

METODOLOGIJA ZA ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA RESTITUCIJE ZA SLUČAJ ČEONOG SUDARA VOZILA

METHODOLOGY FOR ESTIMATING THE COEFFICIENT OF RESTITUTION FOR FRONTAL VEHICLE CRUSH

Radomir Mijailović¹

XIV Simpozijum
"Veštackanje saobraćajnih nezgoda
i prevare u osiguranju"

Rezime: Unapređenje starih i razvijanje novih modela sudara vozila predstavlja zadatak koji je pred sebe postavila međunarodna akademска zajednica. Jedna od veličina koja može bitno uticati na rezultate je koeficijent restitucije. Modeli, koji se koriste u analizi sudara, polaze od pretpostavke da je koeficijent restitucije poznata veličina. U praksi je uobičajeno da se njegova vrednost određuje na osnovu iskustva. U ovom radu je razvijena metodologija za određivanje koeficijenta restitucije za slučaj čeonog sudara dva vozila. U radu je takođe analizirana greška koja se pravi primenom predložene metodologije. Predložena metodologija je na kraju rada i praktično primenjena.

KLJUČNE REČI: METODOLOGIJA, KOEFICIJENT RESTITUCIJE, SAOBRAĆAJNA NEZGODA

Abstract: The international academic community has set a goal for oneself. The goal is to upgrade old and develop new vehicle crash models. Coefficient of restitution has a considerable influence on the outcome results of the crash analysis. Vehicle crash models consider usage of coefficient of restitution as a known quantity. In practice, it is common that numerical value of coefficient of restitution is determined on basis of experience. In this paper was developed methodology to determine value of coefficient of restitution. The error in the output results has been analyzed too. In the end, the methodology has applied on real vehicles.

KEY WORDS: METHODOLOGY, COEFFICIENT OF RESTITUTION, TRAFFIC ACCIDENT

1. UVOD

Analizom literature može se uočiti prisustvo većeg broja različitih modela i softvera koji se koriste za analizu sudara vozila. Njihovim korišćenjem može se bitno uticati na smanjenje grešaka izlaznih rezultata.

Jedan od pristupa u mehaničkom modeliranju je modeliranje vozila korišćenjem multibody modela. Njihova primena zahteva poznavanje osobina elemenata i sklopova koji čine vozilo. Vozilo se modelira deformabilnim telima za koje je neophodno poznavati krutosti i koeficijente restitucije. Tela su međusobno povezana deformabilnim zglobovima. Za sve zglove je osim krutosti neophodno poznavati stepene slobode kretanja i vrednosti opterećenja pri kojima dolazi do loma zgloba ili pri kojima se dozvoljavaju ili ograničavaju određena kretanja [2]. Prikupljanje prethodnih podataka je dug, a veoma često i praktično nemoguć proces. Korišćenje multibodu modela bez poznavanja svih prethodnih veličina za posledicu ima pojavu povećanja grešaka izlaznih rezultata koje tako postaju veće u poređenju sa greškama koje se mogu javiti korišćenjem jednostavnijih modela.

Modeli mogu posmatrati vozilo kao telo, ili skup tela, čiji se centar mase menja tokom sudara. Korišćenjem ovakvih modela povećava se tačnost izlaznih rezultata. Ipak, u slučaju nehomogenih tela, kao što je vozilo, tj. u uslovima potpunog nepoznavanja njegovih osobina korišćenje ovakvih modela ne daje zadovoljavajuće rezultate.

Grupa modela, koji se najčešće koriste, vozilo modeliraju kao jedno deformabilno telo. Proses njegove kompresije opisan je preko krutosti, dok je restitucija opisana koeficijentom restitucije.

Analizom literature može se uočiti više pristupa u definisanju koeficijenta restitucije. Koeficijent restitucije se definiše kao količnik razlika brzina pre i posle sudara vozila [9]. Koeficijent restitucije se definiše i u funkciji od radova koji se javljaju tokom procesa kompresije i restitucije [11].

Koeficijent restitucije zavisi od brzina u trenutku sudara, vremenskog intervala tokom kog se sudar odvija, sila i deformacija koje se tokom sudara javljaju [12].

Analizom rezultata prikazanih u radovima [10, 11] može se zaključiti da brzina u trenutku udara ima zanemarljiv uticaj na oblik funkcije zavisnosti sila – deformacija tokom procesa kompresije, a što nije slučaj sa procesom restitucije.

