

Formación de imágenes por refracción con lentes

Universidad Nacional de Tucumán

Iker Algañaraz, May Juárez F., Gastón A. Lozano S., Belén N. Paz

Resumen

En este informe se comprobó la aplicabilidad del modelo que relaciona la distancia imagen de una lente con la distancia objeto, tanto para lentes convergentes como para lentes divergentes. Se controló además los supuestos del modelo, como las aberraciones cromáticas y esféricas, y se concluyó que era aplicable en ambos casos.

Introducción

La formación de imágenes con lentes es un fenómeno óptico fundamental que desempeña un papel crucial en una amplia variedad de aplicaciones, desde la fotografía hasta la medicina y la astronomía. Este informe se sumerge en los principios matemáticos y físicos que rigen la formación de imágenes con lentes.

Marco teórico

Los lentes delgados son un caso especial de lentes en el que su grosor es despreciable en comparación a las longitudes asociadas con sus propiedades ópticas, tales como la distancia objeto, la distancia imagen, y los radios de curvatura. Una propiedad de los lentes, que difiere de los espejos, son sus dos puntos focales uno a cada lado, ya que por ambos pasa luz. Además, en las lentes delgadas, estos puntos se encuentran a distancias iguales medidas desde su centro.

A partir de relaciones de triángulos congruentes al realizar los diagramas de rayos, es posible encontrar una relación de las longitudes asociadas a las propiedades ópticas, obtenien-

do la ecuación:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Donde o es la distancia objeto, i es la distancia imagen, y f es la distancia focal. Esta relación es válida para lentes delgadas y rayos paraxiales, es decir, aquellos cuyo ángulo con respecto al eje es pequeño. Es posible determinar otra relación entre la distancia objeto, el índice de refracción y los radios de curvaturas, conocida como la *ecuación del fabricante*:

$$(n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f}$$

Donde R_1 y R_2 son los radios de curvatura de los lentes. Esta relación, al igual que (1) es válida para rayos paraxiales, ya que para aquellos que formen ángulos grandes con el eje no convergen en el mismo punto.

Si se conoce la distancia focal y la posición del objeto, es posible encontrar la posición de su imagen por tres métodos: diagrama de rayos (figura 3 y 4), experimentalmente, o utilizando la ecuación (1).

Estos lentes se clasifican en dos tipos: **convergentes** y **divergentes**. Cuando un haz de ra-

rayos paralelos al eje óptico (recta que pasa por el centro geométrico de la lente y es perpendicular a sus dos caras) se refracta al pasar por la lente convergente, en una situación ideal, se dirigen al punto focal del lado opuesto por el que ingresaron, como se muestra en la figura 1, siendo F_1 y F_2 los puntos focales y f la distancia focal (siempre positiva en lentes convergentes). Si por lo contrario, el haz de rayos diverge de F_1 e incide en la lente, al refractarse será paralelo al eje. De la figura 1 se observa que los lentes convergentes son más gruesos en el centro y menos en sus bordes.

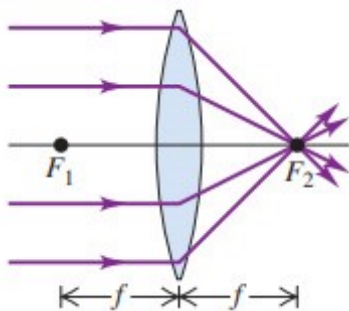


Figura 1: Lente convergente

Los lentes divergentes se caracterizan por ser más gruesos en sus bordes que en su centro. Al ser atravesados por un haz de rayos paralelos al eje óptico, emergen de la lente como si divergieran de F_2 (Fig. 2). Si los rayos incidentes parecieran converger al punto focal F_1 , al refractarse se dirigirán paralelamente al eje óptico.

