Q12. Roots of Polynomials (60 marks):

An *n*th degree polynomial can be represented in the form of

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_0$$

where $a_n \neq 0$.

When $x = r$ and $f(r) = 0$, then *r* is said to be the root of $f(x)$. In general, an *n*th degree polynomial can have m distinct real roots, where $0 \leq m \leq n$. Note that a multiple root (such as a double root) is considered as one root only.

In this question, we consider that $m > 0$, and there is no root of multiplicity greater than 2.

Let the *j*th distinct real root of the polynomial, r_j, falls in the range of $[q_j, s_j]$, where $1 \leq j \leq m$, and $-100 \leq q_1 < s_1 < q_2 < s_2 \ldots < q_m < s_m \leq 100$.

Write a programme to

Input, in sequence, the values of $n,\ a_n,\ a_{n-1}, \ldots, a_0, m,\ q_1,\ s_1,\ q_2,\ s_2, \ldots,\ q_m,\ s_m$,where *n* and *m* are positive integers and $1 \leq m \leq n \leq 4$;

$a_n,\ a_{n-1}, \ldots, a_0$ are rational numbers in the range of $[-10^6, 10^6]$; and

$q_1,\ s_1,\ q_2,\ s_2, \ldots,\ q_m,\ s_m$ are rational numbers in the range of $[-10^2, 10^2]$.

Output, in sequence, the values of $r_1,\ r_2, \ldots,\ r_m$.

Note: All output values must be rounded and displayed to six decimal places.

试题 12. 多项式的根 （60 分）：

一个 n 次多项式可以表示为

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_0$$

其中 $a_n \neq 0$.

当 $x = r$ 以及 $f(r) = 0$ 时， r 就称为$f(x)$的根（root）。一般来说，一个 n 次多项式可以有 m 个不同的实数根，其中 $0 \leq m \leq n$ 。 请注意，多重根（multiple root），例如二重根（double root），仅被视为一个根。

在此试题中，我们考虑 $m > 0$，并且根的重数（multiplicity of root）不会超过 2。

假设此多项式的第 j 个实数根， r_j， 落在 $[q_j, s_j]$ 的范围内，
其中$1 \leq j \leq m$, 以及 $-100 \leq q_1 < s_1 < q_2 < s_2 \ldots < q_m < s_m \leq 100$.

试写一程式以

依序输入 n, a_n, $a_{n-1}, \ldots, a_0, m$, q_1, s_1, q_2, $s_2, \ldots$, q_m, s_m , 的值，其中

n 和 m 都是正整数，且 $1 \leq m \leq n \leq 4$;

a_n, $a_{n-1}, \ldots, a_0$ 是在 $[-10^6, 10^6]$ 范围内的有理数；以及

q_1, s_1, q_2, $s_2, \ldots$, q_m, s_m 是在 $[-10^2, 10^2]$ 范围内的有理数。

依序输出， r_1, $r_2, \ldots$, r_m 的值。

注意：输出值必须近似/显示至小数点后六位。

Test Cases

Input (輸入)	Output (輸出)
2 1000 -50055 -39997 2 -100 0 1 100	-0.786697 50.841697
3 100 3890 -52419.75 154012.5 2 -100 0 1 100	-50.000000 5.550000

Input (輸入)	Output (輸出)
4 1 -95 -955 54615 40000 4 -100 -20 -19 0 1 30 31 100	-25.333705 -0.723901 22.024210 99.033396

Input (輸入)	Output (輸出)
3 1 0 -10000 0 3 -100 -2 -1 1 2 100	-100.000000 0.000000 100.000000

Input (輸入)	Output (輸出)
4 500000 -930000 52201 3219 36 2 -100 0.5 1 100	0.099993 1.799999

Input (輸入)	Output (輸出)
4 999999 998877 0 0 -778899 2 -100 -1 0 100	-1.329973 0.761942
2 9801 -198000 1000000 1 -100 100	10.101010

Input (輸入)	Output (輸出)
4 77 4285 -21521 -83581 100740 4 -100 -60 -59 -1 0 2 3 100	-60.000000 -3.285714 1.000000 6.636364