U literaturi se mogu naći i relativno jednostavni analitički izrazi za izračunavanje koeficijenta restitucije [1, 13] koji zbog svojih nedostataka nisu našli praktičnu primenu.

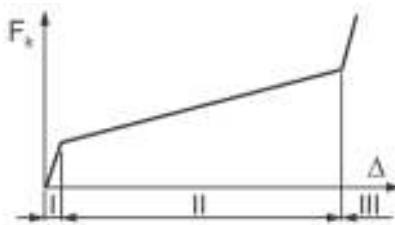
Svaka analiza treba da počne sa sagledavanjem raspoloživih podataka koji će zatim usloviti izbor odgovarajućeg modela za analizu nezgode. U većini praktičnih situacija broj raspoloživih podataka je ograničen. Na koji način se u ovakvim uslovima može ostvariti zadovoljavajuća tačnost rezultata? Kao odgovor na postavljeno pitanje, u ovom radu, će biti predložena metodologija za određivanje koeficijenta restitucije pri čeonom sudaru vozila za slučaj modeliranja vozila deformabilnim telom. Primena metodologije zahteva poznavanje grafika sila – deformacija za dve brzine udara u apsolutno krutu barijeru.

2. METODOLOGIJA

Proces deformisanja vozila se tokom sudara može podeliti na dve osnovne faze i to na kompresiju i restituciju. Proces kompresije počinje sa trenutkom prvog kontakta, a završava se u trenutku kada deformacija vozila dostigne svoju maksimalnu vrednost. Tokom kompresije deformacija vozila stalno raste. Proces restitucije obuhvata period u kome se deformacija vozila smanjuje. Funkcija zavisnosti normalne sile od deformacije može se napisati u obliku:

$$F = \begin{cases} F_k & \text{za } \dot{\Delta} \geq 0 \\ F_r & \text{za } \dot{\Delta} \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

Tokom kompresije mogu se uočiti najviše tri karakteristične faze (Slika 1). Prva faza obuhvata samo elastične deformacije. Druga faza nastupa posle prve i tokom nje se osim elastičnih javljaju i plastične deformacije. Druga faza se završava u trenutku pojave deformacija u prostoru za smeštaj putnika. Treća faza nastupa posle druge i u njoj se takođe javljaju elastične i plastične deformacije.



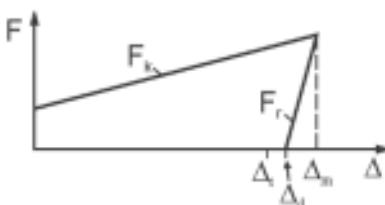
Slika 1. Grafik zavisnosti normalna sila – deformacija tokom procesa kompresije (tri faze) [4]

U realnim uslovima deformacije koje se javljaju na kraju prve faze (elastične deformacije) su više puta manje u poređenju sa plastičnim deformacijama koje se javljaju u preostale dve faze. Analizom dostupnih eksperimentalnih rezultata koji su dobijeni udarom vozila u barijeru može se zaključiti da se eksperimenti realizuju za brzine pri kojima se javljaju maksimalne deformacije koje pripadaju drugoj fazi.

Kako su deformacije koje se javljaju tokom prve faze više puta manje u poređenju sa deformacijama koje se mogu javiti tokom druge faze proces kompresije (Slika 2) modeliran je funkcijom:

$$F_k = F_0 + c_k \cdot \Delta, \quad (2)$$

gde su F_0 i c_k nepoznati parametri. Parametar F_0 u geometrijskom smislu predstavlja odsečak funkcije (2) na ordinati. Parametar c_k se može nazvati modifikovanom krutošću vozila tokom procesa kompresije. Za razliku od krutosti, koja se obično koristi u literaturi, modifikovana krutost je konstantna veličina za jedno vozilo. Modifikovana krutost za razliku od klasične krutosti ne zavisi od brzine udara, mase vozila i maksimalne deformacije.



Slika 1. Grafik zavisnosti normalna sila – deformacija

Nepoznati parametri F_0 i c_k mogu se odrediti ukoliko su poznati grafici zavisnosti normalne sile od deformacije za dve brzine centralnog upravnog udara u barijeru.

Rad koji se javlja tokom procesa kompresije izračunava se primenom izraza

$$A_k = \int_0^{\Delta_m} F_k d\Delta, \quad (3)$$

odakle se korišćenjem izraza (2) dobija

$$A_k = F_0 \cdot \Delta_m + 0,5 \cdot c_k \cdot \Delta_m^2, \quad (4)$$

gde je sa Δ_m označena maksimalna deformacija.

