Bernoulli

Distribution de probabilité discrète

Modélise une expérience ayant 2 issues possibles $\begin{cases} \nearrow \text{succès } (1) \\ \searrow \text{échec } (0) \end{cases}$

Définition

Une V.A. suit une loi de Bernoulli de paramètre p si elle prend uniquement 2 valeurs : $P(X=1) = p$ et $P(X=0) = 1-p$

PDF	CDF	μ	σ^2
$\begin{cases} p & \text{si } x = 1 \\ p-1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1-p & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$	p	$p(1-p)$ *

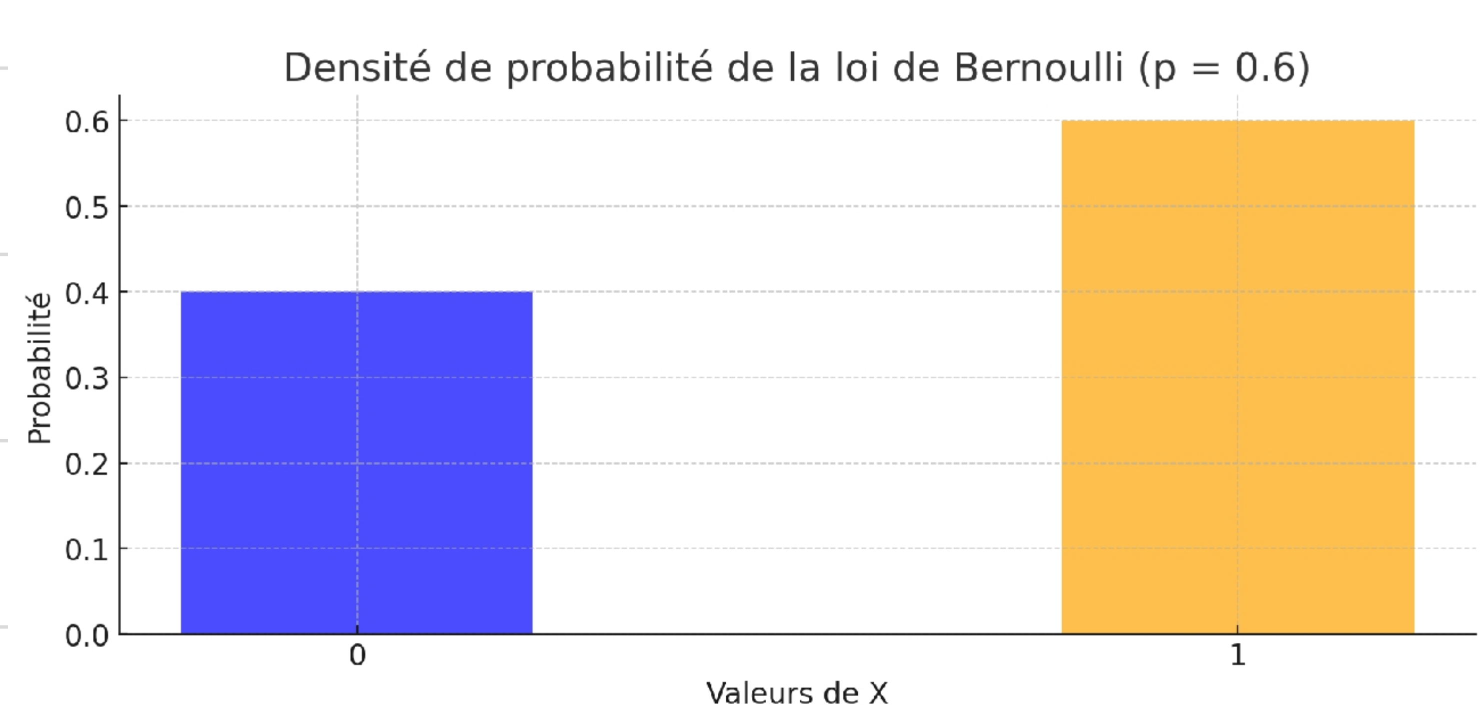
Caractéristiques :