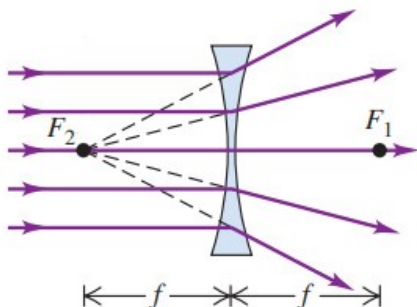


Figura 2: Lente divergente

Formación de imágenes en una lente convergente

Las imágenes formadas cuando la distancia objeto es mayor que la distancia focal son reales, siendo posible recogerlas en una pantalla. Al colocar un objeto en uno de los lados del lente, su imagen se formará del lado opuesto a este, como se muestra en la figura 3a, la imagen es invertida y más pequeña. Si la distancia objeto es menor que la distancia focal, la imagen que se forma es virtual, siendo imposible recogerla con una pantalla (la imagen se construye a partir de la prolongación de los rayos refractados), como se muestra en la figura 3b, la imagen es derecha y más grande.

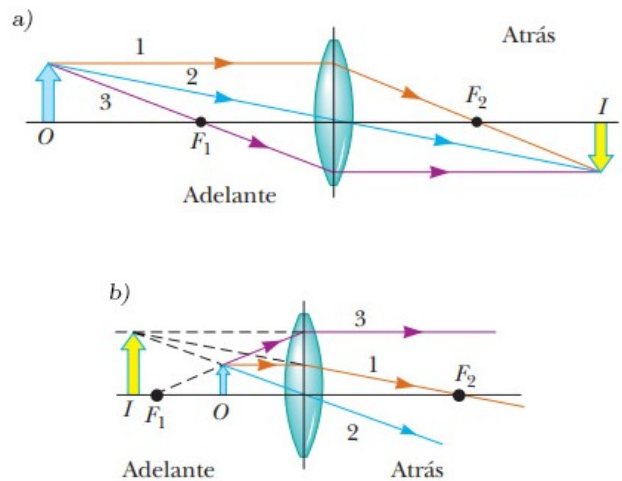


Figura 3: Diagrama de rayos, lente convergente

En la figura se muestran rayos que divergen de un punto del objeto. Para simplificar el diagrama, se trazan 3 rayos principales:

1. Rayo paralelo al eje emerge de la lente y pasa por el punto focal F_2 .
2. Rayo que pasa por el centro de la lente, la desviación no es apreciable por lo que sigue una línea recta.
3. Rayo que pasa por el punto focal F_1 y emerge paralelo al eje.

Formación de imágenes en una lente divergente

La distancia focal en las lentes divergentes es siempre negativa, es decir, se forman imágenes virtuales independientemente de la posición del objeto. Esta imagen es siempre de menor tamaño y próxima al lente, como se muestra en la figura 4.

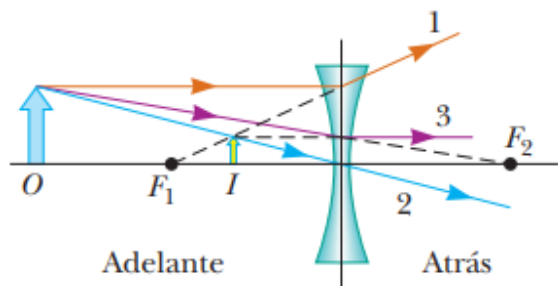


Figura 4: Diagrama de rayos, lente divergente

Al igual que la figura 3, se trazan 3 rayos:

1. Rayo paralelo al eje que al refractarse por la lente parece provenir del punto focal F_1 , se aleja de F_2 .
2. Rayo que pasa por el centro de la lente, la desviación no es apreciable por lo que sigue una línea recta.
3. Rayo con dirección de F_2 que al refractarse emerge de la lente paralelo al eje.

