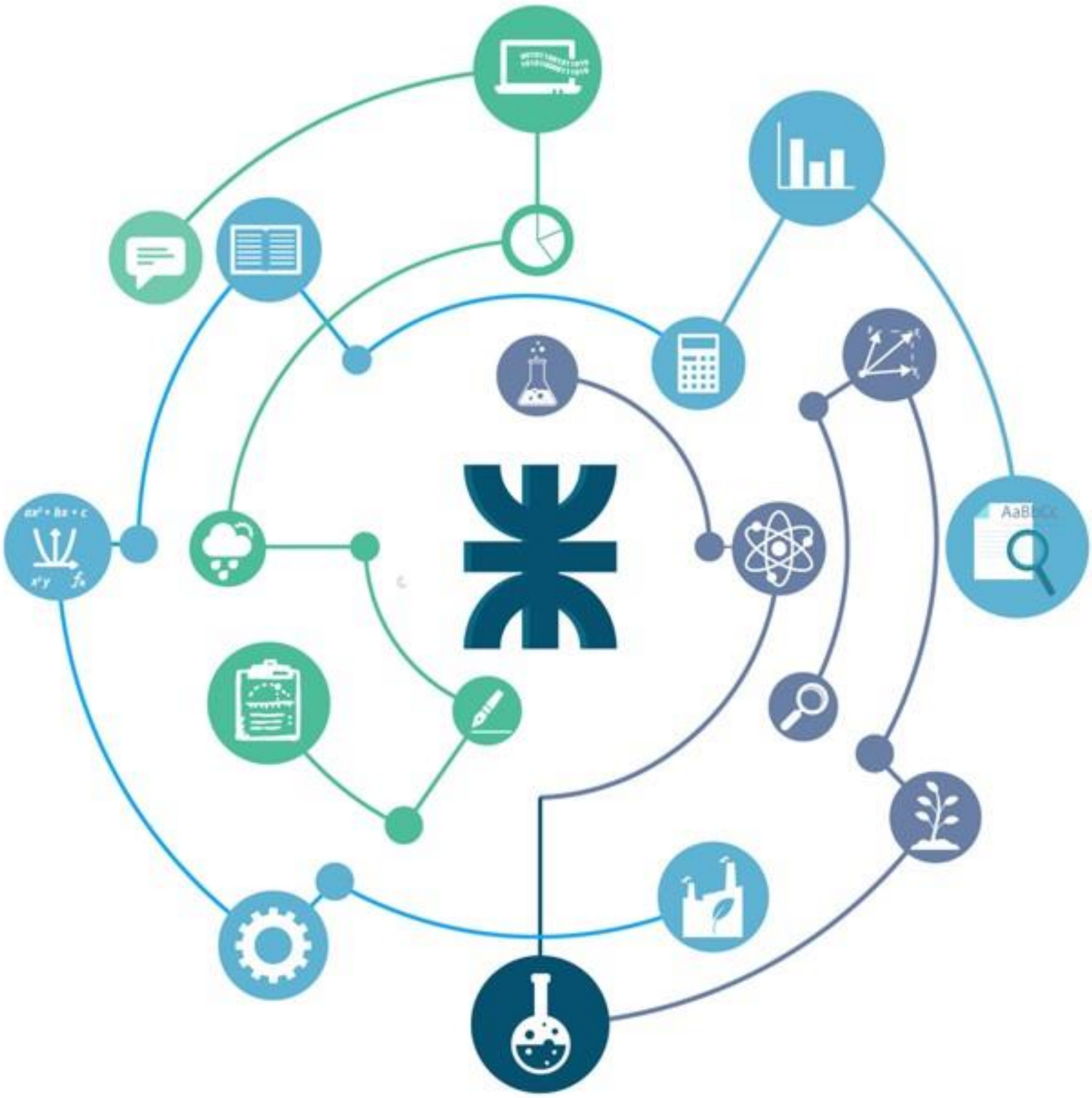


Física
Vectores

PROYECTO DE MEJORA DE FORMACIÓN EN
CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES EN LA ESCUELA SECUNDARIA

DIRECCIÓN DE PLANEAMIENTO ACADÉMICO
SEMINARIO UNIVERSITARIO

UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL
RESISTENCIA

CONTENIDO

VECTORES

Algunas magnitudes físicas, como tiempo, temperatura, masa y densidad se pueden describir completamente con un número y una unidad. No obstante, en física muchas otras magnitudes importantes están asociadas con una dirección y no pueden describirse con un solo número. Un ejemplo sencillo es el movimiento de un avión: para describirlo plenamente, debemos indicar no sólo qué tan rápidamente se mueve, sino también hacia dónde. Para ir de Resistencia a Córdoba, un avión debe volar al sur, no al este. La rapidez del avión combinada con su dirección constituye una magnitud llamada *velocidad*. Otro ejemplo es la fuerza.

Cuando una magnitud física se describe con un solo número, decimos que es una magnitud escalar. En cambio, una magnitud vectorial tiene tanto una magnitud (el "qué tanto") como una dirección.

Para entender mejor los vectores y su combinación, comencemos con la cantidad vectorial más sencilla, el desplazamiento, que es simplemente un cambio en la posición de un punto (El punto podría representar una partícula o un cuerpo pequeño). En la figura 1.1a representamos el cambio de posición del punto P_1 al punto P_2 con una línea que va de P_1 a P_2, con una punta de flecha en P_2 para indicar la dirección. El desplazamiento es una cantidad vectorial porque debemos decir no solo cuanto se mueve la partícula, sino también hacia dónde. Caminar 3 km al norte desde nuestra casa no nos lleva al mismo sitio que caminar 3 km al sureste; ambos desplazamientos tienen la misma magnitud, pero diferente dirección.

Frecuentemente representamos una cantidad vectorial como el desplazamiento con una sola letra, como $\vec{A}$ en la figura 1.1a.

