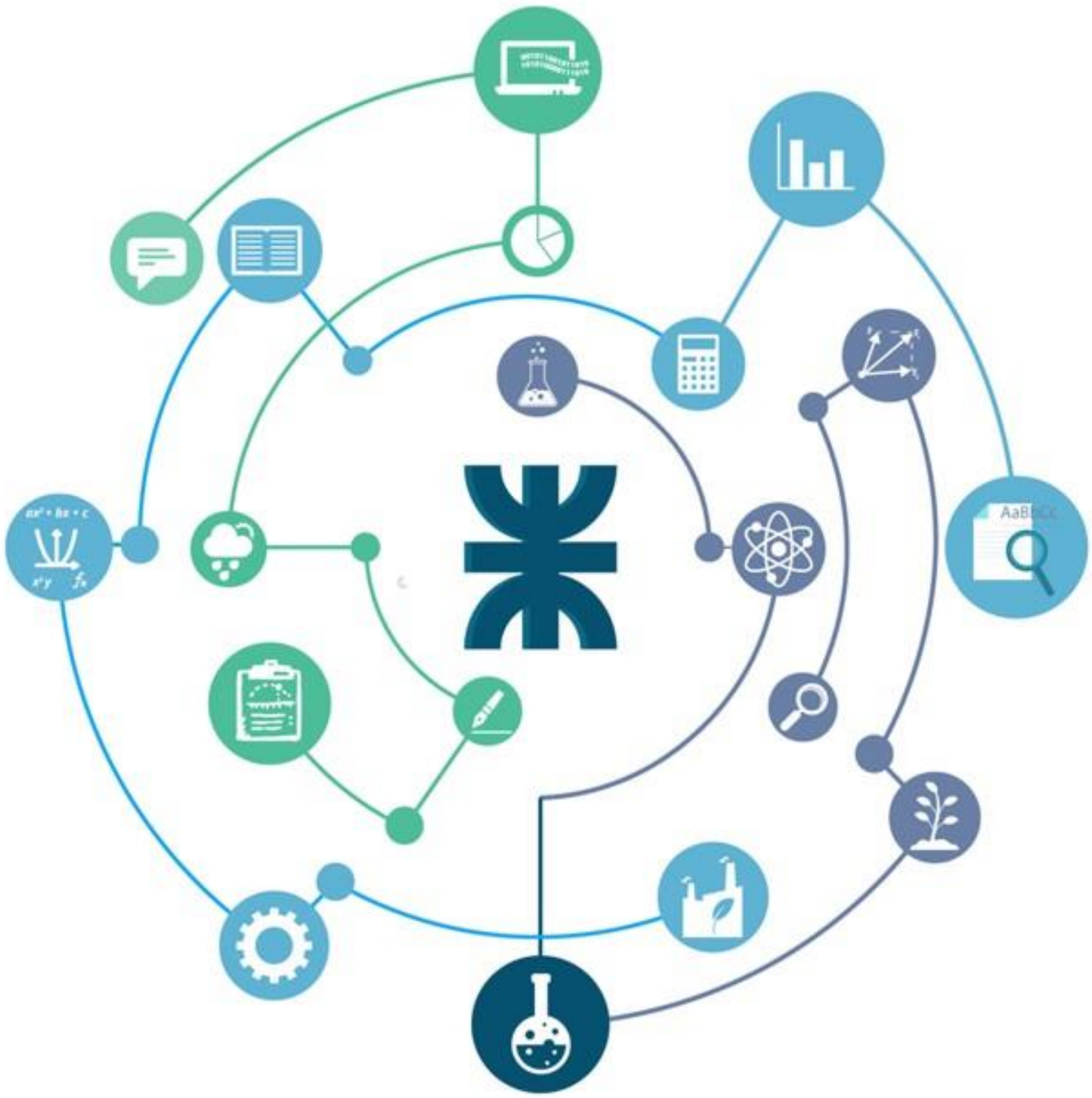


Matemática

Números Irracionales

PROYECTO DE MEJORA DE FORMACIÓN EN
CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES EN LA ESCUELA SECUNDARIA

DIRECCIÓN DE PLANEAMIENTO ACADÉMICO
SEMINARIO UNIVERSITARIO

UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL
RESISTENCIA

Decana
Mg. Ing. Liliana R. Cuenca Pletsch

Vicedecano
Ing. Gustavo Alberto Bernaola

Secretario Académico
Ing. Fernando H. Soria

Directora de Planeamiento Académico
Lic. María del Carmen Maurel

Coordinación Seminario Universitario
Ing. Claudia R. García

Equipo de Diseño y Producción de contenidos
Matemática: Ing. Claudia García
Física: Prof.ª Mariana Cancián
Química: Ing. Yanina Zuazquita

Resistencia, Octubre 2016.

CONTENIDOS

Números naturales, racionales, irracionales y reales. Operaciones con conjuntos numéricos. Representación gráfica. Propiedades algebraicas de los números reales os. Potenciación. Radicación. Propiedades. Números Irracionales y su representación en la recta real. Operaciones con radicales. Racionalización.

