

Mouvement Brownien

14/04/15
2.5

On dit qu'un processus W est un M.B. sous P si :

① $W_0 = 0$

Signification : le processus commence à zéro

But : ça fixe un point de départ commun à toutes les trajectoires.

② $t \in \mathbb{R}_+ \mapsto W_t$ est une fonction continue P-P.S.

Interprétation : On définit une fonction dont la variable t rit dans \mathbb{R}_+ et qui associe à chaque t la valeur W_t .

But : empêcher les sauts (brutaux) - le processus doit évoluer de façon fluide.

③ $W_t - W_s \sim N(0, t-s)$ pour tout $t \geq s \geq 0$

Signification : les increments du M.B. suivent une loi Normale. Cette loi est centrée (moyenne nulle) et de variance égale à la durée de l'intervalle : $t-s$

But : Donner une distribution probabiliste précise des variations.

④ $W_{t_0}, W_{t_1} - W_{t_0}, \dots, W_{t_m} - W_{t_{m-1}}$ sont $\perp\!\!\!\perp$

Signification : les increments sont indépendants

But : garantir une absence de mémoire du processus.
le futur est indépendant du passé.

↳ Notion de marché "efficace"

En probabilité, cela donne une structure très puissante pour construire des intégrales stochastiques (via martingales).