

# Uma TDIC para o ensino de álgebra linear

Rino Cardoso M. Junior, Jeú C. Lima, Lucas H. Negri, Diogo C. Milagres

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul (IFMS)

79.200-000 – Aquidauana – MS – Brasil

Curso Técnico Integrado em Informática

{rino.ifms, jeuchaveslima}@gmail.com, {lucas.negri, diogo.milagres}@ifms.edu.br

**Abstract.** *This work describes the development of a web application, named as AlgLin, targeted at aiding the teaching and learning process of high school linear algebra. This tool provides teachers with a more effective way to maximize their time in the classroom, making it more dynamic and objective, in order to keep students focused on it. AlgLin can now be accessed through the internet by a wide array of devices through a web browser.*

**Resumo.** *Neste trabalho é descrito o desenvolvimento de uma ferramenta web, intitulada AlgLin, para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de álgebra linear a nível de ensino médio. Essa ferramenta proporciona ao professor um meio mais eficaz de maximizar o seu tempo em sala de aula, tornando-a mais dinâmica e objetiva, de maneira a manter o foco dos alunos nela. O AlgLin já está disponível na internet e pode ser acessado por diferentes dispositivos através do navegador..*

## 1. Introdução

A tecnologia está em constante evolução, procurando sanar as necessidades da sociedade. Nas instituições de ensino, temos muitas tecnologias que já estão em utilização como projetores, lousas digitais e ambientes virtuais de aprendizagem. Segundo relatórios do Comitê Gestor da Internet no Brasil, “atores do sistema escolar e gestores públicos têm uma grande expectativa de que o acesso às tecnologias de informação e comunicação (TDIC) e sua adoção na escola sejam um elemento de grande potencial para [...] os resultados pedagógicos e os processos de ensino e aprendizagem” [CGI.BR, 2016, p. 27].

A distração é um grande problema dentro da sala de aula, porque ela quebra a linha de raciocínio do aluno e isso causa um grande impacto na compreensão do conteúdo como um todo. Um único aluno que perde o foco da aula pode tirar todo o resto da sala do foco da aula. No momento em que o professor está explicando o conteúdo essas distrações são menos recorrentes, porém quando o professor está passando o conteúdo no quadro, muitos dos alunos começam a conversar ou pensar coisas externas à aula, pois não estão com a atenção “presa” à aula. Isso faz com que os alunos percam a linha de raciocínio diminuindo o rendimento da aula.

O fato do professor precisar expor o conteúdo da aula para os alunos é indiscutível, porém isso precisa ser feito de maneira rápida para que a atenção dos alunos não seja perdida, quando o professor está escrevendo o conteúdo no quadro ele perde muito tempo para fazer isso. Durante esse tempo o

professor não interage com os alunos, pois há uma perda de contato visual por estar de costas, e muitas vezes os alunos acabam se distraindo, além de que é uma perda de tempo desnecessária, já que o conteúdo poderia ter sido exposto de uma maneira mais rápida e eficaz.

As instituições de ensino já estão utilizando muitas ferramentas tecnológicas nas salas de aula. O *DataShow* é uma ótima ferramenta para poupar tempo e papel nas aulas que utilizam muitos textos, figuras, gráficos, mapas, etc. Porém muitas disciplinas não possuem um grande aproveitamento de tempo com essa ferramenta, pois não estão muito presas à textos, que por sua vez não exigem tanto de uma interatividade direta com o conteúdo.

Alguns cálculos, principalmente de álgebra linear, são bem complexos e extensos, em um nível de ensino médio, tornando o seu entendimento uma tarefa difícil para alguns alunos. É notória a carência de uma ferramenta que permita um ensino mais intuitivo, com grande apelo visual, para tornar a aula mais chamativa, interessante e dinâmica.

A matemática é uma importante disciplina, pois está muito presente no dia a dia da sociedade, desde a pré-história até nos dias atuais, seja a nível pessoal ou comercial / profissional. Estudamos matemática durante toda a carreira acadêmica, iniciando pelos conceitos mais concretos e simples, chegando até conceitos mais abstratos e complexos. Ainda no ensino médio, os estudantes já são apresentados aos conceitos de Álgebra Linear, que envolve as operações matriciais como a soma, multiplicação, inversão e escalonamento de matrizes. Em sala de aula, percebe-se que o assunto de álgebra linear não é bem compreendido por todos os estudantes, que concluem o curso sem desenvolver a intuição algorítmica por trás dos métodos.