DESTINATARIOS

Este material está destinado a estudiantes de 2°- 3° año de nivel secundario de todas las modalidades.

COMPETENCIAS

Reconocer y caracterizar el conjunto de los números irracionales y sus propiedades como un medio para modelizar situaciones problemáticas propias de las matemáticas y de su aplicación en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

INDICADORES DE LOGRO

- Aplica correctamente el orden de las operaciones elementales.
- Define e identifica las diferentes formas de representación de los conjuntos numéricos.
- Resuelve problemas en los que intervienen conjuntos numéricos.
- Maneja adecuadamente la ley de signos y los símbolos de agrupación (llaves, corchetes, paréntesis).
- Clasifica un número dado en un conjunto numérico específico.

1 CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

Diseñamos este material didáctico para apoyar el proceso de aprendizaje de alumnos de nivel secundario, con el fin de afianzar saberes necesarios para el ingreso al nivel universitario y, en especial, a las carreras de ingeniería.
En él hacemos un recorrido por los conceptos básicos de los Números Irracionales y las operaciones con radicales, con el propósito de integrar las distintas propiedades de las operaciones de este conjunto de números.
Desarrollamos los contenidos con el apoyo de videos y ejercicios de comprobación de lo aprendido. Además, los presentamos de manera tal que puedan ser utilizados tanto en formato impreso como en soporte digital.

1) NÚMEROS IRRACIONALES-RADICALES

En el siguiente problema encontrarás una aplicación de los **números irracionales** y de operaciones con **radicales**. Te sugerimos que leas atentamente el planteo y completes los datos cuando sea necesario.

La torre de cubos[1]

Un juguete para chicos está formado por una serie de cubos huecos de distinto tamaño a los que les falta una de sus caras: además de poder apilarse formando una torre, se pueden meter uno dentro de otro.
Para el diseño de este juguete habrá que tener en cuenta algunos requerimientos:

☑ Para adaptarse al envase previsto, el volumen del cubo más grande debe ser de 960 cm^3.

☑ Por razones de seguridad, la arista del cubo más pequeño no puede medir menos de 4 cm.

☑ Para que encajen en la forma adecuada, la diferencia entre las aristas de dos cubos consecutivos debe ser de 0.7 cm.

☑ La altura total de la torre no puede superar los 62 cm.

☑ El juego resulta más atractivo cuanto mayor sea la cantidad de cubos que lo componen.

¿Cuántos cubos compondrán el juego y cuál será la altura de la torre que se puede armar con todos ellos?

Comencemos por calcular la medida de las aristas del cubo mayor.
Si llamamos *V* al volumen de centímetros cúbicos y *A* a la arista en centímetros, resulta:

$$A^3 = V \quad \Rightarrow A^3 = 960 \Rightarrow \quad A = \sqrt[3]{960}$$

[1] Problema y actividades extraídas de: **KACZOR**, P. J. *et al.* (2000). *Matemática I*, Buenos Aires: Santillana, pp. 30-31.

Si tratamos de calcular con la calculadora $\sqrt[3]{960}$, vemos que el resultado es un ***número irracional,*** por lo cual podemos leer sólo una aproximación de cierta cantidad de cifras.
Consideremos al radical $\sqrt[3]{960}$ como la medida exacta de A y trabajemos con esta expresión.

Para calcular las medidas de los otros cubos y la altura de la torre podemos plantear una tabla donde calculemos las aristas y la altura de la torre.
Observen atentamente el modo en que operamos y completen los cálculos en la tabla, para controlar si respetan los topes permitidos para la altura de la torre y la arista del cubo más chico, aproximen cada valor obtenido redondeándolo a los dos décimos.

	Arista (cm)		Altura de la torre (cm)	
	Valor exacto	**Valor Aproximado**	**Cálculo y valor exacto**	**Valor Aproximado**
Cubo 1	$\sqrt[3]{960}$	9.9	$\sqrt[3]{960}$	9.9
Cubo 2	$\sqrt[3]{960}-0.7$	9.2	$\sqrt[3]{960}+\sqrt[3]{960}-0.7$	19.0
Cubo 3	$\sqrt[3]{960}-1.4$	8.5	$2\sqrt[3]{960}-0.7+\sqrt[3]{960}-1.4$	27.5
Cubo 4	$\sqrt[3]{960}-2.1$	7.8	$3\sqrt[3]{960}-1.4+\sqrt[3]{960}-2.1$	35.3
Cubo 5	$\sqrt[3]{960}-\cdots..$	……….	$\ldots.\sqrt[3]{960}+\sqrt[3]{960}-\cdots..$	42.3
Cubo 6	…………….	………..	………..………………..	………….

Si observamos con 6 cubos no alcanzamos a completar la altura requerida para la torre de cubos, entonces debemos seguir calculando.
Luego de hacer los cálculos, comprobamos que si se agrega el cubo ………, se supera la altura permitida para la torre. Entonces, de acuerdo con las condiciones establecidas, el juguete estará compuesto por ………. cubos que al ser apilados formarán una torre de ………….. $\sqrt[3]{960}$ - ……………. cm de altura. Es decir que tendrá una altura aproximada de ………. cm y la arista del cubo mas chico medirá aproximadamente……….. cm.

