

Pracna 6

Dado $\alpha \in \mathbb{R}$, Sea A la matriz $n \times n$ dada por

$$A(i, j) = \begin{cases} \alpha & \text{si } i = j \\ (-1)^j & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Determina la convergencia del método de Jacobi utilizando la matriz A usando el criterio de la matriz diagonal dominante.

Por def. A es diagonal dominante si $|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$

Reemplazando los coeficientes mediante la def. de A obtenemos

$$|\alpha| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |(-1)^j| = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n 1 = (n-1) \Leftrightarrow |\alpha| > (n-1)$$

o sea la sucesión generada por el método de Jacobi converge a la solución

si y solo si $|\alpha| > (n-1)$.