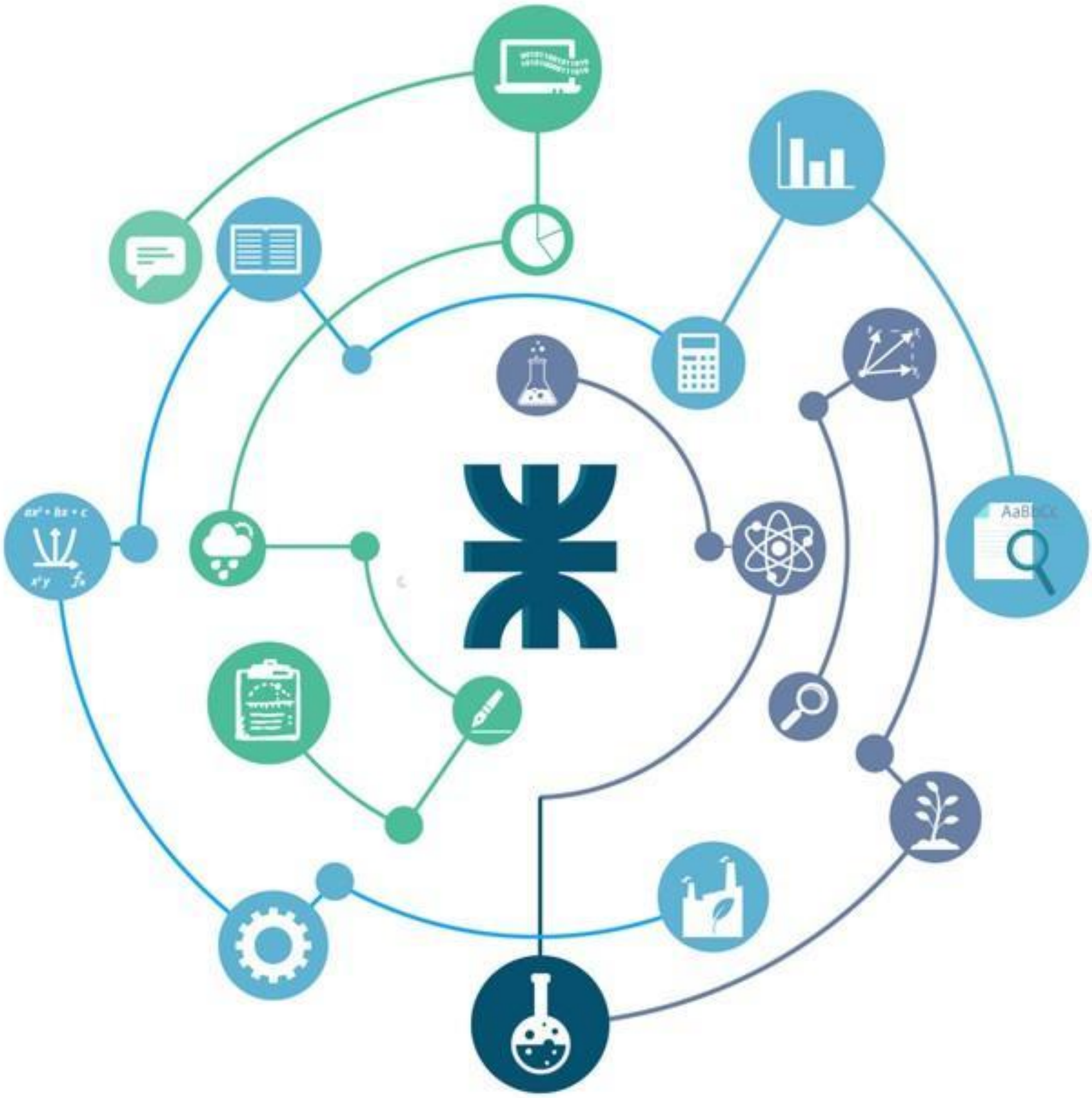


Matemática
Función Lineal

PROYECTO DE MEJORA DE FORMACIÓN EN
CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES EN LA ESCUELA SECUNDARIA

DIRECCIÓN DE PLANEAMIENTO ACADÉMICO
SEMINARIO UNIVERSITARIO

UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL
RESISTENCIA

Decana
Mg. Ing. Liliana R. Cuenca Pletsch

Vicedecano
Ing. Gustavo Alberto Bernaola

Secretario Académico
Ing. Fernando H. Soria

Directora de Planeamiento Académico
Mg. María del Carmen Maurel

Coordinación Seminario Universitario
Ing. Claudia R. García

Equipo de Diseño y Producción de contenidos
Matemática: Ing. Claudia García
Física: Prof.ª Mariana Cancián
Química: Ing. Yanina Zuazquita

Resistencia, Octubre 2016

Contenido

I. CONTENIDOS

Función Lineal. Ordenada al origen. Pendiente. Gráfica de la función lineal. Condición de paralelismo y perpendicularidad. Ceros, conjunto de positividad y conjunto de negatividad.

II. DESTINATARIOS

Este material está destinado a estudiantes de 2°- 3° año de nivel secundario de todas las modalidades.

III. COMPETENCIAS

Caracterizar y reconocer las funciones lineales como un medio para modelizar situaciones problemáticas propias de las matemáticas y de su aplicación en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Indicadores de logro:

- Relaciona las diferentes expresiones simbólicas con expresiones algebraicas que describen un problema
- Reconoce e interpreta las expresiones estándar de funciones lineales con el contexto de los problemas a resolver.
- Identifica e interpreta los principales elementos gráficos de una recta.

INTRODUCCIÓN

Diseñamos este material didáctico para apoyar el proceso de aprendizaje de alumnos de nivel secundario, con el fin de afianzar saberes necesarios para el ingreso al nivel universitario y, en especial, a las carreras de ingeniería.

Desarrollamos los contenidos con el apoyo de videos y ejercicios de comprobación de lo aprendido. Además, los presentamos de manera tal que puedan ser utilizados tanto en formato impreso como en soporte digital.

Ante la necesidad de modelizar ciertos procesos para su estudio y análisis, es necesario buscar formas diferentes de representar relaciones entre las magnitudes que intervienen. Una de estas formas es la confección de gráficos, que permiten el análisis de los procesos mediante una rápida visualización de las variaciones que se producen.

En general, se trata de presentar los datos para su análisis de una manera organizada a través de tablas, gráficos y fórmulas.

Precisamente, en el recorrido que realizamos en este material consideraremos la importancia de las funciones lineales para la representación de modelos matemáticos que figuran diferentes situaciones y procesos. En este marco, analizaremos su comportamiento a través de sus características más importantes.

FUNCIÓN LINEAL

El[1] agua ocupa el 71 % de la superficie fdel planeta. Sin embargo, no toda el agua existente es adecuada para el consumo humano. Sólo el 0,8% de su volumen es aprovechable por los seres humanos. El agua que puede beber el hombre proviene de reservas naturales de agua dulce (como los lagos, ríos y lagunas), reservas artificiales (diques y azudes) y acuíferos subterráneos. La creciente escasez de aguas lleva a que la sociedad debe concientizarse con su uso y cuidado.