Označimo sa indeksom "1" veličine ($A_{k,1}$, $\Delta_{m,1}$) koje se dobiju iz eksperimenta za prvu brzinu udara u barijeru ($v_{0,1}$), a sa indeksom "2" veličine ($A_{k,2}$, $\Delta_{m,2}$) koje se dobiju iz eksperimenta za drugu brzinu udara u barijeru ($v_{0,2}$). Primenom izraza (4) dobijaju se nepoznati parametri:

$$c_k = \frac{2 \cdot (A_{k,1} \cdot \Delta_{m,2} - A_{k,2} \cdot \Delta_{m,1})}{\Delta_{m,1} \cdot \Delta_{m,2} \cdot (\Delta_{m,1} - \Delta_{m,2})}, \quad (5)$$

$$F_0 = \frac{A_{k,1}}{\Delta_{m,1}} - 0.5 \cdot c_k \cdot \Delta_{m,1}, \quad (6)$$

Kinetička energija vozila na početku sudara je:

$$E_k = 0.5 \cdot m \cdot v_0^2, \quad (7)$$

gde je sa m označena masa vozila.

Opšti izraz za određivanje maksimalne deformacije određuje se iz uslova jednakosti rada koji odgovara kompresiji vozila (4) i kinetičke energije vozila na početku sudara (7):

$$\Delta_m = \frac{\sqrt{F_0^2 + c_k \cdot m \cdot v_0^2} - F_0}{c_k}, \quad (8)$$

Primenom izraza (2) i (8) dobija se opšti izraz za određivanje maksimalne sile:

$$F_m = F_k(\Delta_m) = \sqrt{F_0^2 + c_k \cdot m \cdot v_0^2}, \quad (9)$$

Restitucija se u literaturi najčešće modelira linearnom funkcijom (Slika 2):

$$F_r = F_m - c_r \cdot (\Delta_m - \Delta), \quad (10)$$

gde je c_r krutost vozila tokom procesa restitucije. Krutost vozila tokom procesa restitucije raste sa porastom maksimalne deformacije [10, 11].

Deformacija vozila u trenutku njegovog odvajanja od barijere (Δ_d) određuje se iz uslova [6]

$$F_r(\Delta_d) = 0, \quad (11)$$

odakle primenom izraza (10) sledi

$$\Delta_d = \Delta_m - \frac{F_m}{c_r}, \quad (12)$$

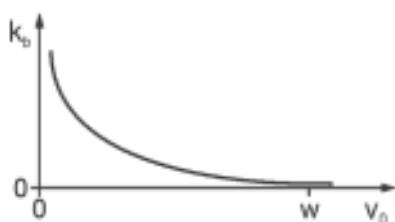
Rad koji se javlja tokom procesa restitucije izračunava se primenom izraza

$$A_r = \int_{\Delta_m}^{\Delta_d} F_r d\Delta, \quad (13)$$

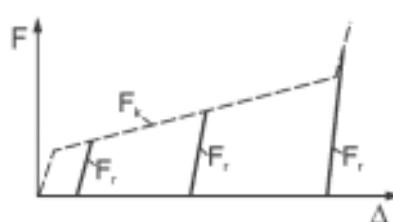
odakle se korišćenjem izraza (10) dobija

$$A_r = -\frac{F_m^2}{2 \cdot c_r}, \quad (14)$$

Koeficijent restitucije zavisi od brzine u trenutku sudara [6, 12]. Analizom eksperimentalnih rezultata dobijenih udarom vozila u barijeru (Slika 3) može se zaključiti da vrednost koeficijenta restitucije opada sa porastom brzine udara i maksimalne deformacije vozila. Koeficijent restitucije je veći od nule.



