Entrega Práctica 5 EDyA II

Farizano, Juan Ignacio

Análisis de costos

Función cons:

Sea h la altura del árbol, las recurrencias del trabajo y la profundidad para la función cons son:

$$W_{cons}(h) = W_{cons}(h-1) + 1 = (W_{cons}(h-2) + 1) + 1 = ... = W_{cons}(1) + 1 + ... + 1 = \sum_{i=1}^{h} i$$

$$S_{cons}(h) = S_{cons}(h-1) + 1$$

Supongo que $W_{cons}(h) \in O(h)$ y demuestro por el método de substitución, luego:

$$W_{cons}(h) = W_{cons}(h-1) + 1 \underset{\text{HI}}{\leq} c \cdot (h-1) + 1 = c \cdot h - c + 1 \underset{c \geq 1}{\leq} c \cdot h - c + c = c \cdot h$$

Por lo tanto $W_{cons}(h) \in O(h)$ (análogo para $S_{cons}(h) \in O(h)$)

Función tabulate:

Sea n el tamaño del árbol y f la función dada como argumento, supongo que la complejidad de esta función es una constante k_f. La recurrencia del trabajo de la función tabulate es:

$$W_{tabulate}(n) = W_{tabulate}(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) + k_f + W_{tabulate}(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) = 2 \cdot W_{tabulate}(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) + k_f$$

Supongo que $W_{tabulate}(n) \in O(n)$ y demuestro por método de substitución, luego:

$$W_{tabulate}(n) = 2 \cdot W_{tabulate}(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) + k_f \underset{\text{HI}}{\leq} 2 \cdot c \cdot \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + k_f \leq 2 \cdot c \cdot \frac{n}{2} + k_f \leq c \cdot n$$

Por lo tanto $W_{tabulate}(n) \in O(n)$

La recurrencia de la profundidad de la función tabulate es:

$$S_{tabulate}(n) = max(S_{tabulate}(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor), S_{tabulate}(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor)) + k_f = S_{tabulate}(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) + k_f$$

Supongo que $S_{tabulate}(n) \in O(lg\ n)$ y demuestro por método de substitución, luego:

$$S_{tabulate}(n) = S_{tabulate}(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) + k_f \underset{\text{HI}}{\leq} c \ \cdot lg(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) + k_f \leq c \ \cdot lg(\frac{n}{2}) + k_f = c \ \cdot lg\ n + c \ \cdot lg\ 2 + k_f$$

$$= c \ \cdot lg\ n - c + k_f \leq c \cdot lg\ n$$

Por lo tanto $S_{tabulate}(n) \in O(lg\ n)$

Función take:

Sea h la altura del árbol.

$$W_{take}(h) = W_{take}(h-1) + 1 = (W_{take}(h-2) + 1) + 1 = ... = W_{take}(1) + 1 + ... + 1 = \sum_{i=1}^{h} i$$

$$S_{take}(h) = S_{take}(h-1) + 1$$

La demostración del costo de la función take es análoga a la de la función cons, por lo tanto $W_{take}(h) \in O(h)$ y $S_{take}(h) \in O(h)$