює в блоці „компенсатор похибок датчиків” компенсацію похибок датчиків відповідно до моделей цих похибок та реалізує безпосередньо комплексування ІНС і СНС. Оцінка параметрів, що характеризують фазові координати руху ЛА, реалізується в польоті за результатами, наприклад, розширеної калманівської фільтрації сигналів ІНС і СНС у блоці ФК. За результатами оцінювання здійснюється позиційна та швидкісна корекція копії алгоритмів безплатформної ІНС. Корекція самої ІНС у слабо-зв’язаних системах не передбачається. Але в ІНС передбачається можливість компенсації інструментальних похибок вимірювальних елементів за апріорними даними (наприклад, за паспортними даними системи) або за значеннями оцінок цих похибок, що отримані в обчислювачі ІНС СНС. В результаті в основний алгоритм ІНС передаються скориговані показання датчиків кутової швидкості і акселерометрів.

Як видно, у слабо зв’язаній системі навігаційні параметри, так само як і в роздільній схемі, виробляються незалежно як у ІНС так і в СНС, причому, як уже відзначалося, до складу приймача включена схема оцінювання (як правило, фільтр Калмана). Така схема зветься „каскадною” через два послідовно включених фільтри Калмана. Достоїнством такої схеми є висока надійність інтегрованої системи, а недоліком – взаємна кореляція похибок оцінок першого фільтра (фільтра супутникового приймача) і їх відмінність від білих шумів. Надходячи з виходу СНС на вхід другого фільтра Калмана, і стаючи для нього шумами вимірювань, вони порушують умови оптимальної роботи цього фільтра. Крім цього, у такій схемі необхідно здійснювати заходи синхронізації вимірювань ІНС і приймача СНС.

Підвищений рівень автономності ІНС (передбачається, що підсистема ІНС може працювати автономно протягом 1-ї години) вимагає значної точності інерціальних датчиків (датчиків кутових швидкостей і акселерометрів) і застосування досить складних алгоритмів інерціальної навігації. Тому такі системи досить дорогі та складні. Такі системи доцільно застосовувати в ПНК високої та середньої точності, але, наприклад для БПЛА, вони занадто дорогі.

У літературі можна знайти ділення слабо зв’язаних схем на три типи:

					НАУ 11 54 75 000 ПЗ	Аркул
Зм.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата		14

стандартну, агресивну і так звану *MAGR*-схему (*Military Airborne GPS Receiver*). Відмінність „агресивної” схеми від стандартної полягає в тому, що в ній використовується інформація БІНС про прискорення для екстраполяції навігаційних вимірювань приймача СНС в період між супутниковими вимірюваннями. *MAGR* - схема фірми *Rockwell* використовує інерціальні вимірювання в контурі слідкування за кодом СНС-приймача при провалі „захоплення” у контурі слідкування за несучою частотою. У цьому випадку можна говорити про повноцінне комплексування як на рівні вторинної обробки інформації, так й на рівні первинної обробки інформації.

Третій варіант інтеграції систем – жорстко зв’язана схема (рис. 1.1.3). У жорстко зв’язаних системах ступінь автономності ІНС значно менший, ніж у слабо зв’язаних системах: допускається автономна робота протягом від декількох секунд до декількох десятків секунд. Практично в цих системах ІНС найчастіше є додатком для СНС. Основна навігаційна інформація виробляється в СНС, у той час як ІНС інтерполює значення навігаційних параметрів у період між двома сусідніми тактами надходження інформації від СНС, а також забезпечує навігаційною інформацією системи керування польотом при короточасній втраті сигналів від супутників.

ІНС у жорстко зв’язаних системах забезпечує „сирі вимірювання”. Блок датчиків видає вектори кутових і лінійних координат.

Компенсація похибок датчиків відповідно до моделей цих похибок виконується в блоці компенсатора похибок від розширеного фільтра Калмана. Інтегрування кінематичних рівнянь обертового руху та поступального руху виконується з урахуванням скоригованих координат. Тобто в у жорстко зв’язаних системах виконується одночасно процедури оцінювання (фільтрації) і коригування ІНС.

Приймач СНС функціонує аналогічно описаному вище варіанту слабо зв’язаної схеми. Відмінністю даної структури від попередніх є відсутність у складі приймача фільтра Калмана. У жорстко зв’язаній схемі ІНС і приймач лише забезпечують склад вимірювань для загального обчислювального блоку, в якому реалізований єдиний фільтр Калмана. Вимірювання для фільтра в жорстко зв’язаних системах будуються за різницею псевдодальностей або/і швидкостей зміни псевдодальностей, визначених, з одного боку, в ІНС за обчисленими координатами ЛА й ефемеридами супутника, і вимірюваними приймачем-

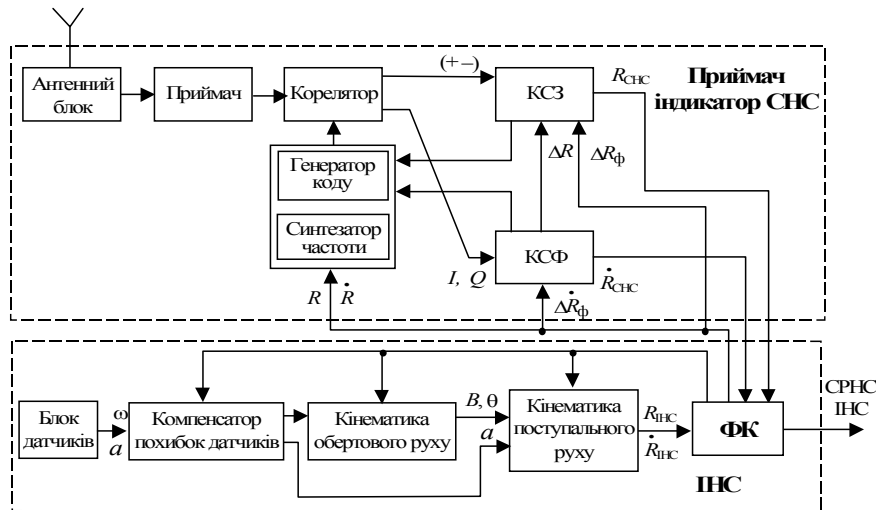


Рис. 10.3.

Рисунок 1.1.3 – Жорстко зв'язана схема інтегрування

індикатором СНС, з іншого. При цьому за навігаційну систему координат ІНС доцільно вибрати ту систему координат, в якій працює СНС.

Фільтр Калмана, на відміну від попереднього випадку, повинен бути дуже швидкодіючим. Це пов'язано з тим, що зв'язок блока фільтра Калмана з контурами приймача СНС значно більш жорсткий, ніж у попередньому випадку, оскільки відмінною рисою жорстко зв'язаної схеми є використання контурами слідування за затримкою і фазою інформації про розрахункові псевдодальності і псевдошвидкості (або про їхні збільшення), які надходить саме від фільтра Калмана. Використання цієї інформації дозволяє істотно поліпшити стійкість слідування і знизити час відновлення роботи приймача у випадку втрати сигналів супутників. Необхідно, щоб ці дані надходили з високою швидкістю так, щоб період часу між вимірюваннями в підсистемі СНС був розбитий на велику кількість підінтервалів з метою корекції контурів слідування. Це потрібно для того, щоб постачати контуру слідування інформацію навіть тоді, коли вхідний сигнал приймача відсутній або подавлений завадами, тобто тут реалізоване повномасштабне комплексування ІНС/СНС і на рівні первинної обробки інформації.

Жорстко зв'язані системи мають більшу точність при тих самих інерціальних датчиках у порівнянні зі слабо зв'язаними системами. У цих системах за рахунок додаткових сигналів корекції від ІНС смуга пропускання контурів слідування СНС може бути значно зменшена. При цьому зростає завадостійкість цих систем і зменшується ймовірність втрати сигналів, що відслідковують



ться. До того ж застосування фільтра Калмана, що відновлює повний вектор стану, включаючи псевдодальність  $R$  і швидкість її зміни  $\dot{R}$ , навіть при неповних вимірюваннях, дозволяє СНС працювати навіть при кількості видимих супутників менше 4-х. Якщо кількість цих супутників більше 4-х, то фільтр Калмана здійснює комплексування інформації, що надходить від видимих супутників. Однак, наявність лише одного фільтра Калмана призводить до втрати надмірності системи, тому що стає доступним лише одне спільне рішення.

Як і у слабо зв'язаних системах тут передбачено коригування СНС від коректованої ІНС на етапах „холодного” та „гарячого” стартів, а відновлені значення псевдодальності  $\Delta R_D$  і швидкості її зміни  $\Delta \dot{R}_D$ , надходячи в контури слідування за затримкою КСЗ та за фазою КСФ сигналу СНС, забезпечують процедуру інтерполяції.

Таким чином, основні відмінності жорстко зв'язаної схеми від слабо зв'язаної полягають у наступному:

- а) використання вихідної інформації ІНС про прискорення в контурі слідування за кодом і доплерівським зсувом несучої частоти, що дозволяє звузити смугу пропускання контурів слідування і підвищити швидкодію та точність настроювання;
- б) використання вимірювань псевдодальностей та псевдошвидкостей (а не координат і швидкостей) для оцінювання похибок ІНС.

Як вже було зазначено, жорстко зв'язані системи забезпечують більш високу точність розв'язання навігаційної задачі в порівнянні зі слабо зв'язаними системами. До інших переваг такої схеми можна віднести:

- а) відсутність проблем взаємної кореляції шумів вимірювань та їхніх відмінностей від білих шумів;
- б) відсутність проблеми синхронізації вимірювань ІНС і СНС, оскільки використовується один формувач тактових частот;
- в) можливість виявлення та відбраковування схиблених вимірювань псевдодальностей за їхніми передбачуваними значеннями, сформованими з використанням даних від ІНС.

До недоліків жорстко зв'язаних систем можна віднести:

- а) необхідність розробки спеціальної апаратури споживача (приймача-індикатора СНС);
- б) використання складних співвідношень для вимірювань;
- в) зниження надійності, оскільки відмова ІНС призводить до відмови системи в цілому;
- г) відсутність надмірності, що ускладнює рішення задач діагностики та контролю.

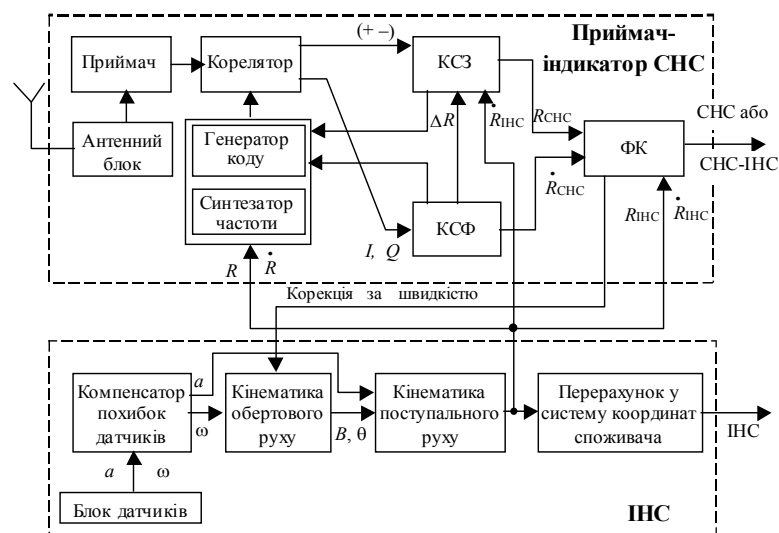


Рисунок 1.1.4 – Система середнього типу інтеграції

функцію підтримки слідування КЗС, тобто працює тільки блок КЗС - блок слідування за затримкою, то ІНС заміняє відсутній сигнал  $\Delta R$  на сигнал  $\dot{R}$ , підтримуючи, таким чином, роботу супутникової системи без збоїв.

ІНС у цьому випадку, так само як і у всіх інших, використовується також і для екстраполяції сигналів положення  $R$  і швидкості  $\dot{R}$  між двома вимірюваннями СНС.

Оскільки у фільтрі Калмана відновлюється цілком весь вектор стану ЛА, то змінні кутової орієнтації використовуються для корекції алгоритмів інтегрування кінематичних рівнянь кутового руху, тобто здійснюється корекція за швидкістю.

Крім розглянутих варіантів структур комплексної системи, існують ще й інші варіанти, що побудовані як за принципом слабкої, так і жорсткої інтеграції. Але при цьому слід мати на увазі, що ці варіанти вимагають значно більш складного і дорогого математичного забезпечення в порівнянні з уже розглянутими варіантами структур.

Так звані глибоко інтегровані системи є ще більш складними і менш гнучкими з огляду організації їхньої структури, мають жорстку організацію зв'язків і єдиний вихід (рис. 1.1.5).

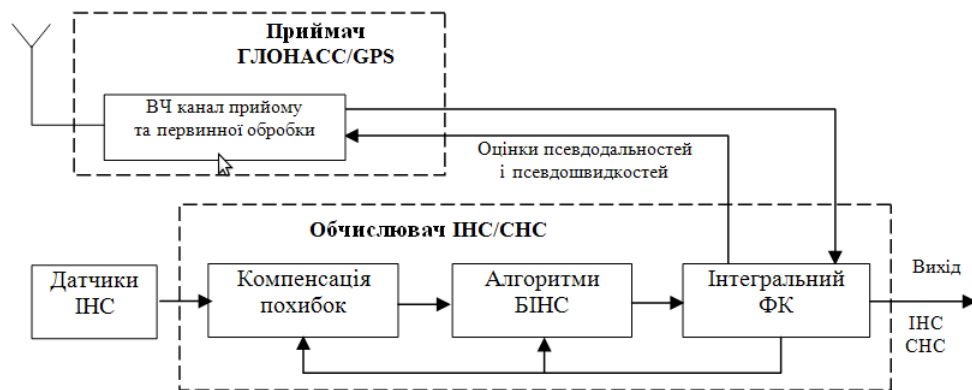


Рисунок 1.1.5 – Глибоко інтегрована схема

Обчислювач ІНС/СНС реалізує алгоритми безплатформної ІНС й алгоритми оптимальної оцінки параметрів. Всі оцінки виробляються в інтегральному фільтрі Калмана, а приймач СНС ГЛОНАСС/GPS ще більш спрощується. У цій схемі він складається тільки з високочастотного каналу прийому і первинної обробки інформації, що включає високочастотний прийомний тракт, генератор коду, корелятори і схему „захоплення”. Виходи кореляторів є входами для ін-

тегрального фільтра Калмана, де обчислюються не тільки похибки ІНС, але й оцінки псевдодальностей і псевдошвидкостей, які передаються в приймач для поліпшення характеристик „захоплення” сигналу. Таким чином, традиційні контури слідування за кодом і доплерівською частотою включаються в загальний інтегральний фільтр комплексної системи. У такій схемі фільтр повинен мати двадцятий-сороковий порядок, і для його реалізації потрібна БЦОМ із високою швидкістю.

Усі перераховані схеми комплексування СНС і ІНС (крім першої), одержують на виході фільтра Калмана оцінки інструментальних похибок ІНС (похибки зсуву нулів гіроскопів і акселерометрів, похибки масштабних коефіцієнтів і т. ін.), які використовуються для корекції інерціальних датчиків. Тому при перервах надходження даних із приймача отримані раніше оцінки похибок ІНС і її вимірювальних елементів дозволяють поліпшити точнісні характеристики ІНС в автономному режимі.

В табл. 1.1.1 підсумовані основні особливості перелічених схем комплексних систем.

Перші дві з приведених структур інтегрованих систем можуть бути реалізовані з використанням існуючих супутникових приймачів та інерціальних систем. Разом з тим жорстко зв'язана і особливо глибоко інтегрована схеми в обов'язковому порядку потребують розробки спеціальних приймачів і обчислювачів супутникової навігації для забезпечення корекції обох контурів спостереження від інерціальної системи навігації, а також створення спеціалізованих датчиків для інерціальних систем, виготовлених на одній технологічній та конструктивній базі. При цьому можуть бути використані самі передові технології, наприклад мікромеханічні датчики. Це дозволяє одержати інтегровані системи менших габаритів, маси, енергоспоживання. Але з точки зору розробника ці обставини є певним недоліком таких систем.

Об'єктом, на який передбачається встановлювати інтегровану навігаційну систему є пасажирський середньомагістральний літак українського виробництва, через це обираємо слабкозв'язану схему комплексування, оскільки архітектура такої інтегрованої КІССН потребує мінімальної зміни в апаратних засобах і програмному забезпеченні складових систем комплексної системи. Це дає можливість використовувати надійні, покупні і уніфіковані блоки системи і легко розширювати навігаційне забезпечення додаючи нове обладнання. До того ж ви-

Таблиця 1.1.1 – Особливості схем комплексування

Тип системи	Основні особливості
Роздільна	Надмірність, обмеженість похибок оцінок місця розташування і швидкості, наявність інформації про орієнтацію і кутову швидкість, висока швидкість видачі інформації, мінімальні зміни в бортовій апаратурі
Слабко зв'язана	Усі перераховані особливості роздільних систем, плюс більш швидке відновлення слідкування за кодом і фазою сигналів СНС, виставлення та калібрування БІНС у польоті, як наслідок – підвищена точність під час відсутності сигналу СНС
Жорстко зв'язана	Подальше поліпшення точності і калібрування, підвищена стійкість слідкування за сигналами СНС при маневрах ЛА, підвищена завадостійкість
Глибоко інтегрована	Достоїнства: єдиний фільтр усуває проблему “каскадного” включення фільтрів, компактність, знижені вимоги з енергозабезпечення. Недоліки: вектор стану містить до 40 компонентів, тому фільтр складно реалізувати; необхідність розробки спеціальних датчиків

хідна інформація двох систем може просто піддаватися комплексній обробці з використанням тих чи інших алгоритмів оптимальної фільтрації. Окрім цього структурна надмірність надає більшу надійність системи: вихід однієї підсистеми з ладу не впливає на роботу іншої (на відміну з жорстко зв'язаною схемою).

## 1.2 Аналіз та вибір варіанта супутникової навігаційної системи

На сьогодні має сенс розглядати лише дві супутникові навігаційні системи : GPS (Global Positioning System), ГЛОНАСС (Глобальна Навігаційна Супутникова Система).

Двадцять чотири супутники системи GPS знаходяться на 12-годинних орбітах висотою 20146 км із нахиленням орбіти, рівним 55. Таким чином, у будь-якій крапці земної кулі в межах прямої видимості мається не менш чотирьох супутників у конфігурації, сприятливої для місцевизначення.

Система заснована на обчисленні відстані від користувача до супутника за обмірюваним часом від передачі сигналу супутником до прийому цього сигналу користувачем.

Глобальна Навігаційна Супутникова Система (ГЛОНАСС) – це технології російських конструкторів і вчених. Вона складається з 21 супутників, що, знаходячись у заданих крапках на високих орбітах, безупинно випромінюють у бік Землі спеціальні навігаційні сигнали. Будь яка людина або транспортний засіб, оснащений спеціальним приладом для прийому й обробки цих сигналів, можуть з високою точністю в будь-якій крапці Землі і навколоземного простору визначити власні координати і швидкість руху, а також здійснити прив'язку до точного часу.

У складі сучасної супутникової радіонавігаційної системи (СРНС) типу ГЛОНАСС і GPS функціонують три основні підсистеми:

- а) Підсистема космічних апаратів (ПКА), що складається з навігаційних супутників (НС) (мережа навігаційних супутників - космічний сегмент). ПКА СРНС складається з визначеного числа навігаційних супутників. Основні функції НС — формування і випромінювання радіосигналів, необхідних для навігаційних визначень споживачів СРНС, контролю бортових систем супутника підсистемою контролю і керування СРНС. Відповідні характеристики сигналів НС і способи їхньої обробки дозволяють проводити навігаційні виміри з високою точністю.

- б) Підсистема контролю і керування (ПКК) (наземний командно-вимірювальний комплекс (КВК)) - сегмент керування. ПКК являє собою комплекс наземних засобів, що забезпечують спостереження і контроль за траєкторіями руху НС, якістю функціонування їхньої апаратури, керування режимами її роботи і параметрами супутникових радіосигналів, складом, обсягом і дискретністю переданої із супутників навігаційної інформації та ін.
- в) Апаратура споживачів (АС) СРНС (приймоіндикатори (ПІ)) - сегмент споживачів. Апаратура споживачів призначена для визначення просторових координат, вектора швидкості, часу й інших навігаційних параметрів у результаті прийому й обробки радіосигналів багатьох навігаційних супутників.

На вхід ПІ надходять сигнали від НС, що знаходяться в зоні радіо видимості. Оскільки для рішення навігаційної задачі необхідно вимірити псевдодалекості і псевдошвидкості відносно, як мінімум, чотирьох НС, то ПІ повинний бути багатоканальним (більш 24 у сполучених ГЛОНАСС і GPS ).

Сучасні ПІ є аналого-цифровими системами, що здійснюють аналогову і цифрову обробку сигналів. Перехід на цифрову обробку здійснюється на одній із проміжних частот, при цьому має місце тенденція до підвищення цієї проміжної частоти.

Основа типового варіанту ПІ – два конструктивно роздільних блоків: антенний блок (АБ) та прийомообчислювач (ПО), які призначені для прийому й обробки навігаційних сигналів супутників з метою визначення необхідної споживачам інформації (просторово-тимчасових координат, напрямки і швидкості і т.п.).

В антенному блоці (рис. 1.2.1) сукупність сигналів НС, прийнятих антенною, попередньо підсилюється і фільтрується по всій смузі несучих частот НС у попередньому підсилювачі (ПП) зі смуговим фільтром (СФ).

Прийомообчислювач виконаний у вигляді блоку, у якому розташовані модулі вторинних джерел живлення і плати — прийомокорелятора, навігаційного обчислювача та інтерфейсного пристрою (рис. 1.2.2). Вхід ПО через фідерну лінію з'єднаний з виходом антенного блоку. В аналоговому приймачі АП сигнали підсилюються, фільтруються і переносяться з несучої частоти на проміжну

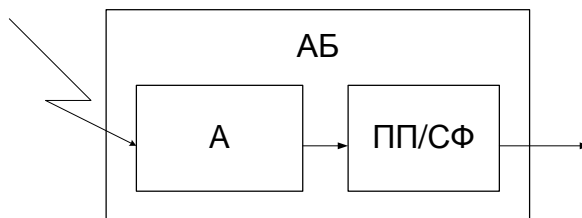


Рисунок 1.2.1 – Схема антенного блоку СНС

(зниження частоти). В аналого-цифровому перетворювачі АЦП аналоговий сигнал перетвориться в цифрову форму. В кореляторі (КОР) у цифровій формі

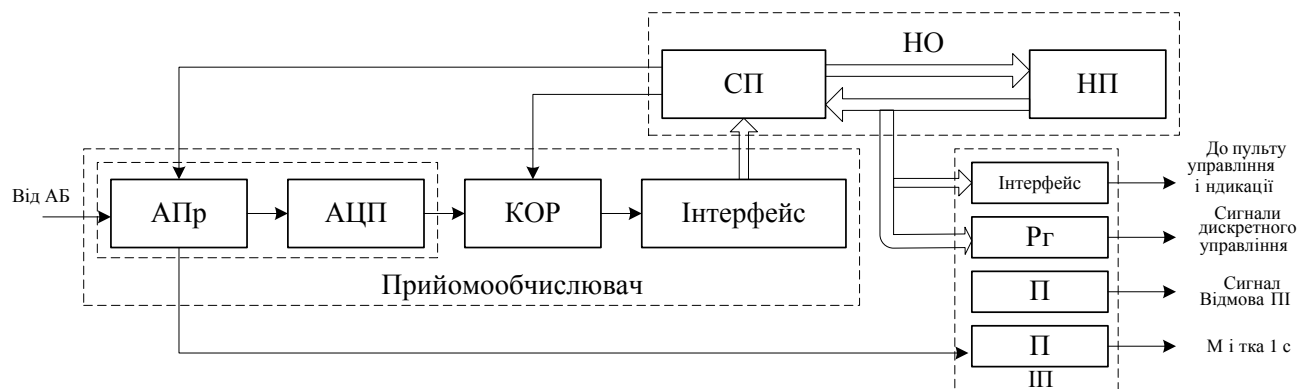


Рисунок 1.2.2 – Схема прийомообчислювача

формується синфазні і квадратурні відліки, що є основою роботи алгоритмів пошуку сигналів по затримці і частоті спостереження за псевдодальністю, фазою сигналу і виділення навігаційного повідомлення.

Навігаційний обчислювач НО є цифровим процесором, у якому реалізується обчислювальний процес і керування роботою ПІ. Навігаційний обчислювач зручно представити у виді сигнального процесора СП, що реалізує алгоритми первинної обробки квадратурних складових, і навігаційного процесора НП, що реалізує алгоритми низькочастотної обробки, тобто рішення навігаційної задачі.

У прийнятого радіосигналу вимірюються затримка  $\tau$  або доплерівський зсув частоти  $f_{\text{доп}}$ , які є радіонавігаційними параметрами, а відповідні їм дальність до об'єкта  $D = c * \tau$  і радіальна швидкість зближення  $V_p = f_{\text{доп}} \lambda$  служать навігаційними параметрами ( $c$  – швидкість світла;  $\lambda$  – довжина хвилі радіосигналу).

Просторове положення споживача визначається в прийомоіндикаторі в два етапи: спочатку визначаються поточні координати супутників і первинні навігаційні параметри (дальність, її похідні й ін.) щодо відповідних НС, а потім



розраховуються вторинні — географічна широта, довгота, висота споживача і т.д.

Вектор швидкості споживача обчислюють шляхом обробки результатів вимірів доплерівських зсувів частоти сигналів НС з урахуванням відомого вектора швидкості супутника.

Інтерфейсний пристрій (ІП) призначений для забезпечення взаємодії прийомоіндикатора з зовнішніми пристроями такими, наприклад, як пульт керування й індикації (ПКІ). Додатково до складу ІП входять два підсилювачі П, що формують ознаку відмови ПІ і сигнали дискретного керування, а також 8-розрядний регістр Рг, що приймає сигнали дискретного керування. Цей регістр доступний для читання з боку НО. Останній, у залежності від інформації, що знаходиться в регістрі, вибирає той або інший режим роботи.

Таким чином, основною операцією, що виконуваної в СНС за допомогою космічного сегменту, сегменту керування та сегменту споживача, є визначення просторових координат місця розташування споживачів і часу, тобто просторово-тимчасових координат (ПТК). Як було показано, цю операцію здійснюють відповідно до концепції незалежної навігації, що передбачає обчислення шуканих навігаційних параметрів безпосередньо в апаратурі споживача. У рамках цієї концепції в СРНС обраний позиційний спосіб визначення місця розташування споживачів на основі беззапитних (пасивних) далекомірних вимірів по сигналах декількох навігаційних штучних супутників Землі з відомими координатами. Висока точність визначення місця розташування споживачів обумовлена багатьма факторами, включаючи взаємне розташування супутників і параметри їхніх навігаційних сигналів. Структура космічного сегмента забезпечує для споживача постійну видимість необхідного числа супутників.