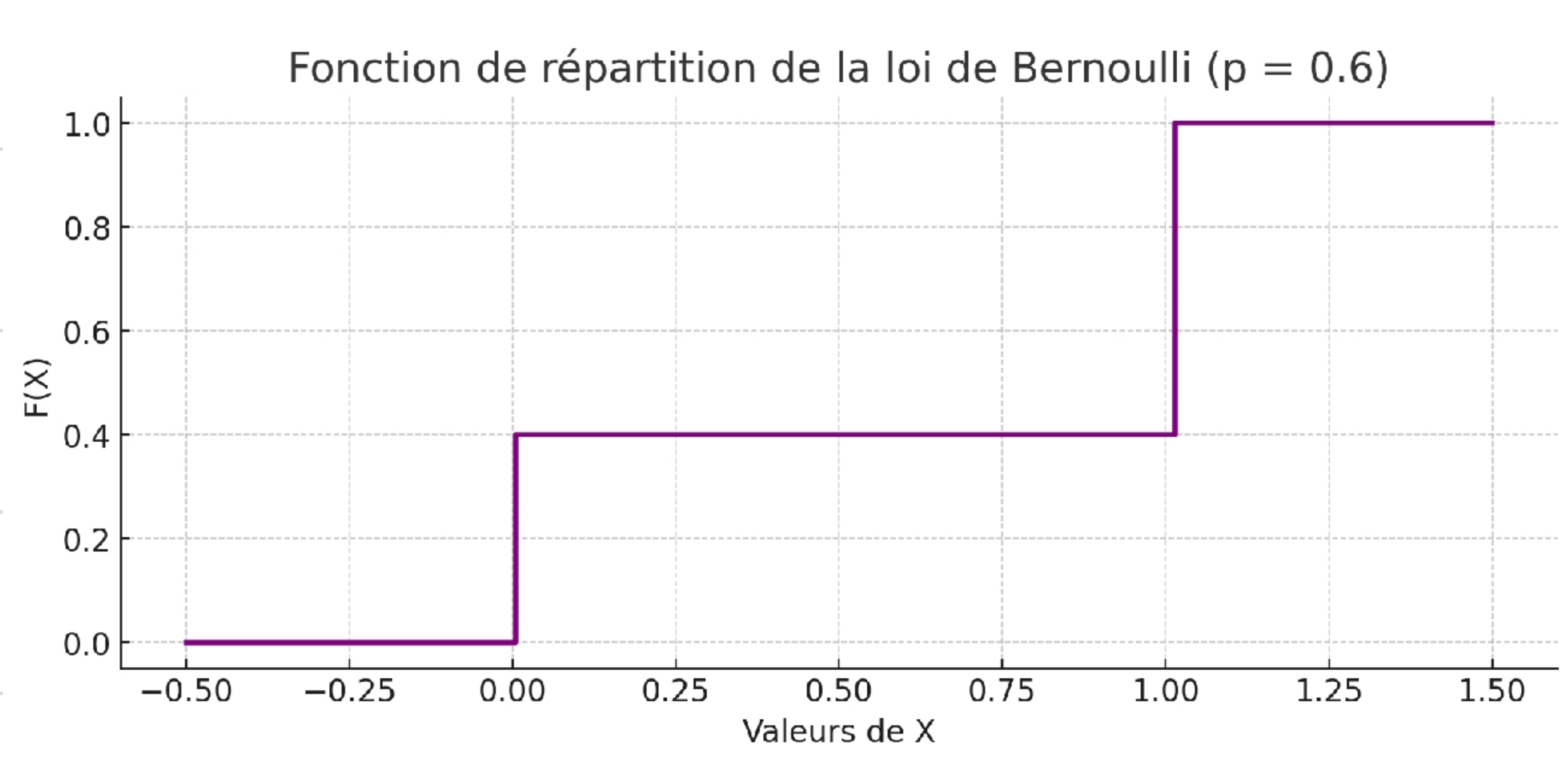
- $\mathbb{E}[X] = p$
- $Var(X) = p(1-p)$
- Moments : $\mathbb{E}[X^2] = p$ car $X^2 = X$

Représentation graphique :

1. la densité de probabilité : représente $P(X)$ en fonction de X.
2. la fonction de répartition $F(x)$: donne la probabilité d'obtenir une valeur inférieure ou égale à x.

Exemple : $p = 0{,}6$





* Démonstration de la variance de la loi de Bernoulli

Rappel : $Var(X) = \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2$

$\mathbb{E}[X] = \sum_i x_i P(X = x_i)$

$\mathbb{E}[X] = 1 \cdot p + 0 \cdot (1-p) = p$

$\mathbb{E}[X^2] = 1^2 \cdot p + 0^2 \cdot (1-p) = p$

$$
\begin{aligned}
Var(X) &= \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2 \\
&= p - p^2 \\
&= p(1-p)
\end{aligned}
$$

factorisat°