Al *dibujar* un vector, siempre trazamos una línea con punta de flecha. La longitud de la línea indica la magnitud del vector, y su dirección es la del vector. El desplazamiento siempre es un segmento recto dirigido del punto inicial al punto final, aunque la trayectoria real seguida por la partícula sea curva. En la figura 1.1b, la partícula sigue el camino curvo de P_1 a P_2, pero el desplazamiento sigue siendo el

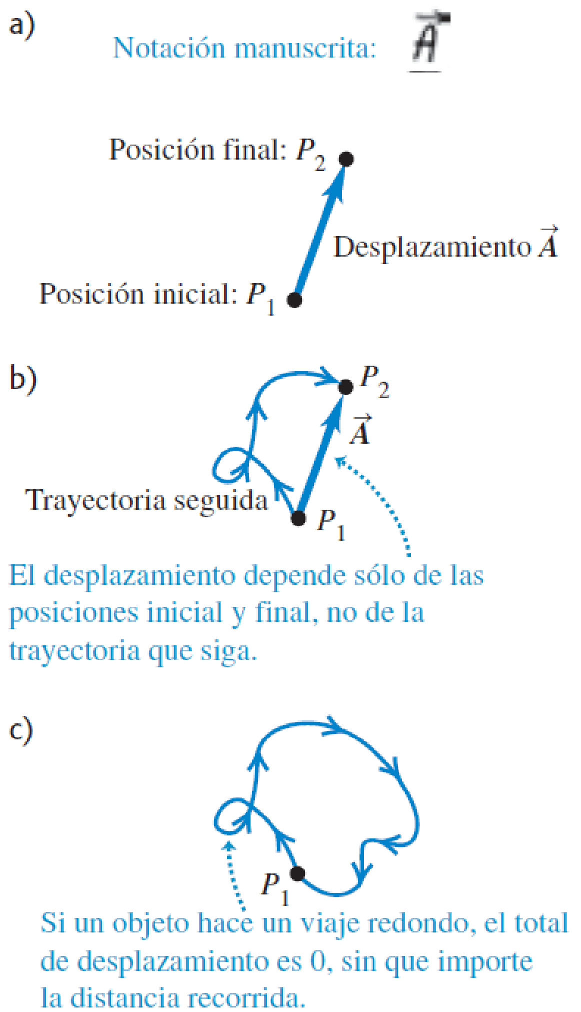


Figura 1.1 Desplazamiento como una magnitud vectorial. Un desplazamiento es siempre un segmento recto dirigido desde el punto inicial hasta el punto final, aunque la trayectoria sea curva.

vector $\vec{A}$. Observe que el desplazamiento no se relaciona directamente con la *distancia* total recorrida. Si la partícula siguiera a P_2 y volviera a P_1, el desplazamiento total seria cero (figura 1.1c).

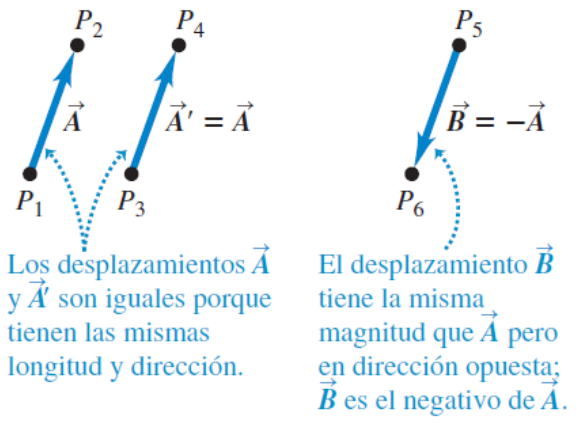


Figura 1.2 Vectores que tienen la misma magnitud, y la misma dirección o la dirección opuesta.

Si dos vectores tienen la misma dirección, son **paralelos**; si tienen la misma magnitud *y* la misma dirección, son *iguales*, sea cual fuere su ubicación en el espacio. El vector de P_3 a P_4 en la figura 1.2 tiene las mismas longitud y dirección que el vector de P_1 a P_2. Ambos desplazamientos son iguales, aunque parten de puntos distintos. Dos vectores solo son iguales si tienen la misma magnitud *y* la misma dirección. Sin embargo, el vector $\vec{B}$ de la figura 1.2 no es igual a $\vec{A}$ porque su dirección es *opuesta*. Definimos al **opuesto de un vector** como un vector con la misma magnitud que el original, pero con la dirección *opuesta*. El opuesto de $\vec{A}$ se denota con $-\vec{A}$.

Si $\vec{A}$ es 87 m al sur, entonces $-\vec{A}$ es 87 m al norte. Así, la relación entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$ en la figura 1.2 puede escribirse como $\vec{A} = -\vec{B}$ o $\vec{B} = -\vec{A}$.

Frecuentemente representamos la *magnitud* de una cantidad vectorial (su longitud, en el caso de un vector de desplazamiento) con la misma letra que usamos para el vector, pero sin la flecha arriba. Una notación alterna es el símbolo vectorial encerrado entre barras verticales:

$$(\text{Magnitud de } \vec{A}) = A = |\vec{A}|$$

Por definición, la magnitud (o módulo) de una cantidad vectorial es una cantidad escalar (un numero) y *siempre es positiva*.

1. SUMA DE VECTORES

El concepto de "vector" no queda definido por completo hasta que se establecen algunas reglas de comportamiento. Por ejemplo, ¿cómo se suman varios vectores (desplazamientos, fuerzas, lo que sea)? El insecto de la figura 1.3 camina de P_1 a P_2, se detiene y después continúa a P_3. Experimenta dos desplazamientos, $\vec{s}_1$ y $\vec{s}_2$, los cuales se combinan para producir un desplazamiento neto $\vec{s}$. Aquí, $\vec{s}$ se denomina la ***resultante*** o suma de los dos desplazamientos y es el equivalente físico de los dos tomados juntos $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$.

Método gráfico de punta a cola (o del polígono)

Los dos vectores de la figura 1.3 muestran cómo se suman de manera gráfica dos (o más) vectores. Simplemente ponga la cola del segundo ($\vec{s}_2$) en la punta del primero ($\vec{s}_1$); en tal caso, la resultante va del punto inicial P_1 (la cola de $\vec{s}_1$) al punto final P_3 (la punta de $\vec{s}_2$).

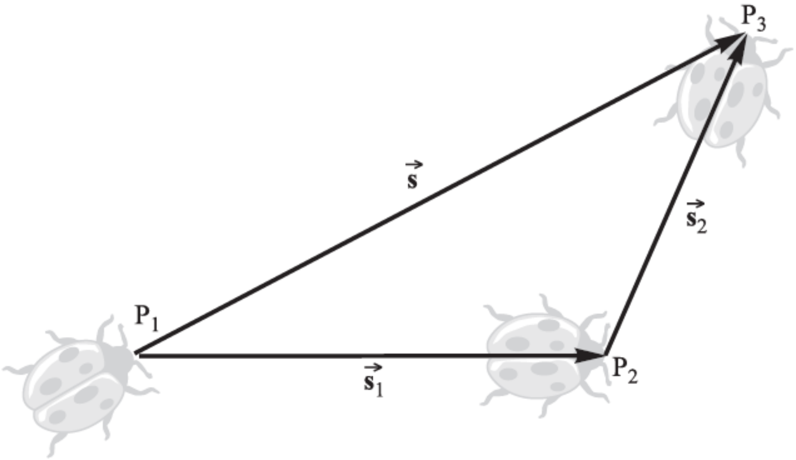


Figura 1.3

La figura 1.4*a* es más general; presenta un punto inicial P_i y tres vectores desplazamiento. Si se sigue de la cola a la punta estos tres desplazamientos *en cualquier orden* (fi guras 1.4*b* y *c*) se llega al mismo punto final P_f, y la misma resultante $\vec{s}$. En otras palabras

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \vec{s}_3 = \vec{s}_2 + \vec{s}_1 + \vec{s}_3 \text{ etcétera.}$$

Siempre y cuando el insecto comience en P_i y efectúe los tres desplazamientos, en cualquier secuencia, terminará en P_f .