Використання СНС в інтересах місцезнаходження і навігації рухливих об'єктів, а також у рішенні спеціальних задач (спостереження, аерофотознімання, пошук корисних копалин, пошук і порятунк транспортних засобів, що терплять нещастя, і людей) висуває високі вимоги.

Вимоги до точнісних характеристик, таких як середньоквадратичне відхилення помилки (СКП) визначення навігаційних параметрів, показників надійності навігаційного забезпечення, тощо наступні:

— доступність (готовність), мірою якої є імовірність працездатності СРНС

перед виконанням тієї або іншої задачі та у процесі її виконання. Чисельні значення доступності складають 0,95..... 0,997;

- цілісність, мірою якої є імовірність виявлення відмови протягом часу, рівному заданому або менше. Вимоги до цілісності для маршрутних польотів складає 0,999;
- безперервність обслуговування, мірою якої служить імовірність працездатності системи протягом найбільш відповідальних відрізків часу. На етапах заходу на посадку вимоги до безперервності обслуговування складають  $10^{-5}$  .....  $10^{-4}$  для проміжків часу від 15 до 150 с.

Основні навігаційні параметри, що визначаються в СРНС – дальність і радіальна швидкість. Відповідними їм радіонавігаційними параметрами (параметрами радіосигналу) служать затримка  $t$  сигналу і доплерівський зсув частоти  $f_{\text{доп}}$ . Оскільки головною вимогою до СРНС є висока точність виміру навігаційних параметрів, отже, й основною вимогою до радіосигналів так само є висока точність виміру затримки  $t$  сигналу і доплерівського зсуву частоти  $f_{\text{доп}}$ .

Вимоги до підвищення точності затримки сигналу і доплерівського зсуву частоти суперечливі. Для підвищення точності виміру затримки необхідно розширювати спектр сигналу, а для підвищення точності виміру доплерівського зсуву частоти – збільшувати тривалість сигналу.

Дане протиріччя вирішується при вирішенні задачі спільної оцінки  $t$  та  $f_{\text{доп}}$ .

Підвищення точності спільних оцінок затримки сигналу і доплерівського зсуву частоти можна досягти за рахунок збільшення так званої бази сигналу –  $B$  (добуток ефективної тривалості сигналу на ефективну ширину спектра сигналу) і основною вимогою до радіосигналів у СРНС є збільшення бази сигналу  $\gg 1$ . Такі сигнали називають шумоподібними. Відомо, що стійкість до перешкод радіотехнічної системи визначається значенням бази сигналу, а для більшості ЛА скритність і перешкодозахищеність є одним з визначальних вимог.

Інша істотна вимога — забезпечення багатостанційного доступу. При визначенні навігаційних параметрів у споживача повинна бути можливість одночасного доступу до сигналів від різних супутників. Проблема багатостанційного доступу вирішується шляхом тимчасового, частотного або кодового поділу си-

гналів, наприклад, у супутниковій навігаційній системі GPS використовується кодовий поділ, у СРНС ГЛОНАСС - частотний.

З результатів аналізів стає очевидно, що не має принципової різниці між супутниковими навігаційними системами GPS та ГЛОНАСС.

В залежності від області використання апаратура споживача (АС) має свої особливості, тому виробники АС завжди вказують на область застосування відповідного зразка. Крім основних блоків, таких, як антена, приймач, індикатор, АС може містити допоміжні, що забезпечують виконання спеціальних сервісних функцій, наприклад, діагностику вузлів транспортного засобу, зв'язок з диспетчерським пунктом і т.п.

З огляду на, те що супутникова система навігації буде працювати в комплексі з інерціальною системою навігації, то навряд варто встановлювати на борт ЛА повний комплект супутникової системи. Досить обмежитися прийомо-індикатором і сигнальним процесором, думаючи, що алгоритми рішення навігаційної задачі будуть вирішуватися в спільному процесорі інерціально - супутникової системи навігації.

Виходячи з вищенаведеного, а також враховуючи умови застосування ЛА та вимоги ТЗ можна сформулювати вимоги, яким повинний задовольняти обраний тип прийомоіндикатора СРНС.

Розв'язувані задачі:

- автоматичне, безперервне, глобальне, всепогодне визначення поточних 3D-координат місця розташування, вектора шляхової швидкості шляхового кута ЛА при роботі: по сигналу стандартної точності частотного діапазону L1 ГЛОНАСС; по сигналі З/А-коду GPS; при спільній обробці вищевказаних сигналів;
- видача поточних 3D-координат місця розташування ЛА, що є складовими вектора швидкості і шляхового кута в системі координат СК-42 або ПЗ-90 у географічному форматі, а також ознак режиму роботи апаратури;
- стійке визначення навігаційних параметрів при русі з лінійними прискореннями і при стрибкоподібних змінах прискорення;
- можливість переключення з антени носія на антену ЛА;

- інтегральна оцінка очікуваної точності визначення поточних координат місця розташування;
- автоматичний вибір оптимального з погляду очікуваної точності сузір'я НС ГЛОНАСС і GPS при роботі в сполученому режимі;
- автоматичне рішення навігаційної задачі в географічній системі координат:

З огляду на зазначені вимоги можна запропонувати СНС типу — SPIRIT 24 Channel GPS+GLONASS Receiver DuoStar-1000 (рис.1.2.3). Приймач працює одночасно з системами GPS та ГЛОНАСС, добре себе зарекомендував в роботі на рухомих динамічних об'єктах (із значними прискореннями та різкими поштовхами), високим рівнем вібрацій та в широкому діапазоні температурних умов.



Рисунок 1.2.3 – СНС приймач SPIRIT DuoStar-1000

Комбінування GPS та ГЛОНАСС дає можливість використовувати практично до 56 супутників (32 GPS та 24 ГЛОНАСС). В цьому випадку приймач

подвійної системи може використовувати всі видимі супутники (до 24), що позитивно позначається на надійність та стабільність роботи в місцях з обмеженою видимістю.

Таблиця 1.2.1 – SPIRIT 24 Channel GPS+GLONASS Receiver DuoStar-1000

Параметр	Значення
Частоти	GPS L1 та ГЛОНАСС L1
Кількість каналі	24
Протоколи передачі	NMEA 0183 v.2.3, RTCM SC104 v.2.2
Позиційна точність	5 м
Точність визнач. часу	30 нс.
Точність визнач. швидкості	0.05 м/с
Динаміка	20g
Гарячий старт	1 с
Холодний старт	30 с
Частота вихідного сигналу	10 Гц

### 1.3 Вибір варіанту побудови інерціальної навігаційної системи

В інерціальній навігаційній системи (ІНС) інформацію про швидкість і координати одержують шляхом інтегрування сигналів, що відповідають прискоренням ЛА. Інформація про прискорення надходить від розташованих на борту ЛА акселерометрів. Процедура інтегрування векторних величин, якими є прискорення і швидкості ЛА, забезпечується шляхом відтворення (моделювання) на борті ЛА відповідної системи координат. З цією метою найчастіше використовують гіростабілізатори або гіроскопічні датчики кутової швидкості разом з обчислювачем.

Наявність похибок датчиків ІНС у свою чергу приводить до похибок у визначенні навігаційних координат руху ЛА, от чому при створенні ІНС намагаються зменшити величину похибок первинних датчиків. Перевагами інерціальних систем перед іншими системами навігації є їхня повна автономність,

абсолютна перешкодозахищеність, а також висока інформативність. У залежності від способів розташування акселерометрів на ЛА розрізняють платформні і безплатформні ІНС. У першому випадку акселерометри встановлюються на гіростабілізуючій платформі, у другому безпосередньо на корпусі ЛА або в спеціальному блоці чуттєвих елементів, при цьому осі чутливості акселерометрів не змінюють орієнтацію відносно напрямку осей, зв'язаних з ЛА. Серед платформних ІНС розрізняють ІНС з некоректованою платформою та ІНС з горизонтальною платформою.

У ІНС з некоректованою платформою осі платформи, а також акселерометри, що установлені на цій платформі, не обертаються в інерціальному просторі. ІНС з горизонтальною платформою у свою чергу класифікують як ІНС із вільною в азимуті платформою (платформа розташовується відносно точки світового простору – відносно зірки) та ІНС з корегованою в азимуті платформою (платформа стабілізується відносно меридіана – „направлена” на північ). По ролі обчислювача у визначенні кутових і лінійних координат прийнято розрізняти геометричні, напіваналітичні та аналітичні ІНС. У геометричних ІНС основним елементом служить гіростабілізатор, що відтворює напрямок осей інерціальної системи відліку, і платформа з акселерометрами, осі чутливості яких відтворюють деякі напрямки в площині обрію і напрямок місцевої вертикалі. Роль обчислювача в такій ІНС мінімальна і зводиться до забезпечення корекції заданого положення платформи. Інформація про координати знімається з кутомірних пристроїв гіростабілізатора і платформи.

До напіваналітичних систем відносять системи з горизонтальною платформою. У цих системах гіроплатформа з акселерометрами відтворює напрямок нормальної (рухливої) системи відліку. З кутомірних пристроїв гіростабілізатора знімається інформація про кути крену, тангажу, курсу ЛА. Обчислювач ІНС вирішує задачу визначення кінематичних параметрів руху центра мас ЛА і видає сигнали для корекції гіростабілізатора. До аналітичних ІНС відносять безплатформні ІНС та ІНС з акселерометрами на некоректованому або вільному гіростабілізаторі. Обчислювач ІНС у даному випадку виконує найбільший обсяг обчислень. Крім визначення кінематичних параметрів руху центра мас ЛА він визначає кутову орієнтацію нормальної рухливої системи координат відносно інерціальної і кутову орієнтацію зв'язаної рухливої системи координат щодо нормальної.

Побудова прецизійних і одночасно надійних гіроплатформ являє собою складну технічну задачу. Тому останнім часом усе більше уваги приділяється розробці так званих безплатформних ІНС (БІНС), у яких датчики акселерометрів жорстко зв'язані з корпусом ЛА. Такі системи мають у своєму складі гіроскопічні прилади, але головною задачею цих пристроїв є забезпечення обчислювачів БІНС інформацією про кутове положення ЛА, а так само про положення осей чутливості акселерометрів відносно обраної навігаційної системи координат. Відсутність горизонтальної платформи вимагає виділяти з показань акселерометрів сигнали, що є прискореннями ЛА, тобто обчислювачі БІНС аналітично визначають напрямок вертикалі. При цьому точність зазначеного моделювання визначається точністю роботи обчислювача і, природно, точністю датчиків первинної навігаційної інформації. До числа потенційних переваг безплатформних інерціальних навігаційних систем БІНС у порівнянні з платформними ІНС можна віднести:

- менші розміри, вага й енергоємність;
- істотне спрощення механічної частини системи ;
- відсутність обмежень по кутах розвороту;
- скорочення часу початкової виставки.

Тому, навіть за певних труднощів, що виникають при створенні БІНС, таких як:

- розробка датчиків інформації із широким діапазоном вимірів і прийнятною точністю в умовах їхнього твердого кріплення на борті ЛА;
- розробка БЦВМ, що мають достатню швидкодію.

У роботі розглядатиметься безплатформна інерціальна система. В залежності від способу визначення кутового положення об'єкта в інерціальному просторі можливі наступні основні варіанти схеми БІНС:

Перший варіант передбачає наявність у БІНС шести акселерометрів рознесених по осям об'єкта на відстань (для виміру кутових прискорень) і обчислювального пристрою (ОП);

Другий варіант включає три лінійних акселерометри і три вимірники кутової швидкості руху об'єкта щодо центра мас, встановлених в центрі мас об'єкта, а також ОП.

Третій варіант передбачає наявність трьох лінійних акселерометрів, і вимірника кутового положення об'єкта в інерціальному просторі, встановлених у центрі мас об'єкта, і ОП.

Стосовно розглянутого класу ЛА використання БІНС першого варіанту зустрічає складності реалізації через малу вимірювальну базу визначення кутових прискорень об'єкта за допомогою акселерометрів. До того ж, похибки БІНС цього варіанту у визначенні координати, обумовлені помилками виміру кутових прискорень, має три складових: одна з них постійна, інша наростає пропорційно квадратові часу руху, а третя змінюється з періодом Шулера. Звідси ясно, що цей варіант схеми може бути застосований тільки при досить точних акселерометрах і для об'єктів, що здійснюють політ протягом нетривалого часу.

Реалізація третього варіанта БІНС припускає наявність у складі навігаційної системи триступеневого гіроскопічного вимірника кутових положень (електростатичні гіроскопи, гіроскопи, що динамічно з'являються у великій кількості) – досить дорогі прецизійні прилади.

За результатами аналізу можна зробити висновок, що в даній роботі доцільно використовувати БІНС, що побудована на трьох акселерометрах і трьох вимірниках кутової швидкості, тобто БІНС другого класу за вище приведеною класифікацією. Найбільш поширеними й перспективними у використанні в якості чутливих елементів є лазерні кільцеві гіроскопи.

Під польотним калібруванням розуміють метод підвищення роботи БІНС шляхом оцінки у польоті систематичних складових похибок БІНС та їх компенсації. Для виконання такої оцінки необхідно порівнювати вихідну інформацію БІНС з еталонною навігаційною інформацією і, маючи модель помилок БІНС, виконати оцінку параметрів цієї моделі за різницею між вихідною інформацією БІНС та еталонною інформацією.

З урахуванням того, що БІНС працює у складі комплексної ІССН необхідно обрати спільну навігаційну систему координат (СК) й для обраної СК розробити алгоритми розв'язку кінематичних рівнянь числення навігаційних параметрів. З урахуванням того, що СНС частіше за все працює в географічній системі координат алгоритми роботи БІНС також слід формувати в цієї системі



координат.

Алгоритм функціонування БІНС містить у собі сукупність аналітичних залежностей, які дозволяють за вимірюваними значеннями уявного прискорення й абсолютної кутової швидкості ЛА безперервно визначати поточне значення координат місця розташування, складові шляхової швидкості та кутове положення ЛА в обраній навігаційній системі координат.

В алгоритмах роботи трикомпонентної БІНС, як і в алгоритмах платформної ІНС, точність зчислення навігаційних параметрів досягається за рахунок виключення із сигналів уявного прискорення, яке вимірюють акселерометри, складові прискорення сили ваги і коріолісового прискорення. Але вплив цих складових компенсується на відміну від платформної ІНС тільки аналітично.

Кінематичні рівняння інерціальної навігації в основному визначаються вибраною системою координат, тобто навігаційним базисом, в якому визначаються навігаційні параметри (координати і проекції швидкості). У свою чергу, вибір навігаційного базису залежить від типу літального апарата, особливостей його траєкторного руху, характеру розв'язуваних задач.

Наприклад, для БІНС, що інтегруються зі супутниковими навігаційними системами, можна застосовувати інерціальну систему координат, яка використовується супутниковою системою навігації. При цьому, позиційну інформацію одержують у формі декартових прямокутних координат, швидкісну – у формі проекцій абсолютної швидкості на осі вибраної інерціальної системи координат, а інформацію про кутову орієнтацію – у вигляді відповідної матриці або трьох кутів орієнтації ЛА відносно вибраного базису. Подальше перерахування отриманих координат в обертову систему координат ПЗ-90 (WGS-84) здійснюється за алгоритмами супутникової системи навігації.

Для БІНС літальних апаратів, які здійснюють рух в атмосфері Землі, найбільш часто використовуються обертові системи координат з базовою площиною місцевого горизонту і певною орієнтацією горизонтальних осей в азимуті. Під орієнтацією осей в азимуті розуміється можливість їхньої орієнтації, наприклад, за сторонами світу, коли дві горизонтальні осі спрямовані в східному і північному напрямках. При цьому позиційну інформацію визначають широтою  $\varphi$ , довготою  $\lambda$  і висотою  $h$ , що виміряні на еліпсоїді Красовського або

на еліпсоїді міжнародної системи WGS-84, швидкість визначають проекціями на східну  $V_E$ , північну  $V_N$  і вертикальну осі  $V_H$ , якщо за навігаційну систему вибрана система з орієнтацією осей за сторонами світу, або проекціями на осі горизонтального базису з іншою орієнтацією. Орієнтація при цьому визначається кутами крену, тангажа і справжнього курсу.

Типову схему побудови БІНС зображено на рис.1.3.1. Цей варіант реалізує алгоритм системи, яка працює в обертовій земній системі координат.

Датчики первинної інформації БІНС – датчики кутової швидкості й акселерометри встановлюються жорстко на ЛА. Складні умови роботи датчиків інформації призводять до появи значних похибок, тому в алгоритмах роботи БІНС бажано здійснити аналітичну компенсацію похибок вимірників (здійснювати їх польотне калібрування), перш ніж ці сигнали будуть використані для розрахунку параметрів орієнтації і для визначення складових уявного прискорення уздовж навігаційних осей.

Для корекції показань датчиків первинної інформації необхідна математична модель вимірника, в якій, зазвичай, враховують: нелінійність; неспіввідповідність осей датчиків; дрейф; викривлення масштабного коефіцієнта. Сигнали

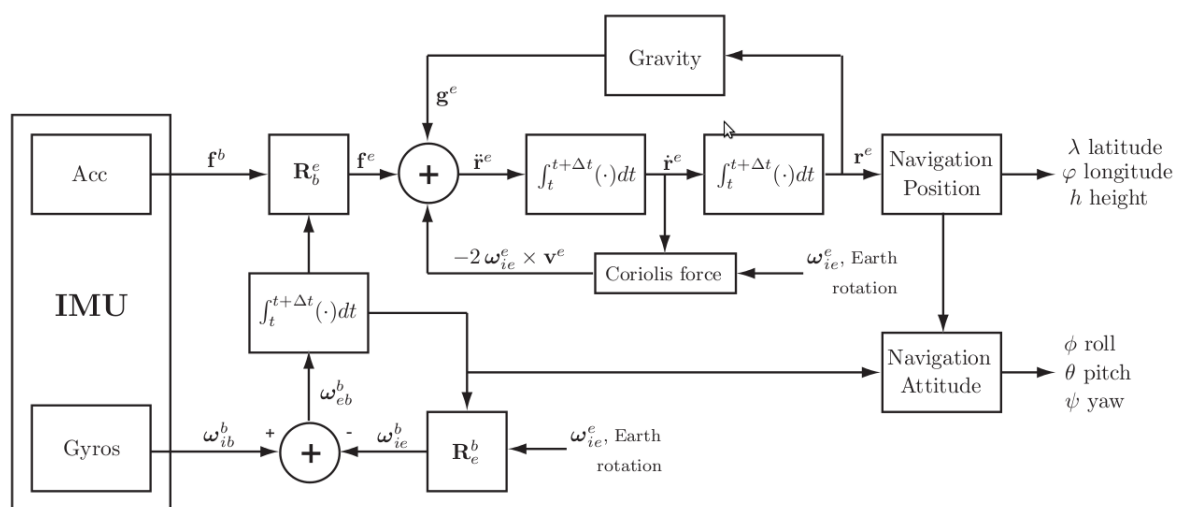


Рисунок 1.3.1 – Алгоритм роботи БІНС

$\omega_{x,y,z}$  з виходу аналітичного компенсатора похибок використовуються для обчислення параметрів матриці напрямних косинусів  $B$ , яка визначає зв'язок між двома системами координат. Оскільки матриця напрямних косинусів  $B$  визначається між зв'язаними з ЛА осями й осями обертової навігаційної системи координат, то при розрахунках параметрів матриці  $B$  необхідно залучити об-

числені проекції вектора кутової швидкості навігаційної системи координат, що відображено на схемі додатковими зв'язками, які враховують кутову швидкість, що виникає при обльоті сферичної Землі ( $\dot{\lambda}$ ,  $\dot{h}$ ,  $\dot{\varphi}$ , і кутову швидкість обертання самої Землі ( $\Omega_3$ ).

Перетворення складових уявного прискорення  $a_{x,y,z}$  від осей ЛА до осей навігаційної системи координат здійснюється за допомогою матриці напрямних косинусів  $B$ . Навігаційний обчислювач вирішує задачі, властиві всім платформним системам, оскільки на вході цього обчислювача сформовані проекції уявного прискорення на осі навігаційної системи координат і нічого принципово нового в розв'язанні цієї задачі немає. На виході БІНС формуються радіус-вектор місця розташування ЛА, вектор швидкості, а також кути орієнтації ЛА.

В окремому випадку, коли за навігаційний базис вибраний горизонтальний орієнтований за сторонами світу тригранник, на виході системи будуть сформовані географічні (геодезичні) координати радіуса-вектора місця розташування  $\lambda$ ,  $\varphi$ ,  $H$ , проекції відносної швидкості руху  $V_N$ ,  $V_E$ ,  $V_H$ , а також кути орієнтації ЛА в географічній системі координат – справжній курс  $\psi$ , тангаж  $\vartheta$  і крен  $\gamma$ .

Обсяг обчислень у БІНС значний. Це пояснюється в основному тим фактом, що БЦОМ розв'язує задачі, які пов'язані з динамікою обертання ЛА, а також з динамікою поступального руху ЛА. Поступальні швидкості ЛА відносно малі. Наприклад, швидкість при польоті ЛА в напрямку на північ 1100 км/год відповідає швидкості зміни широти усього на 10 град/год.

Таким чином, інтегрування для одержання швидкості і місця розташування можуть здійснюватися досить точно з використанням дуже простих методів чисельного інтегрування при низькій частоті повторення в типовому випадку 10...20 Гц .

Кутові швидкості ЛА в типовому випадку за величиною на кілька порядків більші поступальних швидкостей. Зокрема, для маневрених ЛА кутові швидкості обертання можуть складати сотні градусів за секунду. В результаті цього інтегрування кутового положення в БІНС зв'язано з жорсткими вимогами до БЦОМ.

Оскільки для забезпечення високої точності інерціальної навігації потрібно, щоб похибки інтегрування кутового положення обмежувалися декількома частками кутової хвилини, необхідно застосовувати алгоритми інтегрування

більш високого порядку при типових частотах повторення 80...50 Гц.

З огляду на вище сказане, наведемо варіант побудови алгоритмів БІНС для випадку, коли за навігаційний базис вибраний горизонтальний орієнтований за сторонами світу тригранник.

### Алгоритми БІНС, яка працює в географічній системі координат

За навігаційний тригранник візьмемо тригранник  $NHE$ , зв'язаний з землею поверхнею. Виберемо наступний напрямок осей  $NHE$  (рис. 1.3.2):

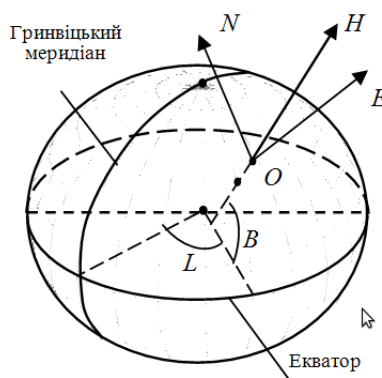


Рисунок 1.3.2 – Системи координат

$OH$  – збігається з вертикаллю;

$ON$  – дотична до меридіана;

$OE$  – утворює праву трійку.

В алгоритмах БІНС, зазвичай, виділяють динамічні та кінематичні рівняння. Динамічні рівняння реалізують трикомпонентну схему БІНС, у якій географічні координати  $\lambda, \varphi, H$  визначаються інтегруванням рівнянь вигляду

$$\begin{aligned}\dot{\lambda} &= \frac{V_E}{(R_2+H) \cos \varphi}; \\ \dot{\varphi} &= \frac{V_N}{R_1+H}; \\ \dot{H} &= V_H,\end{aligned}$$

де  $V_N, V_E$  – північна та східна проекції шляхової швидкості (проекції на осі системи координат  $NHE$  (див. рис. 1.3.2);

$R_1, R_2$  – два радіуси кривизни земного сфероїда (еліпсоїда обертання);

$R_1$  – радіус кривизни меридіонального перетину еліпсоїда (площиною  $HN$ );

$R_2$  – радіус кривизни перетину еліпсоїда площиною  $HE$  (площиною першого вертикала);

$$R_1 = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin(\varphi)^2)^{\frac{3}{2}}}; R_2 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin(\varphi)^2}}.$$

де  $a$  — велика піввісь еліпсоїда ( $a = 6378388$  м);

$e$  — ексцентриситет еліпсоїда ( $e^2 = 6,73 \cdot 10^{-3}$ );

$H$  — висота польоту.

Тут можна застосовувати такі ж спрощення, що й у платформних інерціальних системах. Зокрема, функції  $\frac{1}{R_1+H}$  та  $\frac{1}{R_2+H}$  з точністю до членів порядку малості  $10^{-5}$  можна представити в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1+H} &= \frac{1}{a} [1 - e^2 - \frac{H}{a} - \frac{3}{2}e^2 \sin^2 \varphi - 2e^2 \frac{H}{a} + 3e^2 \frac{H}{a} \sin^2 \varphi + (\frac{H}{a})^2 + \\ &+ e^4 (1 - 3 \sin^2 B + \frac{3}{8} \sin^4 \varphi); \\ \frac{1}{R_2+H} &= \frac{1}{a} [1 - \frac{H}{a} - \frac{1}{2}e^2 \sin^2 \varphi + (\frac{H}{a})^2 + e^2 \frac{H}{a} \sin^2 \varphi + \\ &+ e^4 (\frac{1}{4} \sin^2 \varphi - \frac{3}{8}) \sin^2 \varphi] \end{aligned}$$

Якщо у формулах  $\frac{1}{R_1+H}$  та  $\frac{1}{R_2+H}$  зберегти лише члени порядку малості  $10^{-2}$ , то вони приймуть вигляд

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1+H} &\approx \frac{1}{a} [1 - e^2 - \frac{H}{a} - \frac{3}{2}e^2 \sin(B)^2]; \\ \frac{1}{R_2+H} &\approx \frac{1}{a} [1 - \frac{H}{a} - \frac{1}{2}e^2 \sin(\varphi)^2]. \end{aligned} \quad (1.3.1)$$

Слід відзначити, що використання спрощень (1.3.1) може призвести до похибок, порівняних з похибками високоякісних гіроскопічних вимірників, які використовуються в БІНС.

