14042025

Formule de Feynman-Kac
Etudes de cas

Cas 1 : Pas d'actualisation $(r=0)$, pas de terme source $(f=0)$

$$v(t,x) = \mathbb{E}\left[g\left(X_T^{t,x}\right)\right]$$

$$\rightarrow \partial_t v + \mu(x)\,\partial_x v + \frac{1}{2}\sigma^2(x)\,\partial^2_{xx} v = 0$$

exemple : option EU

Cas 2 : Pas d'actualisation, présence d'un terme source (positif)

$$v(t,x) = \mathbb{E}\left[g\left(X_T^{t,x}\right) + \int_t^T f\left(s, X_s^{t,x}\right) ds\right]$$

$$\rightarrow \partial_t v + \mu(x)\,\partial_x v + \frac{1}{2}\sigma^2(x)\,\partial^2_{xx} - f(t,x) = 0$$

On reçoit un paiement au fil du temps, donc ça diminue notre Espérance

exemple : option avec coupons

Cas 3 : Pas d'actualisation, présence d'un terme source (négatif)

$$v(t,x) = \mathbb{E}\left[g\left(X_T^{t,x}\right) - \int_t^T f\left(s, X_s^{t,x}\right) ds\right]$$

$$\rightarrow \partial_t v + \mu(x)\,\partial_x v + \frac{1}{2}\sigma^2(x)\,\partial^2_{xx} + f(t,x) = 0$$

exemple : produit avec des frais

Cas 4 : Actualisation, pas de terme source

$$v(t,x) = \mathbb{E}\left[e^{-\int_t^T r(s,X_s)\,ds}\; g\left(X_T^{t,x}\right)\right]$$

$$\rightarrow \partial_t v + \mu(x)\,\partial_x v + \frac{1}{2}\sigma^2(x)\,\partial^2_{xx} - r v(t,x) = 0$$