On avait : $= \int \frac{e^{-(-2ay+y^2-2yb+b^2)/2a}}{\sqrt{2\pi a}} dy$

$$-\frac{y^2-2yb-2ya+b^2}{2a} = -\frac{[y-(b+a)]^2-(2ab+a^2)}{2a}$$

On sépare les termes : $\underbrace{-\frac{(y-(b+a))^2}{2a}}_{\text{terme loi normale}} + \frac{2ab+a^2}{2a}$

$\hookrightarrow \frac{2ab}{2a} + \frac{a^2}{2a}$

$b + \frac{a}{2}$ ⇐ Pas exploitable pour intégrale

On sait que : $(b+a)^2 = b^2+2ab+a^2$

$2ab+a^2 = (b+a)^2-b^2$ ⇐ Prof transforme pour mettre en évidence la densité Normale

$$\frac{(b+a)^2-b^2}{2a} = -\frac{b^2-(b+a)^2}{2a}$$ ⇐ exploitable pour l'int

$$= \int \left(e^{-\frac{(y-(a+b))^2}{2a} - \frac{b^2-(a+b)^2}{2a}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} dy$$

$$= e^{-\frac{b^2-(a+b)^2}{2a}} \int e^{-\frac{(y-(a+b))^2}{2a}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} dy$$

$$= e^{\frac{a}{2}+b} \underbrace{\int \frac{e^{-\frac{(y-(a+b))^2}{2a}}}{\sqrt{2\pi a}} dy}_{=1}$$

$$\mathbb{E}[e^X] = e^{b+\frac{1}{2}a}$$

Dev/Explicat° ppt pb 2° fois refaites 3 heures

Si $X \sim N(b,a)$ $\lambda * \lambda$

Remarque : $X \sim N(\lambda b, \lambda^2 a)$

$\boxed{\Leftarrow \text{ On connait mtn la transformée de Laplace d'une Gaussienne}}$

donc : $E[e^{\lambda X}] = e^{\lambda b + \frac{\lambda^2 a}{2}}$ $\forall \lambda \in \mathbb{R}$ avec λ

$\lambda \in \mathbb{R}$ ⟹ Transformée de Laplace de la V.A.

et si on transforme avec un Nombre complexe

↳ transformée de Fourier