Складові шляхової швидкості ЛА  $V_E$ ,  $V_N$ ,  $V_H$  одержують в результаті інтегрування проекцій сигналів акселерометрів, виключаючи із них складові коріолісового прискорення і прискорення сили ваги:

$$\begin{aligned} \dot{V}_E &= a_E - (V_N \omega_{H_\Sigma} - V_H \omega_{N_\Sigma}) + g_E; \\ \dot{V}_H &= a_H - (V_E \omega_{N_\Sigma} - V_N \omega_{E_\Sigma}) + g_H; \\ \dot{V}_N &= a_N - (V_H \omega_{E_\Sigma} - V_E \omega_{H_\Sigma}) + g_N, \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

де  $a_{E,H,N}$  — проекції уявного прискорення ЛА, вимірювані акселерометрами, на осі навігаційного тригранника;

$g_{E,H,N}$  — проекції вектора прискорення сили ваги, які враховують прискорення земного тяжіння, і прискорення, що викликається відцентровою силою інерції і зв'язане з обертанням Землі;

складові в дужках — проекції коріолісового прискорення на осі навігаційного тригранника;

$\omega_{E\Sigma}$ ,  $\omega_{H\Sigma}$ ,  $\omega_{N\Sigma}$  — проекції кутової швидкості навігаційного тригранника відносно інерціального простору, які враховують проекції кутової швидкості обертання Землі  $\Omega_E$ ,  $\Omega_H$ ,  $\Omega_N$  і складові відносної кутової швидкості навігаційного тригранника, які обумовлені рухом ЛА відносно Землі  $\omega_{E_V}$ ,  $\omega_{H_V}$ ,  $\omega_{N_V}$ :

$$\omega_{N\Sigma} = \omega_{N_V} + 2\Omega_N; \omega_{H\Sigma} = \omega_{H_V} + 2\Omega_H; \omega_{E\Sigma} = \omega_{E_V} + 2\Omega_E.$$

У свою чергу, складові відносної кутової швидкості навігаційного тригранника і швидкості обертання Землі визначаються співвідношеннями

$$\begin{aligned}\omega_{E_V} &= -\frac{V_N}{R_1+H} = -\dot{\varphi}; \\ \omega_{H_V} &= \frac{V_E}{(R_2+H)} \operatorname{tg} \varphi = \dot{\lambda} \sin \varphi; \\ \omega_{N_V} &= \frac{V_E}{(R_2+H)} = \dot{\lambda} \cos \varphi;\end{aligned}$$

$$\Omega_N = \Omega_3 \cos \varphi; \Omega_H = \Omega_3 \sin \varphi; \Omega_E = 0,$$

де  $\Omega_3$  — кутова швидкість обертання Землі ( $\Omega_3 = 7,27 \cdot 10^{-5}$  рад/с).

Детермінована математична модель прискорення сили ваги існує тільки для нормальної складової поля сили ваги, що відповідає земному еліпсоїду з рівномірним розподілом мас в об'ємі цієї фігури. Градієнт цього поля в будь-якій точці, що належить поверхні еліпсоїда, спрямований за нормаллю до неї і розташований у площині меридіонального перетину. Оскільки точка місцеположення ЛА не належить поверхні Землі, то вектор градієнта нормального поля сили ваги  $\bar{g}$  в цій точці не буде спрямований за лінією нормалі, опущеної з неї до поверхні земного еліпсоїда (вісь  $OH$ ). Разом з тим, цей вектор буде розташований у площині меридіана точки  $O$ , тобто в площині  $NOH$ . Тоді, використовуючи потенційну функцію нормального поля тяжіння земного сфероїда, з точністю до членів порядку малості  $10^{-5}$  співвідношення для проекцій складових поля сили ваги  $\bar{g}$  мають такий вигляд:

$$\begin{aligned}g_E &= 0; \\ g_N &= \frac{1}{2}g\left[\frac{H}{a}(e^2 - 5q) + qe^2 \sin^2 \varphi\right] \sin^2 \varphi; \\ g_H &= -g\left\{1 - 2\frac{H}{a} - (e^2 + 2q - 3\frac{H}{a})\frac{H}{a} + \left[\frac{1}{2}(5q - e^2) - \frac{1}{8}e^4 + \frac{17}{18}qe^2 + \right.\right. \\ &\quad \left.\left. + (3e^2 - 5q)\frac{H}{a}\right] \sin^2 B - \frac{1}{2}qe^2 \sin^4 \varphi + \frac{1}{16}e^2(\frac{1}{2}e^2 - 7q) \sin^2 2\varphi\right\},\end{aligned}$$

де  $g = 9,78049 \text{ м/с}^2$  прискорення сили ваги на екваторі;

$q = \Omega_3^2 a/g = 0,00346775$  — відношення відцентрової сили, обумовленої обертанням Землі, до сили ваги на екваторі.

З точністю до величин порядку малості  $10^{-4}$  співвідношення для проєкцій складових поля сили ваги  $\bar{g}$  декілька спрощуються:

$$g_E = 0;$$

$$g_N = g \sin 2\varphi + \frac{5}{2}q \sin^2 B \frac{H}{a} \left( \frac{e^2}{2} - 2q \right);$$

$$g_H = -g \left[ 1 - \frac{e^2}{2} \sin^2 \varphi + \frac{3}{2}q \sin^2 \varphi + e^4 \left( -\frac{1}{8} \sin^2 \varphi + \frac{1}{32} \sin^2 2\varphi \right) + \right. \\ \left. + e^2 q \left( -\frac{17}{28} \sin^2 \varphi - \frac{5}{16} \sin^2 2\varphi \right) + \frac{H}{a} e^2 (3 \sin^2 \varphi - 1) + \right. \\ \left. + \frac{Hq}{a} (-1 - 6 \sin^2 \varphi) - 2 \frac{H}{a} + 3 \frac{H^2}{a^2} \right],$$

а при малих значеннях висоти ( $\leq 100 \text{ км}$ ) проєкції вектора  $\bar{g}$  на осі  $NHE$ , якщо в них зберегти лише члени порядку малості  $10^{-2}$ , взагалі мають простий вигляд:

$$g_E = 0;$$

$$g_N = 0;$$

$$g_H = -g(1 + 5,2884 \cdot 10^{-3} \sin^2 \varphi) \left[ 1 - \frac{2H}{a} (1 - e \sin^2 \varphi) \right]$$

Є й інші форми запису даної складової.

При розв'язанні кінематичних рівнянь розраховуються проєкції  $a_{E,H,N}$  уявного прискорення ЛА на осі навігаційного тригранника  $NHE$  за показаннями акселерометрів зі зв'язаної з ЛА системи координат  $XYZ$  з використанням матриці напрямних косинусів  $B$

$$\begin{bmatrix} a_N \\ a_H \\ a_E \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} a_{x_{\text{ЛА}}} \\ a_{y_{\text{ЛА}}} \\ a_{z_{\text{ЛА}}} \end{bmatrix}$$

Матриця напрямних косинусів має такий вигляд:

$$B = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \sin \psi \cos \gamma + \sin \gamma \sin \vartheta \cos \psi \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma \\ -\sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \end{bmatrix}$$

де  $\gamma$ ,  $\vartheta$ ,  $\psi$  — кути крену, тангажа і рискання. Кут рискання відрізняється від географічного курсу  $\psi_{\Gamma}$  знаком, тобто  $\psi_{\Gamma} = \psi$ .

Матриця напрямних косинусів  $\mathbf{B}$  може бути отримана в різні способи. Наведемо приклади деяких з них.

Знайти матрицю  $\mathbf{B}$  можна в результаті розв'язання узагальненого рівняння Пуассона за інформацією про кутову швидкість ЛА відносно інерціального простору  $\omega_{\text{ЛА}}$  і кутову швидкість навігаційної системи координат відносно інерціального простору  $\omega_{NHE}$ , яка враховує кутову швидкість обертання Землі і кутову швидкість, обумовлену обльотом ЛА сферичної Землі

$$\dot{B} = B\omega_{\text{ЛА}} - \omega_{NHE}B$$

де

$$\omega_{\text{ЛА}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z_{\text{ЛА}}} & \omega_{y_{\text{ЛА}}} \\ \omega_{z_{\text{ЛА}}} & 0 & -\omega_{x_{\text{ЛА}}} \\ -\omega_{y_{\text{ЛА}}} & \omega_{x_{\text{ЛА}}} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\omega_{NHE} = \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_{E_V} + \Omega_E) & (\omega_{H_V} + \Omega_H) \\ (\omega_{E_V} + \Omega_E) & 0 & -(\omega_{N_V} + \Omega_N) \\ -(\omega_{H_V} + \Omega_H) & (\omega_{N_V} + \Omega_N) & 0 \end{bmatrix};$$

$\omega_{x_{\text{ЛА}}}$ ,  $\omega_{y_{\text{ЛА}}}$ ,  $\omega_{z_{\text{ЛА}}}$  – кутові швидкості ЛА відносно зв'язаних осей, вимірювані датчиками кутової швидкості;

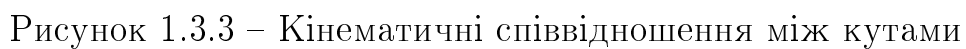
$\omega_{E_V}$ ,  $\omega_{H_V}$ ,  $\omega_{N_V}$  були визначені раніше.

За елементами матриці  $B$  визначаються кути орієнтації ЛА: крен  $\gamma$ , тангаж  $\vartheta$  рискання (курс)  $\psi$ :

$$\begin{aligned} \gamma &= \arctg\left(\frac{-b_{23}}{b_{22}}\right) = \arcsin\left(\frac{-b_{23}}{\sqrt{1-b_{21}^2}}\right) = \arccos\left(\frac{b_{22}}{\sqrt{1-b_{21}^2}}\right); \\ \vartheta &= \arctg\left(\frac{b_{21}}{\sqrt{b_{22}^2+b_{33}^2}}\right) = \arcsin(b_{21}) = \arccos\left(\sqrt{1-b_{21}^2}\right) \\ \psi &= -\arctg\left(\frac{b_{31}}{b_{11}}\right) = \arcsin\left(\frac{-b_{31}}{\sqrt{1-b_{21}^2}}\right) = \arccos\left(\frac{b_{11}}{\sqrt{1-b_{21}^2}}\right). \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

Інший алгоритм отримання матриці напрямних косинусів припускає її формування безпосередньо за кутами  $\gamma$ ,  $\vartheta$ ,  $\psi$ . Кінематичні співвідношення між кутами  $\gamma$ ,  $\vartheta$ ,  $\psi$  і проекціями вектора абсолютної кутової швидкості на осі зв'язаної системи координат  $\omega_{x_{\Sigma}}$ ,  $\omega_{y_{\Sigma}}$ ,  $\omega_{z_{\Sigma}}$  можна одержати з рис. 1.3.3, на якому показано перетворення навігаційної системи координат  $OLR\Phi$  у зв'язану  $OXYZ$  шляхом





Проектуючи  $\dot{\psi}, \dot{\vartheta}$ ,  $\dot{\gamma}$  на осі зв'язаної системи координат, отримаємо:

Розв'язуючи ці співвідношення, одержимо такі кінематичні рівняння:

У свою чергу

де  $\omega_{y_{\text{ЛА}}}, \omega_{x_{\text{ЛА}}}, \omega_{z_{\text{ЛА}}}$  – проекції кутової швидкості ЛА відносно інерціального простору на осі зв'язаної системи координат, вимірювані датчиками кутових швидкостей;

$\omega_{y_{NHE}}, \omega_{x_{NHE}}, \omega_{z_{NHE}}$  – проекції кутової швидкості навігаційного тригранника відносно інерціального простору на осі зв'язаної системи координат, які враховують проекції кутової швидкості обертання Землі  $\Omega_H, \Omega_E, \Omega_N$  і складові відносної кутової швидкості навігаційного тригранника, що обумовлені рухом ЛА відносно Землі  $\omega_{H_V}, \omega_{E_V}, \omega_{N_V}$ .

Ці проекції кутової швидкості визначаються в результаті розв'язання матричного рівняння

$$\begin{bmatrix} \omega_{x_{NHE}} \\ \omega_{y_{NHE}} \\ \omega_{z_{NHE}} \end{bmatrix} = B^T \begin{bmatrix} \omega_{N_V} + \Omega_N \\ \omega_{H_V} + \Omega_H \\ \omega_{E_V} + \Omega_E \end{bmatrix}.$$

Перевагою такого підходу до визначення кутів орієнтації ЛА (інтегруванням диференціальних рівнянь, що описують швидкості зміни кутів Ейлера, а не за арктангенсами відношення елементів матриці напрямних косинусів) є відсутність обмежень  $\gamma \pm 90^\circ$ , що особливо важливо при визначенні курсу ЛА на віражах.

Тривимірні матриці напрямних косинусів досить зручні для обчислень у бортовій ЦОМ. Однак формування матриці **B** з використанням тригонометричних функцій вимагає значних обчислювальних витрат.

Для визначення орієнтації ЛА можна використовувати не тільки напрямні косинуси, але і параметри Родрига-Гамільтона у формі кватерніонів. Достоїнство методу кватерніонів полягає в тому, що він дозволяє описувати перехід від однієї системи координат до іншої за допомогою всього лише чотирьох чисел, а не 9 напрямних косинусів.

Кватерніонний метод ґрунтується на теоремі Ейлера, яка доводить, що будь-який поворот однієї системи координат відносно іншої можна подати, як поворот на деякий кут навколо однієї нерухомої осі.

Кватерніон є компактною формою запису орієнтації зазначеної осі (векторна частина кватерніона  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ) і кута повороту (скалярна частина кватерніона  $\lambda_0$ ) відповідно до теореми Ейлера.

Застосування кватерніонів дозволяє подати ортогональні перетворення у формі множення кватерніонів. Дії над кватерніонами допускають матричні операції з використанням симетризованих матриць, що дуже зручно при створенні програм бортових обчислювачів.

Відповідно до теореми Ейлера-Шаля усяке переміщення твердого тіла,

яке має нерухому точку, можна зобразити як результат повороту навколо незмінного напрямку (ейлерової осі) на певний кут  $\varphi$ . Якщо зв'язати з розглянутим твердим тілом правий ортогональний координатний тригранник, то параметри Родрига-Гамільтона  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , що однозначно характеризують згадані переміщення, можна задати такими виразами:

$$\lambda_1 = \frac{l_1 \sin \varphi}{2}; \lambda_2 = \frac{l_2 \sin \varphi}{2}; \lambda_3 = \frac{l_3 \sin \varphi}{2}; \lambda_0 = \frac{\cos \varphi}{2},$$

де  $l_1, l_2, l_3$  – косинуси кутів, утворених ейлеровою віссю з осями тригранника в його вихідному та кінцевому положенні.

Зв'яжемо з ЛА, на якому встановлена БІНС, ортонормований базис  $\mathbf{E}$  – праву трійку взаємно ортогональних одиничних векторів  $e_1, e_2, e_3$ . Орієнтацію базису  $\mathbf{E}$  відносно ортонормованого інерціального базису  $\mathbf{I}$ , складеного з ортів  $i_1, i_2, i_3$ , охарактеризуємо параметрами Родрига-Гамільтона  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ . Матриця напрямних косинусів, що обчислена за параметрами Родрига-Гамільтона (кватерніонами), має такий вигляд:

$$B = \begin{bmatrix} 1 - 2(\lambda_2^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \end{bmatrix}.$$

Вимірники кутової швидкості, що входять до складу БІНС, вимірюють координати  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  вектора  $\bar{\Omega}$  абсолютної кутової швидкості базису  $\mathbf{E}$ , що задані в цьому базисі. Необхідно, знаючи значення параметрів Родрига-Гамільтона в момент часу  $t = t_0$  і використовуючи сигнали вимірників кутової швидкості, обчислювати параметри Родрига-Гамільтона при  $t > t_0$ . У початковий момент часу за інформацією про кути крену тангажа і курсу можна розрахувати вихідні значення параметрів Родрига-Гамільтона:

$$\begin{aligned} \lambda_{0_0} &= \sin(\gamma_0/2) \sin(\vartheta_0/2) \sin(\psi_0/2) + \cos(\gamma_0/2) \cos(\vartheta_0/2) \cos(\psi_0/2); \\ \lambda_{1_0} &= -\sin(\vartheta_0/2) \sin(\psi_0/2) \cos(\gamma_0/2) + \sin(\gamma_0/2) \cos(\vartheta_0/2) \cos(\psi_0/2); \\ \lambda_{2_0} &= \sin(\gamma_0/2) \cos(\vartheta_0/2) \sin(\psi_0/2) + \sin(\vartheta_0/2) \cos(\gamma_0/2) \cos(\psi_0/2); \\ \lambda_{3_0} &= \sin(\psi_0/2) \cos(\gamma_0/2) \cos(\vartheta_0/2) - \sin(\gamma_0/2) \sin(\vartheta_0/2) \cos(\psi_0/2). \end{aligned}$$

Поточні значення параметрів  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  можна визначити, знаючи проекції кутової швидкості ЛА  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  на зв'язаній осі  $XYZ$ , шляхом розв'язання лінійного диференціального рівняння зі змінними коефіцієнтами. У цьо-

му випадку параметри  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  кватерніона описують положення осей ЛА  $XYZ$  відносно інерціального простору:

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{2}\Omega(t) \cdot \lambda(t)$$

де  $\Omega(t)$  – кососиметрична  $(4 \times 4)$ -матриця, яка відповідає вектору  $\omega = [\omega_x \omega_y \omega_z]^T$

$$\Omega(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}; \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}.$$

Цей вираз є кватерніонним однорідним лінійним диференціальним рівнянням першого порядку зі змінним коефіцієнтом у вигляді гіперкомплексного числа з дійсною частиною, що дорівнює нулю. У скалярній формі це рівняння має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_0 &= -0,5(\omega_x \lambda_1 + \omega_y \lambda_2 + \omega_z \lambda_3); \\ \dot{\lambda}_1 &= -0,5(\omega_x \lambda_0 + \omega_z \lambda_2 + \omega_y \lambda_3); \\ \dot{\lambda}_2 &= -0,5(\omega_y \lambda_0 + \omega_z \lambda_1 + \omega_x \lambda_3); \\ \dot{\lambda}_3 &= -0,5(\omega_z \lambda_0 + \omega_y \lambda_1 + \omega_x \lambda_2). \end{aligned}$$

Динаміка зміни параметрів кватерніона у випадку, коли кватерніон характеризує взаємне положення зв'язаних з ЛА осей  $XYZ$  і обертових навігаційних осей  $NHE$ , описується рівняннями

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_0 \\ \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \\ \dot{\lambda}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{x\Sigma} & -\omega_{y\Sigma} & -\omega_{z\Sigma} \\ \omega_{x\Sigma} & 0 & \omega_{z\Sigma} & -\omega_{y\Sigma} \\ \omega_{y\Sigma} & -\omega_{z\Sigma} & 0 & \omega_{x\Sigma} \\ \omega_{z\Sigma} & \omega_{y\Sigma} & -\omega_{x\Sigma} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (1.3.4)$$

У свою чергу

$$\omega_{x\Sigma} = \omega_{x_{\text{ЛА}}} - \omega_{x_{\text{NHE}}}; \omega_{y\Sigma} = \omega_{y_{\text{ЛА}}} - \omega_{y_{\text{NHE}}}; \omega_{z\Sigma} = \omega_{z_{\text{ЛА}}} - \omega_{z_{\text{NHE}}},$$

де  $\omega_{y_{\text{ЛА}}}, \omega_{x_{\text{ЛА}}}, \omega_{z_{\text{ЛА}}}$  – проекції кутової швидкості ЛА відносно інерціального простору на осі зв'язаної системи координат, вимірювані датчиками кутових швидкостей;

$\omega_{x_{NHE}}, \omega_{y_{NHE}}, \omega_{z_{NHE}}$  – проекції кутової швидкості навігаційної системи координат відносно інерціального простору на осі зв'язаної системи координат, що визначаються в результаті розв'язання матричного рівняння

$$\begin{bmatrix} \omega_{x_{NHE}} \\ \omega_{y_{NHE}} \\ \omega_{z_{NHE}} \end{bmatrix} = B^T \begin{bmatrix} \omega_{N_V} + \Omega_N \\ \omega_{H_V} + \Omega_H \\ \omega_{E_V} + \Omega_E \end{bmatrix}.$$

Ці складові розраховуються й у раніше розглянутих алгоритмах.

У скалярній формі рівняння (1.3.4) мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_0 &= -0,5(\omega_{x\Sigma}\lambda_1 + \omega_{y\Sigma}\lambda_2 + \omega_{z\Sigma}\lambda_3); \\ \dot{\lambda}_1 &= -0,5(\omega_{x\Sigma}\lambda_0 + \omega_{z\Sigma}\lambda_2 + \omega_{y\Sigma}\lambda_3); \\ \dot{\lambda}_2 &= -0,5(\omega_{y\Sigma}\lambda_0 + \omega_{z\Sigma}\lambda_1 + \omega_{x\Sigma}\lambda_3); \\ \dot{\lambda}_3 &= -0,5(\omega_{z\Sigma}\lambda_0 + \omega_{y\Sigma}\lambda_1 + \omega_{x\Sigma}\lambda_2). \end{aligned}$$

Матрицю  $B$  перерахування зі зв'язаної в географічну систему координат можна також отримати шляхом перемножування двох матриць, з яких одна перераховує зі зв'язаних у інерціальні осі, друга – з інерціальних у географічні. Кожна з двох матриць також обчислюється на основі параметрів Родрига-Гамільтона, які у свою чергу визначаються чисельним алгоритмом другого порядку, побудованим на основі методу послідовних наближень Пікара:

$$B = C^T A$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 - 2(\lambda_2^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned} \lambda_0^{(k+1)} &= \lambda_0^{(k)} - \lambda_0^{(k)} e / .8 - 0,5(\lambda_1^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_2^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_3^{(k)} \Delta\beta_z); \\ \lambda_1^{(k+1)} &= \lambda_1^{(k)} - \lambda_1^{(k)} e / .8 - 0,5(\lambda_0^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_3^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_2^{(k)} \Delta\beta_z); \\ \lambda_2^{(k+1)} &= \lambda_2^{(k)} - \lambda_2^{(k)} e / .8 - 0,5(\lambda_3^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_0^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_1^{(k)} \Delta\beta_z); \\ \lambda_3^{(k+1)} &= \lambda_3^{(k)} - \lambda_3^{(k)} e / .8 - 0,5(\lambda_2^{(k)} \Delta\beta_x + \lambda_1^{(k)} \Delta\beta_y + \lambda_0^{(k)} \Delta\beta_z), \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

де  $e = \Delta\beta_x^2 + \Delta\beta_y^2 + \Delta\beta_z^2$ ;

$$\Delta\beta_x = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega_{x_{\text{ЛП}}} dt; \Delta\beta_y = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega_{y_{\text{ЛП}}} dt; \Delta\beta_z = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega_{z_{\text{ЛП}}} dt;$$

$\Delta\beta x$ ,  $\Delta\beta y$ ,  $\Delta\beta z$  – збільшення інтегралів від проекцій абсолютної кутової швидкості ЛА на осі чутливості гіроскопів (показання датчиків кутової швидкості БІНС, які вимірюють не проекції кутових швидкостей, а збільшення кутів повороту навколо своїх осей чутливості, тобто показання інтегруючих датчиків кутової швидкості):

$$C = \begin{bmatrix} 1 - 2(\mu_2^2 + \mu_3^2) & 2(\mu_1\mu_2 - \mu_0\mu_3) & 2(\mu_1\mu_3 + \mu_0\mu_2) \\ 2(\mu_1\mu_2 + \mu_0\mu_3) & 1 - 2(\mu_1^2 + \mu_3^2) & 2(\mu_2\mu_3 - \mu_0\mu_1) \\ 2(\mu_1\mu_3 - \mu_0\mu_2) & 2(\mu_2\mu_3 + \mu_0\mu_1) & 1 - 2(\mu_1^2 + \mu_2^2) \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned} \mu_0^{(k+1)} &= \mu_0^{(k)} - 0,5 \left( \mu_1^{(k)} \Omega_x + \mu_2^{(k)} \Omega_y + \mu_3^{(k)} \Omega_z \right) dt; \\ \mu_1^{(k+1)} &= \mu_1^{(k)} - 0,5 \left( \mu_0^{(k)} \Omega_x + \mu_3^{(k)} \Omega_y + \mu_2^{(k)} \Omega_z \right) dt; \\ \mu_2^{(k+1)} &= \mu_2^{(k)} - 0,5 \left( \mu_3^{(k)} \Omega_x + \mu_0^{(k)} \Omega_y + \mu_1^{(k)} \Omega_z \right) dt; \\ \mu_3^{(k+1)} &= \mu_3^{(k)} - 0,5 \left( \mu_2^{(k)} \Omega_x + \mu_1^{(k)} \Omega_y + \mu_0^{(k)} \Omega_z \right) dt \end{aligned}$$

де  $\Omega_x = \omega_{N_V} + \Omega_N$ ;  $\Omega_y = \omega_{H_V} + \Omega_H$ ;  $\Omega_z = \omega_{E_V} + \Omega_E$  – проекції абсолютної кутової швидкості географічного базису на його осі.

До переваг цього методу побудови матриці орієнтації відноситься гарантована ортогональність матриці орієнтації, обчисленої за співвідношеннями (1.3.5). Крім цього, практика показує, що обчислення з використанням параметрів Родрига-Гамільтона дає найменші обчислювальні витрати в порівнянні з іншими методами за умови забезпечення однакових точностних характеристик. Разом з тим, визначення матриці  $B$  через параметри Родрига-Гамільтона призводить до необхідності рішення двох однотипних систем лінійних диференціальних рівнянь четвертого порядку кожна.

За елементами матриці  $B$  відповідно до (1.3.3) визначаються кути орієнтації ЛА: крен  $\gamma$ , тангаж  $\vartheta$  та рискання (курс)  $\psi$ :

Після знаходження матриці  $B$  система рівнянь для проведення навігаційних розрахунків замикається.

Алгоритм проведення навігаційних розрахунків у випадку формування матриці напрямних косинусів безпосередньо за кутами  $\gamma$ ,  $\vartheta$ ,  $\psi$  можна представити у вигляді (1.3.6)...(1.3.14).