Aberraciones

En una situación ideal, la imagen de una lente es nítida, sin embargo en la realidad esto no sucede. Se debe a que no todos los rayos son paraxiales, por lo que no convergen en el mismo punto de los que sí lo son. Este fenómeno recibe el nombre de *aberración esférica*, ilustrada en la figura 5. El punto de convergencia de los rayos paraxiales se encuentra más lejos que aquellos que no lo son, que convergen más cerca de la lente. Es posible reducir la aberración implementando un diafragma, es decir, un orificio por el que se puede controlar

la cantidad de luz que entra. Debido a este artefacto, es posible seleccionar una mayor cantidad de rayos paraxiales y en consecuencia obtener una imagen más nítida. Sin embargo una desventaja es la disminución de luz.

Otro tipo de aberración que se presenta en los lentes es la *aberración cromática*, que se debe a la variación del índice de refracción con respecto de la longitud de onda. Al pasar luz blanca a través de una lente, se refracta de manera que los rayos azules convergen más cerca del lente y los rojos más lejos, mientras que los rayos verdes convergen en un punto intermedio, como se muestra en la figura 6.

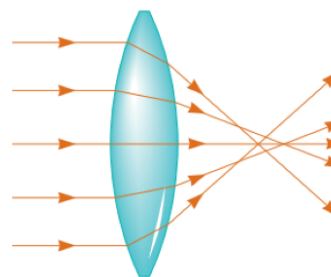


Figura 5: Aberración esférica

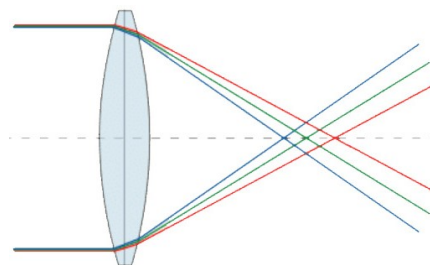


Figura 6: Aberración cromática

Método experimental

Lente convergente

Con el objetivo de comprobar experimentalmente la relación entre la distancia imagen y la distancia objeto para una lente convergente (1), hemos diseñado un sistema experimental a partir del equipo *PASCO Basic Optics System* (figura 7) con el que poder determinar si el modelo es aplicable, y en caso de serlo, usarlo para medir la distancia focal del equipo.

El sistema experimental consta de un riel milimetrado en el que colocamos una fuente luminosa en la posición 0.0, una lente convergente después de la fuente, y una pantalla detrás de la lente. La distancia objeto (o) es la distancia entre la fuente y la lente, mientras que la distancia imagen (i) será la distancia entre la lente y la pantalla.

Al momento de usar el sistema experimental, lo que se hará es mover el lente, y ver dónde está la imagen real después del cambio. Si se cumple el modelo, deberíamos de poder ver una relación lineal entre $\frac{1}{i}$ y $\frac{1}{o}$.

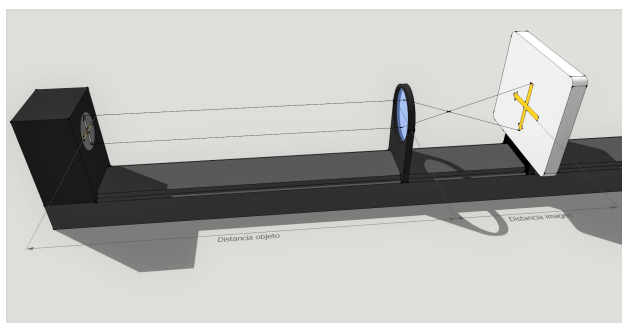


Figura 7: Sistema experimental lente convergente

Lente divergente

El sistema experimental utilizado para medir las distancias objeto e imagen de una lente divergente fue creado a partir del equipo *PASCO Basic Optics System*, el mismo hace uso de una lente convergente para conseguir rayos que incidan de forma convergente hacia la lente deseada. El diagrama se encuentra en la

figura 8, como se observa los rayos refractados por la lente divergente logran formar una imagen real cuya distancia es medible experimentalmente.