Tendo em vista as dificuldades encontradas por estudantes na aprendizagem de Álgebra Linear, com o intuito de fornecer uma tecnologia complementar que o professor possa utilizar em sala de aula no ensino dessa área da matemática, propõe-se neste trabalho a criação de uma TDIC (tecnologia digital de informação e comunicação), com interface *web*. A ferramenta, intitulada AlgLin, apresenta, em uma interface simples e amigável, uma interface gráfica para a realização interativa (passo a passo) das principais operações de álgebra linear, sendo elas a soma, subtração, multiplicação matricial, multiplicação por escalar, transposição de matriz e cálculo de determinantes. A ferramenta possui uma versão inicial *online*<sup>1</sup> e está sendo preparada para uso em sala de aula, em disciplinas regulares dos cursos técnicos integrados da instituição.

Entre os diversos usos e tipos de tecnologias, Valente (2005) enfatiza que a programação de computadores é mais eficaz na construção de conhecimento humano mediado pelo artefato computacional do que editores de texto, tutoriais, etc. Talvez o mais próximo em termos de eficácia são os *softwares* de simulação. A programação de computadores, segundo o autor, faz com que o computador saia da posição de fornecedor de informações, privilegiando a aprendizagem memorística, e migre para a posição de ferramenta, ativa no processo de aprendizagem.

Neste projeto, dois aspectos do uso de tecnologias estão sendo investigados: o artefato computacional para programar, pelos estudantes envolvidos no desenvolvimento da ferramenta – e, em

---

<sup>1</sup><http://www.alglin.com.br>

etapas futuras, por estudantes do ensino médio integrado ao técnico em informática, como uma sistemática de *aprender programando* – inclusive para outros tópicos matemáticos que não as operações entre matrizes; e a TDIC AlgLin como *software* de simulação para utilização em sala de aula. Nota-se seu formato na modalidade “simulação fechada”, conforme Valente destaca entre as diversas tecnologias educacionais. No caso da simulação fechada, “*a descrição é mais limitada e pode se restringir a definir valores de alguns parâmetros*” [VALENTE, 2005, p.201].

## **2. Metodologia**

A ferramenta AlgLin foi desenvolvida para a *web*, de forma a ser utilizável por qualquer computador com um navegador *web* moderno, com acesso à internet. A sua interface foi desenvolvida (estrutura e leiaute) utilizando as linguagens de marcação e estilo HTML e CSS, enquanto que as funcionalidades interativas foram implementadas com a linguagem JavaScript. Mais detalhes do desenvolvimento desta TDIC podem ser vistos nesta seção, que apresenta as etapas e bibliotecas utilizadas neste trabalho.

### **2.1. Requisitos**

Antes de iniciar a implementação do sistema, foi realizado o levantamento de requisitos da aplicação. As seguintes funcionalidades foram escolhidas para implementação na primeira versão da ferramenta: soma, subtração, multiplicação matricial, multiplicação por escalar e transposição de matriz. Foi estabelecido que o sistema deve funcionar com os navegadores *web* modernos, sem necessitar da execução de código em um servidor, de forma a facilitar a implantação. Outro requisito foi que a ferramenta deve operar mostrando o passo a passo das operações, não atuando como uma simples calculadora, com o objetivo de fazer com que o estudante visualize e compreenda, naturalmente, os algoritmos por trás de cada operação.

### **2.2. Bibliotecas e ferramentas**

Um conjunto de bibliotecas foi escolhido para acelerar e simplificar o processo de desenvolvimento da TDIC. Para auxiliar a construção do leiaute, optou-se pelo uso do Bootstrap, uma biblioteca que fornece componentes pré-configurados (utilizando um sistema de classes com estilizações prontas) e práticas para o desenvolvimento de páginas *web* responsivas, poupando esforço e tempo do desenvolvedor. Para auxiliar na implementação das funcionalidades interativas, optou-se pelo uso do jQuery, que é uma biblioteca de JavaScript rica em funcionalidades. Esta biblioteca torna o desenvolvimento em JavaScript mais versátil e o código mais conciso.

O JavaScript na Web funciona de maneira centralizada (tudo em um arquivo .js, sem “*imports*”), não possui um sistema de interação entre arquivos JS. A programação foi feita de maneira modularizada, arquivos separados por funcionalidades do AlgLin (soma, subtração...) que usam recursos similares que estão estabelecidos em um arquivo principal para dependências em comum, para poder continuar com a programação modularizada sem afetar a ferramenta na Web, foi utilizado o Webpack, uma ferramenta que analisa a aplicação e então gera um grafo de dependências e através desse grafo gera os pacotes.