Sigamos pensando un poco más con este problema:

Situación 1
Jugando, Martin apiló los cubos 1, 3 y 7, y Paula hizo lo mismo con los cubos 2, 4 y 6. ¿Cuál de las dos torres resultó más alta?

Situación 2
Calculá la diferencia exacta entre la torre de Martín y la de Paula.

Situación 3
Martín intentó armar una torre de cubos invertida, comenzando con el más pequeño y apilándolos de menor a mayor, sin saltearse ninguno. Pero Paula lo derribó en el

momento en que tenía una altura de entre 20 y 25 cm. ¿Cuántos cubos había llegado a colocar Martin?

Para poder resolver estas situaciones de nuestro problema vamos primero a profundizar sobre algunos conceptos de los números irracionales.

Podemos decir que los **números irracionales** son aquellos que poseen infinitas cifras decimales no periódicas, que por lo tanto no pueden ser expresados como fracciones. Son ejemplos de estos números: $\sqrt[2]{2}, \sqrt[3]{5}, \pi, el\ numero\ de\ oro\ \varphi = \frac{1+\sqrt[2]{5}}{2}$, etc.

A continuación, trabajaremos con el conjunto de números irracionales representados por radicales cuya resolución tiene infinitas cifras decimales.

El término radical se usa para referirse a expresiones del tipo:

$$k \cdot \sqrt[n]{a}\ ,\ \ k \in \mathbb{R}$$

Ejemplo:
$\sqrt[2]{4} = 2 \ \in \ \mathbb{R}$
$\sqrt[3]{7} \ = \ 1.912931182 \ldots \ldots . \in \mathbb{I}$
En nuestro problema de los cubos, el radical $\sqrt[3]{960}$ es un **número irracional.**

Por medio de la visualización del siguiente video podrás ampliar el concepto de *números irracionales*:

[Introducción a los números racionales]

1.1 OPERACIONES CON NÚMEROS IRRACIONALES.

Te sugerimos repasar algunas de las operaciones básicas con números reales para poder comprender las operaciones con radicales, por medio del siguiente *link*:

Operaciones básicas con números reales.

1.1.1 Radicales semejantes

Dos radicales son semejantes cuando tienen igual índice y el mismo radicando.

Ejemplo:

- Radicales semejantes: $\sqrt{5}$ y $3\sqrt{5}$

- Radicales no semejantes: -$\sqrt{7}$ y $\sqrt[3]{7}$

1.1.2 Adición y sustracción de radicales

Solo es posible sumar o restar términos que contienen radicales semejantes.
Para sumar o restar radicales semejantes extraemos factor común del radical semejante y después realizamos la suma algebraica.

Ejemplos:

En nuestro problema para calcular las dimensiones de la torre con 6 cubos teníamos:

$$5\sqrt[3]{960} - 7 + \sqrt[3]{960} - 3.5$$

Si queremos hacer la suma de esta expresión sumamos los irracionales semejantes

$$5\sqrt[3]{960} + \sqrt[3]{960} - 7 - 3.5$$

$$6\sqrt[3]{960} - 10.5$$

Este resultado es la respuesta exacta a la suma, si resolvemos esto en la calculadora obtenemos una aproximación.

$$6\sqrt[3]{960} - 10.5 = 48.68$$

Existen casos en los cuales ciertos radicales son semejantes luego de llevarlos a su mínima expresión.
Si los radicales no son semejantes, se deben extraer factores fuera de radical, para obtener radicales semejantes.

Ejemplos:

$$3\sqrt[2]{2} - 5\sqrt[2]{32} + 7\sqrt[2]{8} - 9\sqrt[2]{50}$$

Factoreamos los radicandos y los expresamos como potencias

$$3\sqrt[2]{2} - 5\sqrt[2]{2^5} + 7\sqrt[2]{2^3} - 9\sqrt[2]{5^2.2} =$$

Reescribimos estas potencias para poder simplificar y aplicamos la propiedad distributiva de la raíz con respecto al producto

$$3\sqrt[2]{2} - 5\sqrt[2]{2^4.2} + 7\sqrt[2]{2^2.2} - 9\sqrt[2]{5^2.2} =$$

$$3\sqrt[2]{2} - 5\sqrt[2]{2^4}.\sqrt[2]{2} + 7\sqrt[2]{2^2}.\sqrt[2]{2} - 9\sqrt[2]{5^2}.\ \sqrt{2} =$$
$$3\sqrt[2]{2} - 5.2^2.\sqrt[2]{2} + 7.2.\sqrt[2]{2} - 9.5.\sqrt[2]{2} =$$
$$3\sqrt[2]{2} - 20.\sqrt[2]{2} + 14.\sqrt[2]{2} - 45.\sqrt[2]{2} =$$

