

Estudio de fuerzas ferromagnéticas usando un motor de solenoide

Juarez Ferriol May



Licenciatura en Física
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología
Universidad Nacional de Tucumán
Tucumán, Argentina

Diciembre 2023

Supervisor: Prof. Leal Sebastián

Resumen

El objetivo de este informe es el de obtener un modelo para la fuerza que existe entre un generador de campo magnético y un elemento ferromagnético, e intentar analizar esta fuerza en la vida real para ver si el modelo tiene algún tipo de sentido, sin entrar en demasiada profundidad sobre los cálculos específicos. Por limitaciones de tiempo y con el sistema experimental usado, no se llegó a un análisis real del modelo, y quedó en algo teórico con posibilidad de expansión a futuro.

Introducción

Como sabemos de los efectos magnéticos encontrados día a día, cuando acercamos un imán permanente o un electroimán a un elemento ferromagnético, éste se ve atraído a éste. ¿Pero con qué fuerza es atraído?

El conocimiento técnico requerido para responder esta pregunta es mayor al que se suele tener cuando se ve por primera vez el tema de magnetismo, así que los libros generales de física no suelen incluir su respuesta.

Vimos que se analizan fuerzas magnéticas entre dos materiales los cuales cada uno generan campo magnético. Este informe busca explicar de manera sencilla y concisa cómo podemos estimar esta fuerza entre un generador de campo magnético y un elemento ferromagnético, y usarla para distintas aplicaciones, como un motor rotatorio de solenoide, usado para muchísimas aplicaciones a lo largo del mundo, o motores lineales sincrónicos, que son los usados en los portaaviones para la propulsión de aviones, o en el tren bala de Japón para su movimiento.

Marco teórico

Campos magnéticos en solenoides

Campo magnético de un solenoide infinito en el vacío^I

Un solenoide es cualquier dispositivo físico capaz de crear un campo magnético sumamente uniforme e intenso en su interior, y muy débil en el exterior. Un ejemplo teórico es el de una bobina de hilo conductor aislado y enrollado helicoidalmente, de longitud infinita. En ese caso ideal el campo magnético sería uniforme en su interior y fuera sería nulo.

En la práctica, una aproximación real a un solenoide es un alambre aislado, de longitud finita, enrollado en forma de hélice (bobina), por el que circula una corriente eléctrica. Cuando esto sucede, se genera un campo magnético dentro de la bobina tanto más uniforme cuanto más larga sea la bobina.

^ICuando hablamos de algo infinito en el campo de la física, nos estamos refiriendo a valores relativos. En este caso consideramos infinito cuando el largo del solenoide es mucho mayor que el diámetro de éste.

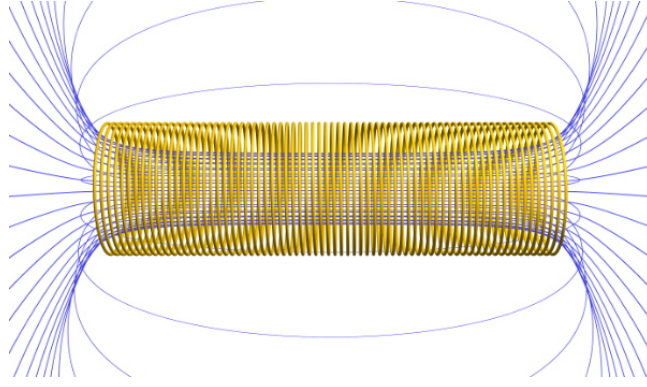


Figura 1: Solenoide en el que circula corriente. Las líneas azules representan el campo magnético

En el caso de un solenoide infinito en el vacío, se puede obtener el módulo del campo magnético en el eje axial con la ecuación (1), donde μ_0 es la constante de permeabilidad magnética en el vacío, N el número de espiras del solenoide, I la corriente que circula, y L la longitud total del solenoide.