### Швидкий темп

$$\begin{aligned}\omega_{y\Sigma} &= \omega_{y\text{ЛA}} - \omega_{y\text{NHE}}; \\ \omega_{x\Sigma} &= \omega_{x\text{ЛA}} - \omega_{x\text{NHE}}; \\ \omega_{z\Sigma} &= \omega_{z\text{ЛA}} - \omega_{z\text{NHE}}.\end{aligned}\tag{1.3.6}$$

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= (\omega_{y\Sigma} \cos \gamma - \omega_{z\Sigma} \sin \gamma) \sec \vartheta; \\ \dot{\gamma} &= \omega_{x\Sigma} + \operatorname{tg} \vartheta (\omega_{z\Sigma} \sin \gamma - \omega_{y\Sigma} \cos \gamma); \\ \dot{\vartheta} &= \omega_{y\Sigma} \sin \gamma + \omega_{z\Sigma} \cos \gamma; \\ \psi_{\Gamma} &= -\psi.\end{aligned}\tag{1.3.7}$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \sin \psi \cos \gamma + \sin \psi \cos \vartheta \sin \gamma \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma \\ -\sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \end{bmatrix}.\tag{1.3.8}$$

### Середній темп

$$\begin{bmatrix} a_N \\ a_H \\ a_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{x\text{ЛA}} \\ a_{y\text{ЛA}} \\ a_{z\text{ЛA}} \end{bmatrix}\tag{1.3.9}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_E &= a_E - V_N(\omega_{H_V} + 2\Omega_H) + V_H(\omega_{N_V} + 2\Omega_N); \\ \dot{V}_H &= a_H - V_E(\omega_{N_V} + 2\Omega_N) + V_N\omega_{E_V} + g_H; \\ \dot{V}_N &= a_N - V_H\omega_{E_V} + V_E(\omega_{H_V} + 2\Omega_H).\end{aligned}\tag{1.3.10}$$

### Повільний темп

$$\begin{aligned}\dot{\lambda} &= \frac{V_E}{(R_2+H) \cos B}; \\ \dot{\varphi} &= \frac{V_N}{R_1+H}; \\ \dot{H} &= V_H.\end{aligned}\tag{1.3.11}$$

$$\begin{aligned}\omega_{E_V} &= -\dot{\varphi}; \\ \omega_{H_V} &= \dot{\lambda} \sin \varphi; \\ \omega_{N_V} &= \dot{\lambda} \cos \varphi; \\ \Omega_N &= \Omega_3 \cos \varphi; \\ \Omega_H &= \Omega_3 \sin \varphi.\end{aligned}\tag{1.3.12}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{x\text{NHE}} \\ \omega_{y\text{NHE}} \\ \omega_{z\text{NHE}} \end{bmatrix} = B^T \begin{bmatrix} \omega_{N_V} + \Omega_N \\ \omega_{H_V} + \Omega_H \\ \omega_{E_V} + \Omega_E \end{bmatrix}.\tag{1.3.13}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{(R_1+H)} &\approx \frac{1}{a} \left[ 1 - e^2 - \frac{H}{a} - \frac{3}{2}e^2 \sin^2 \varphi \right]; \\ \frac{1}{(R_2+H)} &\approx \frac{1}{a} \left[ 1 - \frac{H}{a} - \frac{1}{2}e^2 \sin^2 \varphi \right]; \\ g_H &= -g \left( 1 + 5,2884 \cdot 10^{-3} \sin^2 \varphi \right) \left[ 1 - \frac{2H}{a} (1 - e \sin^2 \varphi) \right].\end{aligned}\tag{1.3.14}$$

У випадку недостатньої швидкодії бортового процесора навігаційного обчислювача алгоритм роботи БІНС може бути розділений за необхідною швидкістю розрахунку (за тривалістю періоду дискретизації) на два або навіть на три рівні, що характеризують відповідно швидкий, середній і повільний темпи розрахунків.

## 1.4 Оцінка орієнтовних значень похибок вимірників первинної інформації БІНС

Датчики первинної інформації БІНС – датчики кутової швидкості й акселерометри встановлюються жорстко на ЛА. Тяжкі умови роботи датчиків інформації призводять до появи значних похибок, тому в алгоритмах роботи БІНС бажано здійснити аналітичну компенсацію похибок вимірників (здійснювати їх польотне калібрування), перш ніж ці сигнали будуть використані для розрахунку параметрів орієнтації і для визначення складових уявного прискорення уздовж навігаційних осей.

Інструментальні похибки ІНС визначаються погрішностями аткселерометрів, вимірників кутової швидкості або кута, а також погрішностями обчислювального пристрою. Очевидно, при застосуванні обчислювального пристрою досить високої точності похибки, ІНС будуть визначатися головним чином погрішностями первинних вимірювальних датчиків, що входять у систему.

Якщо акселерометри ІНС вимірюють прискорення  $a_x$  і  $a_y$  з погрішностями  $\Delta a_x$  і  $\Delta a_y$ , то, це приведе до помилки у визначенні координати  $\Delta \lambda_y$ .

Приладові значення зазначених параметрів (зі значком «\*»)

$$\left. \begin{aligned}a_{\xi}^* &= a_{\xi} + \Delta a_{\xi}; & a_x^* &= a_x + \Delta a_x; & a_y^* &= a_y + \Delta a_y; \\ \dot{\lambda}_y^* &= \dot{\lambda}_y + \Delta \dot{\lambda}_y; & \lambda_y^* &= \lambda_y + \Delta \lambda_y; \\ \ddot{\vartheta}^* &= \ddot{\vartheta} + \Delta \ddot{\vartheta}; & \dot{\vartheta}^* &= \dot{\vartheta} + \Delta \dot{\vartheta}; & \vartheta^* &= \vartheta + \Delta \vartheta.\end{aligned}\right\}\tag{1.4.1}$$



Підставивши значення цих параметрів у перші рівняння систем і зробивши відповідні перетворення наступне рівняння похибок:

$$\Delta \ddot{\lambda}_y + \frac{(a_\eta + g_0)}{R_3} \Delta \lambda_y = \frac{1}{R_3} [a_x \cos(\lambda_y - \vartheta') + a_y \sin(\lambda_y - \vartheta')] \quad (1.4.2)$$

Як видно, ліва частина рівняння (1.4.2) є (при  $a_\eta = 0$ ) рівнянням маятника Шулера, а права – збурюючим впливом.

Координата  $\lambda_y$  і кут  $\vartheta'$  у процесі руху безупинно змінюються, тому права частина рівняння (1.4.2) буде теж змінною в часі.

З огляду на вираз і те, що при автоматичному керуванні рухом кут відхилення об'єкта від площини горизонту досить малий, а також вважаючи

$$\Delta a_x = \Delta a_y = \Delta a$$

у першому наближенні одержимо

$$\Delta \ddot{\lambda}_y + \frac{1}{R_3} (a_\eta + g_0) \Delta \lambda_y \cong \frac{\Delta a}{R_3} \quad (1.4.3)$$

При  $a_\eta = 0$ ,  $\Delta a = \text{const}$  рішення рівняння (1.4.3) буде наступним:

$$\Delta \lambda_y \cong \frac{\Delta a}{g_0} \left( 1 - \cos \left( \sqrt{\frac{g_0}{R_3}} \cdot t \right) \right) \quad (1.4.4)$$

З виразу (1.4.4) видно, що помилка ІНС у визначенні координати  $\lambda_y$ , обумовлена похибкою акселерометрів, буде мати як постійну, так і змінну складові. Найбільше значення похибки не перевищить  $\Delta \lambda_y \leq 2 \frac{\Delta a}{g_0}$ .

### Оцінка помилки акселерометрів

За допомогою (1.4.4) можуть бути отримані орієнтовані формули для розрахунку точнісних вимог пропонованих до датчиків первинної інформації – акселерометрам.

$$\Delta a \cong \frac{\Delta \lambda_y g_0}{\left( 1 - \cos \left( \sqrt{\frac{g_0}{R_3}} \cdot t \right) \right)}. \quad (1.4.5)$$

Як випливає з (1.4.5) вимоги до точнісних характеристик акселерометрів залежать від проміжків часу автономної роботи БІНС у складі комплексної інерціально-супутникової системи навігації. Виходячи з вимог до точності

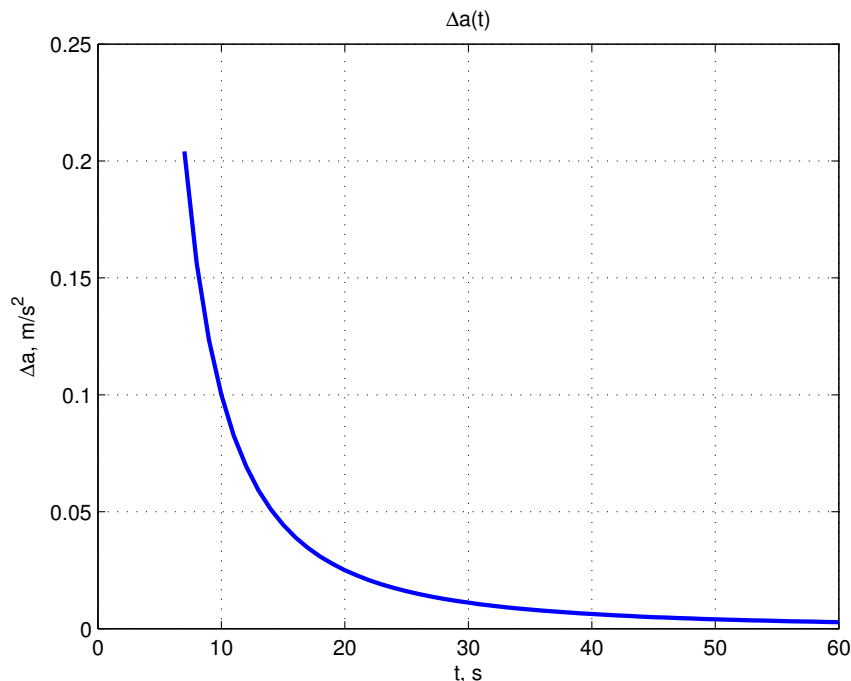


Рисунок 1.4.1 – Графік залежності значень похибок акселерометра від часу

визначення координат (СКВ 5 м) отримані орієнтовані значення похибок акселерометра, у залежності від очікуваних перерв у роботі супутникової системи навігації. Розрахункові значення точніших вимоги пропонує до датчиків первинної інформації, зокрема акселерометрів відображені на графіку рис. 1.4.1

### Оцінка помилки датчика кутової швидкості

Якщо вимірник кутової швидкості об'єкта має погрішність  $\Delta\vartheta'$ , то приладове значення кутової швидкості

$$\dot{\vartheta}^* = \dot{\vartheta}' - \Delta\dot{\vartheta}'.$$

При цьому, будуть мати місце помилки у визначенні інших параметрів.

Підставляючи значення параметрів  $\dot{\vartheta}^*$  і  $\lambda_y^*$  рівняння (1.4.3), після перетворень з врахуванням другого рівняння системи (1.4.1) одержимо

$$\Delta\ddot{\lambda}_y + \frac{a_\eta + g_0}{R_3}\Delta\lambda_y = -\frac{a_\eta + g_0}{R_3}\Delta\vartheta' \quad (1.4.6)$$

Як видно ліва частина рівняння (1.4.6) і в цьому випадку (при  $a_\eta = 0$ ) представляється рівняння маятника Шулера, а права частина – фактор, що викликається, обумовленими погрішностями у вимірі  $\vartheta'$  кута .

Якщо вважати погрішність  $\Delta\dot{\vartheta}' = \Delta\dot{\vartheta}'_0 = \text{const}$ , то  $\Delta\vartheta' = \Delta\dot{\vartheta}'_0 t$ , при цьому рішення рівняння (1.4.6) буде (якщо  $a_\eta = 0$ ) наступної:

$$\Delta\lambda_y = \Delta\dot{\vartheta}'_0 \left( \sqrt{\frac{R_3}{g_0}} \sin \sqrt{\frac{g_0}{R_3}} \cdot t - t \right) \quad (1.4.7)$$

Як видно з виразу (1.4.7), погрішність у визначенні координати  $\lambda_y$ , обумовлена постійною помилкою вимірника кутової швидкості, у першому наближенні має дві складові (рис. 2.5,б), одна з яких росте пропорційно часу польоту

$$\Delta\lambda_{y0} = \Delta\dot{\vartheta}'_0 t,$$

а інша змінюється з періодом маятника Шулера

$$\Delta\lambda_y = \Delta\dot{\vartheta}'_0 \sqrt{\frac{R_3}{g_0}} \sin \sqrt{\frac{g_0}{R_3}} \cdot t$$

Аналогічно (1.4.5) можуть бути отримані орієнтовані формули для розрахунку точносних вимог пропонованих до вимірників кутових швидкостей.

$$\Delta\dot{\vartheta}'_0 = \frac{\Delta\lambda_y}{\left( \sqrt{\frac{R_3}{g_0}} \sin \left( \sqrt{\frac{g_0}{R_3}} \cdot t \right) - t \right)}$$

Виходячи з вимог пропонованих до точносних характеристик визначення координат (СКО  $\approx 5$ м) отримані орієнтовані значення похибок вимірникам кутових швидкостей, у залежності від очікуваних перерв у роботі супутникової системи навігації. Розрахункові значення точнісних вимоги пропонованих до датчиків первинної інформації, зокрема вимірникам кутових швидкостей відображені на графіку рис.1.4.2.

Для БІНС розглянутого класу основний внесок у похибки визначення координат вносять датчики первинної інформації. Необхідно відзначити, що методичні похибки, у тому числі похибки, зв'язані зі спрощеннями кінематичних рівнянь БІНС, похибками моделювання форми Землі і похибками моделі гравітаційного поля, повинні бути не більше похибок, внесених датчиками первинної інформації.

Багато складові вихідні похибки залежать від параметрів траєкторії й умов роботи, коефіцієнти моделі похибок істотно залежать від рівня вібрації і

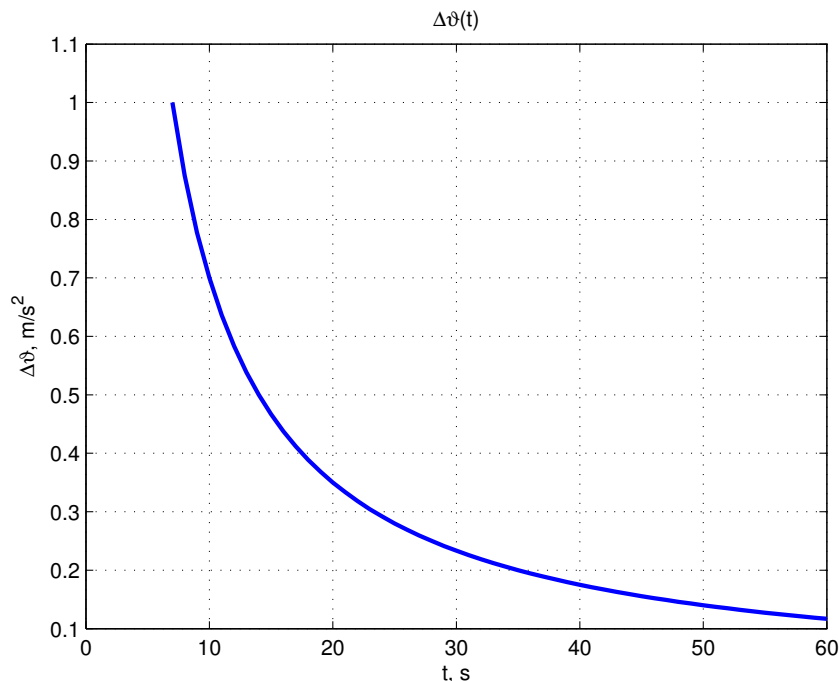


Рисунок 1.4.2 – Графік залежності значень похибок ДКШ від часу

температури. Тому для більш детального дослідження точнісних характеристик БІНС необхідна вихідна інформація про аеродинамічні й інерційно масові характеристики літака, а також параметри траєкторії. У цьому випадку можна буде провести детальні статистичні дослідження точнісних характеристик з урахуванням впливу динамічних похибок датчиків первинної інформації.

Однак при моделюванні враховувалися тільки деякі складові:

- а) систематичні;
- б) перекручування масштабного коефіцієнта;
- в) випадкові складові;
- г) зони нечутливості

Випадкові складові і перекручування масштабного коефіцієнта моделювалися з використанням генераторів "білого шуму" і формуючих фільтрів. При цьому вважалося, що кожен чуттєвий елемент цілком визначається значеннями цих складових, а самі ці складові змінюються таким чином, що при збільшенні одного з них зростають і всі інші. В роботі пропонується датчики первинної інформації компанії *Honeywell HG1900IMU* (рис.1.4.3), які базуються на MEMS технологіях.

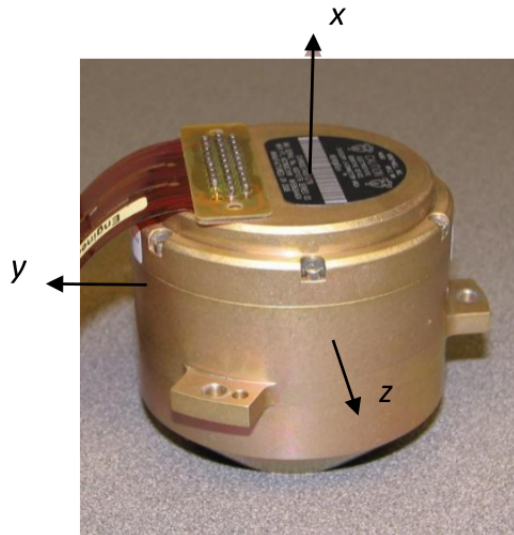


Рисунок 1.4.3 – ДПІ Honeywell HG1900IMU

Блок має малі розміри та не велике споживання. Порівняно не велику ціна, через використання MEMS технології. Недорогий та надійний вбудований процесор серії *ARM7*. Зручний та надійний герметичний корпус. Програмований з можливістю масштабування послідовний інтерфейс RS422 . В наступній таблицях наведені основні параметри датчиків.

Таблиця 1.4.1 – Параметри акселерометрів

Parameter	Units	HG1700	HG1900
Volume	in <sup>3</sup>	33	17
Weight	lbs	<2	<1
Power	Watts	<8	<2
Non-Operating Shock	g max	<500	<500
<b>Gyro Performance</b>			
Parameter	Units	HG1700	HG1900
Operating Range	°/sec	± 1074	±1000
Scale Factor Repeatability	PPM (1σ)	150	150
Scale Factor Linearity	PPM (1σ)	150	150
Bias Repeatability	°/hr (1σ)	1	<17
Bias (In Run Stability)	°/hr (1σ)	1	<7
Bias Static g Sensitivity	°/hr/g (1σ)		3
Bias g2 Sensitivity	°/hr/g2 (1σ)		0.6
Bias Acoustic Rectification Error (ARE)	°/hr max		10
Quantization	μ rad max	13.47	10
Angular Random Walk	deg / √ hr max	0.125	0.09
Axis Alignment Stability	μ rad (1σ)	500	80
Axis Alignment Stability (nonorthogonality)	μ rad (1σ)	100	50
<b>Accelerometer Performance</b>			
Parameter	Units	HG1700	HG1900
Operating Range	g	70	70
Scale Factor Error	PPM (1σ)	300	300
Scale Factor Linearity	PPM (1σ)	500	500
Bias Repeatability	m-g (1σ)	1	1
Bias Stability	m-g (1σ)	1	1
Vibration Shift	μ-g Max	500	500
Axis Alignment Stability (nonorthogonality)	μ rad (1σ)	100	100
VRW	(m/s) /√hr max	0.22	0.22

## 2    Аналіз та вибір методів оцінювання та корекції в комплексній інерціально-супутниковій системі

Основними задачами пілотажно-навігаційних комплексів (ПНК) як постачальника інформаційного забезпечення польоту ЛА є сумісна обробка навігаційної інформації, яка надходить на борт ЛА та забезпечення високої надійності функціонування бортових систем та комплексів ЛА і взагалі безпеки польоту за рахунок резервування джерел інформації. Висока ефективність використання інформації, яка надходить на борт ЛА, забезпечується застосуванням різних методів її обробки.

Найкращі результати підвищення якісних характеристик вимірювальних комплексів досягаються в системах зі структурною надмірністю, коли існує можливість отримання пілотажно-навігаційної інформації паралельно декількома способами з використанням інформації від приладів та вимірювальних систем, що входять до складу ПНК. Отримана таким чином інформація комплексується.

В існуючих ПНК широке розповсюдження знайшли такі способи сумісної обробки інформації, що надходять від декількох вимірників, як взаємна компенсація і фільтрація похибок вимірювальних приладів, що вимірюють один і той самий навігаційний параметр та оптимальне оцінювання вектора стану з використанням апріорної інформації про контрольований процес та поточні вимірювання.

Методи оптимальної обробки інформації в ПНК використовуються з метою отримання оцінок вектора стану повітряного судна (або деякої частини цього вектора) в умовах впливу випадкових збурень і завад на процес вимірювання. При цьому оцінюються не самі параметри польоту, а їхні похибки. За оптимальної обробки пілотажно - навігаційної інформації в ПНК найважливішим процесом є процес отримання оптимальних оцінок. В основу алгоритмів

					<i>НАУ 11 54 75 000 ПЗ</i>			
Зм.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата				
Розробив	НовікМ.В.				<i>Інтегрована інерціально-супутникова система навігації, що базується на принципах комплексної обробки інформації з використанням калманівської фільтрації</i>	Лит.	Аркуш	Аркушів
Перевірив	Мар'ясоваТ.І.						55	101
						<i>IACU 608</i>		
Н. контр.	КозловаА.П.							
Затвердив	СинєглазовВ.М.							

отримання оптимальних оцінок можуть бути покладені такі методи обробки інформації [6]:

- метод найменших квадратів;
- метод максимуму правдоподібності;
- рекурентний неоптимальний фільтр;
- оптимальний фільтр Калмана.

## 2.1 Огляд методів оптимальної обробки інформації

Метод найменших квадратів (МНК) застосовується для одержання оптимальних оцінок при обробці накопичених вимірювань. Якщо виконано  $m$  вимірювань координат (параметрів) системи  $\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)u_x(t)$ , тоді

$$Z = HX + Vz \quad (2.1.1)$$

де  $H$  – матриця спостереження;

$Z$ ,  $X$  і  $Vz$  – вектори, компонентами яких є реалізація вектора вимірювання  $Z$  і, вектора стану системи  $X$  і вектора помилок вимірювання  $Vz_i$  відповідно, причому  $i = \overline{1, m}$ .

Необхідно за спостереженнями  $Z$  і заданою матрицею спостереження щонайкраще оцінити стан вектора  $X$ . Критерієм такої оцінки за МНК служить функціонал  $J = \sum_{i=1}^m V_{z_i}^T V_{z_i}$  який мінімізує суму квадратів помилок вимірювання  $Vz_i$ . У матричному виді цей вираз запишеться так:

$$J = |V_{z_1} V_{z_2} \dots V_{z_m}| \begin{vmatrix} V_{z_1} \\ V_{z_2} \\ \vdots \\ V_{z_m} \end{vmatrix}$$

або з урахуванням (2.1.1)

$$J = (Z - HX)^T (Z - HX) \quad (2.1.2)$$



Оцінку  $\hat{X}$ , вектора стану системи можна одержати шляхом розв'язання рівняння  $\frac{\partial J}{\partial \hat{X}} = 0$ .

З урахуванням рівняння (2.1.2) маємо

$$H^T(Z - H\hat{X}) + (Z - H\hat{X})^T H = 0 \quad (2.1.3)$$

Доданки виразу (2.1.3) рівні між собою, оскільки є добутками транспонованих відносно один до одного однакових співмножників  $H$  і  $(Z - H\hat{X})$ . Отже, тільки рівність нулю кожного з цих двох доданків забезпечує рівність нулю виразу (2.1.3). Отже

$$H^T(Z - H\hat{X}) = 0$$

Відтепер можна сформулювати необхідні і достатні умови одержання оптимальних оцінок  $\hat{X}$  вектора стану системи за методом найменших квадратів у вигляді основних положень, виконання яких передбачає:

- наявність накопичених спостережень  $Zi, i = \overline{1, m}$ ;
- знання матриці спостережень ;
- не особливість матриці  $H^T H$ , тобто  $H^T H \neq 0$ .

Отримання оцінки  $\hat{X}$  зв'язано з накопиченням спостережень  $Zm$  у наслідок чого нова оцінка параметра не збігається за часом з його поточним значенням на час, необхідний для накопичення спостережень. Тому даний алгоритм для оцінки використовують лише у випадку виміру того самого параметра одночасно кількома датчиками.

Метод найменших квадратів застосовується в тому випадку, коли надлишок інформації виходить за рахунок рівно точних вимірювань різними датчиками інформації. При цьому, вимоги щодо спектрального складу помилок датчиків не відзначаються. Відповідно до цього методу, має місце мінімізація суми квадратів помилок всіх вимірювань.

#### *Алгоритм оцінювання за методом максимуму правдоподібності*

Алгоритм оцінювання за методом максимуму правдоподібності як і алгоритм оцінювання за МНК потребує накопичення вимірювань, тобто наявності вектора спостережень.

Передбачається, що похибки вимірювання розподілені за нормальним законом. Тоді щільність розподілу ймовірностей вектора  $Vz_m$  має вигляд:

$$P(Vz_m) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_z|}} \exp \left[ -\frac{1}{2} V_{z_m}^T R_z^{-1} V_{z_m} \right], \quad (2.1.4)$$

де  $R_z$  – кореляційна матриця похибок вимірювання;

$|R_z|$  – визначник матриці  $R_z$ .

Використання алгоритму оцінок за методом максимуму правдоподібності передбачує виконання умови  $|R_z| \neq 0$ , тобто матриця  $R_z$  не повинна бути особливою. Підставивши (2.1.1) у (2.1.4), отримаємо вираз для функції правдоподібності.

$$\psi(X) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_z|}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (Z_m - HX_m)^T R_z^{-1} (Z_m - HX_m) \right],$$

яка являє собою щільність розподілу помилок вимірювання.

Необхідно обрати таку оцінку  $\hat{X}_m$ , при якій функція правдоподібності  $\psi(X)$  перетворюється в максимум, що відповідає мінімуму квадратів відхилень виміряних координат вектора  $X$  від їхнього дійсного значення. Для цього необхідно, щоб  $\frac{\partial \psi(X)}{\partial X} = 0$ .

На практиці зручніше обчислювати максимум не самої функції правдоподібності, а її логарифма, тобто

$$\ln \psi(X) = \ln \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |R_z|}} - \frac{1}{2} (Z_m - HX_m)^T R_z^{-1} (Z_m - HX_m). \quad (2.1.5)$$

Узявши в рівнянні (2.1.5) похідні за компонентами вектора  $X_m$  і прирівнюючи їхню суму до нуля, одержимо:

$$\frac{1}{2} H^T R_z^{-1} (Z_m - H\hat{X}_m) + \frac{1}{2} H R_z^{-1} (Z_m - H\hat{X}_m)^T = 0 \quad (2.1.6)$$

Зауважимо, що як і для формули оцінки вимірювань за методом найменших квадратів, один із доданків виразу (2.1.6) є транспонованим відносно іншого. Отже, доданки цього виразу рівні між собою, вони не можуть бути від'ємні, тому кожний з них дорівнює нулю.

Припустимо, що

$$H^T R_z^{-1} (Z_m - H\hat{X}_m) = 0$$

тоді

$$\hat{X}_m = (H^T R_z^{-1} H)^{-1} H^T R_z^{-1} Z_m \quad (2.1.7)$$

Вираз (2.1.7) стає вихідним для розробки алгоритму отримання оптимальних оцінок за методом максимуму правдоподібності.

Для визначення цих оцінок необхідно:

- накопичити  $m$  спостережень –  $Z_m$ ;
- знати кореляційну матрицю  $R_z$  похибок вимірника;
- знати матрицю зв'язків спостереження  $H$ .