Slika 3. Grafik zavisnosti koeficijenta restitucije od brzine udara vozila u barijeru



Slika 4. Grafici zavisnosti normalna sila – deformacija tokom procesa restitucije

Analizom grafika (Slika 3) može se uočiti kako koeficijent restitucije za slučaj udara vozila u barijeru (k_b) za veće vrednosti brzina udara ($v_0 > w$) dostiže svoj minimum koji je blizak nuli (red veličina je 0,01). Ovakva pojava javlja se u slučaju pojave treće faze kompresije (Slika 1), tj. u slučaju pojave deformacije u prostoru za smeštaj putnika. Krutost tokom procesa restitucije raste sa porastom maksimalne deformacije (Slika 4). Nagib prave kojom se modelira restitucija znatno manje odstupa od nagiba prave kojom se opisuje kompresija u slučaju pojave prethodno opisane treće faze a u poređenju sa prve dve faze. U slučaju udara brzinama $v_0 > w$ koeficijent restitucije i dalje opada, ali ovog puta znatno sporije nego u slučaju $v_0 < w$. Analizom grafika zavisnosti $k_b - v_0$ (Slika 3) može se zaključiti da se koeficijent restitucije brže smanjuje za manje vrednosti brzine udara.

Rukovođeni prethodnim zapažanjima mogu se uvesti sledeće pretpostavke:

- prvi izvod funkcije $k_b(v_0)$ za $v_0 = w$ jednak je nuli,
- koeficijent restitucije za $v_0 > w$ je konstantan i jednak je vrednosti $k_b(w)$,
- koeficijent restitucije može se opisati polinomom drugog stepena.

U matematičkom smislu prethodne pretpostavke će biti zapisane u obliku:

$$k_b = \begin{cases} \theta - \mu \cdot v_0 + \psi \cdot v_0^2 & \text{za } v_0 \leq w \\ \theta - \mu \cdot w + \psi \cdot w^2 & \text{za } v_0 \geq w \end{cases}, \quad (15)$$

$$\frac{dk_b}{dv_0} = 0 \quad \text{za } w > v_0 \quad (16)$$

Primenom izraza (15) i (16) dobija se konačan oblik funkcije kojim se određuje koeficijent restitucije:

$$k_b = \begin{cases} \theta - \mu \cdot v_0 + \frac{\mu}{2 \cdot w} \cdot v_0^2 & \text{za } v_0 \leq w \\ \theta - \mu \cdot w + \psi \cdot w^2 & \text{za } v_0 \geq w \end{cases}, \quad (17)$$

Brzina w predstavlja brzinu udara pri kojoj, u slučaju udara vozila u barijeru, se u prostoru za smeštaj putnika počinju pojavljivati deformacije vozila ($\Delta_{m,kr}$). Ona se određuje primenom izraza (8) i oblika je

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot F_0 \cdot \Delta_{m,k} + c_k \cdot \Delta_{m,k}^2}{m}}, \quad (18)$$

Označimo sa $k_{b,1}$ koeficijent restitucije koji se dobija iz eksperimenta za prvu brzinu udara u barijeru ($v_{0,1}$), a sa $k_{b,2}$ koeficijent restitucije koji se dobija iz eksperimenta za drugu brzinu udara u barijeru ($v_{0,2}$). Uslov za primenu metodologije je:

$$w > v_{0,1} \quad i \quad w > v_{0,2}, \quad (19)$$

Uslov (19) je najčešće ispunjen jer se eksperimenti najčešće realizuju za brzine udara koje su manje od 70 km/h, a što je manje od w .

Primenom izraza (17) dobijaju se nepoznati parametri:

$$\mu = \frac{k_{b,1} - k_{b,2}}{v_{0,1} \cdot \left(\frac{v_{0,1}}{2 \cdot w} - 1 \right) - v_{0,2} \cdot \left(\frac{v_{0,2}}{2 \cdot w} - 1 \right)}, \quad (20)$$

$$\theta = k_{b,1} - \mu \cdot v_{0,1} \cdot \left(\frac{v_{0,1}}{2 \cdot w} - 1 \right), \quad (21)$$

Izrazima (20) i (21) se određuju nepoznati parametri u slučaju kada je ispunjen uslov

$$k_b(w) \geq 0, \quad (22)$$

Ukoliko uslov (22) nije ispunjen parametri μ i θ se određuju regresinom analizom.