$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{L} \quad (1)$$

Campo magnético de un solenoide finito en el vacío

En el caso de un solenoide finito, con $x = 0$ siendo el centro del solenoide, y estando en el vacío, podemos calcular el campo magnético en el eje axial con la ecuación (2).

$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2L} \left[\frac{L/2 - x}{\sqrt{(L/2 - x)^2 + r^2}} + \frac{L/2 + x}{\sqrt{(L/2 + x)^2 + r^2}} \right] \quad (2)$$

Campo magnético de un solenoide con un núcleo ferromagnético

Las ecuaciones que hemos discutido hasta ahora son válidas para solenoides en el vacío, lo que significa que la permeabilidad del campo magnético es la misma que la del vacío, μ_0 .

Si el solenoide está inmerso en un material con permeabilidad relativa μ_r , entonces el campo se incrementa proporcionalmente a esa cantidad, que podemos ver modificando la ecuación (1), obteniendo la ecuación (3).

$$B_x = \frac{\mu_r \mu_0 N I}{L} \quad (3)$$

En la mayoría de los solenoides, éste no se encuentra sumergido en un material de mayor permeabilidad, si no que parte del espacio alrededor del solenoide tiene el material de mayor permeabilidad, y parte del espacio alrededor es simplemente aire, que se comporta muy parecido al vacío. En ese caso, el efecto completo del material de mayor permeabilidad no se ve, si no que va a existir una permeabilidad efectiva, o aparente, μ_{ef} de manera que $1 \leq \mu_{ef} \leq \mu_r$.

La inclusión de un núcleo ferromagnético aumenta la permeabilidad efectiva del campo magnético, como se puede ver para un solenoide infinito en la ecuación (4).

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0 NI}{L} \quad (4)$$

Campo magnético de un solenoide finito con un núcleo ferromagnético

Si juntamos lo discutido anteriormente sobre el solenoide finito y el núcleo ferromagnético, llegamos a la ecuación (5).

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0 NI}{2L} \left[\frac{L/2 - x}{\sqrt{(L/2 - x)^2 + r^2}} + \frac{L/2 + x}{\sqrt{(L/2 + x)^2 + r^2}} \right] \quad (5)$$

En los extremos del solenoide (obtención de la ecuación en el apéndice A), el campo magnético es igual a la ecuación (6).

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0 NI}{2\sqrt{L^2 + r^2}} \quad (6)$$

Como se esperaría de un sistema en donde la dirección negativa y positiva es arbitraria y no modifica nada, los campos magnéticos son simétricos respecto al punto central del solenoide.

Elementos magnéticos

Los átomos que forman a toda la materia contienen electrones en movimiento, los cuáles forman espiras microscópicas de corriente que producen campos magnéticos. En muchos materiales, estas corrientes están orientadas al azar, y no generan un campo magnético neto. Sin embargo, en algunos materiales, un campo magnético externo puede causar que estas espiras se orienten de forma preferencial con el campo, de manera que sus campos magnéticos se sumen al campo exterior. En ese caso decimos que el material se ha magnetizado.

En base a los orígenes atómicos de las propiedades magnéticas de un material, podemos discutir tres clases generales de comportamientos magnéticos, *paramagnetismo*, *diamagnetismo*, y *ferromagnetismo*.

El paramagnetismo y el diamagnetismo están fuera del alcance de este informe, pero en síntesis, el paramagnetismo tiene un momento magnético total μ_b que al colocarse en un campo magnético externo, éste ejerce una torca sobre cada momento magnético, de acuerdo con la ecuación $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$. Estas torcas tienden a alinear los momentos magnéticos con el campo, donde en esa posición las direcciones de las espiras de corriente son tales que se suman al campo magnético externo. El campo magnético en cualquier punto del material es mayor por un factor μ_r , que para sólidos y líquidos paramagnéticos comunes, suele variar entre 1.00001 a 1.003, es decir, muy poca variación respecto a 1, además de que disminuye cuando aumenta la temperatura, al aumentar el movimiento térmico aleatorio, el cual tiende a distribuir sus orientaciones al azar.

