Lógica Computacional

**Tarea 6**

PCIC - UNAM

*21 de mayo de 2020*

Diego de Jesús Isla López
(*dislalopez@gmail.com*)
(*diego.isla@comunidad.unam.mx*)

## Problema 15.2

Sean `S1`: `x = x+y` y `S2`: `y = x*y`, ¿cuál es la precondición más débil $wp(S1,S2,x<y)$?

**Solución 1.** Primero obtenemos $wp(S2,x<y)$:

$$wp(\texttt{y=x*y}, x<y) = x < x*y$$

Usando el resultado anterior

$$\begin{aligned} wp(\texttt{x=x+y}, \texttt{y=x*y}, x<y) &= wp(\texttt{x=x+y}, x<x*y) \\ &= x<x*y[x \leftarrow x+y] \\ &= x+y < (x+y)*y \end{aligned}$$

## Problema 15.7

*Demostración.* Tomamos como invariante de bucle $\{(0 \leq x^2 \leq a) \wedge y = (x+1)^2\}$.
Para demostrar $(0 \leq x^2 \leq a)$ tenemos que:

$$x'^2 = (x+1)^2 = y$$

Esto es, que el valor de $x'$ siempre será igual a $y$ antes de que esta variable sea modificada. Para demostrar $y = (x+1)^2$ tenemos:

$$
\begin{aligned}
&x' = x+1 \\
&y' = y+2x'+1 \\
&y' = (x+1)^2+2(x+1)+1 \\
&y' = x^2+4x+4 \\
&y' = (x+2)^2 \\
&y' = (x'+1)^2
\end{aligned}
$$

$\square$

## Problema 15.10

*Demostración.* Tomamos la invariante $z \cdot x^y = a^b$. En el caso en el que $y$ sea par, podemos decir sin pérdida de generalidad que $y = 2k$ para alguna $k$. Entonces $z \cdot x^{2k} = z \cdot (x^2)^k$. En el caso en el que $y$ es impar, tenemos $z \cdot x^y = z \cdot (x \cdot x^{y-1}) = (z \cdot x) \cdot x^{y-1}$. Al final del ciclo, se tiene $y = 0$ y por lo tanto $z \cdot x^0 = z = a^b$.

$\square$