Koefficijent restitucije za slučaj udara vozila u barijeru može se izraziti u funkciji od radova koji se javljaju tokom procesa restitucije i kompresije

$$k_b = \sqrt{\frac{|A_r|}{A_k}}, \quad (23)$$

odakle sledi:

$$|A_r| = k_b^2 \cdot A_k, \quad (24)$$

Zamenom izraza (9), (14) dobija se izraz za određivanje krutosti tokom procesa restitucije:

$$c_r = \frac{F_0^2 + c_k \cdot m \cdot v_0^2}{k_b^2 \cdot m \cdot v_0^2}, \quad (25)$$

U radu [6] izведен je izraz kojim su povezane trajna i maksimalna deformacija:

$$\Delta_t = \Delta_m \cdot \frac{v_0 - 2,2}{v_0}, \quad (26)$$

Koefficijent restitucije za slučaj čeonog sudara dva vozila je oblika [3]:

$$k = \sqrt{\frac{|A_{r,1} + A_{r,2}|}{A_{k,1} + A_{k,2}}}, \quad (27)$$

gde su

- $A_{r,1}, A_{r,2}$ – radovi vozila "1" i "2" tokom procesa restitucije,
- $A_{k,1}, A_{k,2}$ – radovi vozila "1" i "2" tokom procesa kompresije.

U nastavku ovog poglavlja će se detaljno objasniti koraci, u primeni predložene metodologije, za određivanje koefficijenta restitucije za slučaj čeonog sudara dva vozila.

Korak 1 predstavlja određivanje rada i maksimalne deformacije koji se javljaju tokom procesa kompresije za obe brzine udara.

Korak 2 predstavlja određivanje parametara F_0 i c_k primenom izraza (5) i (6). Određivanjem parametara F_0 i c_k jednoznačno je definisan proces kompresije. Proces kompresije je definisan tako da ne zavisi od trajne deformacije vozila, kao i da ne zavisi od toga da li vozilo čeono udara u barijeru ili se čeono sudara sa drugim vozilom.

Korak 3 obuhvata procenu deformacije vozila pri kojoj se počinju pojavljivati deformacije vozila u prostoru za smeštaj putnika ($\Delta_{m,kr}$).

Korak 4 predstavlja određivanje brzine w primenom izraza (18).

Korak 5 predstavlja određivanje eksperimentalnih vrednosti koefficijenata restitucije ($k_{b,1}, k_{b,2}$) za obe brzine udara.

Korak 6 predstavlja određivanje parametara μ i θ primenom izraza (20) i (21). Određivanjem parametara μ i θ definisan je koefficijent restitucije za slučaj čeonog udara vozila u barijeru (17).

Korak 7 predstavlja određivanje maksimalne deformacije (8), trajne deformacije (26) i krutosti tokom procesa restitucije (25) za različite vrednosti brzine udara vozila pri čeonom udaru vozila u barijeru. Dobijeni rezultati mogu se prikazati tabelarno ili grafički.

Prvih sedam koraka predstavlja obradu eksperimentalnih podataka koji su dobijeni za slučaj čeonog udara vozila u barijeru. Finalni korak u obradi podataka je sedmi korak jer se njime povezuje krutost vozila tokom procesa restitucije i trajna deformacija vozila. Ova zavisnost će imati isti oblik nezavisno od toga da li se posmatra čeoni udar vozila u barijeru ili čeoni sudar vozila. Naredni koraci obuhvataju analizu čeonog sudara vozila.

Korak 8 predstavlja merenje trajnih vrednosti deformacija vozila ($\Delta_{t,1}, \Delta_{t,2}$). Primenom rezulta, dobijenih u sedmom koraku, na osnovu trajnih deformacija određuju se maksimalne deformacije ($\Delta_{m,1}, \Delta_{m,2}$) i krutosti vozila tokom procesa restitucije ($c_{r,1}, c_{r,2}$).

Korak 9 obuhvata određivanje radova vozila "1" i "2" tokom procesa kompresije:

$$A_{k,1} = F_{0,1} \cdot \Delta_{m,1} + 0,5 \cdot c_{k,1} \cdot \Delta_{m,1}^2, \quad A_{k,2} = F_{0,2} \cdot \Delta_{m,2} + 0,5 \cdot c_{k,2} \cdot \Delta_{m,2}^2, \quad (28)$$

Korak 10 predstavlja određivanje maksimalnih sila (2):

$$F_{m,1} = F_{0,1} + c_{k,1} \cdot \Delta_{m,1}, \quad F_{m,2} = F_{0,2} + c_{k,2} \cdot \Delta_{m,2}, \quad (29)$$

Korak 11 predstavlja određivanje radova vozila "1" i "2" tokom procesa restitucije (14)