El mismo procedimiento de punta a cola se aplica a cualquier tipo de vector, ya sea de desplazamiento, velocidad, fuerza u otra cosa. En consecuencia, en la fi gura 1.5 se presenta la resultante ($\vec{R}$) obtenida al sumar los vectores genéricos $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$. El tamaño o la **magnitud** de un vector, por ejemplo $\vec{R}$, es su *valor absoluto* y se indica simbólicamente como $|\vec{R}|$; en este momento se verá cómo calcularlo.

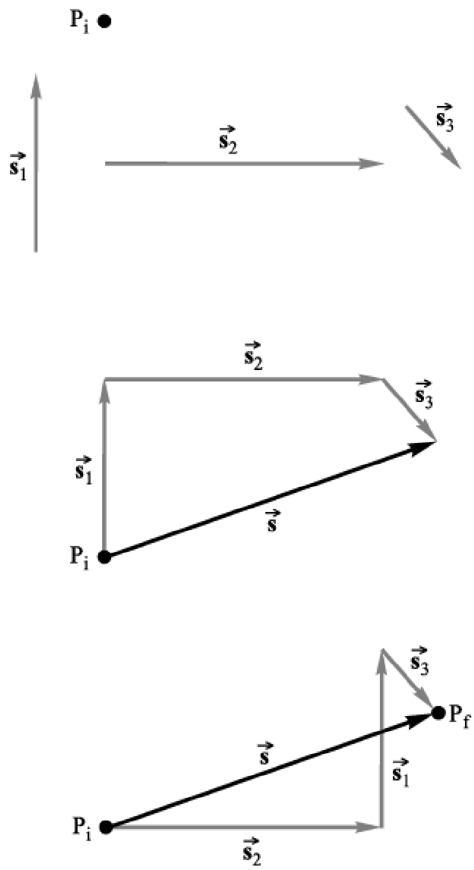


Figura 1.4

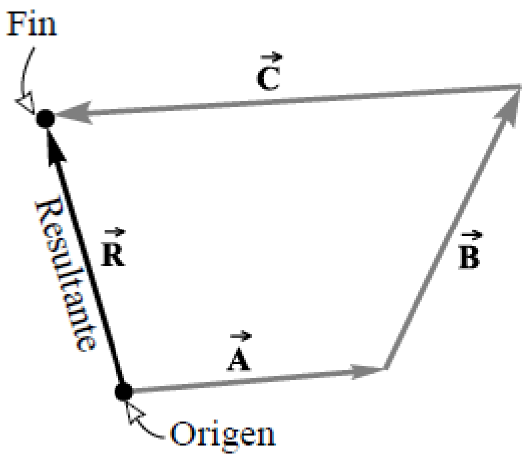


Figura 1.5

Método del paralelogramo para sumar dos vectores: la resultante de dos vectores unidos en sus orígenes en un punto (concurrentes) y que forman cualquier ángulo se puede representar mediante la diagonal de un paralelogramo. Se dibujan los dos vectores como los lados del paralelogramo y la resultante es su diagonal, como en la figura 1.6. La resultante tiene una dirección que se aleja del origen de los dos vectores.

2. SUSTRACCIÓN O RESTA DE VECTORES

Para restar un vector $\vec{B}$ de un vector $\vec{A}$ se invierte la dirección de $\vec{B}$ y se suma individualmente al vector $\vec{A}$, es decir, $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$.

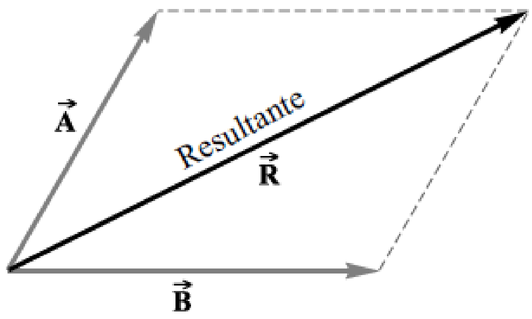


Figura 1.6

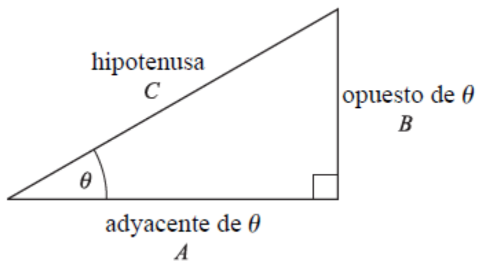


Figura 1.7

Las funciones trigonométricas definen en relación con un ángulo recto. Para el triángulo rectángulo de la figura 1.7, por definición

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{B}{C} \quad ; \quad \cos\theta = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{A}{C} \quad ; \quad \operatorname{tg}\theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{B}{A} \quad ;$$

Se suelen utilizar en las formas

$$B = C\,.\,\text{sen}\theta; \qquad A = C\,.\cos\theta; \qquad B = A\,.\,\text{tg}\theta;$$

3. SISTEMA DE COORDENADAS

Un sistema de coordenadas es un conjunto de valores que permiten definir inequívocamente la posición de cualquier punto de un espacio geométrico respecto de un punto denominado origen. El conjunto de ejes, puntos o planos que confluyen en el origen y a partir de los cuales se calculan las coordenadas constituyen lo que se denomina sistema de referencia.

Sistemas usuales

Sistema de coordenadas cartesianas

El sistema de coordenadas cartesianas es aquel que, formado por dos ejes en el plano, tres en el espacio, mutuamente perpendiculares que se cortan en el origen. En el plano, las coordenadas cartesianas o rectangulares x e y se denominan respectivamente abscisa y ordenada.

Sistema de coordenadas polares

Las coordenadas polares se definen por un eje que pasa por el origen (llamado eje polar). La primera coordenada es la distancia entre el origen y el punto considerado, mientras que la segunda es el ángulo que forman el eje polar y la recta que pasa por ambos puntos.

Sistema de coordenadas cilíndricas

El sistema de coordenadas cilíndricas es una generalización del sistema de coordenadas polares plano, al que se añade un tercer eje de referencia perpendicular a los otros dos. La primera coordenada es la distancia existente entre el origen y el punto, la segunda es el ángulo que forman el eje y la recta que pasa por ambos puntos, mientras que la tercera es la coordenada que determina la altura del cilindro.