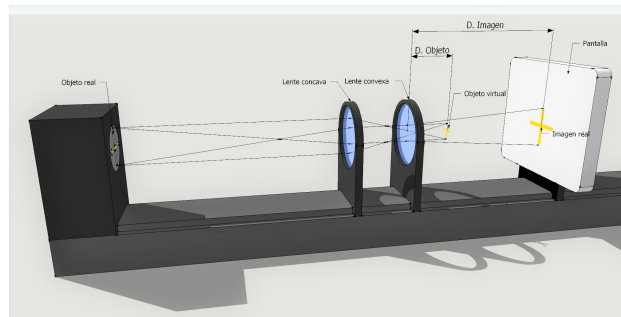


Figura 8: Diagrama experimental de la lente divergente

En la figura también se aprecia las distancia imagen (i) y objeto (o) que deseamos medir. Comenzamos ubicando la lente convergente y midiendo la posición de la imagen formada, la cual utilizaremos como *objeto virtual* para la lente divergente, a esta última la colocamos un poco antes del objeto virtual, luego comenzamos a moverla hasta que observemos que se forma la imagen en la pantalla. Una vez ubicada la posición donde la imagen es nítida, procedemos a medir la distancia de la pantalla a la lente divergente. Las mediciones se realizan de manera directa utilizando la escala horizontal ubicada sobre el riel que se observa en la figura 8, a la hora de ubicar la posición de las imágenes reales de las lentes sea ha de considerar un intervalo de longitud en el cual la imagen es nítida y no un único punto. Finalmente Para los siguientes puntos simplemente desplazamos la lente divergente (sin sobrepasar al objeto virtual), encontrando las imágenes en la pantalla, y midiendo las distancias.

Anteojo astronómico y terrestre

El telescopio de Kepler ...

Datos y resultados

Lente convergente

Las mediciones para la lente convergente son las mostradas en las tablas 1 y 2, donde como previamente mencionado en el desarrollo experimental, se fue variando la posición de la lente convergente (y por lo tanto la distancia objeto), y se determinó dónde está la imagen. Si el modelo es aplicable, deberíamos de poder ver una relación lineal entre las inversas de estos valores de la forma:

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o}$$

Por lo que la pendiente de la gráfica debe ser -1 dentro del error, y la ordenada será la inversa de la distancia focal de la lente.

El error de la distancia objeto es el error de apreciación a la hora de medir la posición de la fuente luminosa y la lente convergente. El error de la distancia imagen es la suma de los errores de apreciación de la fuente y la pantalla, y el error de definición que se tomó como la mitad del intervalo de nitidez de la imagen.

$o \pm \Delta o$ [mm]	$i \pm \Delta i$ [mm]
200 ± 2	193 ± 8
300 ± 2	148 ± 5
400 ± 2	133 ± 4
500 ± 2	125 ± 4
600 ± 2	120 ± 4
700 ± 2	116 ± 4
800 ± 2	113 ± 4
900 ± 2	113 ± 4
1000 ± 2	112 ± 4

Tabla 1: i vs o para lente convergente

$\frac{1}{o} \pm \frac{\Delta o}{o^2}$ [mm ⁻¹]	$\frac{1}{i} \pm \frac{\Delta i}{i^2}$ [mm ⁻¹]
0,00500 ± 0,00005	0,0052 ± 0,0002
0,00333 ± 0,00002	0,0068 ± 0,0002
0,00250 ± 0,00001	0,0075 ± 0,0002
0,00200 ± 0,000008	0,0080 ± 0,0003
0,001667 ± 0,000006	0,0083 ± 0,0003
0,001429 ± 0,000004	0,0086 ± 0,0003
0,001250 ± 0,000003	0,0088 ± 0,0003
0,001111 ± 0,000002	0,0088 ± 0,0003
0,001000 ± 0,000002	0,0089 ± 0,0003

