

Descomposición espectral con imágenes

Oscar Méndez, Jeyner Arango

*Métodos Numéricos II, Universidad del Valle de Guatemala
Guatemala, Guatemala*

Resumen - En esta investigación se exploró la aplicación de la descomposición espectral mediante la Descomposición en Valores Singulares (SVD) para la compresión de imágenes, con un enfoque en la variación de parámetros clave. Se analizó cómo el ajuste del tamaño de bloque y el número de componentes influye en la calidad de la compresión y en los tiempos de procesamiento. Los resultados revelaron patrones complejos: mientras que el tamaño de bloque mostró una relación no lineal con el tiempo de ejecución, la variación de componentes presentó una relación lineal con el nivel de compresión obtenido.

I. INTRODUCCIÓN

En el campo de procesamiento de imágenes, la compresión juega un papel crucial al abordar la necesidad de reducir el espacio de almacenamiento y los requisitos de transmisión de datos sin comprometer significativamente la calidad visual. La descomposición espectral, mediante técnicas como la Descomposición en Valores Singulares (SVD), ha demostrado ser una herramienta poderosa para lograr esta optimización. En este contexto, este trabajo presenta un análisis exhaustivo de la compresión de imágenes a través de la descomposición espectral, evaluando cómo diferentes parámetros afectan la calidad de la imagen comprimida y los tiempos de procesamiento. A través de experimentos sistemáticos, se investiga la relación entre el tamaño del bloque y el número de componentes en la SVD con los resultados de compresión. Los hallazgos de este estudio tienen el potencial de contribuir al diseño y la optimización de técnicas de compresión de imágenes en aplicaciones prácticas y teóricas.

II. PROCEDIMIENTO DEL CÓDIGO

En este trabajo, se abordó la compresión de imágenes utilizando la técnica de descomposición espectral mediante programación en Python. El proceso se estructuró en diversas etapas con el objetivo de analizar cómo diferentes parámetros afectan la calidad de la imagen comprimida y los tiempos de procesamiento.

Las funciones clave se definieron meticulosamente para llevar a cabo el proceso de compresión. Por ejemplo, la función `image_to_data(I, b)` dividió la imagen en bloques de tamaño $b \times b$, convirtiendo cada bloque en un vector

unidimensional. La función `compress(X, k)` se encargó de aplicar la Descomposición en Valores Singulares (SVD) a los datos de entrada X , generando una versión comprimida con k componentes. Asimismo, la función `reduce_k(X, k)` realizó la estandarización de datos, seguida de la compresión utilizando la función `compress()`, y finalmente revirtió la estandarización para recuperar la escala original. La función `data_to_image(I, X, b)` permitió la reconstrucción de una imagen a partir de los datos comprimidos X y el tamaño del bloque b .

El análisis de compresión se llevó a cabo mediante dos series de experimentos. En primer lugar, se varió el tamaño de bloque (b) para dividir la imagen en segmentos más pequeños. Para cada valor de b , se realizaron las compresiones correspondientes con $k = 5$ y $k = 10$ componentes. Se registraron los tiempos de ejecución y se calcularon las relaciones de compresión para cada configuración.

En una segunda serie de experimentos, se mantuvo el tamaño de bloque constante ($b = 5$ y $b = 20$) y se varió el número de componentes (k) en la descomposición espectral. Los tiempos de ejecución y las relaciones de compresión se registraron para cada valor de k .

III. RESULTADOS

En este estudio, se exploraron los resultados obtenidos al aplicar la técnica de descomposición espectral para la compresión de imágenes. Para analizar cómo diferentes parámetros afectan la calidad de la imagen comprimida y los tiempos de procesamiento, se realizaron una serie de experimentos controlados. Los resultados se presentan a continuación en forma de tablas, y se hará referencia a ellas como si fueran gráficos en el informe.

A. Efecto de la variación de bloques (b) con k constante:

En la primera serie de experimentos, se mantuvo constante el número de componentes k en el proceso de descomposición y se varió la cantidad de bloques (b) en la imagen. Los resultados obtenidos para la primera imagen y la segunda imagen se muestran en las Figuras 1 y 2, respectivamente.