Sistema de coordenadas esféricas

El sistema de coordenadas esféricas está formado por tres ejes mutuamente perpendiculares que se cortan en el origen. La primera coordenada es la distancia entre el origen y el punto, siendo las otras dos los ángulos que es necesario girar para alcanzar la posición del punto.

En lo que sigue, nos centraremos en el sistema de Coordenadas Cartesiana y en el Sistema de Coordenadas Polares.

4. SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS. COMPONENTES RECTANGULARES DE UN VECTOR.

Una componente de un vector es su valor real en una dirección determinada. Por ejemplo, la componente *x* de un desplazamiento es el desplazamiento paralelo al eje *x* causado por el desplazamiento determinado. Un vector en tres dimensiones se puede considerar como la resultante de sus vectores componentes a lo largo de tres direcciones *mutuamente perpendiculares*. Asimismo, un vector en dos dimensiones se descompone en dos vectores que actúan a lo largo de dos direcciones mutuamente perpendiculares. La figura 1.8 muestra el vector $\vec{R}$ y sus vectores componentes *x* e *y*, $\overrightarrow{R_x}$ y $\overrightarrow{R_y}$, los cuales tienen magnitudes

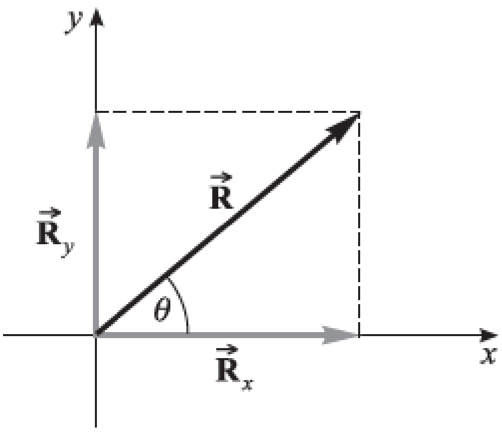


Figura 1.8

$$|\overrightarrow{R_x}| = |\vec{R}|.\cos\theta \text{ y}$$

$$|\overrightarrow{R_y}| = |\vec{R}|.\operatorname{sen}\theta$$

Lo cual equivale a

$$R_x = R.\cos\theta \text{ y}$$

$$R_y = R.\operatorname{sen}\theta \qquad (1.1)$$

1. ***Cálculo de la magnitud y la dirección de un vector a partir de sus componentes rectangulares.***

Podemos describir un vector plenamente dando su magnitud y dirección, o bien, sus componentes *x* e *y*. Las ecuaciones anteriormente descriptas indican como obtener las componentes si conocemos la magnitud y la dirección. También podemos invertir el proceso y obtener la magnitud y la dirección a partir de las componentes. Aplicando el teorema de Pitágoras a la figura 1.8, vemos que la magnitud del vector $\vec{R}$ es

$$R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2} \quad (1.2)$$

(Siempre tomamos la raíz positiva.) La ecuación (1.2) es válida para cualesquiera ejes *x* e *y*, siempre y cuando sean perpendiculares entre sí. La expresión para la dirección vectorial proviene de la definición de la tangente de un ángulo. Si medimos θ desde el eje +*x*, y un ángulo positivo se mide hacia el eje +*y* (como en la figura 1.8), entonces

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{R_y}{R_x} \qquad \text{y} \qquad \theta = \operatorname{arctg}\frac{R_y}{R_x} \qquad (1.3)$$

Se utiliza la notación arctg para la función tangente inversa.

¡A tener en cuenta! Cálculo de la dirección de un vector a partir de sus componentes.

Hay un pequeño inconveniente en el uso de las ecuaciones (1.3) para obtener θ. Analicemos el vector $\vec{A}$ de la figura 1.9, cuyas componentes son $A_x = 2m$ y $A_y = -2m$; entonces $\operatorname{tg}\theta = -1$. Sin embargo, hay dos ángulos con **tangente -1**, 135 y 315° (o -45°). En general, cualesquiera dos ángulos que difieran en 180° tienen la misma tangente. Para decidir cuál es correcto, debemos examinar las componentes individuales. Dado que A_x es positiva y A_y es negativa, el ángulo debe estar en el cuarto cuadrante; así que θ= 315° (o -45°) es el valor correcto. La mayoría de las calculadoras de bolsillo dan arctg (-1) = -45°. En este caso es lo correcto, pero si tuviéramos $A_x = -2m$ y $A_y = 2m$, entonces el ángulo correcto es 135°. Asimismo, si A_x y A_y son negativas, la tangente es positiva, por lo que el ángulo estará en el tercer cuadrante. *Siempre* debe hacerse un dibujo, como la figura 1.9, para verificar cuál de las dos posibilidades es la correcta.

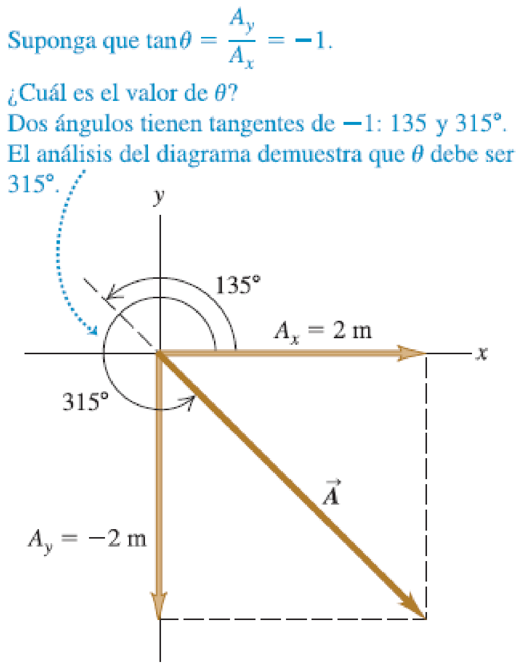


Figura 1.9

2. ***Uso de componentes rectangulares para calcular la suma de vectores (resultante) de dos o más vectores.***

La figura 2.1 muestra dos vectores, $\vec{A}$ y $\vec{B}$ y su suma vectorial $\vec{R}$, junto con las componentes *x* e *y* de los tres vectores. En el diagrama se observa que la R_x de la resultante es simplemente la suma ($A_x + B_x$) de las componentes *x* de los vectores sumados. Lo mismo sucede con las componentes *y*. Simbólicamente,

$$R_x = A_x + B_x \qquad R_y = A_y + B_y \ \ (componentes\ \vec{R} = \vec{A} + \vec{B}) \quad (1.4)$$

La figura 2.1 muestra este resultado para el caso en que las componentes A_x, A_y, B_x y B_y son positivas. Dibuje diagramas adicionales para verificar que las ecuaciones (1.4) son válidas *sin importar* el signo de las componentes de $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

Si conocemos las componentes de dos vectores cualesquiera y usando las ecuaciones (1.1) podríamos calcular las componentes de la resultante $\vec{R}$. Entonces, si necesitamos la magnitud y la dirección de $\vec{R}$ las obtendremos de las ecuaciones (1.2) y (1.3).