A ferramenta de controle de versão Git foi utilizada para possibilitar o desenvolvimento em equipe, mantendo também um histórico com todas as modificações no código [BELL e BEER, 2014]. Com a criação de um repositório no serviço *bitbucket*, foi possível que todos os membros sincronizassem o seu código com facilidade, possibilitando o acompanhamento do projeto pelos professores.

### 2.3 Processo de desenvolvimento

Os códigos foram desenvolvidos primeiramente na linguagem Java, que era a única linguagem que os estudantes conheciam no início do projeto. Essa linguagem foi utilizada para aprender o algoritmo das operações matriciais desejadas.

Para desenvolver esses algoritmos, os alunos envolvidos tiveram aulas complementares de álgebra linear, a fim de obter conhecimento suficiente na área para ser capaz de resolver, manualmente, os exercícios que envolvem álgebra linear. Após essa etapa didática, iniciou-se o desenvolvimento dos algoritmos. Primeiramente analisou-se como os alunos faziam para resolver manualmente, identificando os passos que eram feitos. A partir disso os alunos começaram a implementação, transcrevendo em linguagem de programação o que foi feito manualmente no processo de resolução do problema.

Após essa aprendizagem, já com o estudo de JavaScript e de disciplinas de desenvolvimento *web*, iniciou-se o desenvolvimento do AlgLin. Para estruturação da ferramenta, foi definida uma sequência de três telas/etapas principais. A primeira etapa consiste de uma tela simples de apresentação da ferramenta. Na sequência, encontra-se uma página para o usuário escolher a operação desejada, sendo que essas operações são voltadas para o ensino médio. Por último, encontra-se a página principal, que é onde os dados são inseridos e o resultado é mostrado de forma interativa (e iterativa). O cálculo é realizado de forma comentada, para que o usuário consiga acompanhar os algoritmos sem a necessidade de um tutor.

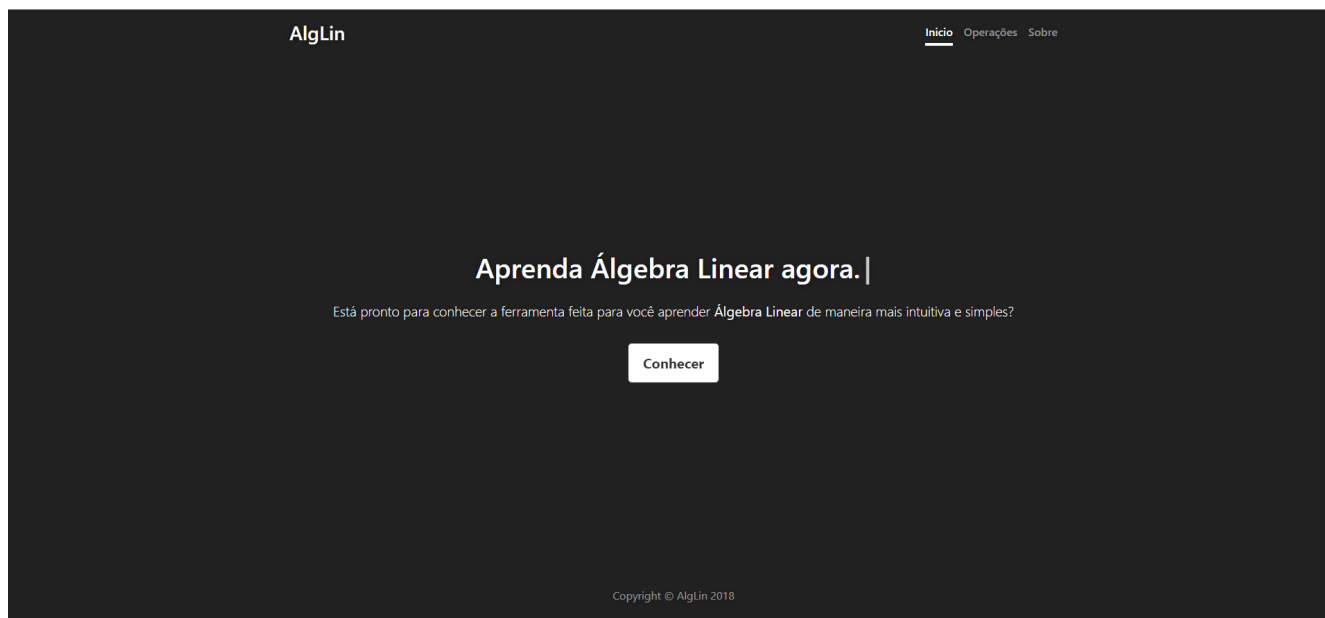
É importante salientar que o AlgLin tem objetivo de ser uma ferramenta educacional, e não uma calculadora. Por esse motivo, as matrizes têm tamanho/ordem máximo de 4 linhas e 4 colunas (4x4).