Obtuvimos términos semejantes por lo que procedemos a realizar las sumas y las restas:

$$(3 - 20 + 14 - 45)\sqrt[2]{2} = -48\sqrt[2]{2}$$

En el siguiente ejemplo vemos como operar cuando tenemos diferentes radicales semejantes

$$4\sqrt[2]{3} - 6\sqrt[4]{25} - 8\sqrt[2]{27} + \sqrt[2]{20} =$$
$$4\sqrt[2]{3} - 6\sqrt[4]{5^2} - 8\sqrt[2]{3^2.3} + \sqrt[2]{2^2.5} =$$
$$4\sqrt[2]{3} - 6\sqrt[2]{5} - 8.3\sqrt[2]{3} + 2.\sqrt[2]{5} =$$
$$(4 - 24).\sqrt[2]{3} + (-6 + 2)\sqrt[2]{5} =$$
$$-20\sqrt[2]{3} - 4\sqrt[2]{5}$$

En este video podrás ver un ejemplo de cómo resolver la suma de radicales:

[Suma y resta de radicales. Teoría y ejemplos.]

Comprobamos lo aprendido

Para comprobar lo que aprendiste sobre operaciones con radicales resolve las siguientes operaciones algebraicas.

Indicar en cada caso la solución correcta

a. $\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b}$ =

☐ $2\sqrt{a} - 3\sqrt{b}$ ☐ $2\sqrt{a} + 3\sqrt{b}$ ☐ $3\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$

b. $\sqrt{9x} - \sqrt{25x} + \sqrt{49x} =$

☐ $\sqrt{x}$ ☐ $5\sqrt{x}$ ☐ $\sqrt{5x}$

c. $3\sqrt{18} - 11\sqrt{2} + 2\sqrt{50} =$

☐ $8\sqrt{8}$ ☐ $2\sqrt{8}$ ☐ $8\sqrt{2}$

d. $\sqrt[4]{9x^8} + \sqrt[6]{27y^{12}} =$

☐ $\sqrt[6]{3}.x^2 + \sqrt[2]{3}.y^2$ ☐ $\sqrt[2]{3}.x^2 + \sqrt[2]{3}.y^2$ ☐ $\sqrt[6]{3}.x^2 + \sqrt[6]{3}.y^2$

e. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{16}{27}} + \sqrt[3]{54} + 5\sqrt[3]{\frac{2}{125}} =$

☐ $\frac{11}{2}.\sqrt[2]{2}$ ☐ $\frac{11}{2}.\sqrt[3]{2}$ ☐ $\frac{7}{2}.\sqrt[2]{2}$

1.1.3 Multiplicación y división de radicales

Caso 1: los índices son iguales.

Para multiplicar o dividir radicales de igual índice, se aplica la propiedad recíproca de la distributiva respecto de la multiplicación (o división):

$$\sqrt[n]{a^m}.\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a^{m+p}}$$
$$\sqrt[n]{a^m}:\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a^{m-p}}$$

Ejemplos:

$$\sqrt[5]{a^4}.\sqrt[5]{a^3} = \sqrt[5]{a^4.a^3} = \sqrt[5]{a^{3+4}} = \sqrt[5]{a^7} = \sqrt[5]{a^5.a^2} = \sqrt[5]{a^5}.\sqrt[5]{a^2} = a.\sqrt[5]{a^2}$$

$$\frac{\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[5]{a^3}} = \sqrt[5]{\frac{a^4}{a^3}} = \sqrt[5]{a^{4-3}} = \sqrt[5]{a}$$

Caso 2: Los índices son diferentes.

Para efectuar cualquier multiplicación o división de radicales, estos deben tener el mismo índice.
Para multiplicar o dividir radicales de distinto índice, se los debe reducir al mínimo común índice y luego aplicar las propiedades recíprocas de las distributivas de la radicación respecto de la multiplicación y división:

Ejemplo de reducción al mínimo común índice:

Para resolver el siguiente producto $\sqrt[2]{5}.\sqrt[3]{7}$ obtenemos el Mínimo Común Múltiplo de 2 y 3 que es 6 y este será el índice de la raíz. Debemos obtener las expresiones equivalentes de la siguiente manera:

$$\sqrt[2.3]{5^3} = \sqrt[6]{5^3} \quad \text{y} \quad \sqrt[3.2]{7^2} = \sqrt[6]{7^2}$$

Hacemos el producto

$$\sqrt[6]{5^3}\,.\sqrt[6]{7^2} = \sqrt[6]{5^3.7^2} = \sqrt[6]{5^3.7^2} = \sqrt[6]{6125}$$

Otro ejemplo:

$$\frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[6]{2^5}} = \frac{\sqrt[4.3]{(2^3)^3}}{\sqrt[6.2]{(2^5)^2}} = \frac{\sqrt[12]{2^9}}{\sqrt[12]{2^{10}}} = \sqrt[12]{\frac{2^9}{2^{10}}} = \sqrt[12]{\frac{1}{2}}$$

En estos videos podrás ver ejemplos de cómo resolver el producto y la división de radicales de igual índice:

-Producto de radicales de distinto índice
-División de radicales de distinto índice