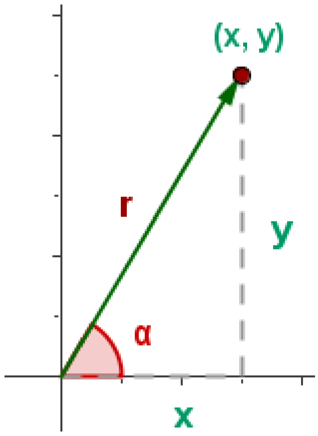
Es fácil extender este procedimiento para calcular la suma de cualquier cantidad de vectores. Sea $\vec{R}$ la suma vectorial de $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}, \vec{E}$, …, entonces, las componentes de $\vec{R}$ son

$$R_x = A_x + B_x + C_x + D_x + E_x + \cdots$$

$$R_y = A_y + B_y + C_y + D_y + E_y + \cdots$$

Por último, aunque nuestro análisis de la suma de vectores se centró en combinar vectores de *desplazamiento*, el método se aplica igualmente a todas las demás cantidades vectoriales.

5. COORDENADAS POLARES



Las coordenadas polares son un sistema de coordenadas para definir la posición de un punto en un espacio bidimensional consistente en un ángulo y una distancia.

En muchos casos, es útil utilizar las coordenadas cartesianas para definir una función en el plano o en el espacio. Aunque en muchos otros, definir ciertas funciones en dichas coordenadas puede resultar muy tedioso y complicado. En dichos casos, hacer uso de las coordenadas polares puede simplificarnos mucho la tarea.

Definamos un sistema ortonormal con eje de abscisas X y eje de ordenadas Y. Tracemos un vector centrado en el origen y acostado en el eje de las abscisas, y de longitud **r**. Si ahora decidimos inclinarlo con un ángulo α, tendremos un vector definido por las variables r y α. Es decir, para definir un punto en el plano por ejemplo podemos, definir un par ordenado (x, y) en coordenadas cartesianas, o bien dar un largo **r** de vector y un ángulo α en coordenadas polares. Ambas precisan un mismo punto en el plano.

Como pasar de un sistema de coordenadas a otro

Utilizando las propiedades de la trigonometría clásica, como vimos anterior mente en “razones trigonométricas” tenemos que

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{r}\ ; \qquad \cos \alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{r};$$

De ahí podemos obtener que

$$y \ = \ r\,.\operatorname{sen} \alpha; \qquad x \ = \ r\,.\cos \alpha\,;$$

En este caso pasamos de las coordenadas cartesianas a polares.

Para pasar de polares a cartesianas, emplearemos el teorema de Pitágoras (según la expresión en 1.2):

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Y el ángulo lo hallamos a partir de lo expresado en 1.3:

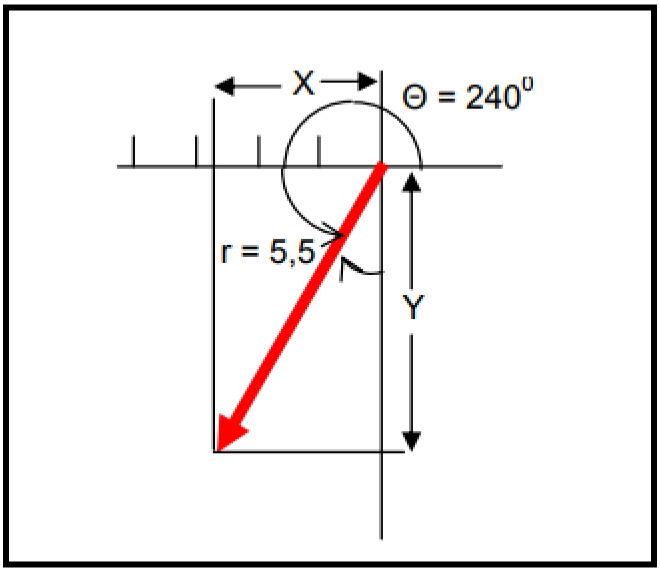
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \qquad \text{y} \qquad \theta = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

6. PROBLEMAS RESUELTOS DE VECTORES

Problema 1

Las coordenadas polares de un punto son r = 5,5 m y θ = 240°. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas de este punto?

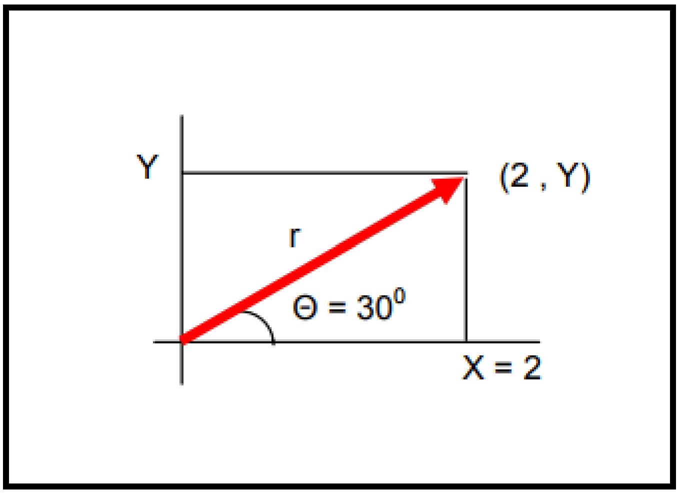
$$\cos\ 240° = \frac{\mathrm{X}}{\mathrm{r}} = \frac{X}{5{,}5m}$$
$$X = 5{,}5m\,.\cos 240°$$
$$X = 5{,}5m\,.(-0{,}5)$$
$$X = -2{,}75m$$
$$\mathrm{sen}\ 240° = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{r}} = \frac{Y}{5{,}5m}$$
$$Y = 5{,}5m.\,\mathrm{sen}\,240°$$
$$Y = 5{,}5m.\,(-0{,}866m)|$$
$$Y = -4{,}76m$$



Problema 2

Si las coordenadas rectangulares y polares de un punto son (2,Y) y (r,30 °) respectivamente. Determine Y y r.
Coordenadas cartesianas (2, Y)
Coordenadas polares (r, 30°)

$$\mathrm{tg}\ 30° = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}} = \frac{Y}{2m}$$
$$Y = 2\mathrm{m}\,.\mathrm{tg}\ 30°$$
$$Y = 2\mathrm{m}\,.(0{,}5773)$$
$$Y = 1{,}15\mathrm{m}$$
$$\cos\ 30° = \frac{\mathrm{X}}{\mathrm{r}} = \frac{2m}{r}$$
$$r = \frac{2\mathrm{m}}{\cos\ 30°} = \frac{2m}{(0{,}866)}$$
$$r = 2{,}3m$$