Як і для алгоритму оцінок за МНК отримання оцінки  $\hat{X}_m$  пов'язано з накопиченням вимірювань  $Z_m$ , тому цей метод, як і МНК, можна використовувати лише при вимірюванні одного параметра декількома системами. В іншому випадку нова оцінка помилок ПНК не буде співпадати з поточним значенням помилок на час, що дорівнює часу накопичення спостережень.

Алгоритм оцінювання за методом максимуму правдоподібності, як і алгоритм оцінювання за методом найменших квадратів, потребує накопичення вимірювань, тобто наявності вектора спостережень. Цей метод пропонує максимізацію функції правдоподібності, що відповідає мінімуму квадратів помилок. При цьому, передбачається, що похибки вимірювання розподілені за нормальним законом.

### *Рекурентний метод обробки інформації*

Рекурентний метод обробки інформації дозволяє отримати оцінку параметра після кожного дослід. За результат оцінки вимірюваного параметра  $m$  при проведенні  $m$  спостережень візьмемо:

$$\hat{x}_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_i,$$

де  $z_i = x + v_{z_i}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ;

$x$  – вимірюваний параметр;

$v_{z_i}$  – похибка  $i$ -го спостереження.

Тоді на черговому  $(i + 1)$ -му кроці вимірювань значення оцінки  $\hat{x}_{m+1}$ , має вигляд:

$$\hat{x}_{m+1} = \frac{(\sum_{i=1}^m z_i) + z_{m+1}}{m + 1} = \frac{m}{m + 1} \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_i \right) + \frac{1}{m + 1} z_{m+1} \quad (2.1.8)$$

або

$$\hat{x}_{m+1} = \frac{m}{m + 1} \hat{x}_m + \frac{1}{m + 1} z_{m+1}$$

де  $z_{m+1}$  – останнє  $(m + 1)$ -ше спостереження.

Виконавши певні перетворення отримаємо:

$$\hat{x}_{m+1} = \hat{x}_m + \frac{1}{m + 1} (z_{m+1} - \hat{x}_m)$$

або, позначивши  $\frac{1}{m+1} = k$ ,

$$\hat{x}_{m+1} = \hat{x}_m + k (z_{m+1} - \hat{x}_m). \quad (2.1.9)$$

Отже, оцінку  $\hat{x}_{m+1}$  можна отримати з попередньої оцінки  $\hat{x}_m$  шляхом складання її з різницею між новим спостереженням  $z_{m+1}$  та попередньою оцінкою, помноженою на коефіцієнт ваги  $k$ . У цьому випадку зникає необхідність зберігати  $m$  спостережень, отриманих на попередніх кроках вимірювання, оскільки вся попередня інформація об'єднана в апіорній оцінці  $\hat{x}_m$ .

Рекурентний алгоритм (2.1.9) зв'язує поточне значення оцінки  $\hat{x}_{m+1}$  з її попереднім значенням  $\hat{x}_m$ .

Різниця  $(z_{m+1} - \hat{x}_m)$  стає показником цінності інформації, яку отримують при проведенні  $z_{m+1}$ -го спостереження. Дійсно, якщо ця різниця близька до нуля, то зафіксоване спостереження  $z_{m+1}$  не несе будь-якої нової інформації у порівнянні з апіорною, і в цьому випадку  $\hat{x}_{m+1} \cong \hat{x}_m$ . Навпаки, при великій різниці  $(z_{m+1} - \hat{x}_m)$  з урахуванням вагового коефіцієнта здійснюється суттєве уточнення оцінки  $\hat{x}_m$ , отриманої на попередньому кроці розрахунків.

Але коефіцієнт  $k = \frac{1}{m+1}$  отримано без використання критерію оптимальності, тому оцінка  $\hat{x}_{m+1}$  також не є оптимальною, що знижує цінність даного методу обробки інформації.

Алгоритм неперервного оптимального фільтра Калмана об'єднує розв'язання двох задач: спостереження та фільтрації, враховуючи характеристики

контрольованого процесу, мінімізує помилку оцінювання. З іншого боку ФК дозволяє оцінити навігаційні параметри, що безпосередньо не спостерігаються, а відносна простота реалізації алгоритму в БЦОМ робить цей метод комплексної обробки інформації найбільш привабливим. Детальніше алгоритм роботи, розглянемо в наступному розділі.

## 2.2 Рекурентний фільтр Калмана

Оптимальний фільтр Калмана [14] — ефективна і гнучка процедура для комплексної обробки інформації із зашумлених датчиків для оцінки стану стохастичної системи. В більшості випадків, кількість параметрів, що задають стан об'єкту, більше, ніж кількість спостерігаємих параметрів, доступних для вимірювання. За допомогою моделі об'єкту по ряду доступних вимірів фільтр Калмана дозволяє отримати оцінку внутрішнього стану системи.

ФК – призначений для рекурсивного дооцінювання вектора стану апріорно відомої динамічної системи, для розрахунку поточного стану стану системи необхідно знати поточні виміри, а також попередній стана самого фільтра. Таким чином фільтр Калмана, як і інші рекурсивні фільтри, реалізований в часовому представленні, а не в частотному.

Фільтра включає 2 типа змінних:

а) Вектор стану системи, включає наступні компоненти:

- Змінні, які безпосередньо нас цікавлять (необхідно знайти, наприклад швидкість, прискорення)
- Змінні, які безпосередньо не використовуються, але необхідні для процесу оцінювання. В загальному випадку не важливо знати їхні значення, але необхідно визначити їх для покращення точності оцінки.
- Фільтр Калмана у специфічних задача має включати всі ті змінні динаміки системи, які можуть бути виміряні ДПІ.

- б) Коваріаційна матриця: міра невизначеності оцінювання. Рівняння, що використовуються для отримання коваріаційної матриці ( рівняння Ріккаті) та управління невизначеністю, визначають як шум датчиків та динаміка невизначеності впливають на невизначеність стану системи, що оцінюється.

За допомогою отримання невизначеності власне системи і невизначеності у відповідних показника датчиків, ФК дає можливість комплексувати данні з усіх ДПІ “отимально”, в сенсі, що результуюча оцінка мінімізує квадратичну функцію помилки оцінки, включаючи мінімальне середньо квадратичне відхилення будь-якої лінійної комбінації помилок оцінювання. Коефіцієнт підсилення Калмана — оптимальна зважена матриця, що поєднує данні ДПІ з попередньою оцінкою, для отримання нової апостеріорної оцінки.

#### *Рівняння динамічної системи*

Фільтр Калмана намагається оцінити стан змінної  $x \in \mathbb{R}^n$  дискретно управляемого процесу, що описується лінійними стохастичними диференціальним рівняннями:

$$x_k = \Phi x_{k-1} + w_{k-1}, \quad (2.2.1)$$

З вимірюваннями  $Z \in \mathbb{R}^m$ :

$$z_k = H x_k + v_k, \quad (2.2.2)$$

Випадкові змінні  $w_k$  та  $v_k$  представляють шум системи (process noise) та шум вимірювань (measurement noise), які вважаються незалежними один від одного, білими з нормальним розподілом шумами.

$$p(w) \sim N(0, Q), \quad (2.2.3)$$

$$p(v) \sim N(0, R). \quad (2.2.4)$$

На практиці, коваріаційна матриця шуму системи  $Q$  та коваріаційна матриця шуму вимірювань  $R$  можуть змінюватись на кожному кроці вимірювань, але для простоти, в нашому випадку, вони постійні.

Матриця  $\Phi$  розміром  $n \times n$  в диференціальному рівнянні (2.2.1) проводить залежність між попереднім станом системи  $k - 1$  та поточним станом  $k$ ,

при наявності вхідного сигналу чи шуму. Матриця  $(H)$   $m \times n$  в рівнянні (2.2.2) відповідає вимірюванням  $z_k$ .

### Отримання рівнянь фільтра

Позначимо  $\hat{x}(-) \in \mathbb{R}^n$  — апріорна оцінка на кроці  $k$  інформація про рух системи до кроку  $k$ , та  $\hat{x}(+) \in \mathbb{R}^n$  апостеріорна оцінка на кроці  $k$  за допомогою вимірювань  $z_k$ . Відповідно апріорна оцінка коваріації помилки:

$$P_k(-) = E[(x_k - \hat{x}_k(-))(x_k - \hat{x}_k(-))^T] \quad (2.2.5)$$

та апостеріорна коваріаційна матриця помилок:

$$P_k(+) = E[(x_k - \hat{x}_k(+))(x_k - \hat{x}_k(+))^T] \quad (2.2.6)$$

При виведенні рівнянь фільтра Калмана, наша ціль — знайти рівняння, що розраховують апостеріорну оцінку стану  $\hat{x}_k(+)$  як лінійну компенсацію апріорної оцінки стану  $\hat{x}_k(-)$  та взваженої різниці між безпосередньо вимірами  $z_k$  та їхнім прогнозом  $H\hat{x}_k$ , як показано нижче (2.2.7)

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K [z_k - H\hat{x}_k(-)] \quad (2.2.7)$$

Різниця  $(z_k - H\hat{x}_k(-))$  — називається інноваціями (innovation) або залишками (residual). Залишки, як відображення дисперсії між прогнозованими вимірами  $H\hat{x}_k(-)$  та безпосередніми вимірами  $z_k$ . Залишок, який рівний нулю, означає, що обое вимірів знаходяться в повному узгодженні.

Матриця  $K$   $n \times m$  визначає коефіцієнт підсилення або фактор змішування, який мінімізує апостеріорну помилку оцінки (2.2.6). Мінімізація може бути закінчена підстановкою (2.2.7) у подане вище визначення для коваріації (2.2.6), виконуючи необхідні дії та взявши похідну по  $K$ , встановивши результат рівним нулю, а потім вирішуючи відносно  $K$  рівняння. Детальне виведення рівнянь описане в [7]. Результат може бути отриманий в наступній формі:

$$K_k = P_k(-)H^T(H P_k(-)H^T + R)^{-1} = \frac{P_k(-)H^T}{H P_k(-)H^T + R} \quad (2.2.8)$$

Зважаючи на (2.2.8), якщо коваріаційна матриця помилок вимірювання  $R$  прямує до нуля, коефіцієнт підсилення  $K$  взважає залишки більш сильно. Наприклад:

$$\lim_{R_k \rightarrow 0} K_k = H^{-1} \quad (2.2.9)$$

Якщо апріорна оцінка коваріаційної матриці  $P_k(-)$  наближається до нуля, коефіцієнт підсилення  $K$  майже не взважає залишки.

$$\lim_{P_k(-) \rightarrow 0} K_k = 0 \quad (2.2.10)$$

З іншого боку, взважування за допомогою  $K$ , у випадку коли коваріація помилки вимірювань  $R$  наближається до нуля, то безпосереднім вимірам  $z_k$  довіряється все більше і більш, коли прогнозовані виміри  $H\hat{x}_k(-)$  враховуються все менше. Але якщо апріорна коваріація помилки  $P_k(-)$  наближається до нуля то спостереження  $z_k$  майже не враховуються, коли відповідно прогнозовані виміри  $H\hat{x}_k(-)$  стають більш “впливовими”.

## 2.3 Алгоритм фільтра Калмана

ФК знаходить стан системи за допомогою форми зворотнього зв'язку: фільтр оцінює стан процесу в один момент часу, а потім отримує зв'язок в формі зашумлених вимірів. Такі рівняння для фільтра розділяються на дві групи: прогноз та корекція на основі вимірів. Прогноз відповідає за екстраполяцію в часі поточного стану системи та її коваріації для отримання апріорної оцінки для наступного кроку. Рівняння корекції необхідні для зворотнього зв'язку – використовують нові виміри і апріорні оцінки для отримання апостеріорних оцінок.

Для фільтра не важливо з якого кроку починати, так і рівняння можуть бути представлені з точки зору прогнозу та корекції Рис.2.3.1

Перше завдання при корекції – розрахувати коефіцієнт підсилення Калмана,  $K_k$ / Наступний крок, безпосередньо отримати виміри  $z_k$ , а потім генерувати апостеріорну оцінку за допомогою (2.2.7). Останній крок – це отримання апостеріорної коваріаційної матриці оцінки помилки.

Після кожного разу екстраполяції та корекції, процес повторюється, попередні апостеріорні оцінки використовуються для прогнозу нових апріорних



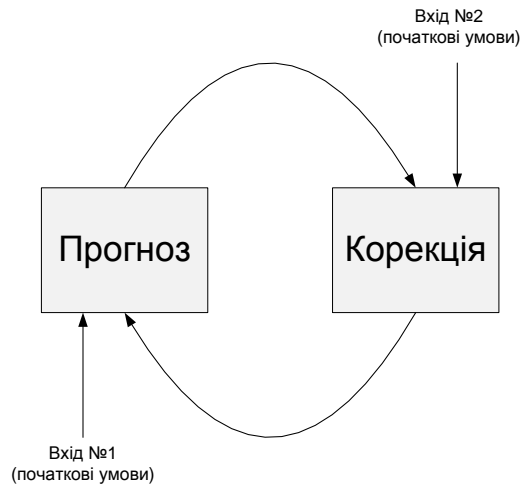


Рисунок 2.3.1 – Цикл функціонування фільтра Калмана

оцінок. Ця рекурсивна природа є найбільш важливою особливістю фільтра Калмана, це робить його більш практичним, в порівнянні з іншими фільтрами (наприклад фільтр Віннера)

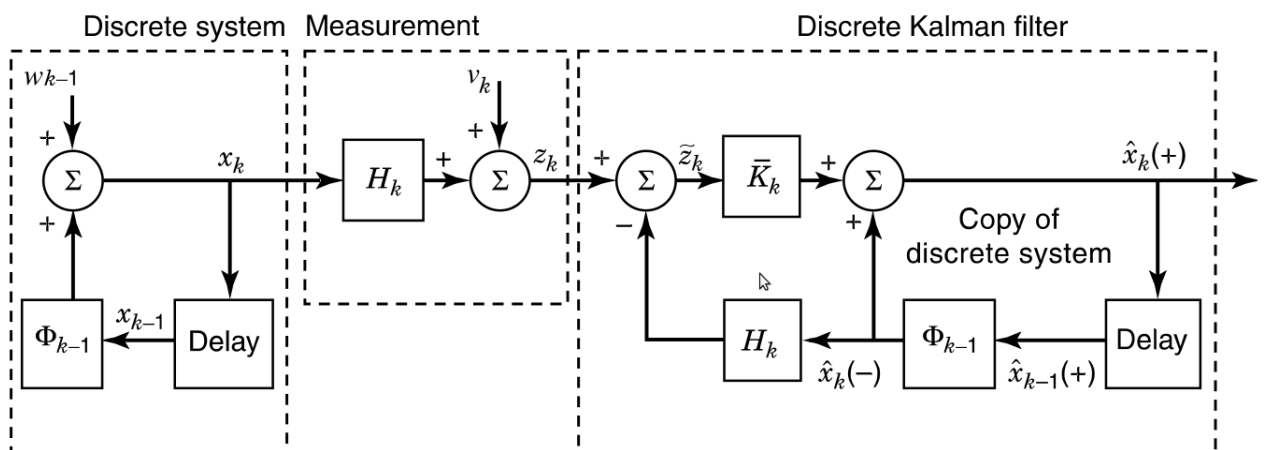


Рисунок 2.3.2 – Блок діаграма системи, моделі вимірювань та дискретного ФК

## 2.4 Проектування фільтра Калмана

В практичній реалізації фільтра, коваріація вимірюваного шуму  $R$  вимірюється звичайно до використання фільтра. Знаходження цієї матриці в загальному випадку практична задача, виміряні величини дають можливість визначити дисперсію шуму, що діє на данні датчиків.

Таблиця 2.3.1 – Рівняння дискретного фільтра Калмана

Рівняння / Формула		
Модель динаміки системи	$x_k = \Phi x_{k-1} + w_{k-1},$	(2.3.1)
Модель вимірювань	$z_k = H x_k + v_k$	(2.3.2)
Початкові умови	$E[x_o] = \hat{x}_0, E[x_o x_o^T] = P_0$	(2.3.3)
Припущення незалежності	$E[w_k v_j^T] = 0$ для всіх $k$ та $j$	(2.3.4)
Екстраполяція оцінки (прогноз)	$\hat{x}_k(-) = \Phi \hat{x}_{k-1}(+)$	(2.3.5)
Екстраполяція коваріації	$P_k(-) = \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}$	(2.3.6)
Корекція оцінки	$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k [z_k - H_k \hat{x}_k(-)]$	(2.3.7)
Корекція оцінки коваріації	$P_k(+) = [I - K_k H_k] P_k(-)$	(2.3.8)
Коефіцієнт підсилення Калмана	$K_k = P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1}$	(2.3.9)

Визначення коваріації шуму системи  $Q$  в загальному більш складна задача, просто не має можливості безпосередньо спостерігати процес який оцінюється. Інколи відносно проста модель процесу може дати прийнятний результат, якщо введена достатня величина невизначеності процесу через вибір матриці  $Q$ .

В іншому випадку, є чи немає раціональної бази для вибору параметрів, часто краща продуктивність (з точки зору статистики) може бути отримана за допомогою налаштування параметрів фільтра  $Q$  та  $R$ .

Асиметрія коваріаційної матриці  $P$  один з факторів, що впливає на чисельну нестійкість рівняння Рікатті. Якщо не використовується фільтр з квадратним коренем, тоді ця матриця може бути “симетризована” просто за наступною формулою:

$$P = \frac{1}{2}(P + P^T) \quad (2.4.1)$$

Цей метод використовується протягом довгого часу і добре себе зарекомендував.

При проектуванні фільтра, корекція коваріаційної матриці (2.3.6) та (2.3.8) має бути перевірена не тільки на симетрію але й на додатно визначеність. Якщо ці умови не будуть виконуються, це свідчить про помилки в програмі або матриця погано обумовлена. Для усунення проблеми обумовленості використовується інше рівняння для  $P_k(+)$ , яке називається формою Джозефа [?], яка показна

на наступному рівнянні:

$$P_k(+) = [I - K_k H_k] P_k(-) [I - K_k H_k]^T + K_k R_k K_k^T \quad (2.4.2)$$

З рівняння видно, що права частина є сумою двох симетричних матриць. Перша додатно визначена інша не від'ємно визначена, що робить  $P_k(+)$  додатно визначеною матрицею.

Безперечно саме фільтр Калмана найбільш привабливий при розв'язанні задачі комплексної обробки інформації в інерціально-супутникових системах навігації.

### 3 Розробка алгоритмів оптимального комплексування в інерціально-супутникових систем навігації

При побудові інтегрованих навігаційних систем широке поширення одержав прийом, заснований на формуванні різницевих вимірів, зі складу яких виключаються шукані параметри. З використанням різницевих вимірів вирішується задача оцінювання похибок однієї підсистеми на фоні похибок іншої підсистеми, Цей прийом найчастіше називають методом одержання інваріантних оцінок. При реалізації такого методу використовуються лінійні моделі еволюції похибок підсистем і не потрібно введення в загальному випадку нелінійних моделей еволюції самих шуканих навігаційних параметрів, що істотно спрощує побудову алгоритмів комплексної обробки навігаційної інформації і дає можливість застосування добре освоєних процедур оптимальної лінійної калмановської фільтрації.

В інтегрованих інерціально-супутникових системах широке поширення одержали дві схеми реалізації інваріантного методу, що відрізняються правилом формування різницевих вимірів і складом оцінюваного вектора стану.

В одній з цих схем, що одержала назва слабкозв'язаної, виміру для задачі фільтрації формуються шляхом утворення різниць координат і компонентів швидкості, вироблюваних ІНС і СНС, а у вектор стану включаються похибки ІНС і СНС. У такій схемі можливість використання вимірювальної інформації виникає при наявності сигналів не менш, ніж від чотирьох навігаційних супутників.

Для другої схеми, названої жорсткозв'язаної, різницеві виміри формуються шляхом зіставлення безпосередньо обмірюваних СНС і обчислених за показниками ІНС псевдодальностей і псевдошвидкостей. Для такої схеми у вектор стану включаються похибки ІНС, похибки виміру в СНС псевдодальностей і псевдошвидкостей для кожного з видимих навігаційних супутників, а також

					НАУ 11 54 75 000 ПЗ			
Зм.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата	Інтегрована інерціально-супутникова система навігації, що базується на принципах комплексної обробки інформації з використанням калманівської фільтрації	Лит.	Аркуш	Аркушів
Розробив	НовікМ.В.						68	101
Перевірив	Мар'ясоваТ.І.							
Н. контр.	КозловаА.П.					ІАСУ 608		
Затвердив	СинєглазовВ.М.							

зрушення і дрейф бортової шкали часу приймача СНС. У цьому випадку розмірність вектора стану залежить від числа видимих навігаційних супутників, а вимірювальна інформація може бути використана навіть від одного супутника. Розмірність вектора вимірів визначається числом видимих супутників (кожному супутникові відповідає два компоненти вектора вимірів). Для забезпечення можливості використання алгоритмів оптимальної лінійної фільтрації в жорсткозв'язаній схемі використовуються лінеаризовані представлення залежностей похибок в розрахованих по показанням ІНС оцінках псевдодальностей і псевдошвидкостей від похибок ІНС.

В обох із зазначених схем реалізації інваріантного методу одержувані за допомогою процедури оптимальної лінійної фільтрації оцінки похибок ІНС використовуються для внесення виправлень у вироблювані ІНС поточні значення вихідних навігаційних параметрів.

Для реалізації процедур оптимального комплексування інерціальної та супутникової систем навігації необхідно мати моделі еволюцій похибок окремих підсистем комплексу.

### 3.1 Моделі похибок інерціальних навігаційних систем

Рівняння похибок БІНС описують збурений режим роботи системи і є основою при аналізі її точності, при організації корекції, при побудові оптимальних навігаційних алгоритмів.

Матриця переходу від зв'язаної СК до географічної СК  $B(\psi, \vartheta, \gamma)$  має вид:

$$B(\psi, \vartheta, \gamma) = \begin{pmatrix} \sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma - \sin \psi \cos \gamma \sin \vartheta & \cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma \sin \vartheta \\ \cos \psi \cos \vartheta & -\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \cos \gamma \sin \vartheta & -\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \gamma \sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \gamma \cos \vartheta & -\sin \gamma \cos \vartheta \end{pmatrix}, \quad (3.1.1)$$

де  $\psi(t)$ ,  $\vartheta(t)$ ,  $\gamma(t)$  - кути курсу, тангажа та крену ЛА відповідно.

Матриця переходу від географічної СК до рухомої екваторіальної СК  $Q(\varphi)$  має вигляд:

$$Q(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix},$$

де  $\varphi$ - географічна широта.

Матриця переходу від зв'язаної системи координат до рухомої екваторіальної СК  $C(\psi, \vartheta, \gamma, \varphi)$  задовольняє співвідношенням виду:

$$C(\psi, \vartheta, \gamma, \varphi) = Q(\varphi) \cdot B(\psi, \vartheta, \gamma).$$

При розв'язанні задач повітряної навігації як основні навігаційні параметри ЛА можна розглядати поточні географічні координати ( довготу  $\lambda$ , широту  $\varphi$  и висоту над поверхнею земного еліпсоїда  $H$ ), проекції шляхової швидкості  $V_E, V_N, V_h$ , а також елементи матриці переходу  $B(\psi, \vartheta, \gamma)$ , що характеризує орієнтацію ЛА у просторі.

Вказані навігаційні параметри задовольняє таким диференціальним рівнянням:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\lambda} &= \frac{V_E(t)}{(R_1+h) \cos \varphi(t)} \\ \dot{\varphi} &= \frac{V_N(t)}{(R_2+h)} \\ \dot{h} &= V_h(t) \end{aligned} \right\}; \quad (3.1.2)$$

$$\dot{B} = B\Omega_c - \Omega_\Gamma B; \quad (3.1.3)$$

$$\dot{\bar{V}} = B\bar{a}_c - \Delta\bar{n}(t) + \bar{g}_T, \quad (3.1.4)$$

де (3.1.2) – рівняння для числення географічних координат;

(3.1.3) – матричне рівняння Пуассона для визначення матриці направляючих косинусів  $B(\psi, \vartheta, \gamma)$ ;

(3.1.4) – векторне рівняння відносно проекцій шляхової швидкості ЛА  $\bar{V} = \begin{pmatrix} V_E & V_N & V_h \end{pmatrix}^T$ ;  $\bar{a}_c(t) = \begin{pmatrix} a_{x1}(t) & a_{y1}(t) & a_{z1}(t) \end{pmatrix}^T$  – вектор проекцій уявного прискорення початку зв'язаної СК на її осі;

$$\Omega_c = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{z1} & \omega_{y1} \\ \omega_{z1} & 0 & -\omega_{x1} \\ -\omega_{y1} & \omega_{x1} & 0 \end{pmatrix};$$

$$\Omega_{\Gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -(\dot{\lambda} + u) \sin \varphi & (\dot{\lambda} + u) \cos \varphi \\ (\dot{\lambda} + u) \sin \varphi & 0 & \dot{\varphi} \\ -(\dot{\lambda} + u) \cos \varphi & -\dot{\varphi} & 0 \end{pmatrix};$$

$\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$  – проекції абсолютної кутової швидкості зв’язаної з ЛА СК на її осі;  $u$  – кутова швидкість обертання Землі;

$R_1$  и  $R_2$  – головні радіуси кривизни обраного земного еліпсоїда;

$$R_1 = a [1 - e^2 \sin^2 \varphi(t)]^{-\frac{1}{2}};$$

$$R_2 = a (1 - e^2) [1 - e^2 \sin^2 \varphi(t)]^{-\frac{3}{2}};$$

$a, e$  – велика піввісь и ексцентриситет земного еліпсоїда;

$\bar{g}_T = (g_{TE}, g_{TN}, g_{Th})^T$  – вектор проекцій прискорення сили ваги на осі географічної СК;

$\Delta \bar{n} = (\Delta n_E, \Delta n_N, \Delta n_h)^T$  – вектор проекцій суми переносного и кориолісова прискорень на осі географічної СК;

$$\Delta n_E = \frac{V_E V_h}{R_1 + h} - \frac{V_E V_N}{R_1 + h} tg \varphi + 2u (V_h \cos \varphi - V_N \sin \varphi);$$

$$\Delta n_N = \frac{V_N V_h}{R_2 + h} + \frac{V_E^2}{R_1 + h} tg \varphi + 2u V_E \sin \varphi;$$

$$\Delta n_h = -\frac{V_E^2}{R_1 + h} - \frac{V_N^2}{R_2 + h} - 2u V_E \cos \varphi;$$

$\bar{g}_T = [0, 0, g_e]^T$  – вектор проекцій нормального прискорення сили ваги на осі географічної СК  $g_e = \mu / a^2$ ,  $\mu = 398600, 44 \cdot 10^9 \text{ [м}^3/\text{с}^2]$

Маючи інформацію про вихідні координати та проекції шляхової швидкості ЛА, про вихідну матрицю орієнтації  $B_0$  (її визначення є предметом задачі початкового виставлення БІНС), а також про моделі прискорення сили ваги  $g^T(\varphi, \lambda, h)$ , на основі рівнянь (3.1.2)÷(3.1.4) с використанням поточних показів ДУС и акселерометрів можна отримати поточні значення шуканих навігаційних параметрів ЛА.