1.2 PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Propiedad conmutativa: en la suma y la multiplicación se cumple la propiedad conmutativa, según la cual el orden de los factores no altera el resultado. Por ejemplo:

$$3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2}\,.\,3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\,.\,5\sqrt{2} = 15\sqrt{6}$$

<u>Propiedad asociativa:</u> donde la distribución y agrupación de los números da como resultado el mismo número, independientemente de su agrupación, tanto para la suma como para la multiplicación.

$$\left(3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\right) + 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \left(3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}\right) = 9\sqrt{2}$$

$$\left(5\sqrt{2}\,.\,3\sqrt{3}\right).\,2\sqrt{5} = 3\sqrt{3}\,.\left(5\sqrt{2}\,.\,2\sqrt{5}\right) = 30\sqrt{30}$$

<u>Elemento opuesto:</u> existe un inverso aditivo para la suma de números irracionales; es decir que cada número tiene su negativo que lo anula, de la misma forma, un inverso multiplicativo.

$$3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 0$$

$$3\sqrt{2}\,.\,\frac{1}{3\sqrt{2}} = 1$$

La multiplicación es distributiva en relación con la suma y la resta.
Ejemplo:

$$\left(3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\right).\sqrt{3} = 3\sqrt{2}\,.\,\sqrt{3} + 2\sqrt{2}\,.\sqrt{3} = 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}$$

Para tener en cuenta:
El conjunto de los números irracionales no verifica clausura entre las operaciones; es decir, la suma y el producto entre dos irracionales no necesariamente es irracional.

Comprobamos lo aprendido

Antes de resolver estos ejercicios te recomendamos ver los videos propuestos sobre producto y división de radicales.
Resuelve en tu cuaderno las siguientes operaciones y selecciona la respuesta correcta:

a. $\left(5 + \sqrt{\frac{3}{4}}\right)\left(5 - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) =$

☐ $\frac{97}{4}$ ☐ $25+\sqrt{\frac{3}{4}}$ ☐ $25-\sqrt{\frac{3}{4}}$

b. $\sqrt[4]{2a^2}\,.\,\sqrt[4]{ab}\,.\,\sqrt[4]{2ab}$ =

☐ $a2\sqrt[4]{b^2}$ ☐ $a2b$ ☐ $a\sqrt[4]{4b^2}$

c. $\sqrt[5]{3x^3}\,.\sqrt{3x}$

☐ $\sqrt[5]{9x^4}$ ☐ $\sqrt[5]{x^4}$ ☐ $x\sqrt[5]{3^7.x}$

d. $2\sqrt[5]{ab}\,:\,\left(-3\sqrt[5]{\frac{1}{a^2}}\right)$ =

☐ $\frac{-2}{3}.\sqrt[5]{\frac{b}{a}}$ ☐ $\frac{-2}{3}.\sqrt[5]{ab}$ ☐ $\frac{-3}{2}.\sqrt[5]{\frac{b}{a}}$

e. $\sqrt[3]{ab^2}\,:\,\sqrt[5]{a^2.b^3}$

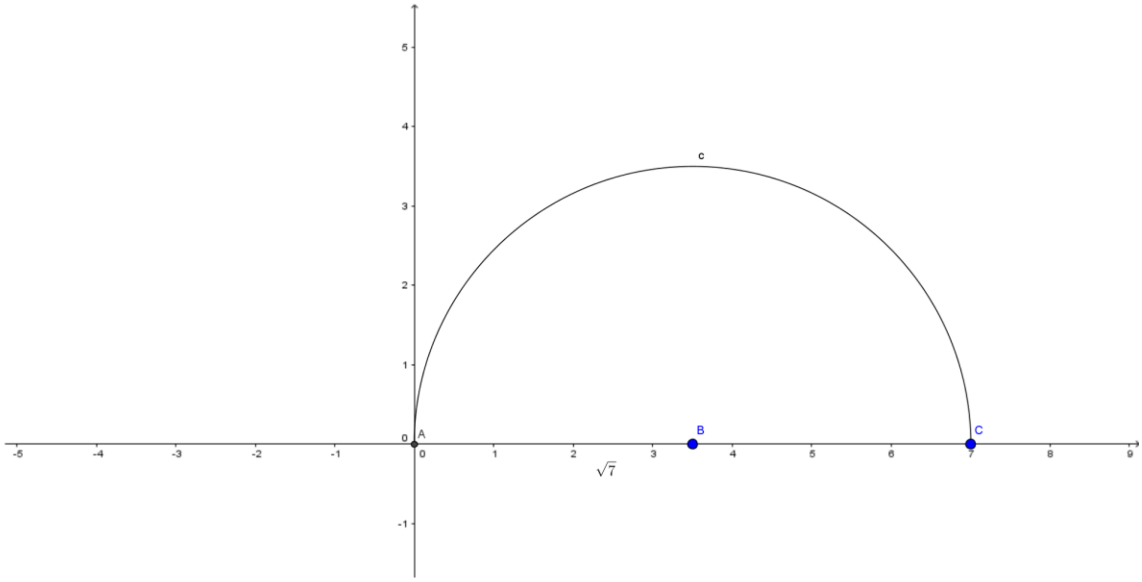
☐ $\sqrt[15]{\frac{b}{a}}$ ☐ $\sqrt[5]{\frac{b}{a}}$ ☐ $\sqrt[15]{ab}$