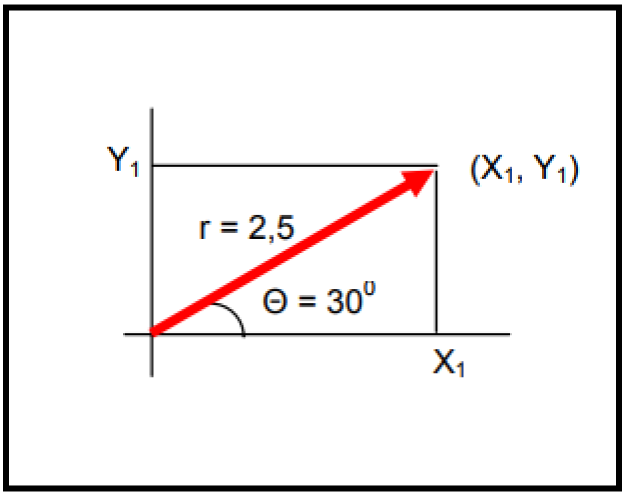


Problema 3

Dos puntos en un plano tienen coordenadas polares (2,5m; 30°) y (3,8 m; 120°). Determine

a- las coordenadas cartesianas de estos puntos

b- la distancia entre ellos.



$$\text{sen } 30° = \frac{Y_1}{\text{r}} = \frac{Y_1}{2{,}5\text{m}}$$

$$Y_1 = 2{,}5\text{m} \,.\, \text{sen } 30°$$

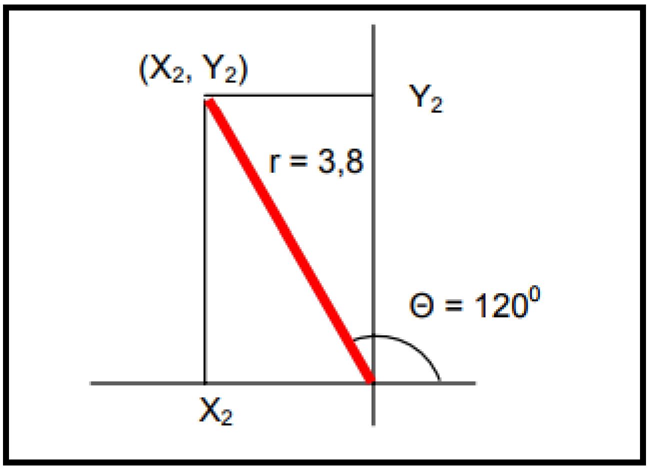
$$Y_1 = 1{,}25\text{m}$$

$$\cos 30° = \frac{X_1}{\text{r}} = \frac{X_1}{2{,}5\text{m}}$$

$$X_1 = 2{,}5\text{m} \,.\, \cos 30°$$

$$X_1 = 2{,}16\text{m}$$

$$(X_1, Y_1) = (2{,}16;1{,}25)\text{m}$$



$$\text{sen } 120° = \frac{Y_2}{\text{r}} = \frac{Y_2}{3{,}8\text{m}}$$

$$Y_2 = 3{,}8\text{m} \,.\, \text{sen } 120°$$

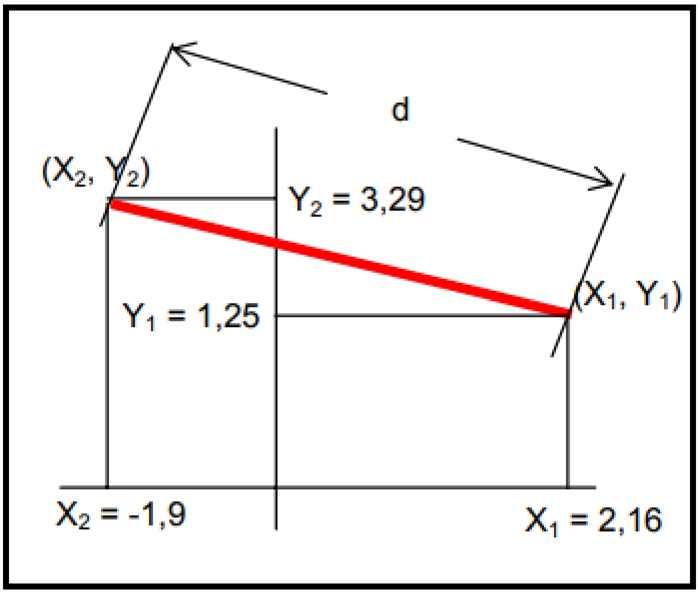
$$Y_2 = 3{,}29\text{m}$$

$$\cos 120° = \frac{X_2}{\text{r}} = \frac{X_2}{3{,}8\text{m}}$$

$$X_2 = 3{,}8\text{m} \,.\, \cos 120°$$

$$X_2 = -1{,}9\text{m}$$

$$(X_2, Y_2) = (1{,}9;3{,}29)\text{m}$$



$$\Delta X = (X_2 - X_1) = (-1{,}9 - 2{,}16)$$

$$\Delta X = -4{,}06m$$

$$\Delta Y = (Y_2 - Y_1) = (3{,}29 - 1{,}25)$$

$$\Delta Y = 2{,}04m$$

$$d = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}$$

$$d = \sqrt{(-4{,}06m)^2 + (2{,}04m)^2}$$

$$d = \sqrt{(16{,}48) + (4{,}1616)}$$

$$d = 4{,}54m$$

Problema 4

Una mosca se para en la pared de un cuarto. La esquina inferior izquierda de la pared se selecciona como el origen de un sistema de coordenadas cartesianas en dos dimensiones. Si la mosca está parada en el punto que tiene coordenadas (2, 1) m,

a- ¿qué tan lejos está de la esquina del cuarto?
b- ¿Cuál es su posición en coordenadas polares?