При точному завданні вихідних умов и при точній моделі прискорення сили ваги, а також при відсутності похибок інерціальних ДПП и похибок обчислення в наслідок інтегрування рівнянь (3.1.2)÷(3.1.4) будуть отримані істинні значення основних навігаційних параметрів ЛА.

Похибки завдання вихідних координат и проекцій шляхової швидкості ЛА, похибки початкового виставлення, аномальні варіації прискорення сили ваги, похибки інерціальних ДПП, методичні похибки алгоритмів обчислення и похибки через кінцеву довжину розрядній сітці обчислювача (похибки округле-

ння) будуть приводити до похибок визначення шуканих навігаційних параметрів ЛА.

У лінійному наближенні еволюція похибок БІНС у визначенні основних навігаційних параметрів у часі може бути описана лінійними диференціальними рівняннями похибок.

Рівняння похибок БІНС у визначенні координат впливає з динамічних рівнянь числення координат, що наведені в алгоритмах БІНС і мають вигляд:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{R}_E &= \Delta V_E(t) \cdot \frac{R_3}{R \cos \varphi(t)} + \Delta R_N(t) \frac{V_E(t) \sin \varphi(t)}{R_3 R \cos^2 \varphi(t)} - \Delta h(t) \frac{R_3 V_E(t)}{R^2 \cos \varphi(t)}; \\ \Delta \dot{R}_N &= \Delta V_N(t) \cdot \frac{R_3}{R} - \Delta h(t) \frac{R_3 V_N(t)}{R^2}; \\ \Delta \dot{h} &= \Delta V_h(t); \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

де  $\Delta R_E(t) = \Delta \lambda(t) R_3$ ,  $\Delta R_N(t) = \Delta \varphi(t) R_3$  – похибка БІНС у визначенні приведених координат місцезнаходження ЛА;

$\Delta \lambda(t), \Delta \varphi(t), \Delta H(t)$  – похибки БІНС у визначенні географічних координат;  
 $\Delta V_E(t), \Delta V_N(t), \Delta V_H(t)$  – похибки БІНС у визначенні проекції шляхової швидкості ЛА;

$R = R_3 + H$ ;  $R_3$  – радіус земної сфери;

Еволюція похибок БІНС у визначенні проекції шляхової швидкості ЛА  $\Delta V_E(t)$ ,  $\Delta V_N(t), \Delta V_h(t)$ , також може бути отримана з динамічних рівнянь числення шляхової швидкості в алгоритмах БІНС, і описується наступною системою рівнянь:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{V}_E &= a_N \alpha_h - a_h \alpha_N + \sum_{i=1}^3 b_{1,i} \Delta a_i - \Delta V_h U(t) \cos \varphi + \Delta V_N U(t) \sin \varphi + \\ &+ \frac{\Delta R_N}{R_3} (U(t) (V_h \sin \varphi + V_N \cos \varphi)) - \left( \frac{\Delta V_E}{R \cos \varphi} + \frac{V_E \sin \varphi}{R \cos^2 \varphi} \frac{\Delta R_N}{R_3} \right) \times \\ &\times (V_h \cos \varphi - V_N \sin \varphi) + \frac{\Delta h V_E}{R^2} (V_h - V_N \tan \varphi); \\ \Delta \dot{V}_N &= -a_E \alpha_h + a_h \alpha_E + \sum_{i=1}^3 b_{2,i} \Delta a_i - \Delta V_E U(t) \sin \varphi - \Delta V_h \dot{\varphi}(t) - \\ &- \frac{\Delta R_N}{R_3} V_E U(t) \cos \varphi - \frac{\Delta V_N}{R} V_h - \left( \frac{\Delta V_E}{R \cos \varphi} + \frac{V_E \sin \varphi}{R \cos^2 \varphi} \frac{\Delta R_N}{R_3} \right) V_E \sin \varphi + \\ &+ \frac{\Delta h}{R^2} (V_E^2 \tan \varphi + V_N V_h); \\ \Delta \dot{V}_h &= a_E \alpha_N - a_N \alpha_E + \sum_{i=1}^3 b_{3,i} \Delta a_i + \Delta V_E U(t) \cos \varphi + \Delta V_N \dot{\varphi}(t) - \\ &- \frac{\Delta R_N}{R_3} V_E U(t) \sin \varphi + \frac{\Delta V_N}{R} V_N + \left( \frac{\Delta V_E}{R \cos \varphi} + \frac{V_E \sin \varphi}{R \cos^2 \varphi} \frac{\Delta R_N}{R_3} \right) V_E \cos \varphi + \\ &+ g_e \left( -\frac{2 \Delta h}{a} + \frac{3}{2} e^2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{\Delta R_N}{R_3} \right) - \frac{\Delta h}{R^2} (V_E^2 + V_N^2), \end{aligned} \quad (3.1.6)$$



де  $b_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 3$ ) – елементи матриці направляючих косинусів  $\mathbf{B}$ ;  
 $\Delta a_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) – приведені похибки акселерометрів БІНС (з урахуванням похибок чисельного інтегрування рівняння у бортовому обчислювачі);

$a_H, a_E, a_N$  – поточні значення проекцій уявного прискорення початку зв'язаної СК на осі географічної СК;

$\alpha_H, \alpha_E, \alpha_N$  – похибки моделювання в БІНС орієнтації географічного координатного тригранника ( $\alpha_E$ ;

$\alpha_N$  – похибки побудови вертикалі,  $\alpha_H$  – азимутальна похибка);

$R = R_3 + H$  – поточна висота;

$$U(t) = 2\Omega_3 + \dot{\lambda}(t); \dot{\varphi}(t) = \frac{V_N}{R}; \dot{\lambda}(t) = \frac{V_E}{R \cos \varphi}.$$

Аналіз показує, що еволюція параметрів  $\alpha_h, \alpha_E, \alpha_N$  у часі описується наступною системою рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_E &= -\omega_N \alpha_h + \omega_h \alpha_N - \frac{\Delta V_N}{R} - \sum_{i=1}^3 b_{1,i} \varepsilon_i, \\ \dot{\alpha}_N &= -\omega_h \alpha_E + \omega_E \alpha_h + \frac{\Delta V_E}{R} - u \sin \varphi \frac{\Delta R_N}{R_7} - \sum_{i=1}^3 b_{2,i} \varepsilon_i, \\ \dot{\alpha}_h &= -\omega_E \alpha_N + \omega_N \alpha_E + \frac{\Delta V_E}{R} \tan \varphi + (u \cos \varphi + \frac{V_E}{R \cos^2 \varphi}) \frac{\Delta R_N}{R_7} - \sum_{i=1}^3 b_{3,i} \varepsilon_i, \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

$$\text{де } \omega_E = -\dot{\varphi}(t), \omega_N = [u + \dot{\lambda}(t)] \cos \varphi, \omega_h = [u + \dot{\lambda}(t)] \sin \varphi,$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V_E}{R \cos \varphi}; \dot{\varphi} = \frac{V_N}{R}; \varepsilon_i \text{ (} i=1, 2, 3 \text{)} - \text{приведені похибки ДУС БІНС};$$

Аналіз показує, що похибки моделювання географічного тригранника  $\alpha_h, \alpha_E, \alpha_N$  зв'язані з похибками визначення координат  $\Delta R_N, \Delta R_E$  і похибками моделювання орієнтації рухливої екваторіальної СК  $\delta_\xi, \delta_\eta, \delta_\zeta$  такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \alpha_E &= \delta_\xi - \frac{\Delta R_N}{R_3}; \\ \alpha_N &= \delta_\eta \cos \varphi - \delta \sin \varphi + \frac{\Delta R_E}{R_3} \cos \varphi; \\ \alpha_h &= \delta_\eta \sin \varphi - \delta_\zeta \cos \varphi + \frac{\Delta R_E}{R_3} \sin \varphi. \end{aligned}$$

Еволюція в часі похибок моделювання рухливої екваторіальної СК  $\delta_\xi, \delta_\eta, \delta_\zeta$  описується більш простими, ніж (3.1.7), рівняннями:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_\xi &= -(u + \dot{\lambda}) \delta_\zeta - \varepsilon_\zeta(t) \\ \dot{\delta}_\eta &= -\varepsilon_\eta(t) \\ \dot{\delta}_\zeta &= -(u + \dot{\lambda}) \delta_\xi - \varepsilon_\xi(t) \end{aligned} \quad ;$$

$$\text{де } \dot{\lambda} = \frac{V_E(t)}{R \cos(t)}.$$

Якщо ввести в розгляд інерціальну прямокутну геоцентричну СК  $\xi_u \eta_u \zeta_u$ , вісь  $\eta_u$  якої збігається з віссю  $\zeta$ , а вісь  $\xi_u$  у момент  $t = 0$  лежить у площині Гринвіцького

меридіана, то можна сказати, що похибки моделювання орієнтації такої СК  $\delta_{\xi_u}, \delta_{\eta_u}, \delta_{\zeta_u}$  зв'язані з параметрами  $\delta_{\xi}, \delta_{\eta}, \delta_{\zeta}$  співвідношеннями виду:

$$\begin{aligned}\delta_{\xi} &= \delta_{\xi_u} A \cos \lambda_* - \delta_{\xi_u} \sin \lambda_* \\ \delta_{\eta} &= \delta_{\eta_u} \\ \delta_{\zeta} &= \delta_{\xi_u} \sin \lambda_* - \delta_{\zeta_u} A \cos \lambda_*\end{aligned};$$

де  $\lambda_* = ut + \lambda(t)$ .

Рівняння, що описують еволюцію в часі похибок моделювання інерціальної СК  $\delta_{\xi_u}, \delta_{\eta_u}, \delta_{\zeta_u}$  виявляється досить простими:

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_{\xi_u} &= -\varepsilon_{\xi_u}(t); \\ \dot{\delta}_{\eta_u} &= -\varepsilon_{\eta_u}(t); \\ \dot{\delta}_{\zeta_u} &= -\varepsilon_{\zeta_u}(t),\end{aligned}$$

$$\text{де } \begin{pmatrix} \varepsilon_{\xi_u} \\ \varepsilon_{\eta_u} \\ \varepsilon_{\zeta_u} \end{pmatrix} = \Delta \mathbf{C}(t) \mathbf{C}(t) \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix};$$

$$\Delta \mathbf{C}(t) = \begin{pmatrix} \cos \lambda_* & -\sin \lambda_* & 0 \\ \sin \lambda_* & \cos \lambda_* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \text{матриця переходу від рухливої}$$

екваторіальної СК до інерціальної СК.

Таким чином, у моделі похибок БІНС можливе використання принаймні трьох груп параметрів, що характеризують похибки моделювання орієнтації СК:

$$\{\alpha_E, \alpha_N, \alpha_h\}, \{\delta_{\xi}, \delta_{\eta}, \delta_{\zeta}\}, \{\delta_{\xi_u}, \delta_{\eta_u}, \delta_{\zeta_u}\}.$$

Надалі в роботі використовуються параметри  $\alpha_E, \alpha_N, \alpha_h$ , що характеризують похибки моделювання географічної СК і мають найбільш наочну фізичну інтерпретацію. Цим параметрам відповідають рівняння еволюції (3.1.7).

Для замикання системи рівнянь похибок БІНС (3.1.5), (3.1.6), (3.1.7) необхідно вказати моделі еволюції приведених похибок ДПІ.

З урахуванням вигляду моделі еволюції похибок ДПІ, рівняння похибок БІНС (3.1.5), (3.1.6), (3.1.7) можуть бути замкнені наступними рівняннями

відносно  $C_\omega, C_a, C_\varepsilon, D_a, \bar{\varepsilon}_A, \Delta\bar{a}_c$ :

$$\begin{aligned}\dot{C}_\omega &= \xi_{A\omega}(t); \\ \dot{C}_a &= \xi_{Aa}(t); \\ \dot{C}_\varepsilon &= \xi_{A\varepsilon}(t); \\ \dot{D}_a &= \xi_{Da}(t); \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_c &= \bar{\xi}_A(t); \\ \Delta\dot{\bar{a}}_c &= \bar{\xi}_{\Delta a}(t),\end{aligned}\tag{3.1.8}$$

де  $\xi_{A\omega}(t); \xi_{Aa}(t);$

$\xi_{A\varepsilon}(t); \xi_{Da}(t); \bar{\xi}_A(t); \bar{\xi}_{\Delta a}(t)$  – білошумні збурення відповідної розмірності, які характеризують дрейф квазістаціонарних параметрів моделі ДПІ.

Повертаючись до моделей похибок БІНС відзначимо, що коли вектор-стовпець похибок БІНС  $\bar{X}(t)$  прийняти у вигляді:

$$\bar{X} = (\Delta R_E, \Delta R_N, \Delta h, \Delta V_E, \Delta V_N, \Delta V_h, \alpha_E, \alpha_N, \alpha_h, \varepsilon_{c1}, \varepsilon_{c2}, \varepsilon_{c3}, \Delta a_{c1}, \Delta a_{c2}, \Delta a_{c3}, )^T,$$

то модель еволюції похибок БІНС може бути подана у компактній формі

$$\dot{\bar{X}} = F\bar{X}(t) + G\bar{\xi}(t),\tag{3.1.9}$$

де F та G – матриці  $15 \times 15$  і  $15 \times 21$  відповідно;  $\bar{\xi}(t)$  – вектор-стовпець розмірності 21, компонентами якого є незалежні Гауссівські «білі» шуми з нульовими середніми значеннями і одиничними дисперсіями.

Відмінні від нуля елементи матриці  $F$  мають вигляд:

$$\begin{aligned}
f_{1,2} &= \frac{\dot{\lambda}}{R_3} tg\varphi; f_{1,3} = \frac{-\dot{\lambda}R_3}{R}; f_{1,4} = \frac{R_3}{R \cos \varphi}; \\
f_{2,3} &= \frac{-\dot{\varphi}R_3}{R}; f_{2,5} = \frac{R_3}{R}; f_{3,6} = 1; \\
f_{4,2} &= \frac{2u+\dot{\lambda}}{R_3} (V_h \sin \varphi + V_N \cos \varphi) - \frac{\dot{\lambda}}{R_3} tg\varphi (V_h \cos \varphi - V_N \sin \varphi); \\
f_{4,3} &= \frac{V_E}{R^2} (V_h - V_N tg\varphi); \\
f_{4,4} &= \frac{V_N \sin \varphi - V_h \cos \varphi}{R \cos \varphi}; \\
f_{4,5} &= \left(2u + \dot{\lambda}\right) \sin \varphi; f_{4,6} = -\left(2u + \dot{\lambda}\right) \cos \varphi; \\
f_{4,8} &= -a_h; f_{4,9} = a_N; f_{4,13} = b_{1,1}; f_{4,14} = b_{1,2}; f_{4,15} = b_{1,3}; f_{5,2} = -\frac{2u+\dot{\lambda}}{R_3} V_E \cos \varphi - \frac{V_E^2}{RR_3} tg\varphi; \\
f_{5,3} &= \frac{V_E^2 tg\varphi + V_h V_N}{R^2}; \\
f_{5,4} &= -\left(2u + \dot{\lambda}\right) \sin \varphi; f_{5,5} = -\frac{V_h}{R}; \\
f_{5,6} &= -\dot{\varphi}(t); f_{5,7} = a_h; f_{5,9} = -a_E; f_{5,13} = b_{2,1}; f_{5,14} = b_{2,2}; f_{5,15} = b_{2,3}; \\
f_{6,2} &= -2u \frac{V_E \sin \varphi}{R} + \frac{3g_e}{2R_3} e^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\
f_{6,3} &= -\frac{2g_e}{a} - \frac{V_E^2 + V_N^2}{R^2}; f_{6,4} = \left(2u + \dot{\lambda}\right) \cos \varphi; \\
f_{6,5} &= \dot{\varphi}(t) + \frac{V_N}{R}; f_{6,7} = -a_N; f_{6,8} = a_E; f_{6,13} = b_{3,1}; f_{6,14} = b_{3,2}; f_{6,15} = b_{3,3}; \\
f_{7,5} &= -\frac{1}{R}; f_{7,8} = \omega_h; f_{7,9} = -\omega_N; \\
f_{7,10} &= -b_{1,1}; f_{7,11} = -b_{1,2}; f_{7,12} = -b_{1,3}; f_{8,2} = -\frac{u}{R} \sin \varphi; f_{8,4} = \frac{1}{R}; f_{8,7} = -\omega_h; f_{8,9} = \omega_E; \\
f_{8,10} &= -b_{2,1}; f_{8,11} = -b_{2,2}; f_{8,12} = -b_{2,3}; \\
f_{9,2} &= \frac{1}{R_7} (u \cos \varphi + \frac{\dot{\lambda}}{\cos \varphi}); \\
f_{9,4} &= \frac{tg\varphi}{R}; f_{9,7} = \omega_N; f_{9,8} = -\omega_E; \\
f_{9,10} &= -b_{3,1}; f_{9,11} = -b_{3,2}; f_{9,12} = -b_{3,3}.
\end{aligned} \tag{3.1.10}$$

Відрізнi від нуля елементи матриці  $G(15 \times 21)$  задовольняють таким співвідношенням:

$$\begin{aligned}
g_{i,i} &= \sigma_i, & i &= 1, \dots, 15; \\
g_{i+3,j+18} &= b_{i,j} \sigma_a, & i &= 1, 2, 3, j = 1, 2, 3; \\
g_{i+6,j+15} &= -\sigma_\omega b_{i,j} & i &= 1, 2, 3, j = 1, 2, 3;
\end{aligned} \tag{3.1.11}$$

де  $\sigma_1 \div \sigma_{15}$  – середньоквадратичні значення (СКЗ) білошумних збурень, що характеризують вплив різних факторів ( $\sigma_1 \div \sigma_3$  – похибок численного інтегрування рівняння (3.1.2);

$\sigma_4 \div \sigma_6$  – підсумковий ефект аномалій гравітаційного поля и похибок численного інтегрування рівняння (3.1.4),

$\sigma_7 \div \sigma_9$  – похибок численного інтегрування рівняння для параметрів орієнтації

(3.1.3);

$\sigma_{10} \div \sigma_{15}$  – випадкового дрейфу квазістаціонарних зведених погрішностей ДПІ  $\bar{\varepsilon}_A$  і  $\Delta\bar{0}_A$ );

$\sigma_a, \sigma_\omega$  – СКЗ білошумних складових погрішностей акселерометрів і ДКШ БІНС.

Елементи матриць **F** і **G**, що впливає з аналізу співвідношень (3.1.10) и (3.1.11), залежать від поточних значень навігаційних параметрів польоту ЛА.

Безперервної моделі еволюції похибок БІНС (3.1.9) відповідає такий дискретний аналог:

$$\bar{X}_{k+1} = \Phi_k \bar{X}_k + G_k \bar{\xi}_k,$$

де  $\Phi_k = E + F(t_k)\Delta t$ ,  $G_k = G(t_k) \cdot \Delta t$ ;

$\Delta t$ – крок дискретизації часу;

$E$  – одинична матриця  $15 \times 15$ .

## 3.2 Математичні моделі похибок супутникової системи навігації

Для опису похибок СНС у визначенні координат і проекцій шляхової швидкості ЛА пропонується використовувати математичні моделі, що містять Марківські і гаусовські складові похибок:

$$\begin{aligned}\Delta R_{Es,k} &= \Delta R_{Ec,k} + \frac{\sigma_{Rs}}{\cos \varphi_k} \eta_{REs,k} + \frac{\sigma_{\delta Rs}}{\cos \varphi_k} \eta_{\delta RE,k}; \\ \Delta R_{Ns,k} &= \Delta R_{Nc,k} + \sigma_{Rs} \eta_{RNs,k} + \sigma_{\delta Rs} \eta_{\delta RN,k}; \\ \Delta H_{s,k} &= \Delta H_{c,k} + \sigma_{Hs} \eta_{Hs,k} + \sigma_{\delta Rs} \eta_{\delta H,k} \\ \Delta V_{ls,k} &= \Delta V_{lc,k} + \sigma_{Vs} \eta_{Vls,k} + \sigma_{\delta Vs} \eta_{\delta Vls,k}, \text{ при } l = E, N, H;\end{aligned}\tag{3.2.1}$$

де  $\Delta R_{ls,k}$ , ( $l=E,N$ );  $\Delta H_{s,k}$ ;  $\Delta V_{ls,k}$  ( $l=E,N,H$ ) – похибки СНС у визначенні приведених координат, висоти і складових шляхової швидкості ЛА;

$\Delta R_{lc,k}$  ( $l=E,N$ );  $\Delta H_{c,k}$ ;  $\Delta V_{lc,k}$  ( $l=E,N,H$ ) – корельовані (Марківські) складові похибок СНС;

$\sigma_{Rs}$ ,  $\sigma_{Hs}$ ,  $\sigma_{Vs}$  – СКЗ білошумових складових похибок СНС;

$\sigma_{\delta R_s}, \sigma_{\delta H_s}, \sigma_{\delta V_s}$  – СКЗ додаткових білошумових складових похибок СНС, що виникають тільки за умови, що  $t_k$  – момент зміни сузір'я навігаційних супутників;

$\eta_{Rls,k}, \eta_{\delta Rls,k}, (l=E,N); \eta_{Hs,k}, \eta_{\delta Hs,k}; \eta_{Vls,k}, \eta_{\delta Vls,k} (l=E,N,H)$  – стандартні білі дискретні шуми зі СКЗ.

Корельовані складові похибок СНС описуються наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned}\Delta R_{Ec,k} &= W_R \Delta R_{Ec,k-1} + q_R \frac{\sigma_{Rc}}{\cos \varphi_k} \eta_{REc,k} + \frac{\sigma_{\delta Rc}}{\cos \varphi_k} \eta_{\delta REc,k}; \\ \Delta R_{Nc,k} &= W_R \Delta R_{Nc,k-1} + q_R \sigma_{Rc} \eta_{RNc,k} + \sigma_{\delta Rc} \eta_{\delta RNc,k}; \\ \Delta H_{c,k} &= W_R \Delta H_{c,k-1} + q_R \sigma_{Hc} \eta_{Hc,k} + \sigma_{\delta Hc} \eta_{\delta Hc,k}; \\ \Delta V_{lc,k} &= W_V \Delta V_{lc,k-1} + q_V \sigma_{Vc} \eta_{Vlc,k} + \sigma_{\delta Vc} \eta_{\delta Vlc,k}, \text{ при } l = E, N, H,\end{aligned}\quad (3.2.2)$$

де

$$\begin{aligned}W_R &= e^{-(\lambda_s V_{\text{ш}} + \lambda_{st}) \Delta t}; q_R = [1 - \exp(-2(\lambda_s V_{\text{ш}} + \lambda_{st}) \Delta t)]^{0,5}; \\ W_V &= e^{-\lambda_V \Delta t}; q_V = [1 - \exp(-2\lambda_V \Delta t)]^{0,5};\end{aligned}$$

$\lambda_s$  – показник просторової кореляції похибки СНС за координатами;

$\lambda_V, \lambda_{st}$  – показник часової кореляції похибок СНС за швидкістю та за координатами;

$V_{\text{ш}}$  – шляхова швидкість ЛА;

$\Delta t$  – дискрета оновлення вихідної інформації СНС у часі;

$\sigma_{Rc}, \sigma_{Hc}, \sigma_{Vc}$  – СКЗ корельованих складових похибок СНС;

$\sigma_{\delta Rc}, \sigma_{\delta Hc}, \sigma_{\delta Vc}$  – СКЗ додаткових гаусовських збурень у моменти зміни сузір'я навігаційних супутників;  $\eta_{Rlc,k}, \eta_{\delta Rlc,k} (l=E,N), \eta_{Hc,k}, \eta_{\delta Hc,k}, \eta_{Vlc,k}, \eta_{\delta Vlc,k} (l=E,N,H)$  – стандартні центровані дискретні білі шуми з одиничною інтенсивністю.

Для стандартного режиму СНС типу GPS NAVSTAR можуть бути рекомендовані наступні значення параметрів моделей (3.2.1), (3.2.2):

$$\begin{aligned}\lambda_s &= 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^{-1}; \lambda_{st} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}; \lambda_V = (0,0017 \div 0,05) \text{ с}^{-1}; \\ \sigma_{R_s} &= (1 \div 3) \text{ м}; \sigma_{H_s} = (1,5 \div 4) \text{ м}; \sigma_{V_s} = (0,01 \div 0,05) \text{ м/с}; \\ \sigma_{\delta R_s} &= (1 \div 4) \text{ м}; \sigma_{\delta V_s} = (0,02 \div 0,2) \text{ м/с}; \sigma_{Rc} = (5 \div 7) \text{ м}; \\ \sigma_{Hc} &= (7 \div 10) \text{ м}; \sigma_{Vc} = (0,02 \div 0,3) \text{ м/с}; \sigma_{\delta Rc} = (2 \div 5) \text{ м}; \\ \sigma_{\delta Vc} &= (0,01 \div 0,02) \text{ м/с}; \sigma_{\delta Hc} = (3 \div 7) \text{ м}.\end{aligned}$$

### 3.3 Математичні моделі похибок барометричного висотоміра

Похибка барометричного висотоміра (БВ) у визначенні абсолютної висоти ЛА може бути описана співвідношенням вигляду:

$$\Delta h(t_k) = \Delta h_{\text{вс}} + \sigma_h \eta_{n,k}, \quad (3.3.1)$$

де  $\Delta h_{\text{вс}}$  – квазістаціонарна похибка виміру барометричної висоти, що обумовлена неточністю початкової виставки, а також змінами температури та тиску атмосфери за час польоту;

$\sigma_h$  – СКЗ флюктуаційної складової похибки, що обумовлена пульсаціями тиску й іншими факторами;

$\eta_{n,k}$  – дискретний білий шум з одиничною інтенсивністю.

У свою чергу дискретна модель еволюції квазістаціонарної похибки БВ може бути представлена в наступному вигляді:

$$\Delta h_{c,k} = \Delta h_{c,k-1} + \sigma_{\xi A} \xi_{k-1}, \quad (3.3.2)$$

де  $\sigma_{\xi A}$  – заданий параметр;

$\xi_{k-1}$  – стандартний дискретний білий шум з одиничною інтенсивністю.

Аналіз показує, що для моделі похибок БВ (3.3.1), (3.3.2) можна рекомендувати наступні значення параметрів:

$$\sigma_h = (0,5 \div 1) \text{ м};$$

$$\sigma_{\xi c} = (0,05 \div 0,02) \text{ м};$$

$$\sigma_{\Delta h_{c,0}} = (3 \div 5) \text{ м};$$

де  $\sigma_{\Delta h_{c,0}}$  – СКЗ похибки  $\Delta h_{c,0}$  у початковий момент часу.