Figura 1: Resultados para la Primera Imagen Variando b

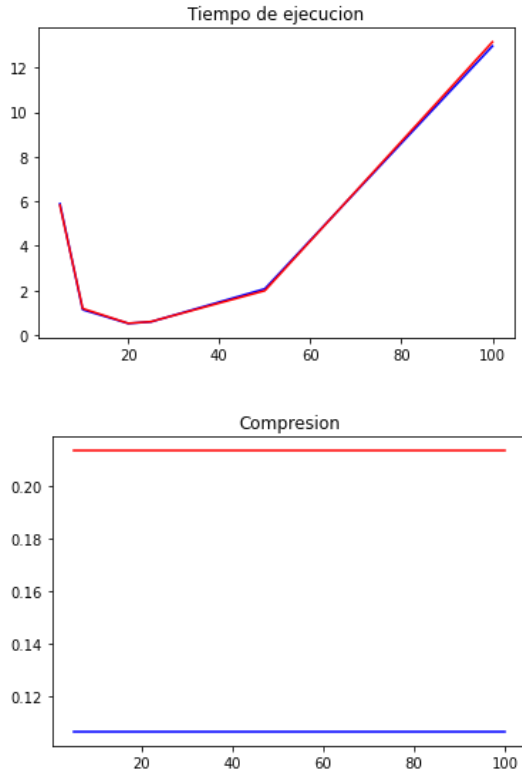
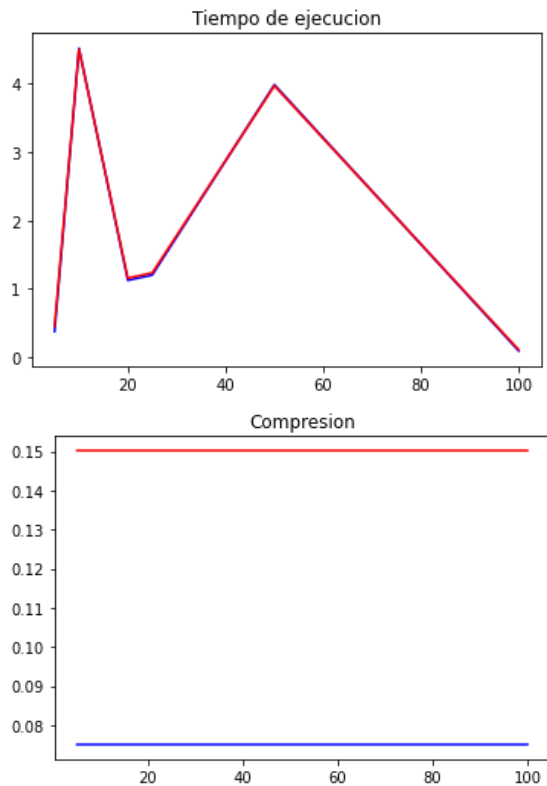


Figura 2: Resultados para la Segunda Imagen Variando b



Se observa que en ambos conjuntos de experimentos, para la primera imagen, el tiempo de ejecución disminuye al aumentar la cantidad de bloques hasta un punto de inflexión en 20 bloques. A partir de este punto, el tiempo aumenta. Sin embargo, en la segunda imagen, el tiempo sigue aumentando después de 20 bloques y vuelve a disminuir a 100 bloques. Una hipótesis planteada es que este comportamiento podría estar relacionado con la complejidad de los cálculos SVD y la forma en que se generan las matrices de descomposición.

En cuanto a la compresión de la imagen, se observa que se logra reducir significativamente el tamaño original de la imagen en ambos casos. Además, se observa que la relación de compresión es independiente del tamaño de bloque (b), ya que la compresión está influenciada principalmente por el número de componentes (k).

B. Efecto de la variación de componentes (k) con b constante:

En la segunda serie de experimentos, se mantuvo constante el tamaño de bloque (b) y se varió el número de componentes k en la descomposición espectral. Los resultados obtenidos para la primera imagen y la segunda imagen se presentan en las Figuras 3 y 4, respectivamente.

Figura 3: Resultados para la Primera Imagen Variando k

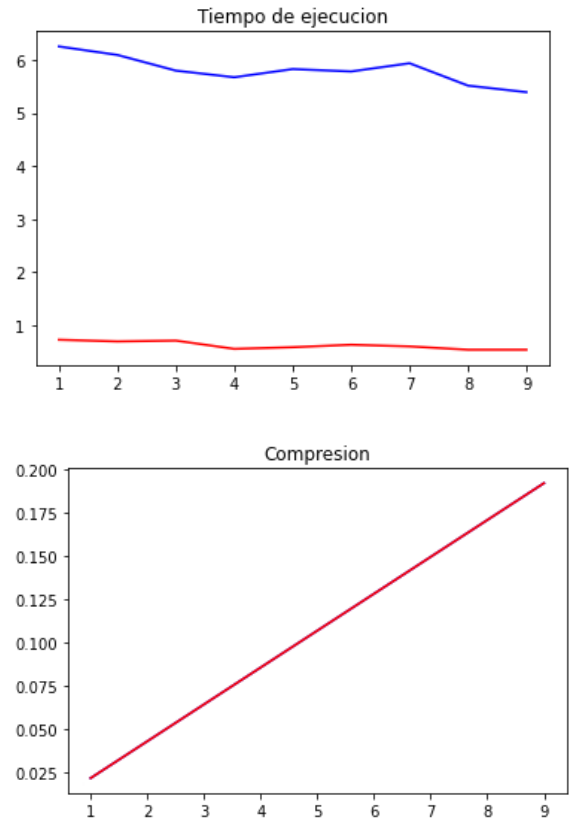
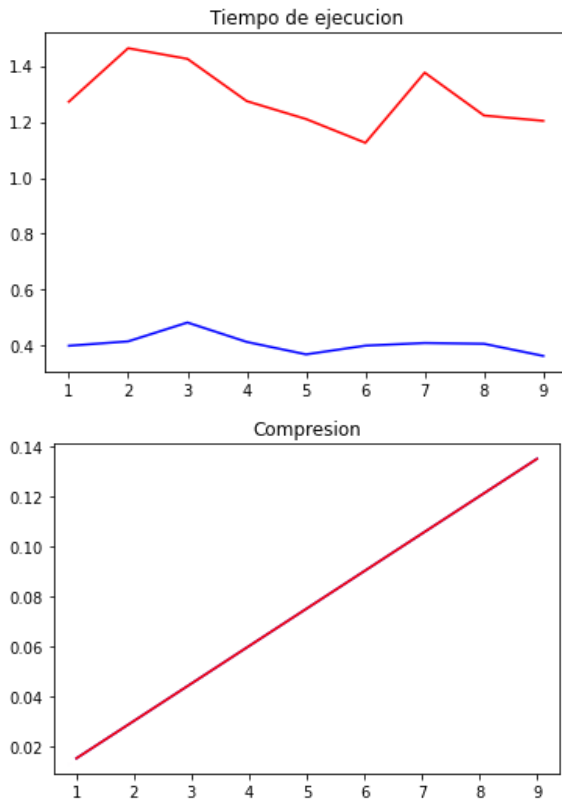