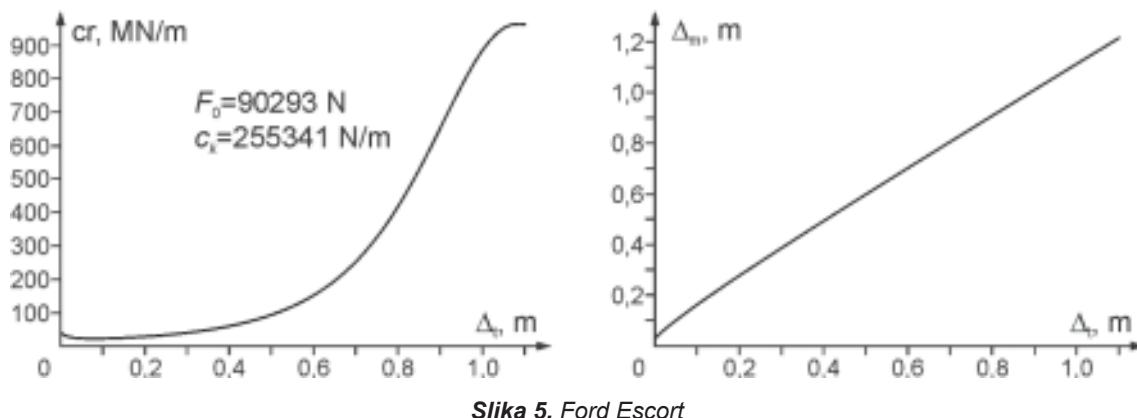
$$A_{r,1} = -\frac{F_{m,1}^2}{2 \cdot c_{r,1}}, \quad A_{r,2} = -\frac{F_{m,2}^2}{2 \cdot c_{r,2}}, \quad (30)$$

Korak 12 predstavlja finalni korak u primeni predložene metodologije i obuhvata određivanje koeficijenta restitucije za slučaj čeonog sudara dva vozila primenom izraza (27).

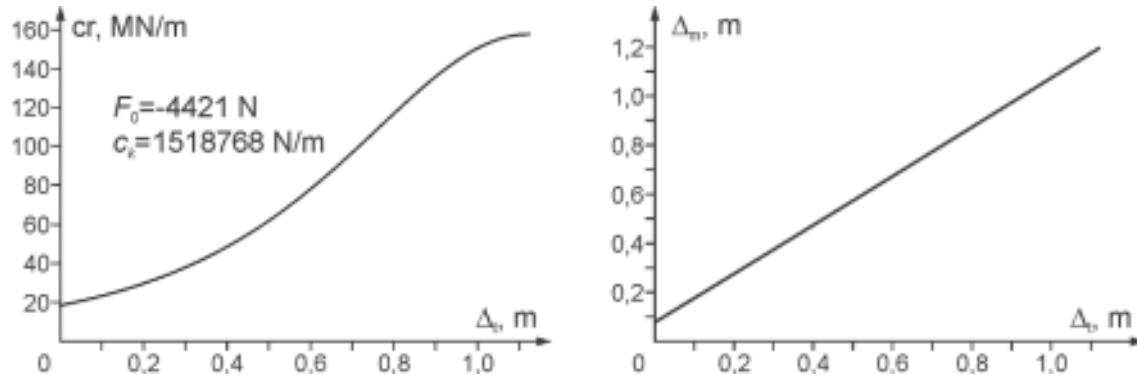
3. PRIMENA METODOLOGIJE NA KONKRETNIM PRIMERIMA

Metodologija je primenjena na primeru putničkog automobila Ford Escort [8]. Eksperiment je obuhvatao čone udare vozila u barijeru sa brzinama udara u rasponu između 13 i 83 km/h. Metodologija je primenjena korišćenjem podataka dobijenih za dve brzine udara i to 38 i 52 km/h. Prethodne dve brzine su izabrane jer se eksperimenti najčešće vrše u tom prethodnom rasponu brzina. Rezultati su prikazani na Slici 5. Kolika je vrednost greške?

Metodologija najbolju tačnost ima za raspon trajnih deformacija koje odgovaraju izabranim brzinama udara u barijeru. Greške se mogu javiti za deformacije koje se nalaze izvan prethodnog raspona. Eksperimentalnim putem je određeno da za $v_0=13$ km/h koeficijent restitucije je iznosi 0,168, dok se primenom metodologije dobila vrednost 0,18. U slučaju $v_0=83$ km/h, eksperimentalno je određena vrednost koeficijenta restitucije 0,01, dok se primenom metodologije dobija 0,017. Ako prethodne greške koeficijenta restitucije prevedemo u greške brzine posle sudara sledi da se primenom metodologije pravi greška od najviše 0,6 km/h. Pojava grešaka za manje deformacije može se objasniti zanemarivanjem prve faze procesa kompresije (Slika 1). U slučaju brzina udara 38 i 52 km/h metodologijom se ne pravi greška.