### 3.4 Розробка алгоритмів оптимальної комплексної обробки навігаційної інформації

Загальною вимогою для організації процесу комплексування є наявність математичних моделей підсистем, що підлягають комплексуванню. Сучасний

стан обчислювальної техніки, знань в області інерціальної та супутникової навігації дозволяють скласти досить повні й адекватні моделі цих систем. У комплексі системи описуються на рівні їхніх похибок. Таким чином, для нормальної роботи комплексу потрібний адекватний опис похибок підсистем, включаючи неконтрольовані джерела похибок. Розробка алгоритмів комплексної обробки навігаційної інформації здійснюватиметься з використанням моделей похибок ІНС ((3.1.5), (3.1.6), (3.1.7)), СНС ((3.2.1)) та баровисотоміра ((3.3.1)-(3.3.2)).

При розгляді слабкозв'язаної схеми інваріантного алгоритму комплексної обробки навігаційної інформації для розглянутого складу навігаційних підсистем рекомендується використовувати розширений вектор стану, що включає 22 компоненти, у тому числі: 15 компонент – помилки нанотехнологічної БІНС, одна – систематична помилка БВ, 6 компонент – корельовані помилки СНС у визначенні координат і проекцій швидкості:



$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \Delta R_E \\ \Delta R_N \\ \Delta h \\ \Delta V_E \\ \Delta V_N \\ \Delta V_h \\ \alpha_E \\ \alpha_N \\ \alpha_h \\ \varepsilon_{c1} \\ \varepsilon_{c2} \\ \varepsilon_{c3} \\ \Delta a_{c1} \\ \Delta a_{c2} \\ \Delta a_{c3} \\ \Delta h_{\text{БВ}} \\ \Delta R_{Ec} \\ \Delta R_{Nc} \\ \Delta h_c \\ \Delta V_{Ec} \\ \Delta V_{Nc} \\ \Delta V_{hc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Помилка приведеної координати Схід} \\ \text{Помилка приведеної координати Північ} \\ \text{Помилка по висоті} \\ \text{Помилка по швидкості Схід} \\ \text{Помилка по швидкості Північ} \\ \text{Помилка по вертикальній швидкості} \\ \text{Помилка моделювання георафіч. тригранника Схід} \\ \text{Помилка моделювання георафіч. тригранника Північ} \\ \text{Помилка моделювання георафіч. тригранника Висота} \\ \text{Дрейф гіроскопа Схід} \\ \text{Дрейф гіроскопа Північ} \\ \text{Дрейф гіроскопа висота} \\ \text{Дрейф акселерометра Схід} \\ \text{Дрейф акселерометра Північ} \\ \text{Дрейф акселерометра по висоті} \\ \text{Помилка баровисотоміра} \\ \text{Корельована помилка координати СНС Схід} \\ \text{Корельована помилка координати СНС Північ} \\ \text{Корельована помилка координати СНС по висоті} \\ \text{Корельована помилка швидкості СНС Схід} \\ \text{Корельована помилка швидкості СНС Північ} \\ \text{Корельована помилка швидкості СНС по висоті} \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

Дискретна модель еволюції вектора стану  $\bar{X}_p$ , що отримується на основі (3.3.2), (3.1.7), (3.2.1), має вигляд:

$$\bar{X}_{p,k+1} = \Phi_{p,k} \bar{X}_{p,k} + G_{p,k} \bar{\xi}_k \quad (3.4.2)$$

де  $\Phi_{p,:} = E + F_{p,k} \Delta t$ ;

$\bar{\xi}_k$  – 34-мірний вектор центрованих гаусових дискретних білих шумів з одиничною інтенсивністю;

$$F_{p,k} = \begin{pmatrix} F_k & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & 0 & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & W_R & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & W_R & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & W_R & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & W_V & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & W_V & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & W_V & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & W_V & . \end{pmatrix};$$

$$G_{p,k} = \begin{pmatrix} G_k & . & . \\ . & \sigma_{\text{БВ}} \sqrt{\Delta t} & . \\ . & . & G_{s,k} \end{pmatrix};$$

$$G_{S,k} = \begin{pmatrix} \frac{q_R \sigma_{Rc}}{\cos \varphi_k} & . & . & . & . & . & \frac{\mu \sigma_{\delta Rc}}{\cos \varphi_k} & . & . & . & . & . & . \\ . & q_R \sigma_{Rc} & . & . & . & . & . & \mu \sigma_{\delta Rc} & . & . & . & . & . \\ . & . & q_R \sigma_{hc} & . & . & . & . & . & \mu \sigma_{\delta hc} & . & . & . & . \\ . & . & . & q_V \sigma_{Vc} & . & . & . & . & . & \mu \sigma_{\delta Vc} & . & . & . \\ . & . & . & . & q_V \sigma_{Vc} & . & . & . & . & . & \mu \sigma_{\delta Vc} & . & . \\ . & . & . & . & . & q_V \sigma_{Vc} & . & . & . & . & . & \mu \sigma_{\delta Vc} & . \end{pmatrix}$$

$\mu = 1$  в момент зміни сузір'я  $t_k^*$ ,  $\mu = 0$  в будь який інший момент  $t_k$ .

До складу вектора спостережень пропонується включити 8 компонент, у тому числі різницю оцінок висоти, видаваних нанотехнологічної БІНС і БВ, 3 різниці координат і 3 різниці складові швидкості, вироблюваних нанотехнологічної БІНС і СНС відповідно, а також різниця оцінок висоти, видаваних БВ і СНС відповідно:

$$\bar{Y}_k = \begin{pmatrix} \tilde{h}_k - \tilde{h}_{\text{БВ},k}, \\ \tilde{R}_{E,K} - \tilde{R}_{ES,k}, \\ \tilde{R}_{N,K} - \tilde{R}_{NS,k}, \\ \tilde{h}_k - \tilde{h}_{s,k}, \\ \tilde{V}_{E,k} - \tilde{V}_{ES,k}, \\ \tilde{V}_{N,k} - \tilde{V}_{NS,k}, \\ \tilde{V}_{h,k} - \tilde{V}_{hS,k}, \\ \tilde{h}_{\text{БВ}} - \tilde{h}_{s,k} \end{pmatrix} \quad (3.4.3)$$

Рівняння спостережень у компактній формі має вигляд:

$$\bar{Y}_k = H\bar{X}_{p,k} + Q_{p,k}\bar{\eta}_k,$$

де  $\bar{\eta}_k$  – 13-мірний вектор стандартних центрованих гаусових дискретних білих шумів з одиничною інтенсивністю;

$$H = \begin{pmatrix} . & . & 1 & . & . & . & \dots & -1 & . & . & . & . & . & . \\ 1 & . & . & . & . & . & \dots & . & -1 & . & . & . & . & . \\ . & 1 & . & . & . & . & \dots & . & . & -1 & . & . & . & . \\ . & . & 1 & . & . & . & \dots & . & . & . & -1 & . & . & . \\ . & . & . & 1 & . & . & \dots & . & . & . & . & -1 & . & . \\ . & . & . & . & 1 & . & \dots & . & . & . & . & . & -1 & . \\ . & . & . & . & . & 1 & \dots & . & . & . & . & . & . & -1 \\ . & . & . & . & . & . & \dots & 1 & . & . & . & -1 & . & . \end{pmatrix}$$

$$Q_{p,k} = \begin{pmatrix} \sigma_{\text{БВ}} & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & \frac{\sigma_{Rs}}{\cos \varphi_k} & . & . & . & . & . & \frac{\mu\sigma_{\delta Rs}}{\cos \varphi_k} & . & . & . & . & . & . \\ . & . & \sigma_{Rs} & . & . & . & . & . & \mu\sigma_{\delta Rs} & . & . & . & . & . \\ . & . & . & \sigma_{hs} & . & . & . & . & . & \mu\sigma_{\delta Rs} & . & . & . & . \\ . & . & . & . & \sigma_{Vs} & . & . & . & . & . & \mu\sigma_{\delta Vs} & . & . & . \\ . & . & . & . & . & \sigma_{Vs} & . & . & . & . & . & \mu\sigma_{\delta Vs} & . & . \\ . & . & . & . & . & . & \sigma_{Vs} & . & . & . & . & . & \mu\sigma_{\delta Vs} & . \\ \sigma_{\text{БВ}} & . & . & \sigma_{hs} & . & . & . & . & . & \mu\sigma_{\delta Rs} & . & . & . & . \end{pmatrix};$$

$\mu = 1$  в момент зміни сузір'я  $t_k^*$ ,  $\mu = 0$  в будь який інший момент  $t_k$ .

Для оцінки вектора стану системи (3.4.1) за спостереженнями (3.4.3) пропонується використовувати процедуру дискретного оптимального фільтра Калмана, у якій екстраполяція оцінки вектора стану  $\hat{\bar{X}}_{p,k-1}$  і коваріаційної матриці помилок оцінки  $P_{k-1}$  здійснюється відповідно до формул:

$$\begin{aligned} \hat{\bar{X}}_{p,k} &= \Phi_{p,k-1} \hat{\bar{X}}_{p,k-1}^+, \\ P_k &= \Phi_{p,k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{p,k-1}^T + G_{p,k-1} G_{p,k-1}^T; \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

а корекція виконується згідно співвідношень виду:

$$\begin{aligned} \hat{\bar{X}}_{p,k}^+ &= \hat{\bar{X}}_{p,k} + K_k(\bar{Y}_k - H\hat{\bar{X}}_{p,k}) \\ P_k^+ &= (E - K_k H) P_k (E - K_k H)^T + K_k Q_{p,k} Q_{p,k}^T K_k^T \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

де верхній індекс «+» є ознака корекції, виконаної на відповідному кроці;  
 $K_k = P_k H^T (H P_k H^T + Q_{p,k} Q_{p,k}^T)^{-1}$  – матричний коефіцієнт підсилення фільтра.

Процедура (3.4.4), (3.4.5) може бути доповнена операцією обмеження знизу значень діагональних елементів матриці коваріації  $P_k^+$ .

$P_{k,i}^+$  якщо  $P_{k,i}^+ \geq \gamma_i$ ;

$$\hat{P}_{k,i}^+ = \begin{cases} P_{k,i}^+, & \text{при } P_{k,i}^+ \geq \gamma_i \\ \gamma_i, & \text{при } P_{k,i}^+ < \gamma_i \end{cases},$$

де  $P_{k,i}^+$  –  $i$ -й діагональний елемент матриці  $P_k^+$ ;

$\gamma_i$  якщо  $i = 1, \dots, Nr$  – задані нижні границі значень діагональних елементів.

Як відзначалося вище, при комплексній обробці навігаційної інформації необхідно здійснювати алгоритмічний контроль цілісності СНС. Можна вказати, принаймні, два підходи до розв’язання задачі контролю цілісності СНС. Перший підхід зводиться до контролю за допуском вихідної позиційної і швидкісної інформації СНС. З цією метою здійснюється порівняння поточних показань СНС з географічних координат і проекцій шляхової швидкості з відповідними оцінками зазначених навігаційних параметрів, екстрапольованих з використанням навігаційних рівнянь (3.1.2) з попереднього кроку (приймається гіпотеза про те, що оцінки навігаційних параметрів на попередньому кроці достовірні). Для такого підходу значення допусків можуть бути встановлені з урахуванням енергетичних можливостей ЛА.

Другий підхід впливає з теоретичних моделей процесу оптимальної калмановської фільтрації і передбачає аналіз характеристик так називаної оновленої послідовності спостережень

$$\Delta \bar{Y}_{j,k} = \bar{Y}_{j,k} - H \bar{X}_{p,k}, \quad j = 1, 2, \quad (3.4.6)$$

де  $\bar{Y}_{j,k}$  ( $j = 1, 2$ ) – підвектори вектора спостережень  $\bar{Y}_{p,k}$ , які відповідають позиційної (компоненти  $2 \div 4$ ) і швидкісний (компоненти  $5 \div 7$ ) вихідної інформації СНС;

$h_{1,i,j} = h_{i+1,j}$  ( $i = 1, 2, 3, j = 1, \dots, 22$ );  $h_{2,i,j} = h_{i+n,j}$  ( $i = 1, 2, 3, j = 1, \dots, 22$ ).

Рішення про відмовлення позиційного або швидкісного каналів СНС при-

ймається на основі аналізу умов нормальної роботи фільтра:

$$\frac{Sp(\Delta\bar{Y}_{j,k}\Delta\bar{Y}_{j,k}^T)}{Sp(H_jP_kH_j^T + R_j)} < \delta, \quad j = 1, 2, \quad (3.4.7)$$

де  $Sp()$  – символ сліду матриці;

$\delta$  – задана константа ( $\delta \geq 10$ );

$R_j$  ( $j = 1, 2$ ) – коваріаційні матриці відповідних підвекторів випадкових помилок вимірів.

Якщо умови не виконуються на  $k$ -му кроці для будь якого  $j$ , то відповідний підвектор спостережень ігнорується при обробці інформації на цьому кроці.

Одержувані з виходу фільтра оцінки помилки нанотехнологічної БІНС використовуються для виправлення вихідних навігаційних параметрів нанотехнологічної БІНС. Алгоритм виправлення оцінок координат і проекцій швидкості має вигляд:

$$\begin{aligned} h_i^+ &= h_i^- - \Delta\hat{h}_i; \\ \varphi_i^+ &= \varphi_i^- - \frac{\Delta\hat{R}_{Ni}}{R_7}; \\ \lambda_i^+ &= \lambda_i^- - \frac{\Delta\hat{R}_{Ei}}{R_7}; \\ V_{l,i}^+ &= V_{l,i}^- - \Delta\hat{V}_l, l = E, N, h, \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

де верхніми індексами «-» і «+» позначені оцінки вихідних навігаційних параметрів до виправлення і після виправлення відповідно;

$\Delta\hat{R}_{Ei}$ ,  $\Delta\hat{R}_{Ni}$ ,  $\Delta\hat{h}_i$ ,  $\Delta\hat{V}_E$ ,  $\Delta\hat{V}_N$ ,  $\Delta\hat{V}_h$  – поточні оцінки помилок нанотехнологічної БІНС, одержувані на виході фільтра.

Виправлення одержуваної в нанотехнологічної БІНС оцінки матриці орієнтації  $B_i$  виконується за допомогою наступної процедури:

$$\widehat{B}_i^+ = \Delta B_i \widehat{B}_i^-, \quad (3.4.9)$$

$$\text{де } \Delta B_i = \begin{pmatrix} 1 & -\hat{\alpha}_{h,i} & \hat{\alpha}_{N,i} \\ \hat{\alpha}_{h,i} & 1 & -\hat{\alpha}_{E,i} \\ -\hat{\alpha}_{N,i} & \hat{\alpha}_{E,i} & 1 \end{pmatrix},$$

$\hat{\alpha}_{E,i}$ ,  $\hat{\alpha}_{N,i}$ ,  $\hat{\alpha}_{h,i}$  – поточні оцінки помилок БІНС у визначенні орієнтації географічної системи координат, одержувані на виході фільтра.

Після виконання операції (3.4.9) варто перевіряти умови ортогональності матриці  $\widehat{B}_i^+$  і при необхідності робити ортогоналізацію оцінки матриці направ-

ляючих косинусів  $\widehat{B}_i^+$ , наприклад, за допомогою процедури, запропонованої в роботі [2].

Як відзначалося вище, для випадку грубих ДПІ роботу нанотехнологічної БІНС необхідно періодично коректувати. Період корекції  $T_{\text{кор}}$  може вибиратися з умови:

$$\Delta\alpha(T_{\text{кор}}) = \Delta\alpha_{\text{доп}},$$

де  $\Delta\alpha(T_{\text{кор}})$  – оцінка максимальної помилки моделювання орієнтації осей географічної системи координат у нанотехнологічної БІНС;

$\Delta\alpha_{\text{доп}}$  – припустиме значення помилки, що забезпечує збереження лінійності моделі еволюції помилок нанотехнологічної БІНС.

Аналіз показує, що для значень  $T_{\text{кор}}$ , які задовольняють умові  $T_{\text{кор}} \ll T_{\text{ш}}$  ( $T_{\text{ш}} = 84,4$  хв – період маятника Шулера), для оцінки  $\Delta\alpha(T)$  може бути використана формула виду:

$$\Delta\alpha_{\text{доп}} = \varepsilon T_{\text{кор}} + \Delta\alpha^*(T_{\text{кор}}),$$

$$\text{де } \alpha^*(T_{\text{кор}}) = \left[ (\Delta\alpha_0 g + \Delta a) \frac{T_{\text{кор}}^2}{2} + g \frac{\varepsilon T_{\text{кор}}^3}{6} \right] R_3^{-1};$$

$\Delta\alpha_0$  – максимальне значення помилки початкової виставки нанотехнологічної БІНС ;

$\Delta a, \varepsilon$  – максимальне значення помилки інерціальних ДПІ нанотехнологічної БІНС.

У момент корекції роботи БІНС виконуються наступні операції:

- вносяться виправлення в обчислені значення оцінок координат, проєкцій швидкості і матриці орієнтації  $B$  у відповідності з формулами (3.4.8), (3.4.9);
- обновляються оцінки приведених помилок датчиків нанотехнологічної БІНС за формулами:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i,l}^* &= \varepsilon_{i,l-1}^* + \widehat{\varepsilon}_{i,l}^*; \\ \Delta a_{i,l}^* &= \Delta a_{i,l-1}^* + \Delta \widehat{a}_{i,l}, \end{aligned} \quad (i = 1, 2, 3),$$

де  $l$  – номер точки корекції ( $l = 1, 2, \dots$ );  $\varepsilon_{i,0}^* = \Delta a_{i,0}^* = 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  
 $\widehat{\varepsilon}_{i,e}, \Delta \widehat{a}_{i,e}$  – оцінки помилок у точці корекції нанотехнологічної БІНС;

- онулюються компоненти вектора стану  $X_p$   $1 \div 15$ , що відповідають помилкам нанотехнологічної БІНС.

Поточні оцінки приведених помилок ДКШ і акселерометрів  $\varepsilon_i^*$ ,  $\Delta a_i^*$  ( $i = 1, 2, 3$ ) використовуються в обчислювальних алгоритмах БІНС для внесення в показання ДПІ виправлень виду:

$\Delta \alpha_i = \Delta t_{\text{оптим}} \varepsilon_i^*$  і  $\Delta v_i = \Delta t_{\text{оптим}} \Delta a_i^*$  ( $i = 1, 2, 3$ ), де  $\Delta t_{\text{оптим}}$  – крок опитування ДПІ.

					НАУ 11 54 75 000 ПЗ	Аркуш
Зм.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата		87

## 4 Дослідження розроблених алгоритмів

### 4.1 Дослідження моделі похибок БІНС

Перевіримо модель та впливи різних складових похибок, на модель БІНС, зобразимо їх в залежності від часу. Моделювання проведемо над стаціонарно закріпленою БІНС. Для початку перевіримо випадок коли координатний тригранник має невеликий нахил, помилку  $\Delta\alpha_E$ . Це призведе до того, що на горизонтальний акселерометр подіє прискорення  $-g\alpha_E$ . Виміряне прискорення спричинить, до того, що після двох інтеграторів, буде здаватись, що система має швидкість і відповідно рухається. Це спричинить момент на гіроскопах в напрямку зменшення зміщення помилки координатного тригранника, але коли акселерометр стає зрівноваженим система матиме значну швидкість, що продовжить коливання. Це нагадує маятник, коли відхиляють підвіс і дають йому коливатись

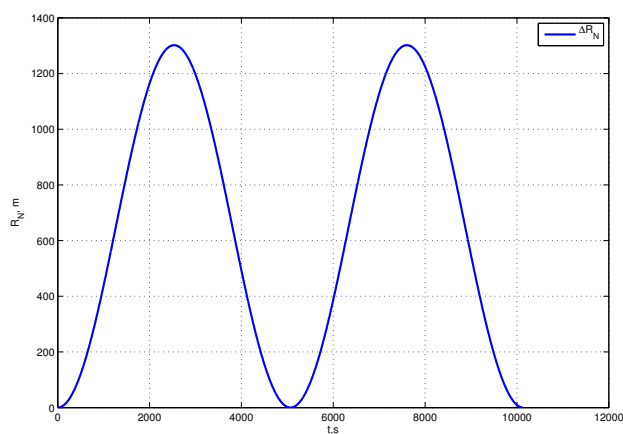


Рисунок 4.1.1 – Еволюція похибки за умови, похибки координатного тригранника  $10^{-3}rad$

На рис. 4.1.1 зображено результат моделювання руху похибки ІНС яка зумовлена початковим зміщенням координатного тригранника на  $10^{-3}rad$ . Мо-

					НАУ 11 54 75 000 ПЗ			
Зм.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата	Інтегрована інерціально-супутникова система навігації, що базується на принципах комплексної обробки інформації з використанням калманівської фільтрації	Лит.	Аркуш	Аркушів
Розробив	НовікМ.В.						88	101
Перевірив	Мар'ясоваТ.І.							
Н. контр.	КозловаА.П.					ІАСУ 608		
Затвердив	СинєглазовВ.М.							



жна зазначити, що помилка коливається з частотою Шулера, з періодом 84.4 хвилини. Найбільша помилка приблизно 1300 метрів і досягається приблизно за 42.2 хвилини роботи системи.

Розглянемо еволюцію похибок при наявності дрейфа гіроскопа. Ефект дрейфа гіроскопа позначається на нахилі координатного тригранника, в результаті виникає помилка прискорення. Швидкість і координата коливаються з частотою Шулера. Але цього разу швидкість коливається не навколо нуля, отже помилка координати утворюється як сума лінійної наростаючої та гармонічної функції.

Яскраво виражені коливання Шулера та лінійно наростаюча функція на рис.4.1.2 як загальна помилка для стаціонарно закріпленої ІНС з дрейфом вертикального гіроскопа на  $0.01^\circ/h$ . Після 1 години роботи похибка по координаті приблизно 1300 метрів. Якщо гіроскоп менш точний то його дрейф спричиняє похибку 1600 метрів за 10 хвилин. Зрозуміло, що на не дорогих ДПІ похибка зростає до 1500 метрів за 1 хвилину.

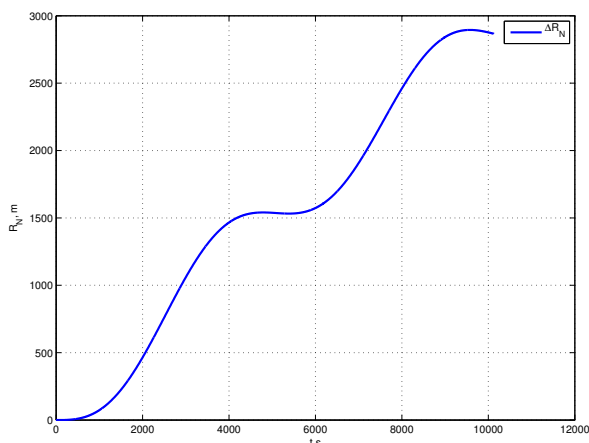


Рисунок 4.1.2 – Еволюція похибки за умови, дрейфу гіроскопа  $0.01deg/h$

При наявності помилки по швидкості  $\Delta V_E = 1$  м/с позиційна похибка буде обмеженою і коливатиметься з частотою Шулера рис.4.1.3.

Далі порівняємо ефект впливу помилок різного типу в стаціонарно закріплений ІНС. На рис. 4.1.4. На малюнку зображено вплив кожного виду помилки: помилку початкової виставки як помилку нахилу координатного тригранника та помилки ДПІ як дрейфи акселерометра та гіроскопа. Також результуючу помилку по координаті, як суму перерахованих вище.

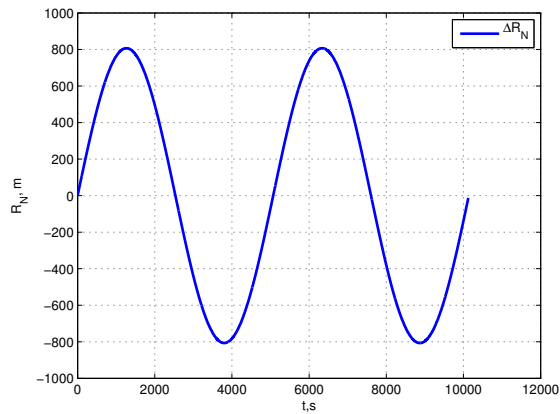


Рисунок 4.1.3 – Еволюція похибки при початковій похибці по швидкості 1 м/с

Можна зауважити, що за виключенням початкової виставки, сумарна похибка по координаті переважно визначається дрейфом гіроскопа. Дрейф інтегрується один раз, коли розраховується кут для перетворення прискорення, який потім інтегрується вдруге для отримання позиційної похибки.

## 4.2 Рівняння траєкторії ЛА

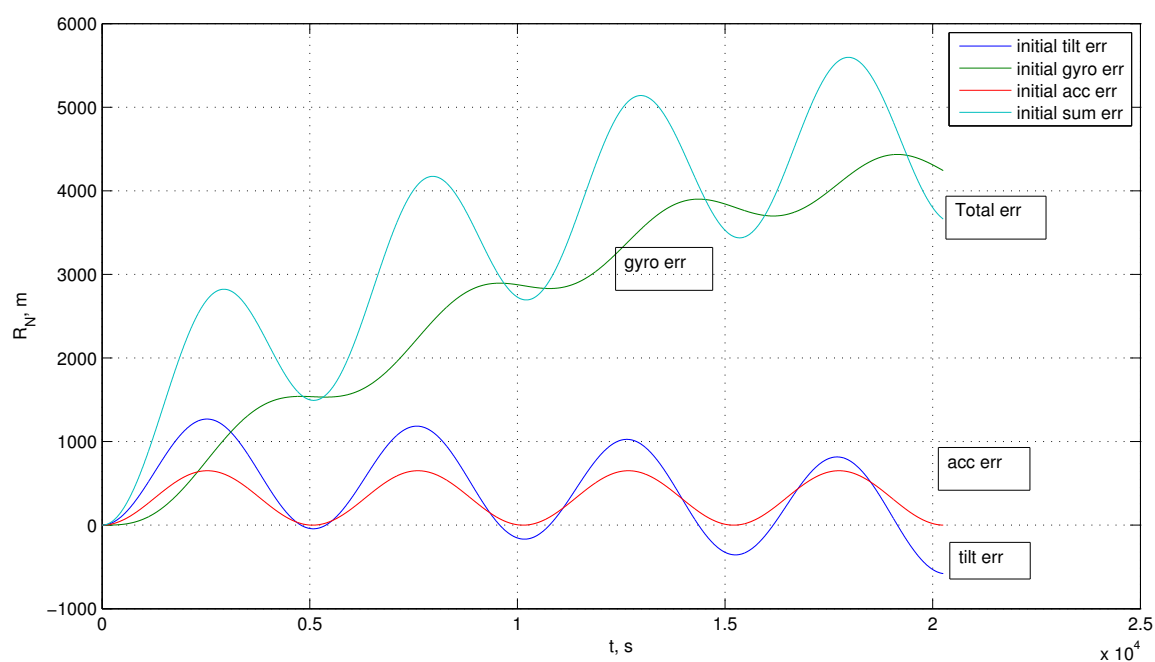


Рисунок 4.1.4 – Еволюція сумарної похибки по координаті за умови, дрейфу гіроскопа  $0.01deg/h$ , похибки координатного тригранника  $10^{-3}rad$ , та зміщенням акселерометра  $10^{-4}rad$

## 5 Дослідження алгоритму оптимальної фільтрації за допомогою розробленого програмного забезпечення

В роботі проведено дослідження розроблених алгоритмів оптимальної калманівської фільтрації, в результаті розроблено програмне забезпечення. Дослідження проведені шляхом моделювання еволюцій похибок БІНС та СНС, та їх оцінки за допомогою оптимального рекурентного фільтра Калмана. Програмне розроблене на об'єктно-орієнтовній мові програмування Java, основною перевагою якої є незалежність від архітектури.