El diamagnetismo es el material en el que ante la presencia de campos magnéticos externos, altera los movimientos de los electrones dentro de los átomos, generando espiras de corriente adicionales y dipolos magnéticos inducidos cuya dirección del campo magnético adicional provocados por éstos es siempre opuesta a la dirección del campo externo. Por lo tanto, la permeabilidad relativa es siempre ligeramente menor que 1, comúnmente del orden 0.999990 a 0.99999. Este valor es casi independiente de la temperatura.

Ferromagnetismo

En los materiales ferromagnéticos, las interacciones fuertes entre los momentos magnéticos atómicos los llevan a alinearse paralelamente entre sí, en regiones llamadas *dominios magnéticos*, aún cuando no están en presencia de un campo magnético externo. Dentro de cada dominio, casi todos los momentos magnéticos atómicos son paralelos.

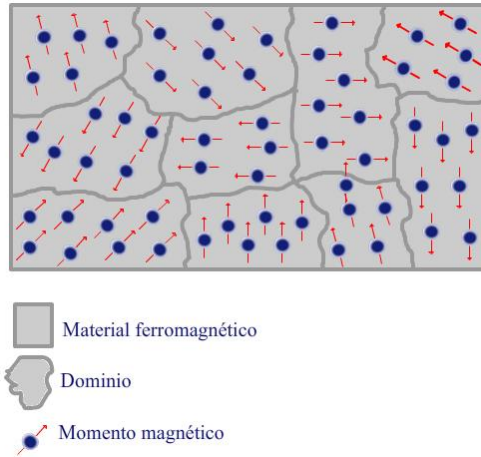


Figura 2: Dominios magnéticos en un material ferromagnético

Cuando no hay un campo magnético externo aplicado, las magnetizaciones de los dominios están orientadas al azar, pero cuando se aplica un campo externo \vec{B}_0 , los dominios tienden a ordenarse paralelos al campo. Las fronteras de los dominios también tienden a desplazarse; los dominios magnetizados en dirección del campo crecen, y aquellos que están en otras direcciones disminuyen. La permeabilidad relativa μ_r de los materiales ferromagnéticos es mucho mayor a la unidad, típicamente del rango de 1.000 a 100.000. Por lo tanto, un material ferromagnético como el hierro es fuertemente magnetizado por el campo de un imán permanente o electroimán y es atraído por éste.

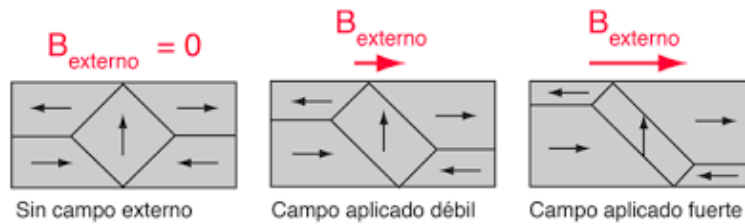


Figura 3: Dominios magnéticos en un material ferromagnético con un campo magnético externo aplicado

Magnetización

El campo adicional \vec{B} producido por espiras de corriente microscópicas de los electrones, es proporcional al momento magnético total $\vec{\mu}$ por unidad de volumen V en el material. Esta cantidad vectorial recibe el nombre de magnetización del material.

$$\vec{M} = \frac{\mu_{\text{total}}}{V} \quad (7)$$

El campo magnético adicional debido a la magnetización del material es igual a $\mu_0 \vec{M}$. Cuando un material de este tipo rodea por completo a un conductor portador de corriente, el campo magnético del material está dado por la ecuación (8), donde \vec{B}_0 es el campo generado por la corriente en el conductor.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} \quad (8)$$

