

Exercice 1.4

Q1: Quelle est la loi de $W_t - W_s | \mathcal{F}_s$?

$(W_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement Brownien si :

$$W_0 = 0$$

$$t \mapsto W_t \text{ P.S.}$$

$$W_t - W_s \sim N(0, t-s)$$

$$W_t - W_s \perp \mathcal{F}_s$$

$$\mathbb{P}(W_t - W_s \in A | \mathcal{F}_s) = \mathbb{P}(W_t - W_s \in A)$$

avec $A \subset \mathbb{R}$

\Rightarrow

$$W_t - W_s | \mathcal{F}_s \sim N(0, t-s)$$