1.3 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE RADICALES

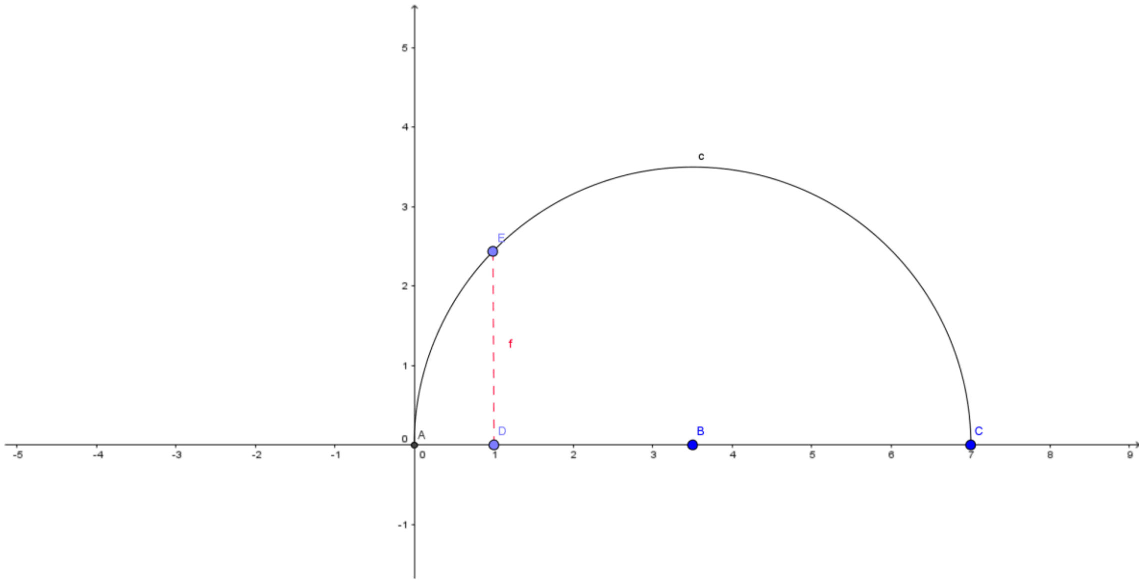
El siguiente procedimiento permite representar la raíz cuadrada de cualquier número irracional empleando recursos geométricos:

Representación de $\sqrt[2]{7}$

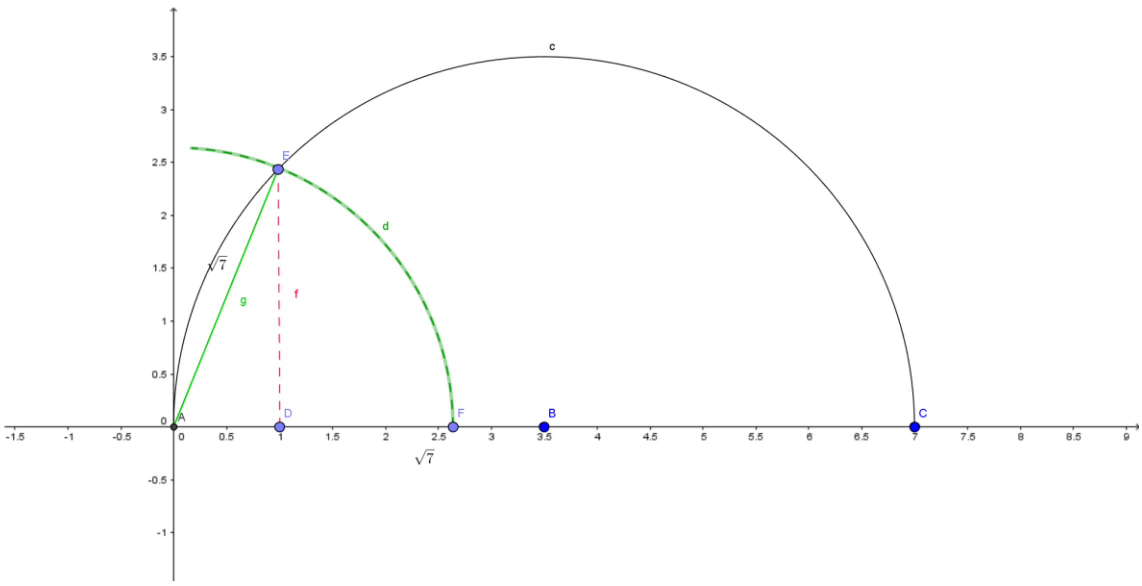
Sobre la recta numérica se construye una semicircunferencia de centro en 3,5 (la mitad de 7) que pasa por los puntos de abscisas 0 y 7.



Luego se levanta un segmento perpendicular a la recta numérica, con uno de sus extremos en el punto de la abscisa 1 y el otro en la circunferencia.



Se traza el segmento $\overline{OA}$, este segmento mide $\sqrt[2]{7}$ en la escala utilizada, y se traza un arco de circunferencia desde el punto A hasta su intersección con la recta real.