Con relación a este tema, si observamos la parte central de la factura de agua que la empresa proveedora del servicio envía a nuestro domicilio, por la el suministro mensual de agua potable, encontraremos los siguientes conceptos:

Cargo fijo	\$ 24,00
Consumo mensual (40 m^3)	\$ 24,18
Total a pagar	\$ 48,18

Nota: El cargo variable por m^3 consumido en este mes de 0,6045 \$/m^3

[1] Problema extraido de*Funciones Elementales para construir modelos matemáticos*, Buenos Aires, INET, Colección "Las Ciencias Naturales y la Matemática". Pag. 52

En la factura leemos primero un cargo fijo de $ 24,00, aunque no usemos agua en el período facturado. Seguidamente, se informa la cantidad de m^3 que consumimos en nuestro domicilio este mes, 40 m^3, y en la nota indican el precio por cada m^3 de agua consumido ($ 0,6045 en este caso).

A partir de estos datos elaboramos la siguiente tabla donde se visualiza cuál es el costo si no consumimos agua en un mes y si consumimos 10 m^3 :

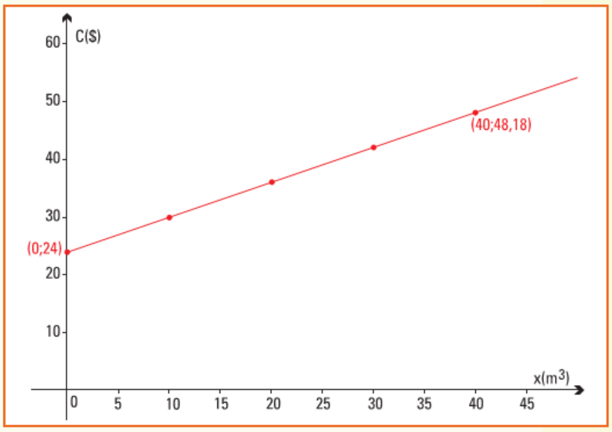
Consumo mensual de agua (m^3)	**0**	**10**
Total a pagar factura Sameep ($)	24	30,05

Con estos datos podemos:

✓ Establecer que la variable independiente "x" está representada por el consumo mensual de agua y se corresponde con el eje de las abscisas.

✓ Y determinar que la variable dependiente "y" está representada por el total de la factura a pagar y se representa en el eje de las ordenadas.

✓ Definir una relación entre el costo de consumir un m^3 de agua y la cantidad de metros cúbicos consumidos.



Cuando representamos el problema con un gráfico, podemos observar que a iguales incrementos de la variable independiente x se producen aumentos proporcionales de la variable dependiente. Por esta razón decimos que la función consumo de agua es una **función lineal**.

Llamamos ***función lineal*** a una función ***f***: R→R que verifica:

$$\boldsymbol{f}(x) = ax + b \qquad \text{o} \qquad \boldsymbol{y} = ax + b$$

Donde a y b son números reales, llamados **parámetros** o **coeficientes** de la función lineal.
a es el coeficiente principal y a ***b*** lo llamaremos termino independiente.

Ejemplos

1) $y = 2x - 1$ en este caso a= 2 y b= - 1

2) $f\ (x)\ =\ 7\,x$ en este caso a= 7 y b= 0

3) $y =\ 5$ en este caso a= 0 y b= 5

4) $y =\ -0{,}5x +\ 4{,}2$ en este caso a= -0,5 y b= 4,2

Volviendo a nuestro ejemplo, podemos determinar una fórmula para la función lineal que modelice el cálculo del costo total de la factura.

El costo fijo de la factura representará el término independiente, y el coeficiente principal estará dado por el costo por m^3.

Teniendo en cuenta estos datos, podemos obtener la fórmula de la función lineal del Costo C(x) que será:

$$\boldsymbol{C(x)\ =\ 0{,}6045x +\ 24}$$

Si queremos calcular a cuánto ascenderá la factura de un domicilio que consume 20 m^3 de agua en un mes, sólo debemos realizar el cálculo de la imagen de dicho valor x= 20 por la función C:

$$C(20)\ =\ 0{,}6045\,.\,20\ +\ 24\ \rightarrow\ C(20)\ =\ \$\,36{,}09$$

De esta manera podemos completar la tabla:

Consumo mensual de agua (m^3)	**0**	**10**	**20**	**30**	**50**
Total a pagar factura Sameep ($)	24	30,05	36,09	42,14	54,23

Contar con la fórmula de la función costo nos permite responder una pregunta como la siguiente:
¿Cuántos m^3 consumieron en la casa de Esteban si pagaron $ 40 por la boleta de agua en enero?

Utilizando la fórmula de la función costo:

$$C(x) = 0.6045.x + 24$$

Conocemos que el valor de C(x) = 40. Si queremos saber cuántos litros de agua consumieron en la casa de Esteban, debemos encontrar el valor de la variable *x*. Esto lleva a plantear una igualdad:

$$40 = 0.6045.x + 24$$

Y despejando

$$x = \frac{40 - 24}{0{,}6045}$$

o bien

$$x = 26{,}47\ m3$$

Así, el consumo en la casa de Esteban en el mes de enero fue de 26,47 m^3.

Para ampliar el concepto de función lineal, te invitamos a visualizar el siguiente video:

Función Lineal

Comprobamos lo aprendido

Problema 1

Antonela va a un gimnasio que se encuentra en su barrio. Cuando camina el trayecto que va desde su casa al gimnasio gasta 290 calorías. Ya en el gimnasio, Antonela realiza bicicleta fija. Su profesor le ha dicho que con ese ejercicio quema 3,5 calorías por minuto de pedaleo.

En los días que tiene muchas ganas de hacer ejercicio físico, Antonela se queda en el gimnasio haciendo bicicleta dos horas seguidas.

a) ¿Cuál es la función lineal que permitirá a Antonela calcular las calorías quemadas desde que salió de su casa y hasta que terminó de pedalear x minutos en la bicicleta fija del gimnasio?
b) ¿Cuántos minutos de bicicleta debe realizar Antonela para quemar 510 calorías?
c) ¿Cuántas calorías quemará si realiza 90 minutos de bicicleta?