Fuerza causada por un campo magnético externo a un elemento ferromagnético

Una magnetización M dentro de un volumen V encerrado por una superficie S es equivalente a una densidad volumétrica de corriente $J_m = \nabla \times M$ y una densidad superficial de corriente $(M \times n)$. En la ausencia de corrientes macroscópicas, la fuerza magnética total en el cuerpo se puede calcular con la ecuación (9). [3]

$$F = - \int_V (\nabla \cdot M) B_e d^3x + \int_S (M \cdot n) B_e da \quad (9)$$

B_e es la inducción magnética aplicada, sin contar la propia. Si la distribución de la magnetización no es discontinua, la superficie se puede considerar en el infinito, y la fuerza se puede calcular únicamente con la integral de volumen.

$$F = - \int_V (\nabla \cdot M) B_e d^3x \quad (10)$$

Materiales, métodos y recolección de datos

Motor de solenoide

El motor de solenoide fue creado por Darío Edgardo Ponzetti y donado a la facultad.

Su funcionamiento se basa en un circuito de corriente continua, constituido por una fuente de tensión variable de 1.5 V a 12 V conectada en serie a un solenoide corto, de alambre esmaltado de cobre de 0.6 mm de diámetro. Dicha conexión permite la generación de un campo magnético intenso en el eje de la bobina, originando el desplazamiento de un pistón (núcleo ferromagnético) ubicado coaxialmente dentro de la misma. El resto del equipo consta de un sistema de transmisión que imprime movimiento de rotación durante medio ciclo a un eje conformado también por un volante de inercia el cual entregará torque en el restante semiciclo, razón por la cual se incluye al sistema una leva que accionará la bobina y la desconectará mediante un switch “final de carrera”.

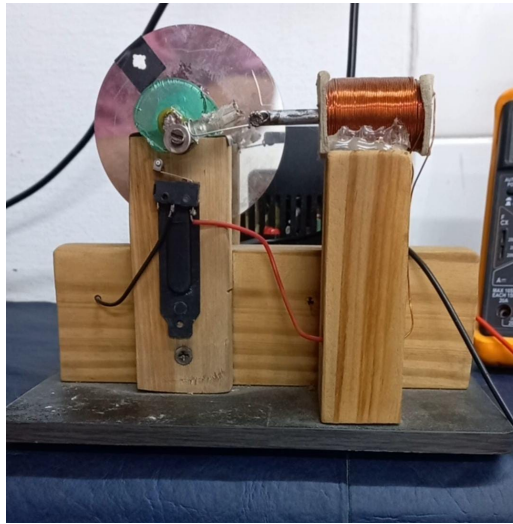


Figura 4: Motor solenoide

Métodos

Utilizando el motor de solenoide, y un voltímetro, se fue variando la tensión proporcionada por la fuente de corriente continua, y se graficó el movimiento lineal del pistón usando Tracker, el cual tiene el mismo período que el movimiento angular del disco de inercia.