1.4 RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

A veces, cuando se resuelven cálculos o problemas, se obtienen fracciones con números irracionales en los denominadores, como en $\frac{3}{\sqrt[2]{3}}, \frac{3}{\sqrt[3]{4}}, \frac{3}{\sqrt[2]{3+5}}, \frac{3}{\sqrt[2]{3}-\sqrt[2]{5}}$; etc.
Para transformar estas fracciones en otras equivalentes, pero con denominadores racionales, se usa un procedimiento llamado ***racionalización***.
A continuación, se recordarán algunas reglas para racionalizar denominadores. Aunque actualmente se utiliza cada vez menos estos procedimientos debido a que se cuenta con calculadoras y computadoras que facilitan los cálculos, es importante conocerlos para sostener la propia autonomía.

Se considerarán los siguientes casos:

A. *El denominador es un radical único irreducible de índice 2.*
Se multiplican numerador y denominador de la fracción por el mismo radical del denominador.

Ejemplo:

$$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{5.\sqrt{2}}{\sqrt{2.2}}=\frac{5.\sqrt{2}}{\sqrt{4}}=\frac{5.\sqrt{2}}{2}$$

B. ***El denominador es un radical único irreducible de índice distinto de 2.***

En general, para racionalizar una fracción de la forma $\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$ $b\neq 0$, se procede como sigue:

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}=\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}\cdot\frac{\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^{n-m}}}=\frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^n}}=\frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{2}}=\frac{3}{\sqrt[3]{2^1}}.\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}}=\frac{3.\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2.2^2}}=\frac{3.\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{3.\sqrt[3]{2^2}}{2}$$

C. ***El denominador es un binomio de la forma $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ ó a $\pm\sqrt{b}$ ó $\sqrt{a}\pm$ b.***

Para comprender el procedimiento a usar en este caso, se debe tener en cuenta que

$$(p+q)\cdot(p-q)=p^2-p\cdot q+q\cdot p-q^2=p^2-q^2,\ \text{con}\ \ p,q\in R$$

Ejemplo:

$$\frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{4.(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=$$

$$=\frac{4.(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{4.(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-4.(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

En estos videos podrás ver ejemplos de cómo racionalizar denominadores con radicales:

Racionalización de denominadores con radicales:

Video N° 1
Video N° 2
Video N° 3

Comprobamos lo aprendido

Racionaliza las siguientes expresiones y selecciona la opción correcta:

a. $\frac{6}{\sqrt[2]{5}}$

☐ $\frac{6}{5}\sqrt[2]{5}$ ☐ $3\sqrt[2]{2}$ ☐ $6\sqrt[2]{5}$

b. $\frac{4}{\sqrt[2]{3}}$

☐ $\frac{3}{4}\sqrt[2]{6}$ ☐ $\frac{4}{3}\sqrt[2]{3}$ ☐ $2\sqrt[2]{3}$

c. $\frac{2.\sqrt[2]{3}}{5.\sqrt[2]{2}}$

☐ $\sqrt[2]{6}$ ☐ $\frac{1}{5}\sqrt[2]{6}$ ☐ $10\sqrt[2]{6}$

d. $\frac{5}{1-\sqrt[2]{2}}$

☐ $-5-5\sqrt[2]{2}$ ☐ $5-5\sqrt[2]{2}$ ☐ $-5+5\sqrt[2]{2}$

e. $\frac{-4}{\sqrt[2]{5}-\sqrt[2]{3}}$

□ $-2\sqrt[2]{5}-2\sqrt[2]{3}$ □ $2\sqrt[2]{5}+2\sqrt[2]{3}$ □ $-5+3\sqrt[2]{2}$

2. Desarrolla las siguientes igualdades en tu cuaderno e indica si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas.

a) $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 4+2\sqrt{2} \qquad V \ - \ F$

b) $(\sqrt{6}-2).(\sqrt{6}+3) = \sqrt{6} \qquad V \ - \ F$

c) $\frac{\sqrt{2}-2}{1-\sqrt{2}} = \sqrt{2} \qquad V \ - \ F$

2 ACTIVIDADES DE CIERRE

Problema 1

Una caja de arroz tiene las siguientes dimensiones: ancho: 20 cm; alto: 10 cm y profundidad: 15 cm.
Con el contenido de 10 de estas cajas de arroz se llenan 30 recipientes cúbicos iguales. Hallen la medida de la arista de uno de esos recipientes.

Planteo:
Para resolver este problema te proponemos rellenar los espacios en blanco con los datos necesarios:

El recipiente tiene por arista a x entonces las dimensiones cubicas estarán dadas por ……………...
El contenido cubico de los ………… paquetes de arroz está dado por (……… cm …….. cm ……… cm)………… que da un total de ……………….. cm^3.
Para encontrar la arista de cada recipiente planteamos la siguiente ecuación: …………………………………………………………cm^3, por lo tanto cada arista mide …………………… cm.

