

integrali

Eugenio Animali

March 14, 2023

1 Integrali indefiniti

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

2 Integrali elementari

$$\begin{aligned}\int dx &= x + c \\ \int x^\alpha dx &= \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \text{ eccetto } \alpha = -1 \\ \int \frac{1}{x} dx &= \ln |x| + c \\ \int \sin x dx &= -\cos x + c \\ \int \frac{1}{\cos^2 x} dx &= \tan x + c \\ \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx &= \arcsin x + c\end{aligned}$$

3 Integrale della Funzione Composta

Se nella funzione integranda trovo una funzione e la sua derivata, posso usare la regola della funzione composta. Sapendo che il differenziale é

$$df(x) = f'(x)dx$$

quindi:

$$\int f(x)f'(x)dx = \int f(x)d(f(x)) = \frac{f^2(x)}{2} + c$$

Ci   vale anche se $f(x)$    interna ad una funzione $g(f(x))$ pi   complessa. Basta manipolare la funzione integranda finch   presenta una $f(x)$ che corrisponda ad una $f'(x)$.

4 Integrazione per Sostituzione

Particolarmente utile nei seguenti casi:

1. Radici
2. Esponenziali
3. Goniometria

Il metodo consiste nel sostituire x per un'altra funzione t scelta da me, per togliere parti complicate della funzione. per passare da x a t , devo considerare l'effetto che avrà su dx :

$$\begin{aligned}x &= g(t) \\ dx &= g'(t)dt\end{aligned}$$

Esempio:

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}} dx$$

Pongo:

$$\begin{aligned}t &= \sqrt{x^2 - 9} \\ x &= \sqrt{t^2 + 9} \\ g'(t) &= \frac{1}{2\sqrt{t^2 + 9}} \cdot 2t = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 9}} \\ dx &= \frac{t}{\sqrt{t^2 + 9}} dt\end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned}\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}} dt &= \int \frac{\sqrt{t^2 + 9}}{t} \frac{t}{\sqrt{t^2 + 9}} dt \\ &= t + c = \sqrt{x^2 - 9} + c\end{aligned}$$

5 Integrazione per Parti

Quando ho una funzione facilmente derivabile e una facilmente integrabile.

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx$$

Esempio:

$$\int x e^x dx$$

Pongo:

$$\begin{aligned}f(x) &= x, f'(x) = 1 \\ g(x) &= e^x, g'(x) = e^x\end{aligned}$$