Figura 4: Resultados para la Segunda Imagen Variando k



En este conjunto de pruebas, se evidencia un comportamiento distinto en comparación con la variación de bloques. Aquí, el tiempo de ejecución no parece mostrar una tendencia clara y las diferencias no parecen depender significativamente del parámetro b. No obstante, se destaca que la compresión de las imágenes aumenta de forma lineal con el número de componentes k, independientemente del tamaño del bloque.

En resumen, el análisis sistemático de la compresión de imágenes a través de la descomposición espectral revela una relación compleja entre los parámetros de entrada y los resultados obtenidos. Los resultados sugieren que la variación de bloques (b) tiene un impacto más pronunciado en el tiempo de ejecución, mientras que la variación de componentes (k) influye en la compresión de la imagen. Estos hallazgos proporcionan una comprensión más profunda de cómo la descomposición espectral puede emplearse como técnica de compresión y cómo los parámetros afectan los resultados.

ANEXOS

C. Repositorio de Github

<https://github.com/jeyster777/Metodos-Numericos-Lista-01.git>

D. Ejemplos variando k

Figura 5: Mona Lisa con k=2 y b=5



Figura 6: Mona Lisa con k=2 y b=20

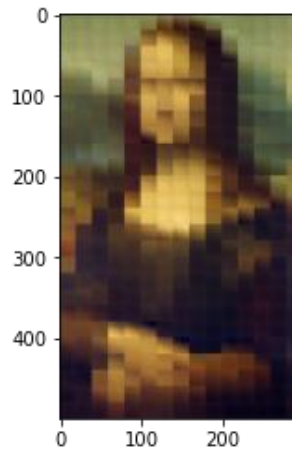


Figura 7: Mona Lisa con k=5 y b=5

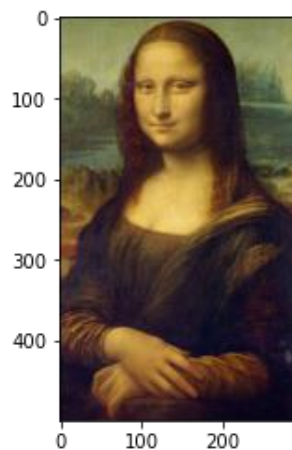


Figura 8: Ciudad con $k=10$ y $b=50$

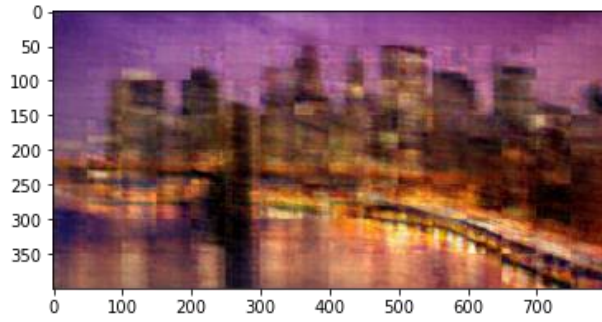


Figura 9: Ciudad con $k=2$ y $b=20$

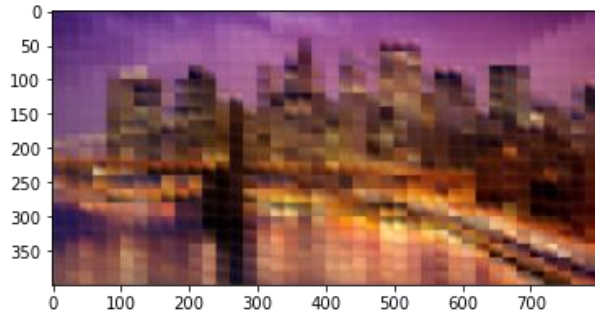


Figura 10: Ciudad con $k=10$ y $b=10$