Розробка проведена в середовищі Java SE 6 (1.6.0). У офіційній реалізації, Java програми компілюються у байткод, який при виконанні інтерпретується віртуальною машиною для конкретної платформи. Sun Microsystems надає компілятор Java та віртуальну машину Java, які задовольняють специфікації Java Community Process, під ліцензією GNU General Public License.

Під «незалежністю від архітектури» мається на увазі те, що програма, написана на мові Java, працюватиме на будь-якій підтримуваний апаратній чи системній платформі без змін у початковому коді та перекомпіляції.

Цього можна досягти, компілюючи початковий Java код у байт-код, який являє собою спрощені машинні команди. Потім програму можна виконати на будь-якій платформі, що має встановлену віртуальну машину Java, яка інтерпретує байткод у код, пристосований до специфіки конкретної операційної системи і процесора. Зараз віртуальні машини Java існують для більшості процесорів і операційних систем, в тому числі різноманітних версій GNU/Linux, Microsoft Windows, Apple Mac OS, мобільних платформ, наприклад Google Android та багато інших.

В програмі використані наступні бібліотеки:

– JMathPlot - побудова графіків;

					<i>НАУ 11 54 75 000 ПЗ</i>			
Зм.	Лист	№ докум.	Підп.	Дата	<i>Інтегрована інерціально-супутникова система навігації, що базується на принципах комплексної обробки інформації з використанням калманівської фільтрації</i>	Лит.	Аркуш	Аркушів
Розробив	НовікМ.В.							
Перевірив	Мар'ясоваТ.І.						92	101
Н. контр.	КозловаА.П.					<i>IACU 608</i>		
Затвердив	СинеглазовВ.М.							

- JMathArray(JAMA) - математичні розрахунки;
- JMathIO - зберігання/читання даних в ASCII форматі;
- Swing - розробка графічного інтерфейсу.

Математичні обчислення проводяться за допомогою спеціалізованої бібліотеки JAMA. Це програмна бібліотека для розв'язання задач лінійної алгебри. Ця бібліотека створена Національним інститутом стандартів і технологій США і схожа по функціональності з LAPACK. Існують версії JAMA для мов програмування C++ та Java. Іншою перевагою є те, що ця бібліотека розповсюджується вільно, з багатою документацією та джерельними кодами.

Swing – інструментарій для створення графічного інтерфейсу користувача (GUI) мовою програмування Java. Це частина бібліотеки базових класів Java (JFC, Java Foundation Classes). Дозволяє зручна та швидко створити інтерфейс користувача будь якої складності.

JMathPlot, JMathIO – зручні бібліотеки, що розповсюджуються під ліцензією BSD, для виводу графічної інформації: гістограм, 2D та 3D графіків.

## 5.1 Опис вхідних та вихідних даних

Вхідними даними для програми є параметри інтегрування, параметри руху ЛА, параметри БІНС: початкові похибки гіроскопів, акселерометрів, барометричного висотоміра та параметри СНС: випадкові та корельовані складові похибок по кожному каналу.

Через дружній графічний інтерфейс, користувач має можливість ввести або змінити наступні данні:

- час моделювання;
- крок розрахунку;
- параметри траєкторії руху ЛА:
- початкові координати;
- лінійні і гармонічні складові траєкторії по кожному каналу;

- дрейф та випадкове блукання гіроскопа;
- похибка барометричного висотоміра;
- кореляційна матриця системи
- кореляційні похибки СНС;
- випадкові похибки СНС;

Вихідні данні представлені у вигляді графіків, або існує можливість зберегти їх в текстовому файлі, яким можна потім наприклад завантажити в середовище Octave чи Matlab. Отже на виході отримується наступна інформація:

- оцінки координат;
- оцінки швидкостей;
- оцінки зміщення навігаційного тригранника;
- оцінки дрейфів гіроскопів;
- оцінка зміщення акселерометрів.

За допомогою графічного інтерфейсу, користувач має можливість наочно отримати результати розрахунків, або імпортувати в іншу підпрограму чи середовище розробки.

## 5.2 Опис графічного інтерфейсу користувача

Інтерфейс програми складається з вікна програми, яке включає поля для введення параметрів траєкторії руху ЛА, меню та закладки з графічною інформацією. На Рис.5.2.1 зображено головне вікно, з графіком траєкторії руху ЛА.

Графічна інформація зображається на спеціальних закладках з панеллю налаштування графіка. За допомогою панелі можна провести: зміщення, масштабування, поворот (для тривимірних зображень), настроїти колір та видимість лінії (Рис.5.2.6).

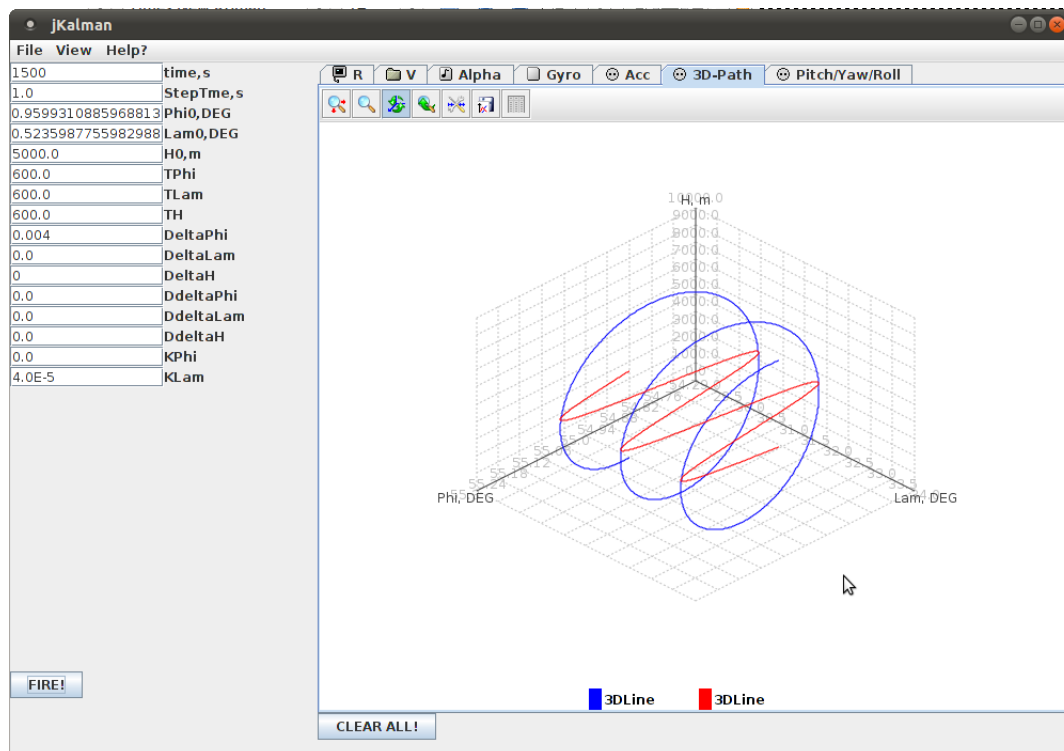


Рисунок 5.2.1 – Головне вікно програми

На рис.5.2.7 показане вікно редагування даних, за на основі яких будується графічне відображення. Звідси надається можливість скопіювати данні в буфер обміну, колір та видимість даних.

Колір можливо змінити через спеціалізовані елементи керування за допомогою наступних діалогів:

### 5.3 Опис структури програми

Програмне забезпечення створене на мові програмування Java, яка є об'єктно орієнтовною мовою, основою якої є класи. В роботі роблені наступні класи:

- FlightPathGen.class;
- RunISNS.class;
- jRKalman.class;
- InputsPanel.class;
- FlightPropPanel.class;

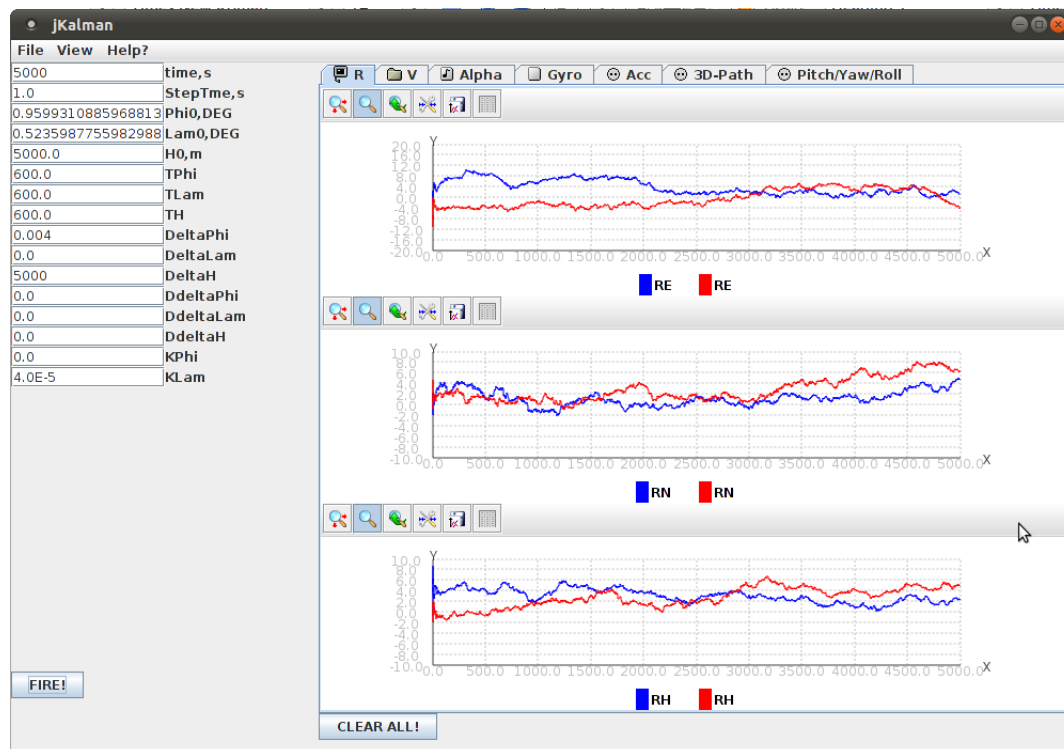


Рисунок 5.2.2 – Помилка оцінки координат

FlightPathGen.class – генератор траєкторії руху ЛА та допоміжних функцій, крім конструктора включає наступні методи:

- ComputePhiLamH() – розраховує еволюцію координат;
- ComputeR1R2() – розраховує параметри моделі Землі;
- ComputeV() – розраховує швидкості руху ЛА;
- ComputeA() – розраховує прискорення ЛА;
- ComputePRY() – розраховує еволюцію кутового прискорення ЛА;



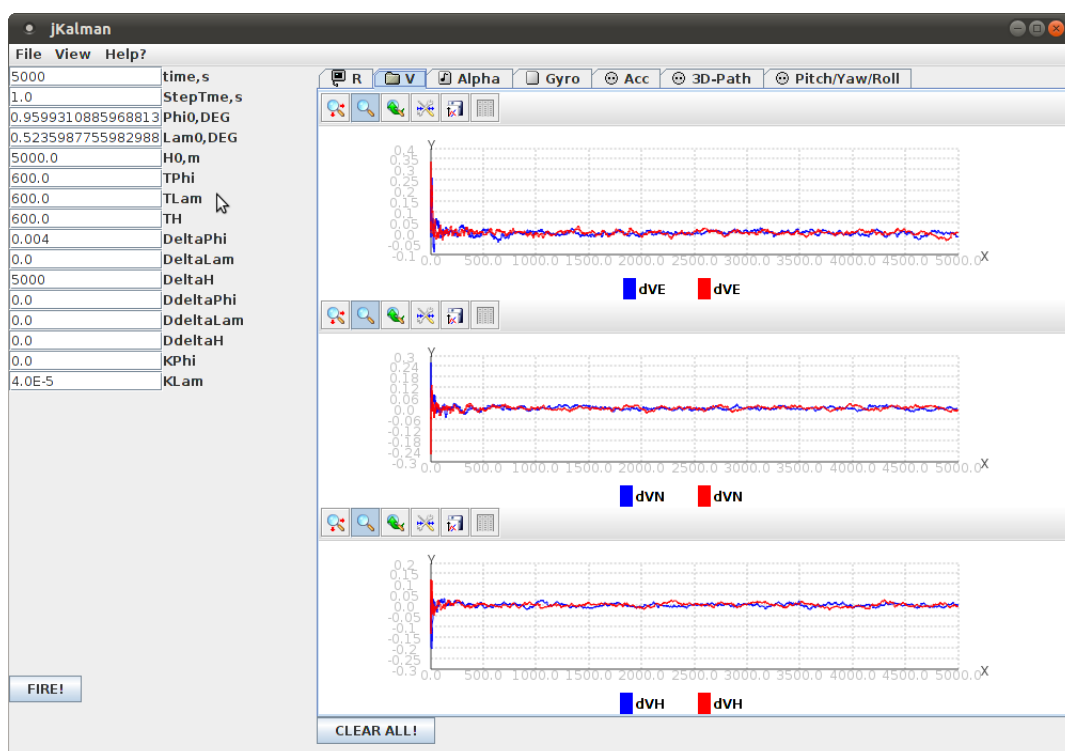


Рисунок 5.2.3 – Помилка оцінки швидкостей

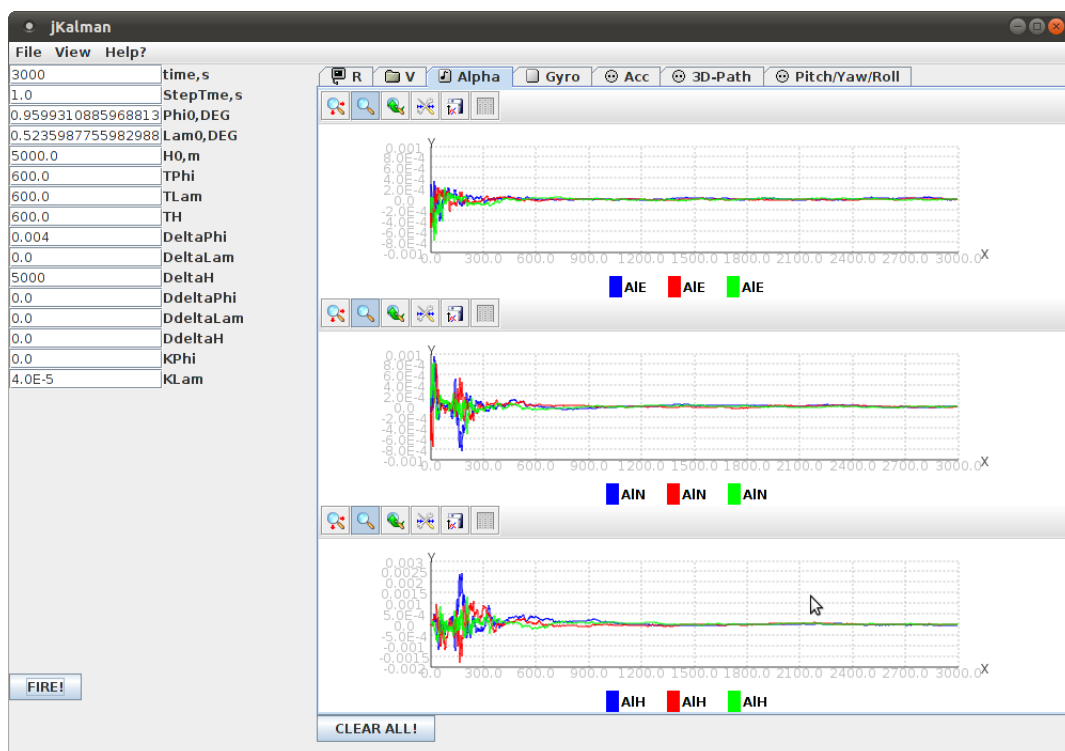


Рисунок 5.2.4 – Помилка оцінки координатного тригранника

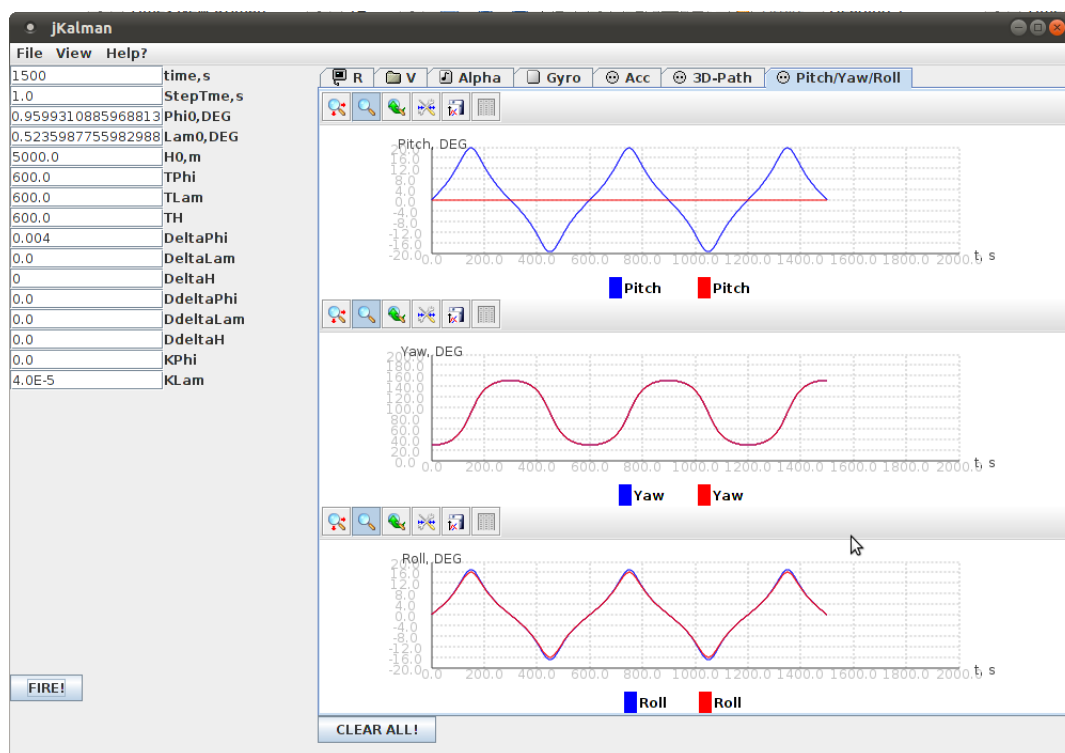


Рисунок 5.2.5 – Еволюція в часі кутового положення ЛА

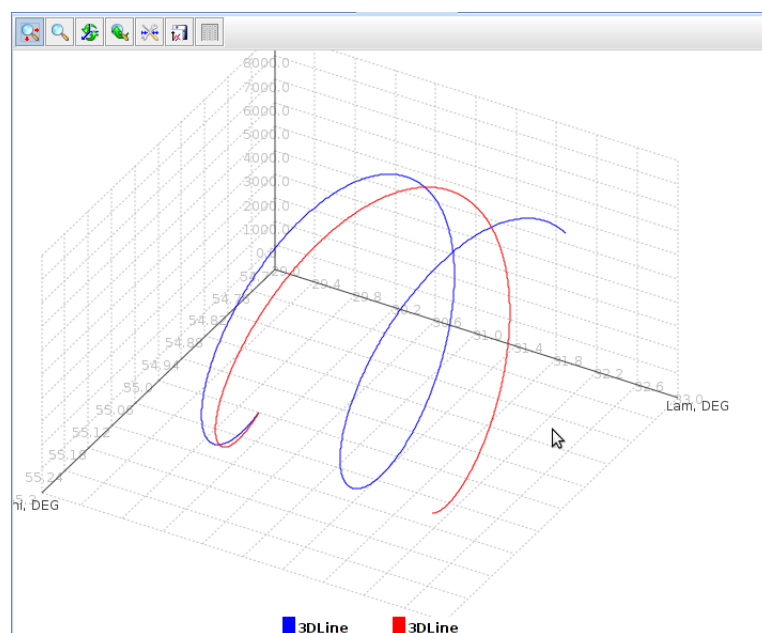


Рисунок 5.2.6 – Панель настроювання графіка

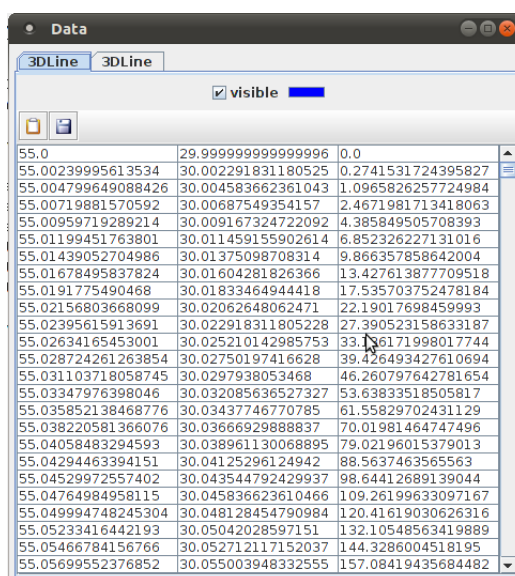


Рисунок 5.2.7 – Панель настроювання графіка

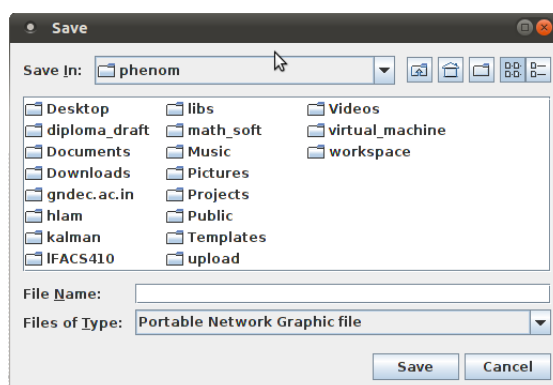


Рисунок 5.2.8 – Панель настроювання графіка

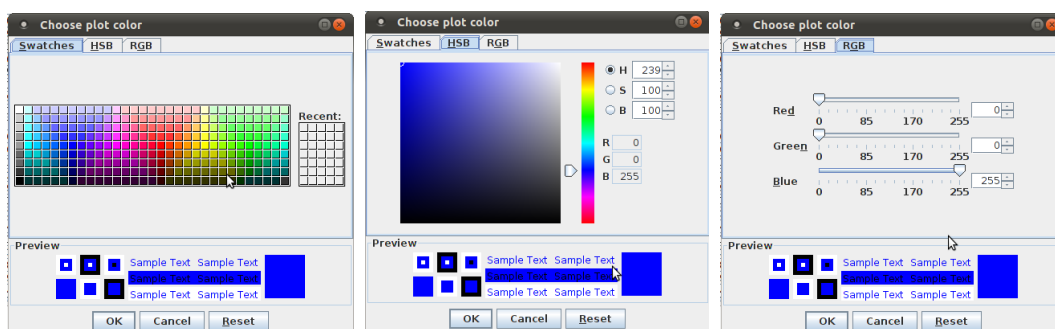


Рисунок 5.2.9 – Панель настроювання графіка

## Перелік посилань

1. М.К. Філяшкін В.О. Рогожин, А.В. Скрипець, Т.І. Лукінова Інерціально-супутникові навігаційні системи. - К.: Вид-во НАУ, 2009. - 306 с.
2. Ільїн О.Ю., Філяшкін М.К., Черних Ю.О. Пілотажно-навігаційні системи та комплекси. - К.: Вид-во КІ ВПС, 1999. - 335 с.
3. Интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы // Под ред. В.А. Пешехонова. - С.-Петербург: 2001. - 235 с.
4. Интегрированные комплексы на базе ИНС и приемника «Навстар» // Новости зарубежной науки и техники, Серия «авиационные системы». ГосНИИ-АС, 1995, №10-12.
5. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. - М.: Машиностроение, 1988. - 216 с.
6. Рогожин В.О., Синеглазов В.М., Філяшкін М.К. Пілотажно-навігаційні комплекси повітряних суден -К.: Вид-во НАУ, 2005. - 316с.
7. Grewal M. S. Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration / M. S. Grewal, L.R.Weill, A. P. Andrews. - A John Wiley and Sons, Inc., Publication, 2007. - 525 p.
8. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации - М.: ЭКО-ТРЕНДЗ, 2000. - 270 с.
9. J. Zander, B. Slimane, and L. Ahlin, Principles of Wireless Communications.// Stockholm: Royal Institute of Technology, 2005.
10. A. El-Rabbany, Introduction to GPS - The Global Positioning System // London: Artech House, 2002
11. USCG Navigation Center, GPS Standard Positioning Service - Performance Standard, // USCG Navigation Center, Oct. 2001.
12. B. W. Parkinson and J. J. Spilker, Global Positioning System: Theory and Applications. Progress in Astronautics and Aeronautics, 1996, vol. 163.
13. R. S. Bucy and P. D. Joseph, Filtering for Stochastic Processes, with Applications to Guidance, Wiley, New York, 1968.

14. R. E. Kalman, A new approach to linear filtering and prediction problems, ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 82, pp. 34-45, 1960.
15. R. E. Kalman, New methods in Wiener filtering, in Proceeding of the First Symposium on Engineering Applications of Random Function Theory and Probability, Wiley, New York, 1963.
16. Авиационные приборы и навигационные системы // Под ред. Бабича О.А. - М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1981. - 648 с.
17. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. - М.: Машиностроение, 1988. - 212 с.
18. Власенко А. В. Интегральные гироскопы iMEMS - датчики угловой скорости фирмы Analog Devices (Интернет-издание), 2006.
19. Воробьев В.Г., Глухов В.В., Кадышев И.К. Авиационные приборы, информационно-измерительные системы и комплексы. - М.: Транспорт, 1992. - 399 с.
20. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС // под ред. В.Н. Харисова, А.И.Петрова, В.А.Болдина. - М.: ИПРЖР, 1998. - 400 с.