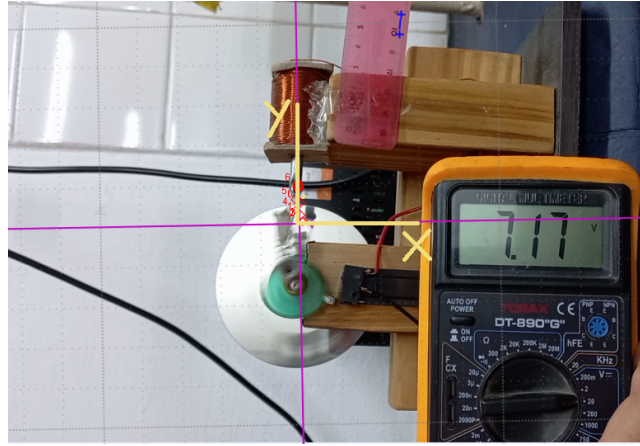


Figura 5: Sistema de coordenadas para la gráfica de movimiento lineal del pistón

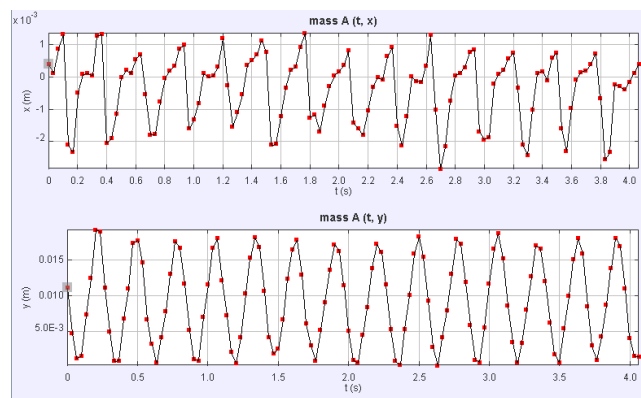


Figura 6: Gráfica de movimiento lineal del pistón para un valor de 7 V

No nos interesan los valores de movimiento que se encuentren en el eje de las abscisas, ya que estamos ante el supuesto de que el movimiento es coaxial al solenoide.

Con estos datos medidos, se calculó numéricamente la segunda derivada y se obtuvo la aceleración en función del tiempo.

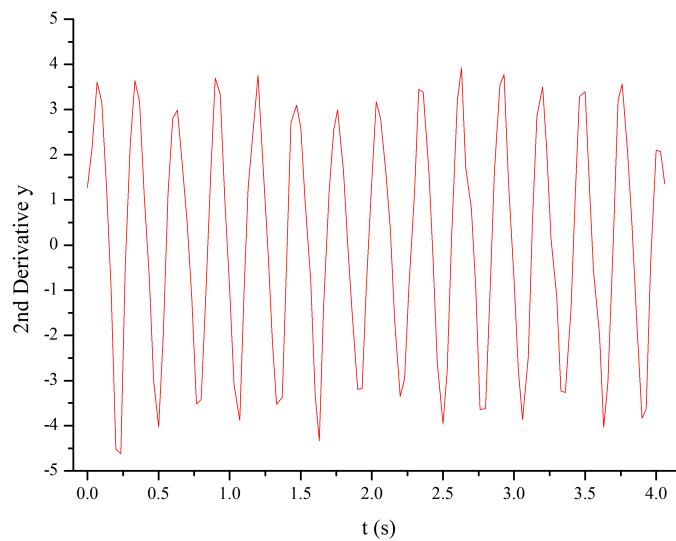


Figura 7: Gráfica de aceleración en función del tiempo del pistón para un valor de 7 V

Resultados

Haciendo un promedio de las aceleraciones máximas, podemos obtener la aceleración máxima promedio.

$$a_{max} = 3,47 \frac{m}{s^2}$$

Podemos estimar la masa del pistón usando mediciones de su geometría y la densidad del hierro.

$$m_p = \pi r^2 l \delta_{hierro}$$

$$m_p = \pi (3 \times 10^{-3} m)^2 0,05 m 7870 \frac{kg}{m^3}$$

$$m_p = 0,011 kg$$

Por lo que podemos obtener la fuerza estimada máxima ejercida por el electroimán, usando la segunda ley de Newton.

$$F_{max} = 0,011 kg \cdot 3,47 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{max} = 0,038 N$$

Estimado teórico

En base a la ecuación (10), el objetivo fue el de estimar un rango de valores para la permeabilidad efectiva del nucleo de hierro para obtener la fuerza estimada máxima empírica. Sin embargo, esto es imposible de hacer en este caso, ya que el campo magnético está variando de manera muy compleja a cada momento, dado que el pistón no ocupa toda la longitud del solenoide, si no que varía entre ocupar la mitad de éste y prácticamente nada, cambiando el valor de la permabilidad efectiva y del campo magnético del solenoide.

Conclusión y discusiones

Resumen e implicación de los resultados

Se obtuvo empíricamente una fuerza estimada máxima ejercida por el electroimán de 0.038 N.

No se pudo comparar este valor con el modelo teórico por una complejidad demasiado grande dada por el sistema experimental.