Tabla 2: 1/i vs 1/o para lente convergente

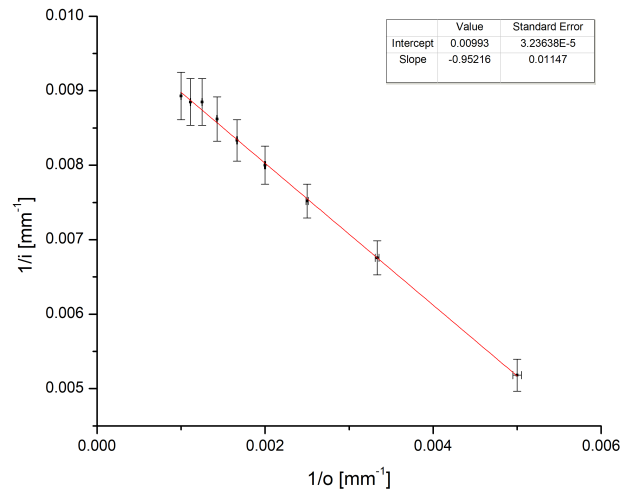


Figura 9: 1/i vs 1/o para lente convergente

Los parámetros de la recta calculados con el método de cuadrados mínimos, y con el error siendo la suma de dicho método y del método gráfico son:

Pendiente: $(-0,95 \pm 0,1)$

Ordenada: $(9,9 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$

Lente divergente

Los resultados de las mediciones del sistema de la lente divergente se encuentran colocados en la tabla 3, todas las mediciones fueron acotadas con 1 mm de apreciación y para aquellas relacionadas con las imágenes de las lentes se les agrego un error de definición el cual consiste en la mitad del intervalo de nitidez mencionado anteriormente en el desarrollo experimental. Los valores de la tabla 4 se en-

cuentran graficados en la figura 10.

o [mm]	i [mm]
(123 ± 5)	$(-73 \pm 3) \times 10$
(113 ± 5)	$(-48 \pm 2) \times 10$
(103 ± 5)	$(-34 \pm 1) \times 10$
(93 ± 5)	(-251 ± 4)
(83 ± 5)	(-192 ± 5)
(73 ± 5)	(-136 ± 2)

Tabla 3: Distancias objetos e imagen de la lente divergente

$1/o$ [mm ⁻¹]	$1/i$ [mm ⁻¹]
$(0,0082 \pm 0,0003)$	$(-0,00138 \pm 0,00006)$
$(0,0089 \pm 0,0004)$	$(-0,00208 \pm 0,00009)$
$(0,0097 \pm 0,0005)$	$(-0,00293 \pm 0,00009)$
$(0,0108 \pm 0,0006)$	$(-0,00399 \pm 0,00009)$
$(0,0121 \pm 0,0007)$	$(-0,0052 \pm 0,0002)$
$(0,0137 \pm 0,0009)$	$(-0,0074 \pm 0,0002)$

Tabla 4: Inversos de o e i para la lente divergente

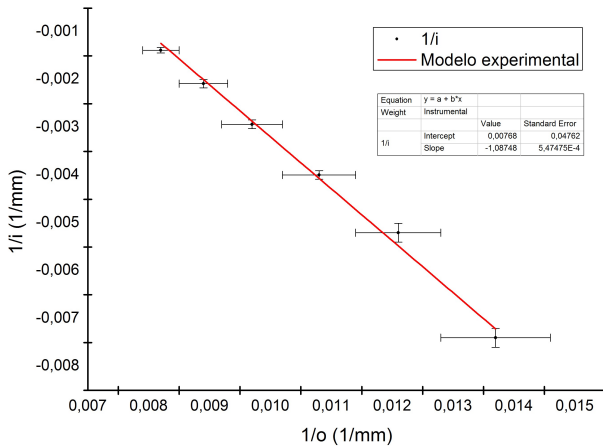


Figura 10: Gráfica de i^{-1} vs o^{-1} para la lente divergente

Los parámetros de la recta calculados con el método gráfico son:

Pendiente: $A = (-1,1 \pm 0,2)$

Ordenada: $B = (0,008 \pm 0,001) \text{ mm}^{-1}$

Tanto la gráfica de la figura 10 como la pendiente de la recta corresponden con el comportamiento que predice el modelo en , luego

podemos asignar a la ordenada al origen la relación: $B = 1/f$ y determinar la distancia focal de la lente, su valor acotado es: $f = (1,3 \pm 0,1) \cdot 10^2 \text{ mm}$.