Foi feito um teste de uso simples com uma baixa amostragem, onde 8 alunos, sendo 2 de Edificações (7º e 3º semestre) e 6 de Informática (7º e 5º semestre) resolveram 6 problemas de álgebra linear sendo eles respectivamente soma, subtração, multiplicação de matrizes, multiplicação por escalar, matriz transposta e cálculo de determinantes, utilizando a ferramenta AlgLin. Em sequência responderam um questionário, utilizando a plataforma Google Forms, de 3 afirmações (cuja a resposta é de 1 a 5, sendo 1 “discordo completamente” e 5 “concordo completamente”) e uma área para comentários. O objetivo deste questionário é ter uma base a respeito da usabilidade e eficácia da ferramenta.

### 3. Resultados e discussão

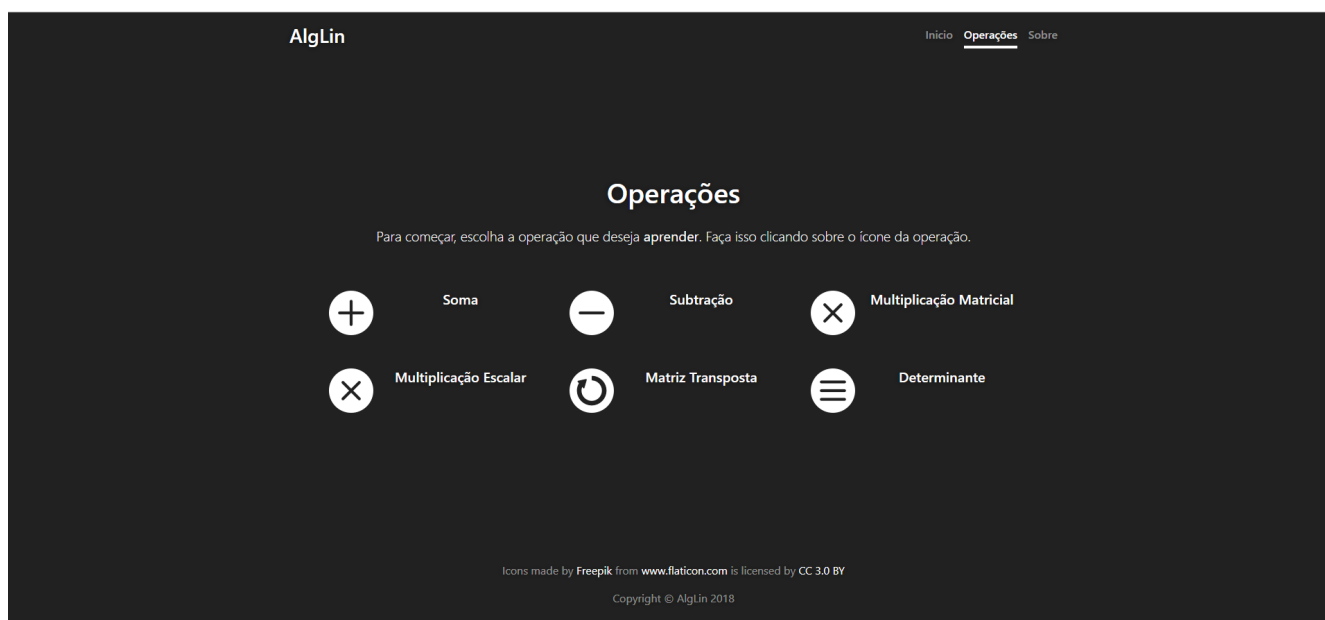
Os objetivos foram alcançados, o AlgLin foi finalizado e está disponível online para ser acessado, através do link [algin.com.br](http://algin.com.br), por desktops e também dispositivos mobiles com diversos tamanhos e resoluções de telas diferentes.