$r = \sqrt{(X)^2+(Y)^2}$

$r = \sqrt{(2)^2+(1)^2}$

$r = \sqrt{(4) + (1)}$

$r = \sqrt{(5)}$

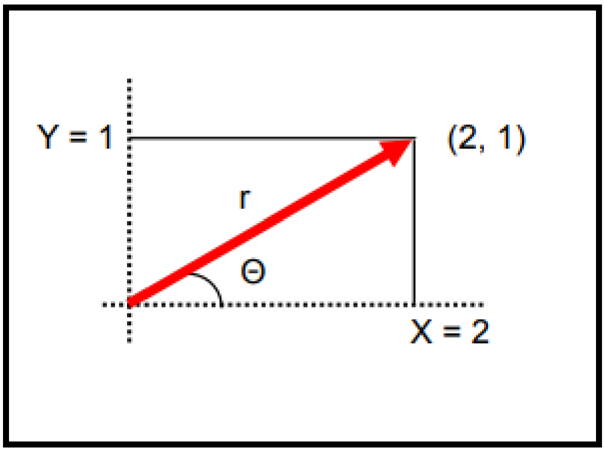
$r = 2{,}23m$

$tg\,\theta = \frac{Y}{X} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$\theta = arc\ tg\ 0{,}5$

$\theta = arc\ tg\ 0{,}5$

$\theta = 26{,}56°$



Problema 5

Dos puntos en el plano xy tienen coordenadas cartesianas (2, -4) m y (-3, 3) m. Determine

a- la distancia entre estos puntos
b- sus coordenadas polares.

$(X_1, Y_1) = (2;\text{-}4)\text{m}$

$(X_2, Y_2) = (\text{-}3;3)\text{m}$

$d = \sqrt{(X_2 - X_1)^2+(Y_2 - Y_1)^2}$

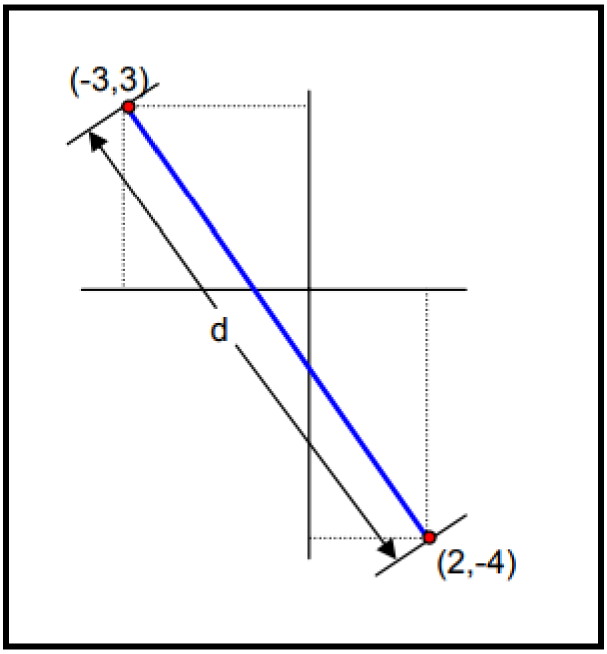
$d = \sqrt{(-3 - 2)^2+(3 - (-4))^2}$

$d = \sqrt{(-5)^2+(7)^2}$

$d = \sqrt{(25)^2+(49)^2}$

$d = \sqrt{(74)}$

$d = 8{,}6m$



$r = \sqrt{(X)^2+(Y)^2}$

$r = \sqrt{(2)^2+(-4)^2}$

$r = \sqrt{(4) + (16)}$

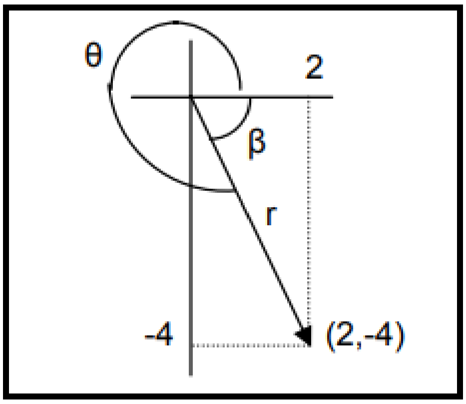
$r = \sqrt{(20}$

$r = 4{,}47m$

$tg\,\beta = \frac{Y}{\mathrm{X}} = \frac{-4}{2} = -2$

$\beta = \text{arc tg} - 2$

$\beta = -\,63{,}43°$



$r_1 = \sqrt{(3)^2+(-3)^2}$

$r_1 = \sqrt{(9) + (9)}$

$r_1 = \sqrt{(18)}$

$r_1 = 4{,}24m$

$tg\,\beta = \frac{Y}{\mathrm{X}} = \frac{3}{\text{-}3} = -1$

$\beta = \text{arc tg} - 1$

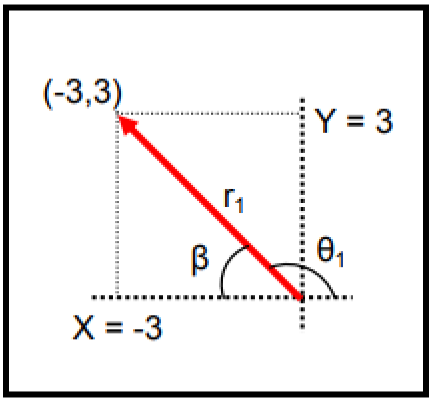
$\beta = -\,45°$

$\theta_1 + \beta = 180°$

$\theta_1 = 180° - \beta$

$\theta_1 = 180° - 45°$

$\theta_1 = 135°$



Problema 6

Un avión vuela 200 km rumbo al oeste desde la ciudad A hasta la ciudad B y después 300 km en la dirección de 30 grados al noroeste de la ciudad B hasta la ciudad C.

a- En línea recta, que tan lejos está la ciudad C de la ciudad A.

b- ¿Respecto de la ciudad A en qué dirección está la ciudad C?

$\cos\ 30° = \frac{B_x}{300}$

$B_x = \cos\ 30°\,.\,300$

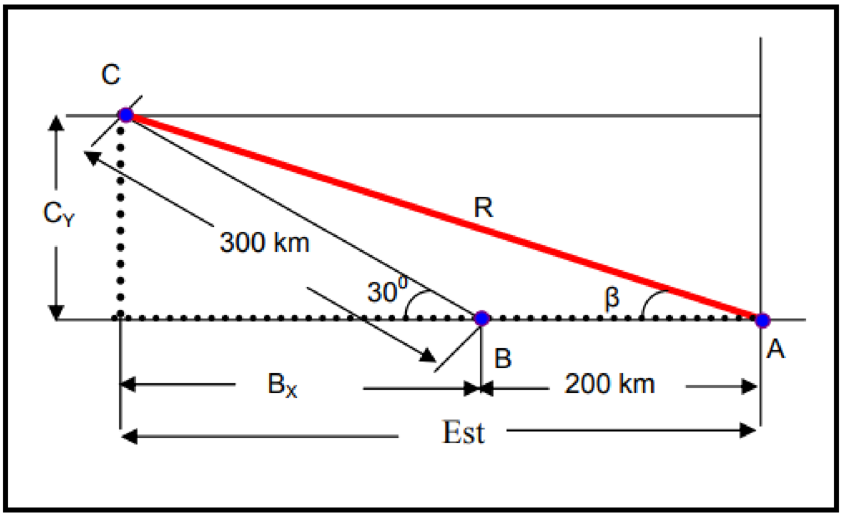
B_x=(0,866). 300

B_x=259,8m

R_x=B_x+200m

R_x=259,8m+200m

R_x=459,8m



$$\text{sen } 30° = \frac{C_y}{300}$$

C_y= sen 30° . 300

C_y=0,5. 300

C_y=150m

Por Pitagoras

$$r = \sqrt{(C_y)^2 + (R_x)^2}$$

$$r = \sqrt{(150)^2 + (459{,}8)^2}$$

r = 483,64m

$$tg\,\beta = \frac{C_y}{R_x} = \frac{150}{459{,}8} = 0{,}32$$

β=arc tg 0,32

β=18,06°

La ciudad C está a 483,64 km de la ciudad A. La ciudad C esta 18,06 grados al Nor-Oeste de la ciudad A.