Problema 2

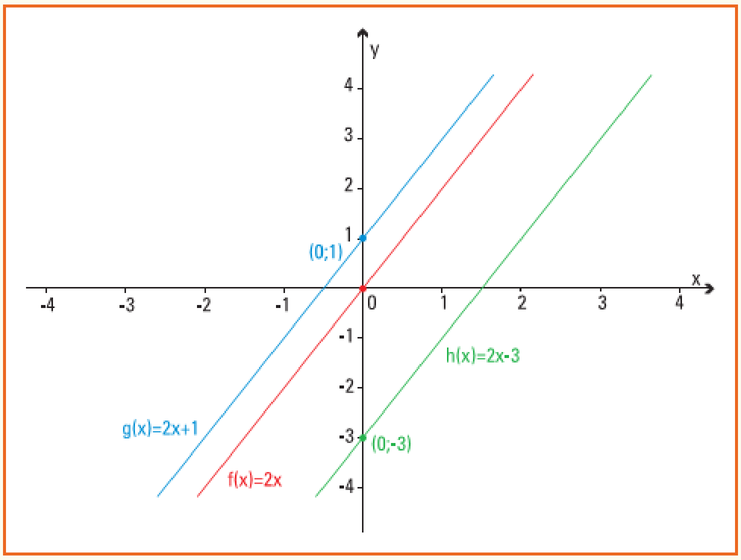
Ariel es un buen vendedor que trabaja en una empresa de seguros. Allí cobra $5000 de sueldo fijo más un 10% de las ventas que realiza por mes. Su jefe quiere premiarlo y le propone aumentarle el sueldo de manera tal que cobre un 11% de las ventas mensuales, pero el sueldo básico bajará a $4000.

a) Representen por medias funciones lineales ambas propuestas de salario.
b) ¿Cuál será el salario obtenido por Ariel si sus ventas del mes fueron de $25000 con su actual modo de cobrar y con la propuesta de su jefe?

ORDENADA AL ORIGEN

Representamos por medio de un gráfico las rectas que se definen mediante las siguientes funciones lineales:

$$f(x) = 2x \qquad g(x) = 2x + 1 \qquad h(x) = 2x - 3$$



[2]

Todas las funciones lineales son de la forma f (x) = 2.x+ b y se observa que:

- ☑ En todos los gráficos el valor de b corresponde a la imagen del origen x= 0 (f(0) = b).
- ☑ Para valores positivos b, la recta y = ax+ b corta al eje y positivo.
- ☑ Para valores negativos b, la recta y = ax+ b corta al eje y negativo.
- ☑ Si b= 0, la recta y = ax+ b pasa por el origen de coordenadas.

Entonces:

El parámetro b, de la función f(x) = a x+ b se llama **ordenada al origen** de la recta e indica el punto donde la recta corta al eje de las ordenadas

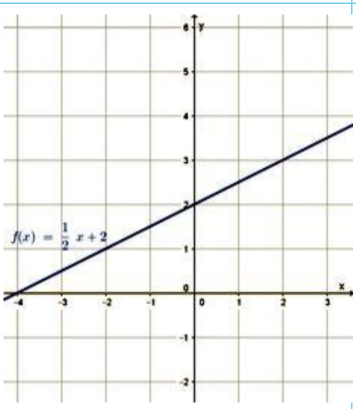
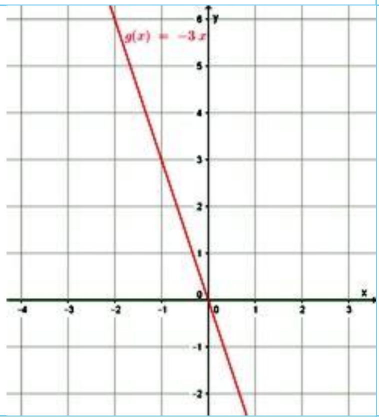
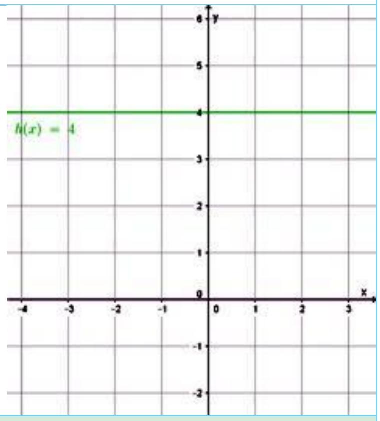
[2] Bocco, M. (2010), *Funciones Elementales para construir modelos matemáticos*, Buenos Aires, INET, Colección "Las Ciencias Naturales y la Matemática". Pag: 60

PENDIENTE

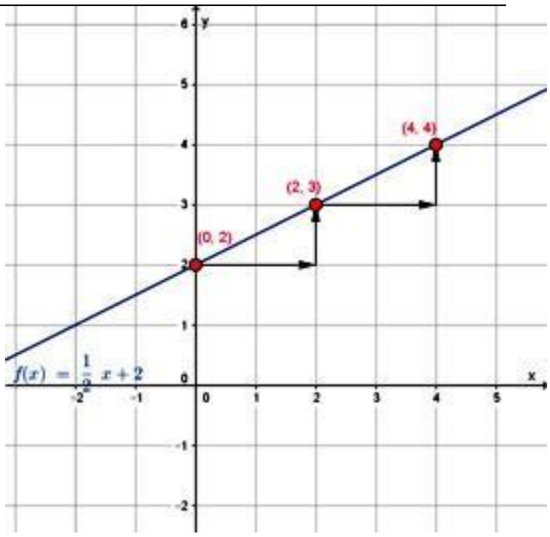
> El parámetro a, de la función f (x) = ax+ b se llama **pendiente** de la recta.

¿Qué nos indica la pendiente?

Representamos en un gráfico las rectas que se definen mediante las siguientes funciones lineales:

$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ $a = \frac{1}{2} \quad b = 2$	$g(x) = -3x$ $a = -3 \quad b = 0$	$h(x) = 4$ $a = 0 \quad b = 4$
		
Para valores positivos de a (a> 0), la función lineal es creciente.	Para valores negativos de a (a< 0), la función es decreciente.	Para a = 0 la función es constante.

En la representación gráfica de la función lineal $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ observamos dos puntos pertenecientes a ella como son el (0; 2) y el (2; 3). Vemos que cuando la variable *x* avanza dos unidades, la variable *y* sube 1 unidad.
En el punto (4; 4) perteneciente a la misma recta se verifica también esta propiedad.

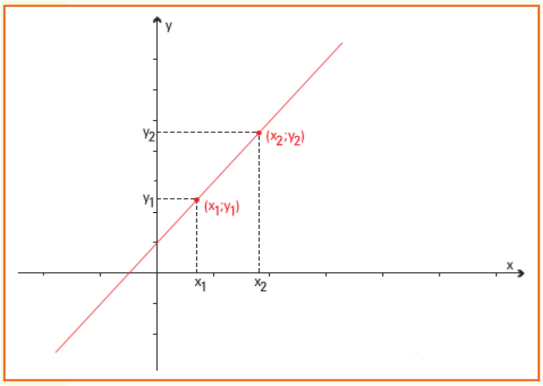


La pendiente de una función lineal indica, en el gráfico, cuánto aumenta la coordenada y por cada unidad que aumenta la coordenada x.

Pendiente de una recta que pasa por dos puntos conocidos

Supongamos que los puntos $(x1, y1)$ y $(x2, y2)$son dos puntos diferentes de la gráfica de una recta que representa a una función lineal, y que la ecuación que representa a esta función es $y = ax + b$. A partir de esos datos, podemos plantear la siguiente situación:

$$y_1 = ax_1 + b$$
$$y_2 = ax_2 + b$$



[3]Restando ambas igualdades, miembro a miembro, obtenemos:

$$y_1 - y_2 = (ax_1 + b) - (ax_2 + b)$$

Aplicando la propiedad distributiva y simplificando:

$$y_1 - y_2 = ax_1 + b - ax_2 - b$$
$$y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2)$$

Despejando la pendiente *a*, que es desconocida, tenemos:

[3] Bocco, M. (2010), *Funciones Elementales para construir modelos matemáticos*, Buenos Aires, INET, Colección “Las Ciencias Naturales y la Matemática”. Pag: 64

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Mide el cambio en el eje y

Mide el cambio en el eje x

Para ampliar el concepto de pendiente y ordenada al origen y como encontrar la ecuación de la recta a partir de estos valores mira el siguiente video.

Calculo de la ecuación de la recta a partir de dos puntos

Veamos un ejemplo:[4]

El total de ingresos obtenidos por ventas de electrodomésticos de la empresa "Frave", en los dos primeros trimestres del año, fue de $ 53.990 y $ 56.020, respectivamente.
Si se supone un crecimiento lineal de las ventas, ¿qué cifra es razonable estimar para el total de ingresos que tendrá Frave en el último trimestre del mismo año, si continúa el mismo ritmo de ventas? En esta situación, conocemos que:

1° trimestre → $53.990
2° trimestre → $56.020

Conocemos los puntos que pertenecen al gráfico de la función lineal. Luego, para encontrar dicha función lineal que modeliza los ingresos que Frave obtuvo por las ventas, debemos encontrar los valores de la pendiente ***a*** y de la ordenada al origen ***b***. Es decir: $f\ (x)\ =\ ax +\ b$. A partir de los datos anteriores podemos escribir:

$$\boldsymbol{x = 1 \rightarrow f\ (1)\ =\ 53.990}$$
$$\boldsymbol{x = 2 \rightarrow f\ (2)\ =\ 56.020}$$

Entonces, los pares ordenados (1; 53.990) y (2; 56.020) pertenecen a la recta que representa la función lineal. ***¿Cómo encontramos la pendiente y la ordenada al origen de esta función lineal?***

A partir de la información dada por la empresa conocemos los puntos que pertenecen al gráfico de la función lineal $f\ (x)\ =\ ax +\ b$
Datos:

$$(x_1,\, y_1)\ =\ (1\ ;\ 53.990)$$
$$(x_1,\, y_1)\ =\ (2\ ;\ 56.020)$$

[4] Problema extraido de *Funciones Elementales para construir modelos matemáticos*, Buenos Aires, INET, Colección "Las Ciencias Naturales y la Matemática". Pag: 64

La pendiente ***a*** de la recta que contiene a los puntos conocidos se obtiene a partir de:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Calculamos:

$$a = \frac{56.020 - 53.990}{2 - 1} = 2.030 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{a = 2.030}$$

Así, la función lineal es $f\,(x) = ax + b \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{f\,(x) = 2.030x + b}$

Y, como el punto (1; 53.990) pertenece al gráfico de la función, debe verificar:

$$f\,(1) = 2.030\,.\,1 + b$$

$$53.990 = 2.030\,.\,1 + b$$

Despejamos b

$$b = 53.990 - 2.030$$

b= 51.960

Para la empresa Frave podemos afirmar que un modelo lineal que refleja sus ingresos por ventas está representado por la función:

$$\boldsymbol{f\,(x) = 2.030\,x + 51.960}$$

Esta función permite responder la pregunta del problema: **¿en cuánto se estiman los ingresos por ventas del 4° trimestre?**

Si $\quad x = 4 \rightarrow y = f\,(4)$

$$y = 2.030\,.\,4 + 51.960$$

$$y = 60.080$$

Ahora sí podemos predecir y dar una respuesta a la empresa:

Si los compradores continúan como hasta ahora, se puede esperar obtener, por ventas de electrodomésticos, entre octubre y diciembre, un ingreso de $ 60.080.

Comprobamos lo aprendido

PROBLEMA 3

El siguiente es el titular de un diario de la ciudad de Rosario, del miércoles 12 de marzo de 2008:

Subirse a un taxi tiene su costo

Juan Pérez, funcionario de la Municipalidad de Rosario, tras reunirse con las cámaras del sector, quienes volvieron a reclamarle una urgente recomposición tarifaria, adelantó que, de acuerdo con el estudio de costos que maneja el municipio, la bajada de bandera para el servicio de taxi se elevó en $2,80 (60 centavos más que en la actualidad) y la ficha que se abona cada cien metros se elevó a $0,13 (hasta esa fecha se ubicaba en 11 centavos).

A partir de la información anterior:
a) Responder: ¿cuál es la función lineal que permite modelizar el costo que tendrá tomar un taxi, de acuerdo con los metros recorridos, a partir de marzo de 2008?
b) Indicar la pendiente de la función lineal definida en a). ¿Qué indica la pendiente en el contexto de la situación real?
c) Indicar la ordenada al origen de la función lineal definida en a). ¿Qué indica la ordenada en el contexto de la situación real?
d) Responder: ¿cuál es la función lineal que representa el costo que tenía tomar un taxi, de acuerdo con los metros recorridos, antes de marzo de 2008?
f) Si la distancia entre el Monumento a la Bandera y el estadio de Newell's Old Boys es de 3.900 metros, aproximadamente, ¿cuál será el gasto que tendremos para realizar nuestro viaje en taxi entre el estadio y el monumento, después del aumento?

PROBLEMA 4

Encontrar la función lineal cuyo gráfico sea una recta que verifique las condiciones pedidas y realizar el gráfico en cada caso:

a) Con pendiente a= -2 y ordenada al origen 4.
b) Con pendiente a= -2 y pasa por el punto (2;5).
c) Con ordenada al origen 3 y que pasa por el punto (3;0).

PROBLEMA 5

Para la recta que pasa por los puntos (-2;1) y (10;9):

a) Hallar su pendiente.
b) Encontrar la fórmula de la función lineal que representa la recta.
c) ¿Pertenece el punto (3;2) a la recta? Justificar la respuesta.
d) Indicar, al menos, otros dos puntos pertenecientes a esta recta.

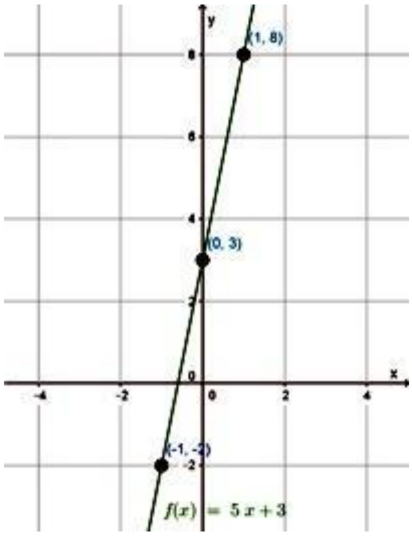
¿CÓMO CONSTRUIMOS EL GRÁFICO?

A través de una tabla de valores

Dada la función $f(x) = 5x + 3$

x	-1	0	1
F(x)	-2	3	8
Punto (x,y)	(-1,-2)	(0,3)	(1,8)

Representamos los puntos (x,y) en un eje cartesiano y los unimos con una recta.



A partir de la ordenada al origen y de la pendiente

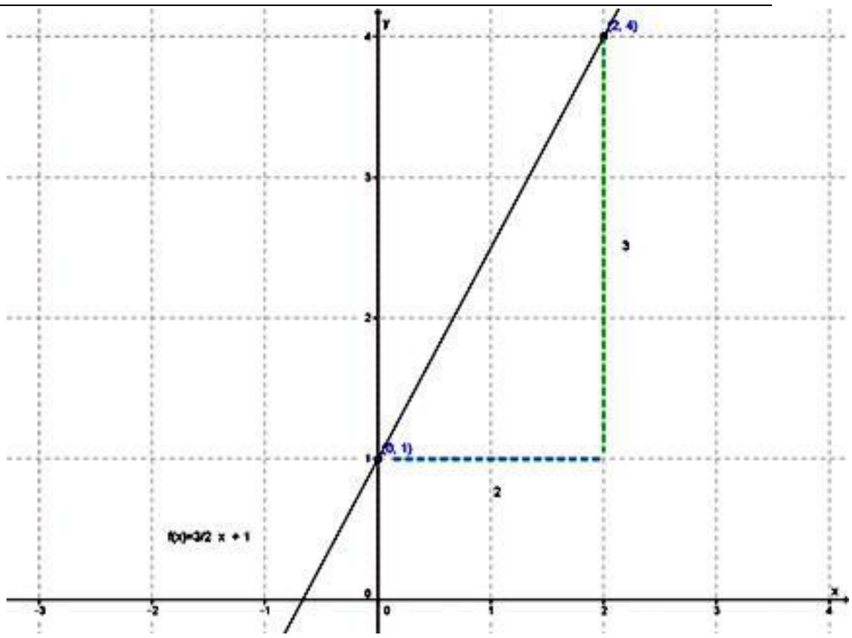
Grafiquemos la función $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$

La Ordenada al Origen es $f(0) = \frac{3}{2}.0 + 1 \rightarrow \quad f(0) = 1$ o b = 1 $\rightarrow$ es el punto (0,1)

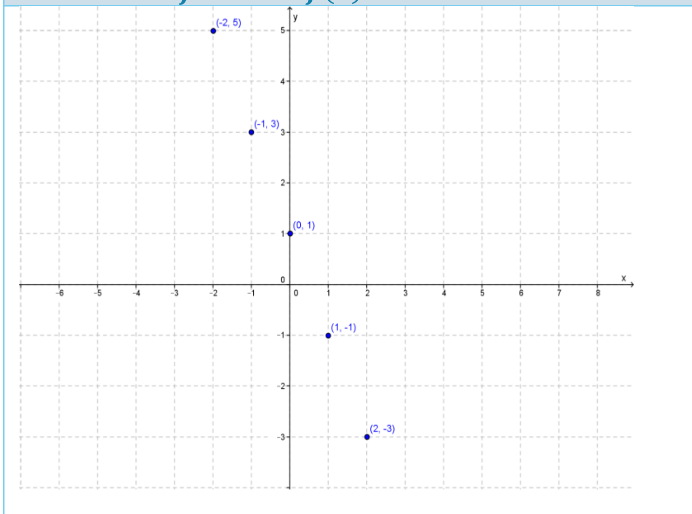
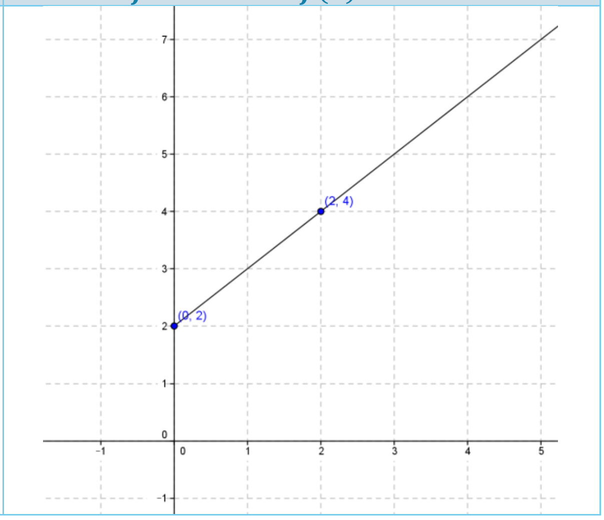
La pendiente a = $\frac{3}{2}$, lo que indica que cuando ***x*** aumenta 2, entonces ***y*** aumenta 3.

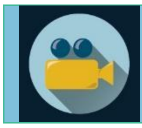
Paso 1: marcamos la ordenada al origen en el eje cartesiano: **(0,1).**

Paso 2: buscamos el segundo punto a partir de la ordenada al origen y la pendiente. Como la ordenada al origen es el punto (0,1) y la pendiente indica que cuando ***x*** aumenta 2, entonces ***y*** aumenta 3, sumamos a la x de la ordenada al origen 2 y a la y de la ordenada al origen 3: (0,1) + (2,3) = (0 + 2, 1+3) = **(2,4).**



Algunos ejemplos de tipos de gráficas según el dominio y la imagen

$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}\ f(x) = -2x + 1$	$f: \mathbb{R}^{+} \rightarrow \mathbb{R}^{+}\ f(x) = x + 2$
	



Si querés comprender mejor como graficar la función lineal a partir de su pendiente y su ordenada cliquea sobre el enlace para ver el video.

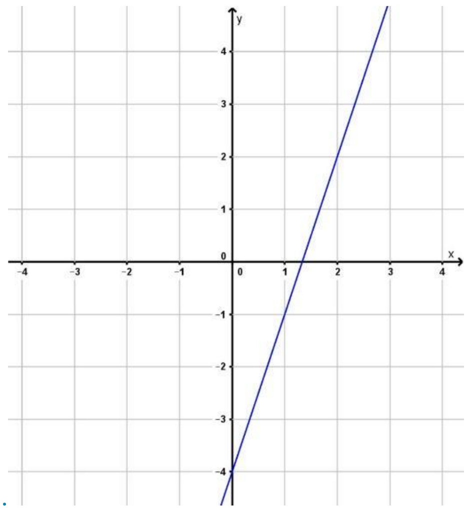
Grafica a partir de la ordenada al origen y de la pendiente

Comprobamos lo aprendido

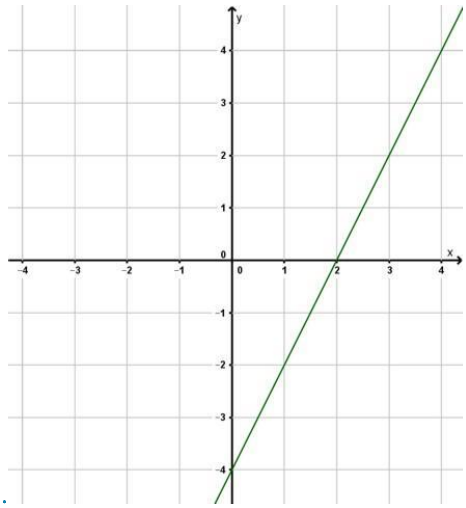
Problema 6

Decidan cuál es el gráfico que corresponde a cada función lineal. Justifiquen su respuesta.

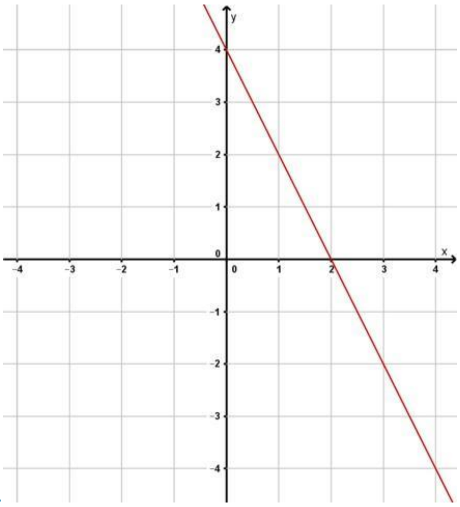
a) $f(x) = 2x - 4$ b) $g(x) = -2x + 4$ c) $h(x) = 3x - 4$ d) $t(x) = -3x + 4$



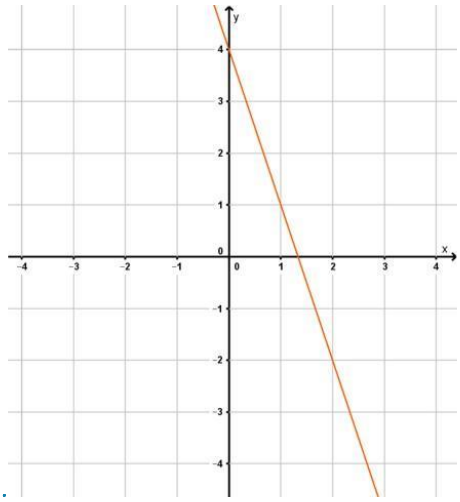
I.



II.



III.

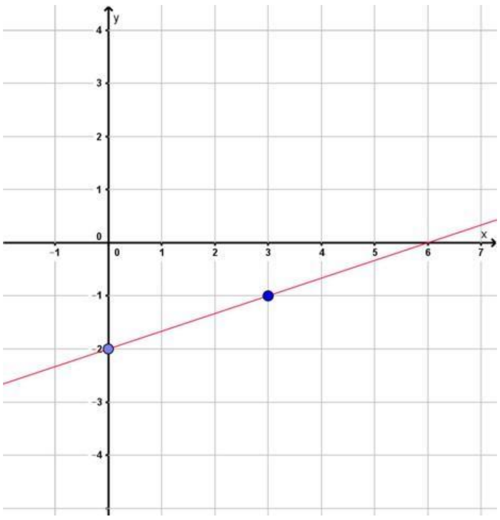


IV.

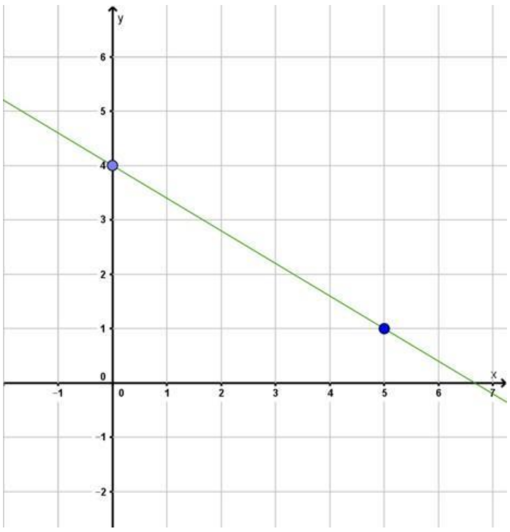
Problema 7

Obtengan la fórmula de cada una de las funciones lineales representadas en los siguientes gráficos:

a.



b.



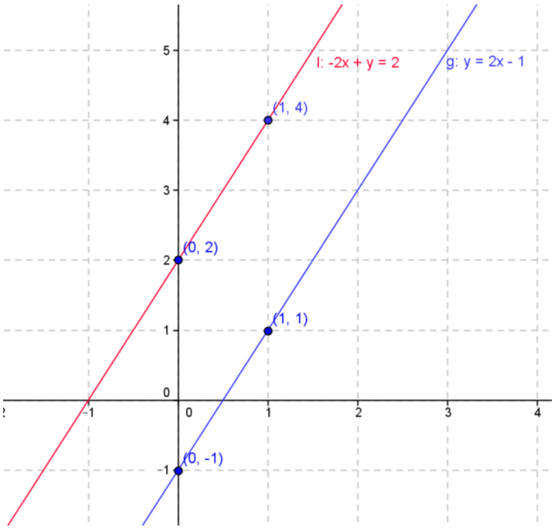
CONDICIÓN DE PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD:

Dos rectas son paralelas si y sólo si tienen la misma pendiente y diferentes ordenadas al origen.

Si se grafican cada una de las funciones lineales definidas respectivamente por:

$$l(x) = 2x + 2 \quad \text{y} \qquad g(x) = 2x - 1$$

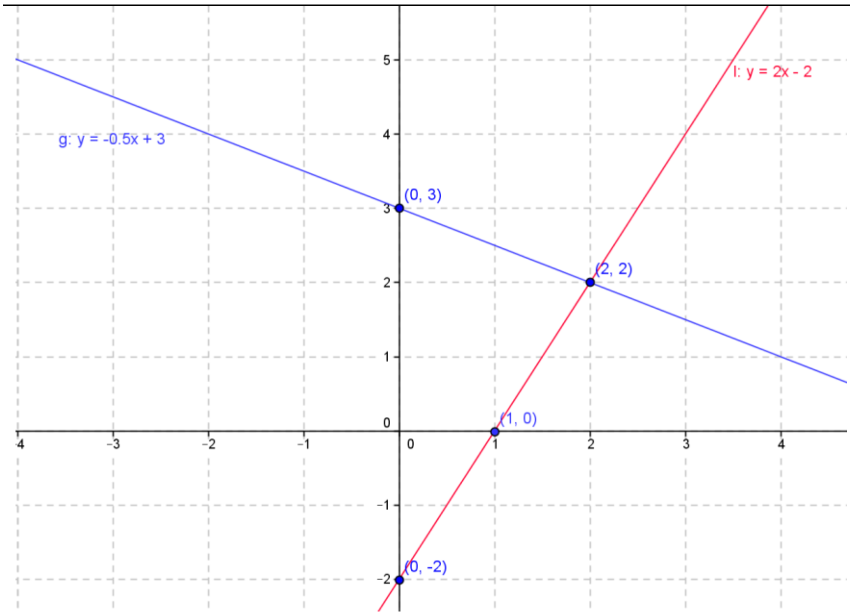
Se puede observar que las rectas que resultan son paralelas:



Dadas dos rectas de pendientes a_1 y a_2 respectivamente, se dice que dichas rectas son perpendiculares si $\boldsymbol{a_1 = -\frac{1}{a_2}}$

Si se grafican cada una de las siguientes funciones lineales se puede observar que las rectas que resultan son perpendiculares:

$$l(x) = 2x + 2 \quad \text{y} \qquad h(x) = -\frac{1}{2}x - 1$$



Vamos a profundizar sobre estos conceptos en el siguiente video.

[Condición de paralelismo y perpendicularidad]

Comprobamos lo aprendido

PROBLEMA 8

Dadas las siguientes funciones lineales, determinar cuáles son paralelas, cuáles perpendiculares y cuáles no son ni paralelas ni perpendiculares:

$$1)\ f(x) = 2x + 1 \qquad 4)\ f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$2)\ -2y + 4x = 1 \qquad 5)\ 2y + 2x = 2$$

$$3)\ -4y + 1 = 2x \qquad 6)\ -x + 1 = 2y$$

PROBLEMA 9

Dos familias salen simultáneamente en sus autos a una misma ruta rumbo a una ciudad balnearia. Una de las familias parte de la ciudad A, mientras que la otra lo hace desde una ciudad distante a 50 km de A hacia adelante. La ciudad de destino se encuentra a 250 km de la ciudad A. Ambos autos van a velocidad constante, recorriendo 2 km por minuto.

En el mismo momento en que partieron los autos mencionados, un camión sale desde la ciudad balnearia por la misma ruta y en sentido contrario a los otros dos autos a velocidad constante, recorriendo medio km por minuto.

a) Obtener las ecuaciones que representan las tres situaciones de los tres vehículos.
b) Identificar para cada ecuación la pendiente y ordenada al origen. ¿Qué significan ambos parámetros en el contexto del problema?
c) Realizar la gráfica de los recorridos de los tres vehículos. ¿Qué relaciones tienen estos gráficos entre sí?
d) ¿Cuántos minutos tarda en llegar cada uno de los autos a la ciudad balnearia?

CEROS, CONJUNTO DE POSITIVIDAD Y CONJUNTO DE NEGATIVIDAD

En algunos países del mundo, como en la Argentina, se utiliza la escala de grados centígrados para expresar temperaturas, mientras que en otros se utiliza la escala de grados Fahrenheit. La relación de conversión entre ambas escalas es lineal y está dada por la fórmula $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$, donde x es la temperatura expresada en grados centígrados y f(x) es la misma temperatura expresada en grados Fahrenheit.

a) ¿Cuál es la temperatura en grados centígrados que equivale a 0 °F (se lee "cero grados Fahrenheit")?
b) ¿Para qué valores de la temperatura expresada en grados centígrados la temperatura equivalente en grados Fahrenheit es positiva?
c) ¿Para qué valores de la temperatura expresada en grados centígrados la temperatura equivalente en grados Fahrenheit es negativa?

¿Cuál es la temperatura en grados centígrados que equivale a 0 °F?

Para responder a esta pregunta, podemos traducir el planteo del problema al lenguaje matemático, con el concepto de función, del siguiente modo:

Conociendo la función de conversión entre temperaturas $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$ debemos encontrar para qué valores de x la imagen es 0.

Para responder esto planteamos:

$$f(x) = 0 \leftrightarrow \frac{9}{5}x + 32 = 0$$

Si resolvemos esta ecuación obtenemos la respuesta:

$$\frac{9}{5}x + 32 = 0$$

$$\frac{9}{5}x = -32$$

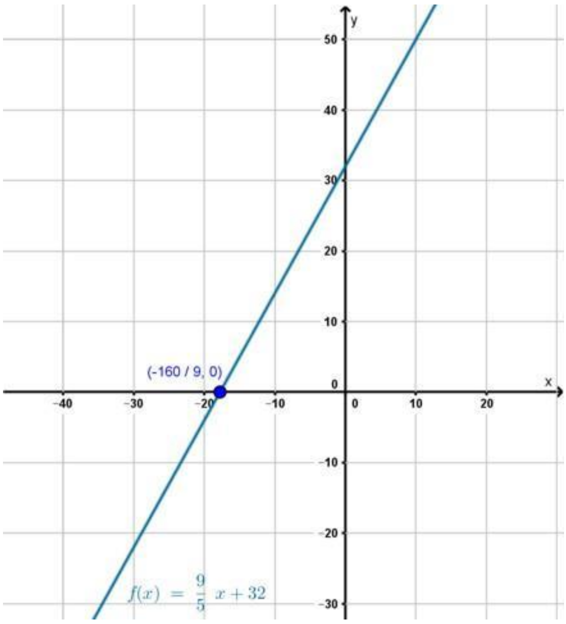
$$x = -32 : \frac{9}{5} = -\frac{160}{9}$$

Entonces: 0 grados Fahrenheit equivalen a $-\frac{160}{9}$ grados centígrados.

Si representamos gráficamente esta respuesta obtenemos el siguiente gráfico.

La respuesta a nuestra pregunta coincide con el punto donde la recta corta al eje de las abscisas. Este punto particular recibe el nombre de **cero de la función**.

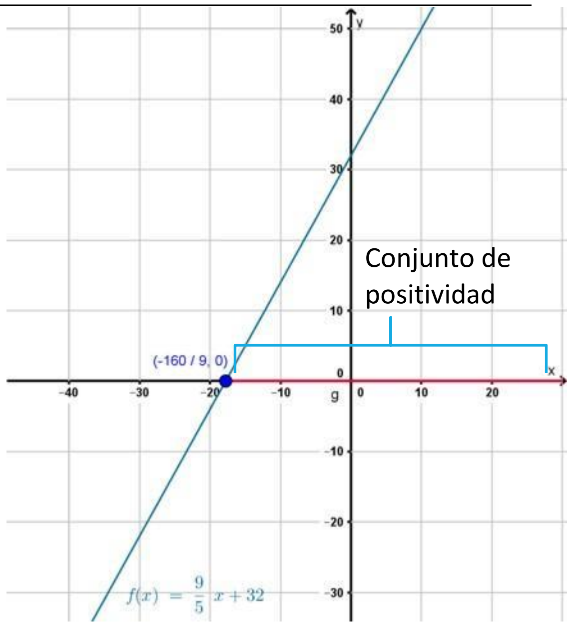
Los **ceros o raíces** de una función son aquellos valores del dominio de una función cuya imagen es cero.



¿Para qué valores de la temperatura expresada en grados centígrados la temperatura equivalente en grados Fahrenheit es positiva?

Para poder dar respuesta a esta pregunta tenemos que encontrar para qué valores de x la imagen es positiva. Si observamos la gráfica, podemos ver que todos los puntos del dominio que se encuentran a la derecha del punto $(-\frac{160}{9}, 0)$ tienen imágenes positivas. Es decir que para todos los valores mayores a $(-\frac{160}{9}, 0)$ las imágenes serán positivas.

A este conjunto de valores lo llamamos **conjunto de positividad**.



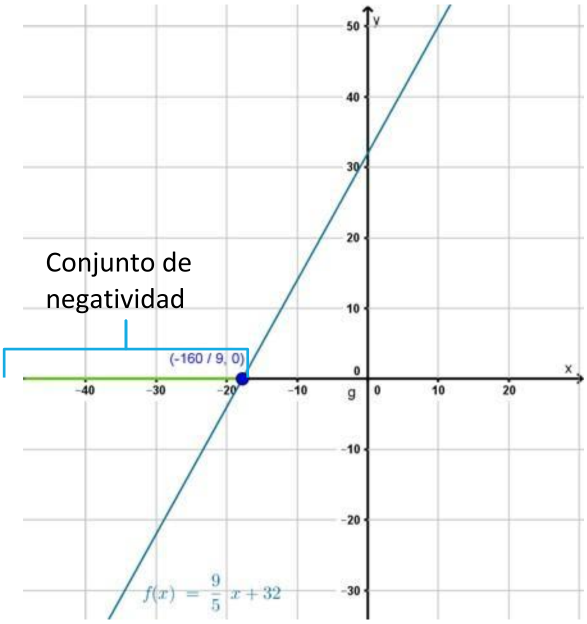
El **conjunto de positividad (C^+)** de una función es el subconjunto del dominio cuyas imágenes son números positivos.

En nuestro problema: $C^+ = (-\frac{160}{9}; +\infty)$

¿Para qué valores de la temperatura expresada en grados centígrados la temperatura equivalente en grados Fahrenheit es negativa?

En este caso debemos encontrar para qué valores de x la imagen es negativa. Si observamos la gráfica, podemos ver que todos los puntos del dominio que se encuentran a la izquierda del punto $(-\frac{160}{9}, 0)$ tienen imágenes negativas. Es decir que para todos los valores menores a $(-\frac{160}{9}, 0)$ las imágenes serán negativas.

A este conjunto de valores lo llamamos **conjunto de negatividad**.



El **conjunto de negatividad (C^-)** de una función es el subconjunto del dominio cuyas imágenes son números negativos.

En nuestro problema: $C^- = (-\infty; -\frac{160}{9})$

Comprobamos lo aprendido

Problema 10

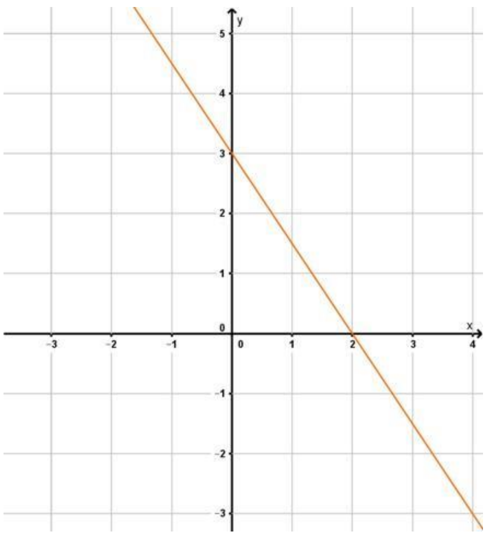
Hallen el conjunto de ceros y los conjuntos de positividad y negatividad de las siguientes funciones lineales:

a) $f(x) = 6x + 4$
b) $g(x) = -\frac{2}{3}x + 1$
c) $n(x) = \frac{4}{5}x - 2$

Problema 11

Se tiene el gráfico de la siguiente función lineal:

a) Encontrar la fórmula de la función.
b) Calcular los ceros y los conjuntos de positividad y negatividad.



Actividades de cierre

Problema 1

Para una empresa ubicada en el sur del país, el costo de producir diariamente 30 televisores es de $25.000, y si su producción es de 40 unidades del mismo televisor es de $30.000. Sabiendo que el costo de producción C de la empresa está relacionado linealmente con la cantidad x de televisores diarios producidos y que la capacidad máxima de producción diaria es de 50 aparatos:

a) ¿Cuál es la función C(x) que permite describir los costos de producción?
b) Estimar el costo de producir 35 unidades del mismo producto en un día.
c) Si la empresa vende los televisores a $1.500 cada uno, ¿cuál es la función de ingreso I(x) si se supone también un comportamiento lineal de dicha función?
d) Estimar el ingreso por vender 35 unidades del mismo producto en un día.
e) Graficar en un mismo sistema de coordenadas las funciones, considerando como Dom C= Dom I= [5;50]
f) ¿Qué utilidades o beneficio tendría la empresa si sólo produce y vende 10 televisores diarios? ¿Y si fabrica 6 televisores?
g) ¿Le conviene a la empresa, siempre que pueda venderlos, producir a su máxima capacidad? Justificar la respuesta.

Problema 2

a) Hallen la fórmula de la función lineal g cuya gráfica contiene los puntos A=(-1;2) y B=(3;-4).
b) Hallen los números p y q sabiendo que los puntos (p;-1) y (-2;q) pertenecen a la gráfica de g.
c) Hallen la fórmula de una función h cuya gráfica sea paralela a g, y otra fórmula m de una función cuya gráfica sea perpendicular a g.
d) Construyan la gráfica de las tres funciones.

Problema 3

Consideren la función lineal f(x)=6x+1. Analicen cada una de las siguientes afirmaciones, indiquen si son verdaderas o falsas y expliquen por qué.

a) La ordenada al origen es 1 y la pendiente es 6.
b) Por cada dos unidades que aumenta la abscisa de un punto de la recta, la ordenada aumenta 12.
c) La recta interseca al eje de abscisas en x = 1.
d) F(0) = 1.
e) El valor de x cuya imagen es 5 es $\frac{2}{3}$.
f) No hay números negativos en el conjunto de positividad de f.
g) El conjunto de negatividad es $(-\infty; -\frac{1}{6})$.

BIBLIOGRAFÍA

Altman, S.; Comparatore, C. y Kurzrok, L. (2003), *Matemática: Funciones 1*, Buenos Aires, Longseller.

Bocco, M. (2010), *Funciones Elementales para construir modelos matemáticos*, Buenos Aires, INET, Colección "Las Ciencias Naturales y la Matemática".

Dure, D. A. (2011), Capítulo III: "Funciones - Introducción", Resistencia, Seminario Universitario UTN-FRRE.

Kaczor, P. J. *et al.* (2000), *Matemática I*, Buenos Aires, Santillana.

Sitios web recomendados

https://es.khanacademy.org/

http://math2me.com/playlist/pre-calculo

http://www.academiavasquez.com/