Problema 2

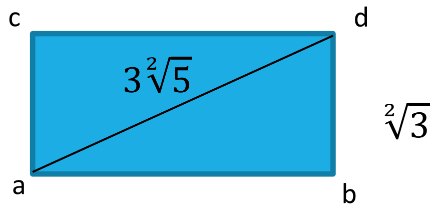
Martín elevó un número negativo a la vigésima potencia y obtuvo 1048576. Averigua dicho número.

Planteo:
A partir del planteo del problema determina si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- ☐ La ecuación que permite resolver el problemas es: -x^20=1048576.
- ☐ La ecuación que permite resolver el problemas es: (-x)^20=1048576.
- ☐ En número buscado es -2.
- ☐ No existe el número, ya que si despejamos nos queda $x = \sqrt[20]{-1048576}$.

Problema 3

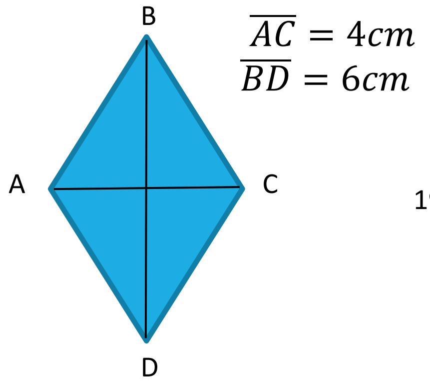
Figura 1



Partiendo de la figura, contesta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones si queremos encontrar el valor de su perímetro:

- ☐ El perímetro lo obtenemos con los datos presentados realizando la siguiente operación: $3\sqrt[2]{5} + \sqrt[2]{3}$.
- ☐ Para hallar el perímetro primero debemos calcular el valor del lado $\overline{ab}$, y para ello usamos el Teorema de Pitágoras: $h^2 = a^2 + b^2$.
- ☐ El lado $\overline{ab}$ lo calculamos con la siguiente expresión $\overline{ab}^2 = (3\sqrt[2]{5})^2 + (\sqrt[2]{3})^2$
- ☐ El lado $\overline{ab}$ = $\sqrt{37}$.
- ☐ El perímetro del rectángulo está dado por la siguiente expresión: $2\sqrt{37} + \sqrt{3}$

Figura 2

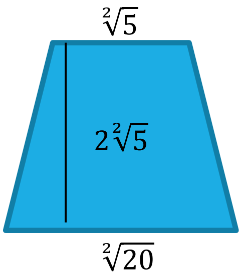
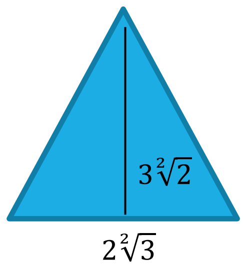


Partiendo de la figura, contesta si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones si queremos encontrar el valor de su perímetro:

- ☐ Los datos no son suficientes porque son los valores de las diagonales.
- ☐ Los valores de los lados los obtenemos dividiendo por dos a cada diagonal y sumamos: (4:2)+(6:2).
- ☐ Los valores de los lados los obtenemos aplicando el teorema de Pitágoras, $h^2 = a^2 + b^2$ con los triángulos que se forman con la intersección de las diagonales, donde el valor de la hipotenusa es el valor de los lados.
- ☐ El valor de los lados se obtiene con el siguiente calculo: $h^2 = 4^2 + 6^2$
- ☐ El valor del perímetro está dado por $\mathrm{P} = 4.\sqrt[2]{13}$.

Problema 4

Partiendo de las figuras, selecciona la opción correcta si queres encontrar el área.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Si tenés que hallar el área de la figura ¿cuál de las siguientes formulas utilizas?
☐ $A = \frac{B.H}{2}$
☐ $A = l.l$
☐ $A = \frac{H(B+b)}{2}$</td>
<td>Si tenés que hallar el área de la figura ¿cuál de las siguientes formulas utilizas?
☐ $A = \frac{B.H}{2}$
☐ $A = l.l$
☐ $A = \frac{H(B+b)}{2}$</td>
</tr>
<tr>
<td>El área exacta de la figura es:
☐ $A = \frac{3}{2}\sqrt{5}$
☐ $A = 3\sqrt{5}$
☐ $A = 6\sqrt{5}$</td>
<td>El área exacta de la figura es:
☐ $A = 3\sqrt{6}$
☐ $A = 6\sqrt{6}$
☐ $A = 3\sqrt{5}$</td>
</tr>
</table>

3 BIBLIOGRAFÍA

Dure Diana Analía, Capítulo I: Conjuntos Numéricos. Seminario Universitario 2011. UTN-FRRE.

Pablo J.Kaczor, Ruth A. Schaposchnik, Eleonora Franco, Rosa A. Cicala, Bibiana H. Diaz, (2000). “Matemática I”. Editorial Santillana.

Susana N. Etchegoyen, Enrique D Fagale, Silvia A. Rodriguez, Marta Avila de Kalan, Maria Rosario Alonso, (2000). “MATEMATICA 1”. Editorial Kapelusz.

Sitios Web recomendados:

https://es.khanacademy.org/

http://www.academiavasquez.com/