

TD/TP5 : Arbres, Arbres Binaires et ABR

MI0C301T – Structures de données et récursivité

Elisa HENRION-GUENEAU

Université Toulouse Jean Jaurès

L2 MIASHS – Année 2025/2026

Partie TD :

Exercice 1 :

On considère des arbres binaires dont les noeuds ont 0, 1 ou 2 fils.

On note h , n et f respectivement la hauteur, le nombre de noeuds et le nombre de feuilles d'un arbre.

1. Dessiner un arbre pour lequel $h = 3$, $n = 6$ et $f = 3$;
2. Dessiner un arbre pour lequel $h = 3$, $n = 11$ et $f = 6$;
3. Pour $h = 3$ dessiner un arbre tel que n est maximal;
4. Pour $h = 3$ dessiner un arbre tel que n est minimal;
5. Pour $h = 3$ dessiner un arbre tel que f est maximal;
6. Pour $h = 3$ dessiner un arbre tel que f est minimal;

Exercice 2 :

1. Combien de noeuds possède un arbre binaire complet de hauteur h ?
2. Déterminer la hauteur maximale et la hauteur minimale d'un arbre binaire de n noeuds.
3. Prouver que dans un arbre binaire, il y a au plus 2^h noeuds au niveau h .

Pour les exercices 3 et 4 du pseudo-code me convient parfaitement, code Go si vous préférez.

Exercice 3 :

Pour un arbre binaire A et une profondeur p , écrire une fonction qui calcule la hauteur de la feuille la plus haute (la feuille la plus proche de la racine) :

1. Par un parcours en profondeur d'abord (récuratif)
2. Par un parcours en largeur d'abord

Exercice 4 :

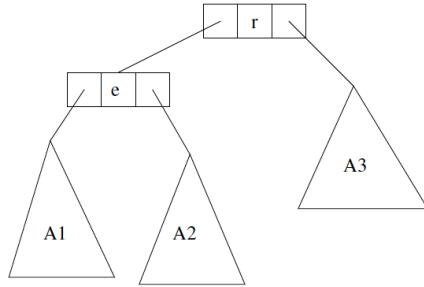
On considère un ABR étiqueté par des entiers tous différents.

Le but de cet exercice est le suivant : étant donné un ABR A, et une étiquette e présente dans l'arbre, créer un ABR B dont la racine est étiquetée par e, et dont l'ensemble des étiquettes soit le même que celui de A.

1. La méthode à utiliser est la suivante :

Soit r l'étiquette de la racine de A.

- Cas de base : si $e = r$: quel est l'arbre B ?
- Si $e < r$. Dans le cas où $e = \text{etiq}(\text{FilsGauche}(A))$, représenté sur la figure ci-dessous, montrer par un dessin comment transformer cet arbre en un ABR comportant le même ensemble d'étiquettes, et dont la racine soit étiquetée par e.



- Dessiner la transformation à apporter lorsque $e = \text{etiq}(\text{FilsDroit}(A))$.
 - Que faut-il faire si e n'est l'étiquette ni de $\text{FilsGauche}(A)$, ni de $\text{FilsDroit}(A)$?
2. En déduire une fonction récursive (cette fois-ci à écrire complètement) `changerEtiqRacine(A : ABR, e : étiquette)` dont le résultat est un ABR dont la racine est étiquetée par e (présent dans l'arbre) et dont l'ensemble des étiquettes est identique à celui de A .

Partie TP :

Après avoir implémenté la structure `Noeud` et les différentes fonctions vues en cours (contient, insertion ...):

Exercice 1 :

Implémenter une fonction qui prend en paramètre un ABR et qui renvoie l'élément minimum de cet arbre.

Exercice 2 :

Implémenter une fonction qui prend en paramètre un arbre binaire et qui calcule la taille de cet arbre (nombre de noeuds).

Exercice 3 :

Implémenter une fonction qui prend en paramètre un arbre binaire et qui calcule la hauteur de cet arbre.

Exercice 4 :

Implémenter une fonction qui prend en paramètres un arbre binaire et une profondeur p et qui calcule, par un parcours en profondeur d'abord (récuratif), le nombre de feuilles à la profondeur p .