Slika 5. Ford Escort



Slika 6. Dodge Caravan

Metodologija je primenjena i na primeru Dodge Caravana [7], a rezultati su prikazani na Slici 6.

Posmatrjmo primer čeonog sudara Ford Escorta i Dodge Caravana. Neka je merenjem utvrđeno da su trajne deformacije Ford Escorta i Dodge Caravana 0,32 m i 0,15 m, respektivno. Primenom predložene metodologije dobija se vrednost koeficijenta restitucije 0,14.

4. ZAKLJUČAK

Metodologija za određivanje koeficijenta restitucije za slučaj čeonog sudara vozila je razvijena u ovom radu. Primena metodologije zahteva posedovanje eksperimentalnih grafika sila – deformacija za dve brzine udara vozila u barijeru.

Prednost ove metodologije u odnosu na druge pristupe u rešavanju problema čeonog sudara vozila se ogleda u tome što je za njenu primenu korišćena funkcija zavisnosti normalne sile od deformacije koja bolje opisuje eksperimentalne rezultate. Proces kompresije je sada definisan tako da ne zavisi od brzine udara, mase vozila i maksimalne deformacije. Modeliranje procesa restitucije je uvažilo teoretski zaključak po kome krutost tokom restitucije raste sa porastom maksimalne, tj. trajne deformacije.

Poseban značaj ove metodologije se ogleda u jednostavnosti njene praktične primene.

5. LITERATURA

- [1] Antonetti, V.W. (1998). Estimating the coefficient of restitution of vehicle-to-vehicle bumper impacts, SAE Technical Paper 980552
- [2] Ambrosio, J. (2005). Crash analysis and dynamical behaviour of light road and rail vehicles, Vehicle System Dynamics, Vol. 43, No. 6–7, pp. 385–411
- [3] Coaplen, J., Stronge, W.J., Ravani, B. (2004). Work equivalent composite coefficient of restitution, International Journal of Impact Engineering, 30, pp. 581-591
- [4] Elmarakbi, A., Zu, J. (2007). Mathematical modelling of a vehicle crash with emphasis on the dynamic response analysis of extendable cubic nonlinear dampers using the incremental harmonic balance method. Proc. IMechE Part D: J. Automobile Engineering, Vol. 221, pp. 143 – 156
- [5] Mijailović, R. (2012). Methodology for estimating the dependence between force and displacement – a vehicle crash case, Journal of applied engineering science, Vol. 10, No. 1, pp. 1-8
- [6] Mijailović, R., Cvijan, M. (2014). Krutosti čeonog dela vozila kao funkcije trajnih deformacija, XIII Simpozijum "Veštačenje saobraćajnih nezgoda i prevare u osiguranju", str. 321-330
- [7] Mohan, P., Smith, D.L. (2007). Finite element analysis of compatibility metrics in frontal collisions, Paper Number 07-0188
- [8] Steffan, H., Geigl, B.C., Moser, A., Hoschopf, H. (1998). Comparision of 10 to 100 km/h rigid barrier impacts, National Highway Traffic Safety Administration, Paper Number 98-S3-P-1, pp. 752-757
- [9] Stronge, W.J. (2004). Impact mechanics, Cambridge University Press
- [10] Thornton, C. (1997). Coefficient of restitution for collinear collisions of elastic perfectly plastic spheres. ASME J Appl Mech, 64, pp.383–3866
- [11] Vu-Quoc, L., Zhang, X., Lesburg L. (2000). A normal force–displacement model for contacting spheres accounting for plastic deformation: force-driven formulation, ASME J Appl Mech, 67(2), pp. 363–71
- [12] Zhang, X., Vu-Quoc, L. (2002). Modeling the dependence of the coefficient of restitution on the impact velocity in elasto-plastic collisions, International Journal of Impact Engineering 27, pp. 317–341
- [13] Wood, D.P., Simms, C.K., Walsh, D.G. (2005). Vehicle–pedestrian collisions: validated models for pedestrian impact and projection, Proc. IMechE. Vol. 219 Part D: J. Automobile Engineering