A interface do AlgLin foi desenvolvida para ser simples e direta, para isso foi dividida em três telas/etapas principais, como descrito na metodologia. A primeira tela, Figura 1, é de apresentação mostrada no início do acesso ao sistema.



**Figura 1. Tela de apresentação do AlgLin.**

A segunda tela, vista na Figura 2, apresenta as 8 operações do AlgLin, sendo que apenas 5 delas estão implementadas: soma, subtração, multiplicação matricial, multiplicação por escalar e matriz transposta.



**Figura 2. Catálogo de operações disponíveis na ferramenta.**

O usuário é permanentemente informado sobre o que ele deve/pode fazer. Ao clicar na operação desejada, ele é encaminhado para a terceira e última página (Figura 3), onde tudo acontece. Essa é a página principal.

AlgLin
Início Operações Sobre

## Multiplicação de Matrizes

A multiplicação de matrizes obedecem algumas regras fundamentais, uma delas é que o **tamanho da coluna (Matriz A)** da primeira matriz deve ser igual ao **tamanho da linha (Matriz B)** da segunda matriz. Fora isso, as outras dimensões se tornam relativas.

### Tamanho da Matriz A

Informe a quantidade de linhas e colunas

### Tamanho das Matriz B

Informe a quantidade de linhas e colunas

Insira os dados nas matrizes

#### Matriz A

3	2
1	5

#### Matriz B

4	3
1	5

**Figura 3. Tela principal da operação de multiplicação matricial.**

A tela principal, para toda operação, possui três seções. A primeira seção é para informar ao usuário sobre a operação que ele selecionou e para que o usuário informe a ordem, quantidade de linhas e colunas, da matriz. No caso da soma e da subtração as matrizes precisam ter tamanhos iguais, logo o usuário informa o tamanho de uma matriz apenas. Um exemplo da primeira seção pode ser visto na Figura 4.

AlgLin
Início Operações Sobre

## Multiplicação de Matrizes

A multiplicação de matrizes obedecem algumas regras fundamentais, uma delas é que o **tamanho da coluna (Matriz A)** da primeira matriz deve ser igual ao **tamanho da linha (Matriz B)** da segunda matriz. Fora isso, as outras dimensões se tornam relativas.

### Tamanho da Matriz A

Informe a quantidade de linhas e colunas

### Tamanho das Matriz B

Informe a quantidade de linhas e colunas

**Figura 4. Primeira seção, responsável pela entrada do tamanho das matrizes.**

A segunda seção, vista na Figura 5, é destinada à inserção dos valores nas matrizes, cada número em sua devida posição. Após inserir os dados da matriz o usuário deve clicar no botão de “igual” (=) para dar início à terceira seção, e a terceira seção é a responsável pela principal contribuição do AlgLin. Nessa seção, apresenta-se o passo a passo da operação, destacando as células das matrizes que irão ser utilizadas em cada passo da operação matricial, com o resultado mostrado gradativamente em uma terceira matriz (matriz C), como visto na Figura 6.

## Insira os dados nas matrizes

**Matriz A**

3	2
1	5



**Matriz B**

4	3
1	5

**Figura 5. Segunda seção, responsável pela entrada dos valores nas matrizes.**

O usuário está no controle dos passos da operação, podendo avançar para a próxima etapa ou retornar para etapas anteriores conforme desejar, levando o tempo que julgar necessário para o seu processo de aprendizagem.

A interface realiza a validação dos dados, evitando que o usuário trabalhe com valores inválidos ou matrizes de tamanhos não compatíveis com a operação desejada, como pode ser visto no exemplo da Figura 7.

## Passo a Passo

Multiplique os elementos da linha 1 da **Matriz A** (a esquerda) pelos elementos correspondentes da coluna 2 da **Matriz B** (a direita) para obter o elemento  $c_{12}$ .

$3 * 3 + 2 * 5 = 19$

**Matriz A**


$(a_{11})$ 3	$(a_{12})$ 2
1	5


**Matriz B**

4	$(b_{12})$ 3
1	$(b_{22})$ 5

**Matriz Resultante**

14	$3 * 3 + 2 * 5 = 19$
9	28





**Figura 6. Terceira seção, responsável pelo passo a passo.**

O AlgLin está disponível no endereço [www.alglin.com.br](http://www.alglin.com.br), podendo ser acessado pelo navegador de um dispositivo (*mobile/desktop*), devidamente conectado a uma rede de internet (*lan/wireless*).

Além da ferramenta desenvolvida, vale ressaltar o resultado que o processo de desenvolvimento teve na aprendizagem dos estudantes envolvidos no projeto. No início do desenvolvimento do projeto, os alunos não possuíam experiência com desenvolvimento *web*, e possuíam um conhecimento básico sobre álgebra linear. Com o esforço despendido no projeto, os estudantes passaram a ter um conhecimento consolidado, tanto das tecnologias para o desenvolvimento de páginas *web* quanto de álgebra linear.

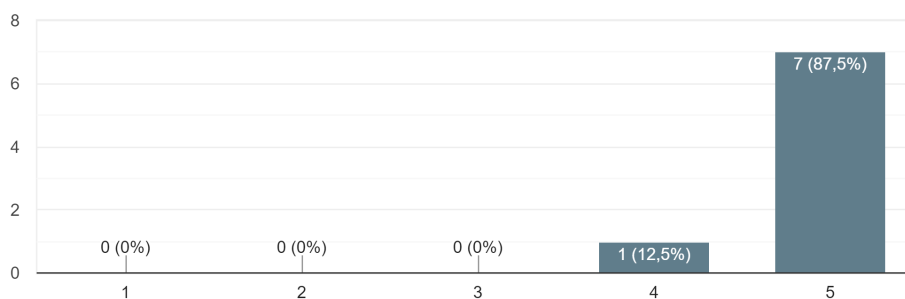
The screenshot shows the 'AlgLin' web application interface. At the top, there is a navigation bar with 'Início', 'Operações', and 'Sobre'. The main heading is 'Multiplicação de Matrizes'. Below the heading, a text block explains that matrix multiplication follows fundamental rules, one of which is that the number of columns of the first matrix (Matrix A) must be equal to the number of rows of the second matrix (Matrix B). Below this, there are two input fields: 'Tamanho da Matriz A' and 'Tamanho das Matriz B'. The 'Tamanho da Matriz A' field has two input boxes, one with '4' and one with '3'. The 'Tamanho das Matriz B' field has two input boxes, one with '2' and one with '3'. A red error message at the bottom states: 'O número de colunas da Matriz A está diferente do número de linhas da Matriz B'.

**Figura 7. Exemplo de validação dos dados fornecidos pelos usuários.**

A partir do caso de uso realizado, que foi citado anteriormente nos passos de desenvolvimento, foram gerados alguns gráficos das respostas, que apesar de ter sido aplicado em uma curta amostragem, se mostrou muito promissor.

A ferramenta é fácil de ser utilizada.

8 respostas

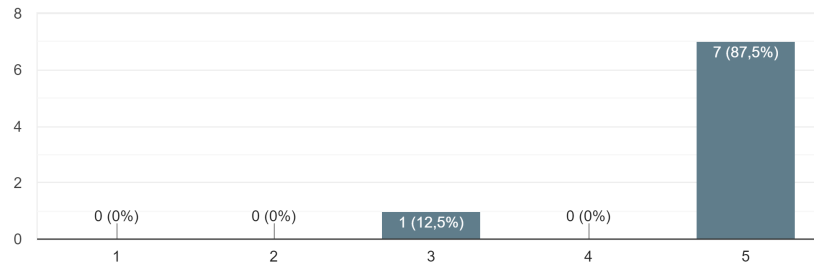


**Figura 8. Gráfico referente a usabilidade do AlgLin.**



O uso da ferramenta me auxiliou no entendimento das operações de álgebra linear.

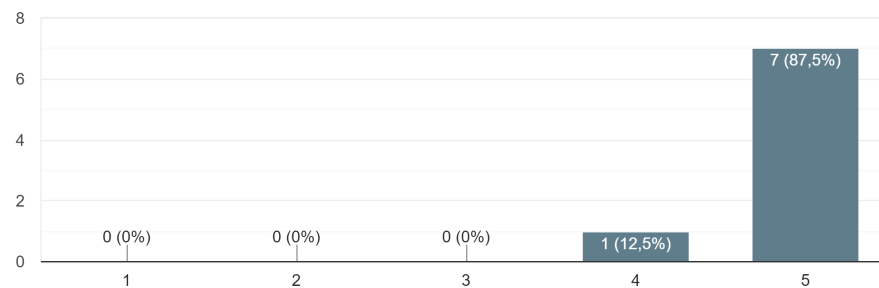
8 respostas



**Figura 9. Gráfico referente a efetividade do AlgLin.**

A ferramenta é rápida e objetiva.