Control de supuestos

Para verificar si en nuestro diseño experimental son o no apreciables las aberraciones de esfericidad (Fig. 5) o cromáticas (Fig. 6), controlamos los supuestos con los siguientes sistemas experimentales:

- Para las *aberraciones de esfericidad* utilizamos dos diafragmas, figura 11 y figura 12, que interfieren el camino óptico de los rayos paraxiales y de los rayos rayos marginales respectivamente.
- Para las *aberraciones cromáticas* utilizamos dos acetatos, uno de color rojo y otro de color azul, para utilizar un espectro mas acotado de la luz visible.

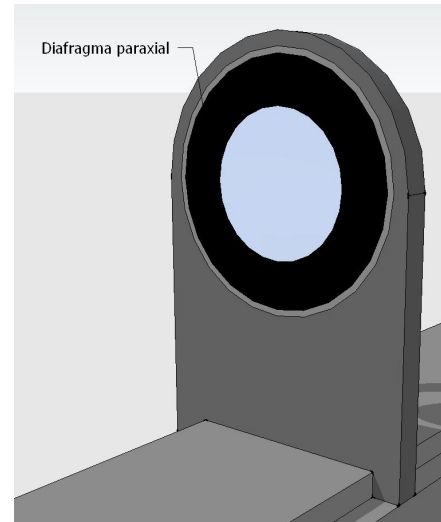


Figura 11: Diafragma paraxial

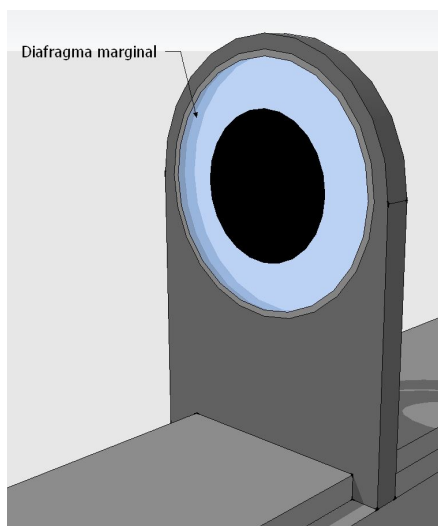


Figura 12: Diafragma marginal

Recogemos los datos de la distancia imagen y la distancia objeto con una lente convergente en la tabla 5.

Las aberraciones de esfericidad y cromáticas van a ser despreciables si se cumple la siguiente relación:

$$\Delta f_b + \Delta f_a \geq f_b - f_a \quad (2)$$

	<i>Distancia objeto</i> [mm]	<i>Distancia imagen</i> [mm]
Control	(256 ± 7)	(183 ± 8)
Diafragma paraxial	(263 ± 2)	(187 ± 3)
Diafragma periférico	(256 ± 8)	$(19 \pm 1) \times 10$
Rojo	(255 ± 6)	(186 ± 7)
Azul	(253 ± 5)	(187 ± 6)

Tabla 5: Control de supuestos

$$f = (101 \pm 3) \text{ mm}$$

La distancia focal de la lente dada por el fabricante es de 100 mm, con un mínimo error de 1 mm. La distancia focal calculada es la misma dentro del error.

Lente divergente

Control de supuestos

Referencias

- [1] Sears, Zemansky. *Física universitaria*, vol. 2, 14th ed. Pearson Education, 2018.

Conclusiones

Lente convergente

Como el valor de la pendiente está dentro de lo esperado por el modelo, y la recta se ajusta a los datos, podemos calcular la distancia focal de la lente, y nos da: