Loi Binomiale

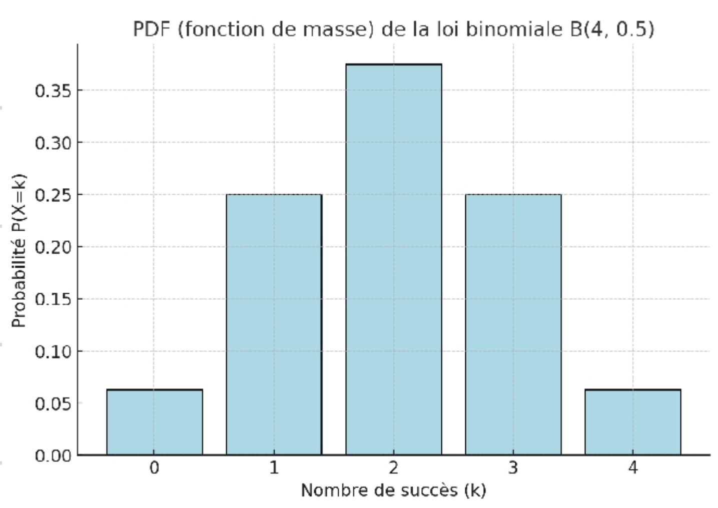
Définition : La loi Binomiale modélise le nombre de succès obtenus dans une série de répétitions indépendantes d'une même expérience aléatoire, ayant seulement 2 résultats possibles.

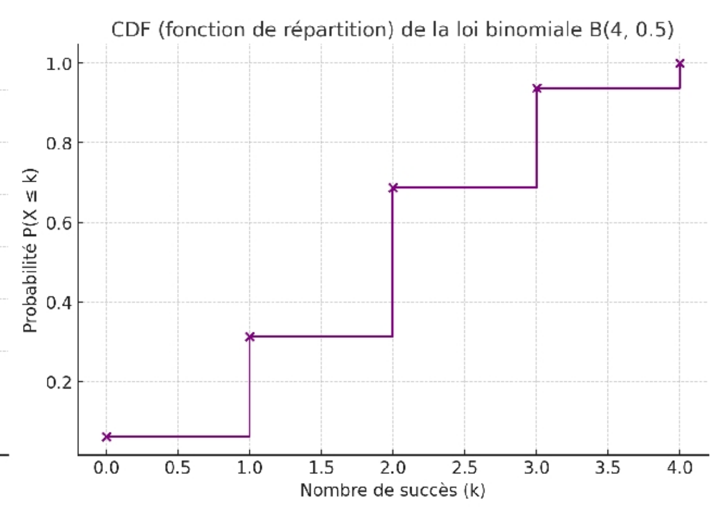
Paramètres :
- n : nombre d'essais indépendants
- p : probabilité de succès à chaque essai $(0 \leq p \leq 1)$
- $X \sim B(n, p)$

PDF (*1)	CDF (*2)	μ	σ^2
$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ avec $k = 0, 1, 2, \dots, n$ où $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	$F(k) = P(X \leq k)$ $F(k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$	$E[X] = n \cdot p$	$Var(X) = np(1-p)$

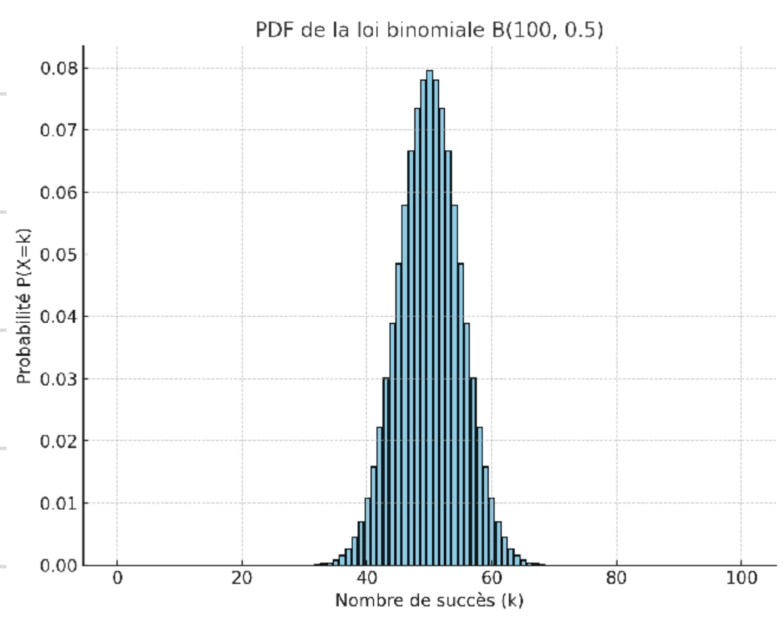
Graphiques :

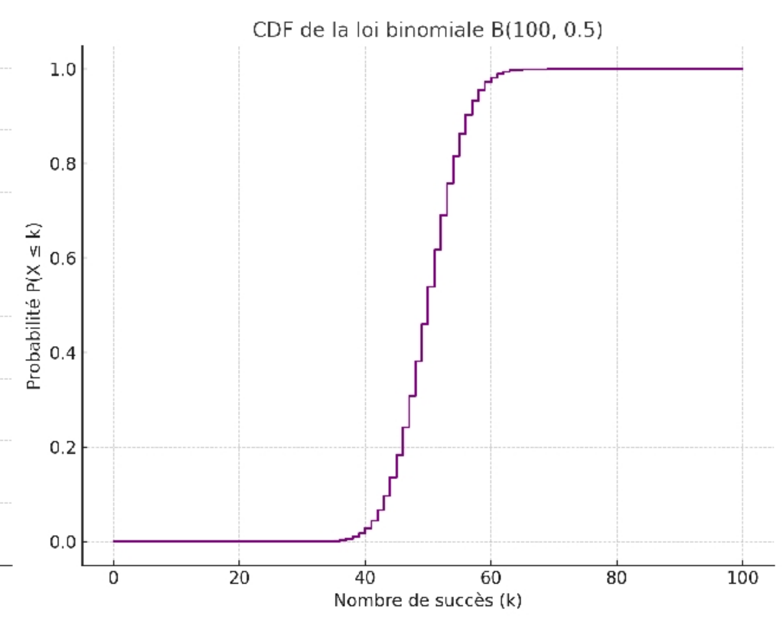
$k = 4$





$k = 100$





(*1) $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Ex : $n = 10$, $p = 0,5$, $k = 2$

1) Calcul du coefficient binomial $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!\,8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{2 \cdot 1 \cdot 8!} = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = \frac{90}{2} = 45$$

Interprétation : Il y a 45 façons d'avoir 2 succès parmi 10 essais.

(*2) $F(k) = P(X \leq x) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$

ex : $P(X \leq 2)$:

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \quad = 0,05468$$

$$P(X=0) = \binom{10}{0} \cdot (0,5)^0 \cdot (0,5)^{10-0} = 1 \cdot 1 \cdot 0,0009765$$

$$P(X=1) = \binom{10}{1} \cdot (0,5)^1 \cdot (0,5)^{10-1} = 0,009756$$

$$P(X=2) = \binom{10}{2} \cdot (0,5)^2 \cdot (0,5)^{10-2} = 0,04394$$