8 respostas



**Figura 10. Gráfico referente a usabilidade do AlgLin.**

Como visto acima, as respostas foram muito satisfatórias, apesar de que mostram que há sim melhorias a serem feitas. Na aba de comentários que está presente nos apêndices, percebemos que pode ser revista a paleta de cores do site. Também percebemos que não ficou claro que o site é para ser uma ferramenta complementar, sendo assim o público alvo não é um total leigo no assunto, além de que o foco da ferramenta é o ensino e não ser uma calculadora, por isso não há a opção de pular o passo a passo já que ele é o recurso chave da ferramenta. Pelo fato da amostragem ter sido muito baixa, há o interesse de aplicar o questionário no público externo ao câmpus do IFMS, para que possamos ter resultados concretos a respeito da ferramenta.

É importante apontar que o maior aprendizado está no desenvolvimento da ferramenta, por parte dos alunos envolvidos, onde o processo de desenvolvimento do AlgLin foi o ponto mais produtivo no quesito de gerar conhecimento, pois neste processo os desenvolvedores não aprendem apenas a programação (algoritmos matemáticos, linguagens de programação, *frameworks*...), aprendem a álgebra linear, quais as maneiras de desenvolver, as mais eficazes, as mais rápidas, o processo de

desenvolvimento desta ferramenta trouxe grande conhecimento para os alunos tanto da área técnica de programação quanto da matemática, o que é de extrema importância porque é isso que muda a maneira de aprender, aprender programando.

#### 4. Conclusão

Este trabalho relatou o processo de desenvolvimento do TDIC AlgLin, culminando na apresentação dos resultados. A versão final do sistema está disponível para uso, podendo ser acessada pela internet ou baixada e executada localmente.

Existem melhorias a serem feitas, a partir de novos testes de usos, com amostragens maiores, poderemos extrair informações mais concretas para poder evoluir a ferramenta.

A funcionalidade de cálculo de determinantes ainda está em implementação, até o momento é aceito apenas matrizes de ordem 3x3.

Será realizado por alunos do TSI, em trabalhos futuros, uma análise mais minuciosa da questão do “aprender programando”, com um teor mais teórico do aprendizado envolvido no desenvolvimento do AlgLin.

Pais (2016) salienta que se deve fazer um esforço para que as potencialidades das fórmulas, regras e algoritmos sejam apreendidas pelo educando em forma de argumentação e na “exploração da virtualidade contida nessas máquinas abstratas”, em detrimento ao enaltecimento da prática de repetições que envolvem os procedimentos algorítmicos. Tanto do lado do desenvolvedor quanto do lado do usuário, o foco de estudo é o algoritmo. Pois, é a partir dele que damos sentido às estruturas externas de programação de computadores para trabalhar com álgebra linear – laços *for* aninhados, cabeçalho, declaração de variáveis, *kernel*<sup>2</sup> do código – e as respectivas estruturas matemáticas simbólicas, como abrir e fechar o grande par de colchetes que envolve os elementos da(s) matriz(es), preencher a estrutura do par de colchetes com os elementos da referida matriz, montar a operação, realizar os cálculos, compreendendo-os.

#### Referências

Bell, P. e Beer, B. (2014) “Introdução ao GitHub: Um guia que não é técnico”. 1 ed. São Paulo: Novatec Editora.

Comitê Gestor da Internet no Brasil – CGI.br. **Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras: TDIC educação 2015**. Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR – NIC.br. São Paulo: 2016.

Pais, L. C. **Algoritmos e regularidade**. Publicado em janeiro de 2016. Disponível em <<https://www.recantodasletras.com.br/artigos-de-educacao/5520581>>. Acesso em: out-2018.

Valente, J. A. **A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias da informação e comunicação na educação**. 238p. Tese (Livre Docência) – Universidade Estadual de Campinas – Instituto de Artes. Campinas, SP: 2005.

---

<sup>2</sup> No sentido de enfatizar a parte principal do código, que são os cálculos e procedimentos para se encontrar a matriz resultante.

## Apêndice A - Formulário de usabilidade

1. Qual é o seu curso? \*

---

---

---

---

---

2. Qual semestre está cursando?

---

### Instruções

---

Leia as afirmações abaixo e marque a opção da qual julgas ser a mais adequada. As opções estão em uma escala linear de 1 a 5, onde o 1 corresponde á "discordo plenamente" e 5 "concordo plenamente".

3. A ferramenta é fácil de ser utilizada. \*

*Marcar apenas uma oval.*

	1	2	3	4	5	
Discordo completamente	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Concordo Completamente

4. O uso da ferramenta me auxiliou no entendimento das operações de álgebra linear. \*

*Marcar apenas uma oval.*

	1	2	3	4	5	
Discordo completamente	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Concordo Completamente

5. A ferramenta é rápida e objetiva. \*

*Marcar apenas uma oval.*

	1	2	3	4	5	
Discordo completamente	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Concordo Completamente

6. O que achou da ferramenta? Alguma sugestão?

---

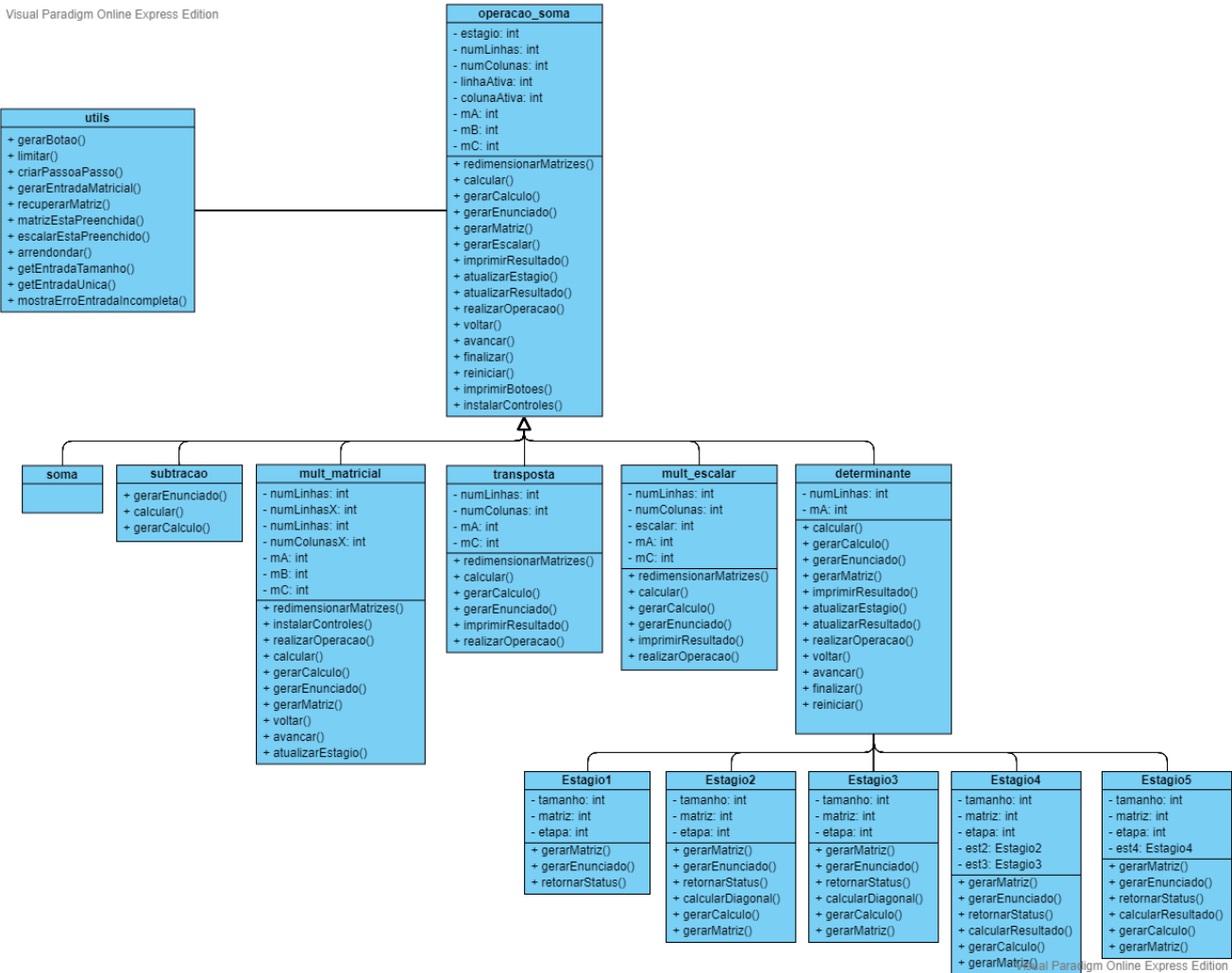
---

---

---

# Apêndice B - Diagrama de classes

Visual Paradigm Online Express Edition



Visual Paradigm Online Express Edition