Sin embargo, se propone investigar este modelo teórico en futuras investigaciones.

Futuras investigaciones

Para futuras investigaciones, sería correcta la construcción de un sistema más preciso para medir la aceleración causada por el electroimán, como un propulsor usando un motor lineal sincrónico, donde se colocan 2 sensores de efecto Hall en el comienzo y el final de un par de solenoides colocados al lado de un raíl en el que estaría un elemento ferromagnético. Estos sensores cumplirían la función de apagar el solenoide cuando el elemento ferromagnético pase

por ese sitio (de manera electrónica, en lugar de la manera mecánica del motor de solenoide), y de obtener el tiempo que tarda en moverse del primer sensor al siguiente.

En el caso de utilizar el mismo sistema del motor de solenoide, sería correcto el usar un pistón más extenso, que en todo momento esté actuando como núcleo del solenoide, ya que en este caso varía entre estar ocupando la mitad del largo del solenoide a estar casi completamente en el exterior, y hace que la permeabilidad efectiva esté cambiando constantemente, y por lo tanto el campo magnético del solenoide.

Agradecimientos

Mis agradecimientos son al profesor Leal Sebastián, el cual me ayudó con la obtención del motor del solenoide, su arreglo, las mediciones que fueron necesarias, con el modelo teórico, y en general con su apoyo en este trabajo.

También quiero agradecer al profesor Soria Francisco y a la profesora Molina Maria Laura por darme el conocimiento necesario para abordar este tema, y por ser en general muy buenos profesores siempre dispuestos a ayudar.

Por último quiero agradecer a Paz Belén por ofrecer su compañía y su apoyo moral siempre que era necesario a lo largo de este trabajo y este año.

Apéndice A - Campo magnético en los extremos del solenoide

Empezando por la ecuación de campo magnético de un solenoide finito con un núcleo ferromagnético (5).

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0NI}{2L} \left[\frac{L/2 - x}{\sqrt{(L/2 - x)^2 + r^2}} + \frac{L/2 + x}{\sqrt{(L/2 + x)^2 + r^2}} \right]$$

En el extremo izquierdo ($x = -L/2$)

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0NI}{2L} \left[\frac{L/2 - (-L/2)}{\sqrt{(L/2 - (-L/2))^2 + r^2}} + \frac{L/2 + (-L/2)}{\sqrt{(L/2 + (-L/2))^2 + r^2}} \right]$$

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0NI}{2L} \left[\frac{L/2 + L/2}{\sqrt{(L/2 + L/2)^2 + r^2}} + \frac{L/2 - L/2}{\sqrt{(L/2 - L/2)^2 + r^2}} \right]$$

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0NI}{2L} \left[\frac{L}{\sqrt{L^2 + r^2}} \right]$$

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0NI}{2\sqrt{L^2 + r^2}}$$

De manera análoga en el extremo derecho ($x = L/2$)

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0 NI}{2L} \left[\frac{L/2 - (L/2)}{\sqrt{(L/2 - (L/2))^2 + r^2}} + \frac{L/2 + (L/2)}{\sqrt{(L/2 + (L/2))^2 + r^2}} \right]$$

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0 NI}{2L} \left[\frac{L/2 - L/2}{\sqrt{(L/2 - L/2)^2 + r^2}} + \frac{L/2 + L/2}{\sqrt{(L/2 + L/2)^2 + r^2}} \right]$$

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0 NI}{2L} \left[\frac{L}{\sqrt{L^2 + r^2}} \right]$$

$$B_x = \frac{\mu_{ef}\mu_0 NI}{2\sqrt{L^2 + r^2}}$$

Referencias

- [1] D. E. Ponzetti, *Proyecto experimental: Motor solenoide*. (Tucumán, 2018)
- [2] H. D. Young, R. A. Freedman, *Sears and Zemansky's University Physics: with Modern Physics*, 14th ed. (Pearson, San Francisco, 2015).
- [3] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed. (Wiley, New York, 1999).