Trabajo Práctico 2: Análisis de Costos

Farizano, Juan Ignacio   Mellino, Natalia

Implementación de Secuencias con Listas

Función mapS

(completar xd)

Función appendS

Trabajo:

Sean n y m las longitudes de las listas que recibe como argumento la función `appendS`, podemos ver que la recurrencia para el trabajo nos queda expresada como:

$$W(n+m) = W(n+m-1) + k$$

Donde k es una constante.

Podemos demostrar fácilmente por inducción que $W \in O(n+m)$:

$$\begin{aligned} W(n+m) &= W(n+m-1) + k \\ &\leq c(n+m-1) + k \rightarrow \text{HI} \\ &\leq c(n+m) - c + k \\ &\leq c(n+m) \iff c \geq k \end{aligned}$$

Por lo tanto $W \in O(n+m)$

Profundidad:

Para la profundidad, la recurrencia nos queda expresada igual que la del trabajo:

$$S(n+m) = S(n+m-1) + k \quad \in O(n+m)$$

Es decir, tanto el trabajo como la profundidad de la función `appendS` son del orden de la suma de la longitud de ambas listas.

Función reduceS

Trabajo:

La recurrencia para `reduceS` la podemos expresar de la siguiente manera (recordemos que se asume que la función que recibe como argumento es de orden constante):

$$W(n) = W(\frac{n}{2}) + W_{contract}(n) + k$$

Ahora necesitamos saber que orden tiene $W_{contract}(n)$, observemos que su recurrencia es de la forma:

$$W_{contract(n)} = W_{contract}(n-2) + k$$

Podemos demostrar que $W_{contract} \in O(n)$:

$$\begin{aligned} W_{contract}(n) &= W_{contract}(n-2) + k \\ &\leq c(n-2) + k \to \text{HI} \\ &\leq cn - 2c + k \\ &\leq cn \iff c \geq \frac{k}{2} \end{aligned}$$

Ahora, utilizando el tercer caso del **Teorema Maestro** podemos probar que $W(n) \in O(n\ lg\ n)$, debemos ver dos cosas:

Sean $a = 1,\ b = 2$

- Existe $\epsilon > 0$ tal que $f(n) \in \Omega(n^{lg_2 1+\epsilon})$: de hecho, como $f(n)$ es $O(n)$ basta tomar $\epsilon = 1$ y trivialmente se satisface la condición
- Existe $c < 1$ y $N \in \mathbb{N}$ tal que para todo $n > N$, $1 \cdot f(\frac{n}{2}) \leq c \cdot f(n)$: nuevamente, como $f(n)$ es $O(n)$, podemos tomar $c = \frac{1}{2}$ y $N = 1$ y se cumple: $\frac{n}{2} \leq \frac{1}{2}n$.

Entonces, como se cumplen las hipótesis del Teorema, podemos decir que $W \in O(f(n))$ y como $f(n) \in O(n)$, por transitividad, resulta $W \in O(n)$.

Profundidad:
xd

Función scanS

(completar xd)

Implementación de Secuencias con Arreglos

Función mapS

(completar xd)

Función appendS

(completar xd)

Función reduceS

(completar xd)

Función scanS

(completar xd)