Problema 7

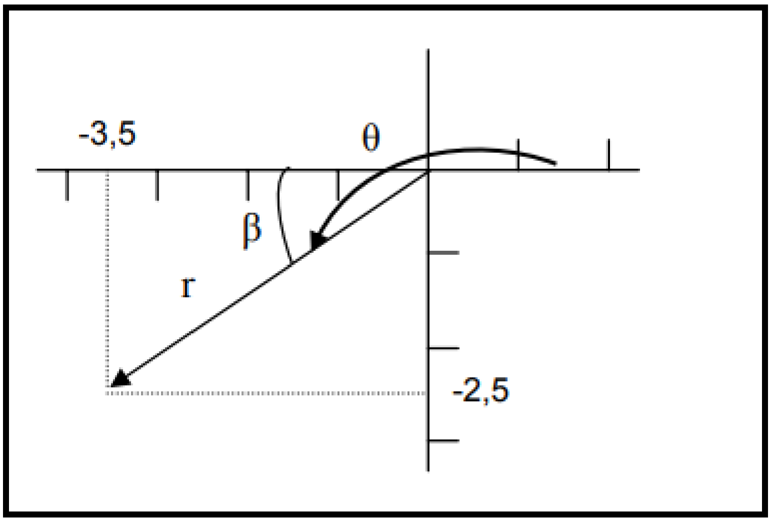
Las coordenadas cartesianas de un punto del plano xy son (x,y) = (-3,5;-2,5) m, como se ve en la figura. Hállense las coordenadas polares de este punto.

$$r = \sqrt{(X)^2 + (Y)^2}$$

$$r = \sqrt{(-3{,}5)^2 + (-2{,}5)^2}$$

$$r = \sqrt{(12{,}25) + (6{,}25)}$$

r = 4,3m



$$tg\,\beta = \frac{Y}{X} = \frac{-2{,}5}{-3{,}5} = 0{,}714$$

β=$arc\ tg$ 0,714

β=35,52°

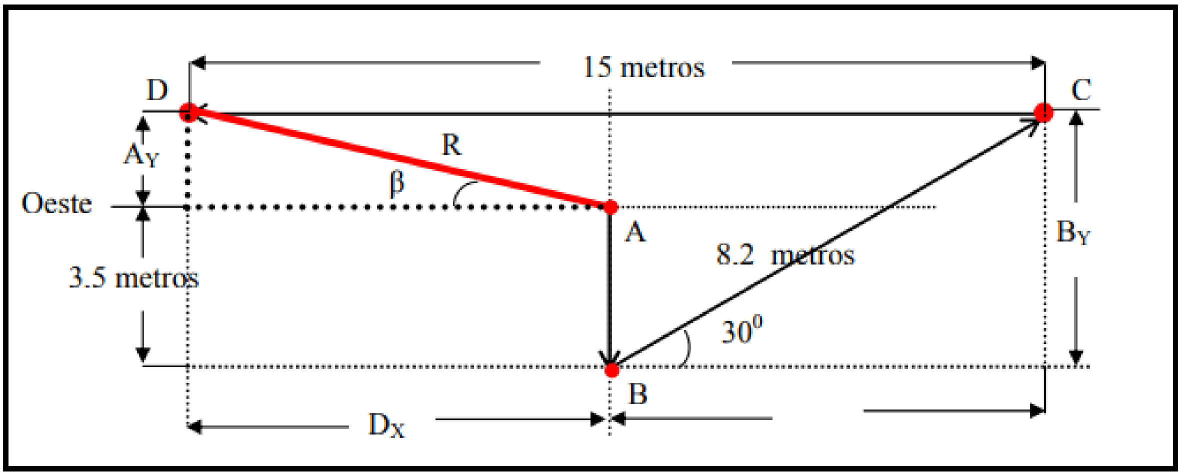
$\theta = 180° + \beta$

$\theta = 180° + 35{,}52°$

$\theta = 215{,}52°$

Problema 8

Un perro que busca un hueso camina 3,5 m hacia el sur, después 8,2 m en un ángulo de 30° al Nor-Este y finalmente 15 metros al Oeste. Encuentre el vector de desplazamiento resultante del perro utilizando técnicas gráficas.



$\text{sen } 30° = \dfrac{B_y}{8{,}2}$

$B_y = \text{sen } 30° . 8{,}2\text{m}$

$B_y = 0{,}5 . 8{,}2m$

$B_y = 4{,}1\text{m}$

$3{,}5m + A_y = B_y$

$A_y = B_y - 3{,}5m$

$A_y = 0{,}6m$

$\cos 30° = \dfrac{B_x}{8{,}2\text{m}}$

$B_x = \cos 30° . 8{,}2m$

$B_x = 7{,}1m$

$15m = D_x + B_x$

$D_x = 15\text{m} - B_x$

$D_x = 15\text{m} - 7{,}1m$

$D_x = 7{,}9\text{m}$

$tg\,\beta = \dfrac{A_y}{D_x} = \dfrac{0{,}6m}{7{,}9\text{m}} = 7{,}59.10^{-2}$

$\beta = \text{arc tg } 7{,}59.10^{-2}$

$\beta = 4{,}34°$

$R = \sqrt{(A_y)^2 + (D_x)^2}$

$R = \sqrt{(0{,}6)^2 + (7{,}9)^2}$

$R = \sqrt{(0{,}36) + (62{,}41)}$

$R = 7{,}92m$

El vector resultante R = 7.92 m

7. BIBLIOGRAFÍA:

Raymond A. Serway y John W. Jewett, Jr. Física para ciencias e ingeniería. Volumen 1. Séptima edición. ISBN-13: 978-607-481-357-9

YOUNG, HUGH D. y ROGER A. FREEDMAN. Física universitaria volumen 1. Decimosegunda edición. PEARSON EDUCACION, Mexico, 2009. ISBN: 978-607-442-288-7

Frederick J. Bueche y Eugene Hecht. Física General. Décima edición. McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.

Sitio web: https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas_polares