

Cube de volatilité

Jean-François Berger-Lefébure

10 Décembre 2024

Contents

1	Introduction	3
2	Utilisation d'un cube de volatilité	4
2.1	Pourquoi utiliser toutes les volatilités implicites ?	4
2.2	Comment utiliser les volatilités implicites ?	4
2.3	Exemple	4
3	Caplets et Cap Floors	5
3.1	Définitions	5
3.2	Exemple d'un Caplet	5
3.3	Exemple d'un Cap Floor	5
3.4	Différence entre Caplets et Cap Floors	6
3.5	Utilisation dans la pratique	6

1 Introduction

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		CUBE DE VOLATILITE (BLACK)											
3		Chaque tableau représente un tenor (3M, 6M etc...)											
4		Dans chaque tableau : vol. implicite en fonction de la maturité et du strike de l'option											
5													
6		3M	2,00%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	6,00%	7,00%	8,00%	9,00%	10,00%
7		1M	18,40%	17,57%	17,85%	18,24%	18,65%	19,04%	19,76%	20,37%	20,89%	21,33%	21,71%
8		3M	21,88%	20,68%	20,95%	21,38%	21,84%	22,29%	23,12%	23,83%	24,43%	24,95%	25,39%
9		6M	26,23%	24,41%	24,77%	25,37%	26,03%	26,67%	27,84%	28,84%	29,68%	30,40%	31,03%
10		1Y	36,12%	31,51%	31,03%	31,13%	31,52%	32,03%	33,14%	34,19%	35,13%	35,96%	36,69%
11		2Y	34,03%	27,53%	25,88%	25,04%	24,78%	24,88%	25,59%	26,51%	27,41%	28,24%	28,99%
12		3Y	31,33%	24,91%	22,95%	21,67%	20,98%	20,73%	21,00%	21,70%	22,48%	23,24%	23,94%
13		4Y	29,51%	23,28%	21,25%	19,84%	18,98%	18,59%	18,71%	19,36%	20,13%	20,88%	21,59%
14		5Y	28,37%	22,17%	20,05%	18,48%	17,42%	16,85%	16,75%	17,34%	18,10%	18,88%	19,60%
15		7Y	26,17%	20,40%	18,33%	16,70%	15,48%	14,68%	14,20%	14,59%	15,27%	16,00%	16,70%
16		9Y	24,30%	19,00%	17,08%	15,54%	14,37%	13,56%	12,95%	13,19%	13,77%	14,41%	15,03%
17		10Y	23,31%	18,25%	16,42%	14,94%	13,79%	12,98%	12,29%	12,46%	12,97%	13,57%	14,16%
18		15Y	19,48%	15,25%	13,69%	12,39%	11,34%	10,54%	9,69%	9,67%	10,05%	10,54%	11,03%
19		20Y	16,99%	13,26%	11,88%	10,74%	9,81%	9,11%	8,41%	8,43%	8,79%	9,24%	9,70%
20		25Y	15,65%	11,97%	10,60%	9,48%	8,60%	7,98%	7,58%	7,89%	8,41%	8,95%	9,45%
21		6M	2,00%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	6,00%	7,00%	8,00%	9,00%	10,00%
22		1M	18,28%	17,32%	17,58%	17,96%	18,37%	18,77%	19,50%	20,12%	20,64%	21,09%	21,48%
23		3M	21,68%	20,29%	20,52%	20,93%	21,39%	21,84%	22,68%	23,41%	24,02%	24,55%	25,01%
24		6M	26,00%	23,75%	24,03%	24,59%	25,24%	25,88%	27,07%	28,09%	28,96%	29,70%	30,35%
25		1Y	35,95%	30,95%	30,31%	30,32%	30,65%	31,14%	32,25%	33,32%	34,28%	35,13%	35,88%
26		2Y	34,07%	27,46%	25,72%	24,79%	24,46%	24,51%	25,18%	26,08%	26,99%	27,83%	28,58%
27		3Y	31,18%	24,74%	22,74%	21,41%	20,67%	20,39%	20,64%	21,33%	22,12%	22,89%	23,59%
28		4Y	29,37%	23,12%	21,08%	19,63%	18,74%	18,32%	18,40%	19,04%	19,81%	20,58%	21,29%
29		5Y	28,24%	22,05%	19,91%	18,31%	17,22%	16,61%	16,47%	17,04%	17,81%	18,59%	19,32%
30		7Y	26,03%	20,27%	18,20%	16,56%	15,32%	14,50%	13,97%	14,35%	15,04%	15,77%	16,48%
31		9Y	24,15%	18,86%	16,95%	15,40%	14,22%	13,39%	12,74%	12,98%	13,55%	14,20%	14,83%
32		10Y	23,16%	18,12%	16,29%	14,80%	13,64%	12,81%	12,09%	12,25%	12,76%	13,36%	13,96%
33		15Y	19,32%	15,12%	13,56%	12,26%	11,20%	10,39%	9,52%	9,49%	9,87%	10,36%	10,87%
34		20Y	16,83%	13,12%	11,74%	10,60%	9,67%	8,96%	8,24%	8,26%	8,62%	9,08%	9,54%
35		25Y	15,48%	11,82%	10,46%	9,34%	8,45%	7,82%	7,40%	7,71%	8,24%	8,79%	9,29%
36		1Y	2,00%	3,00%	3,50%	4,00%	4,50%	5,00%	6,00%	7,00%	8,00%	9,00%	10,00%
37		1M	28,40%	25,74%	25,77%	25,07%	25,03%	25,08%	25,30%	25,58%	25,86%	26,12%	26,36%

Ca représente un **cube de volatilité implicite**, utilisé pour pricer des produits dérivés de taux d'intérêt (comme les caplets et caps/floors). Chaque élément du tableau est structuré selon trois axes principaux, qui se lisent comme suit :

- **Maturités (lignes verticales) :** Les lignes représentent les **maturités des options**, allant de 1 mois (1M) à 25 ans (25Y), et déterminent à quel moment l'option peut être exercée.
- **Strikes (colonnes horizontales) :** Chaque colonne correspond à un **strike**, exprimé en pourcentage (par exemple, 2,00%, 3,00%, 3,50%), qui est le taux fixe à comparer au taux variable.
- **Tenors des flux (blocs distincts comme "6M" ou "3M") :** Chaque bloc indique la **fréquence des flux sous-jacents**, où "6M" correspond à des paiements semestriels et "3M" à des paiements trimestriels.
- **Valeurs des cellules :** Chaque cellule contient une **volatilité implicite**, qui est utilisée pour calculer le prix d'un produit dérivé avec les paramètres de maturité et de strike correspondants.
- **Interpolation :** Si les paramètres recherchés (maturité ou strike) ne figurent pas directement dans le tableau, il est nécessaire d'interpoler entre les valeurs existantes pour obtenir une volatilité implicite précise.

Exemple de lecture : Dans le bloc "6M 3,50%", la cellule à l'intersection de la ligne 10Y (maturité de 10 ans) et de la colonne 3,50% indique une volatilité implicite de 16,29%, utilisée pour pricer un caplet correspondant.

2 Utilisation d'un cube de volatilité

2.1 Pourquoi utiliser toutes les volatilités implicites ?

- Les caps sont composés de plusieurs caplets, chaque caplet couvrant une période distincte (par exemple, chaque semestre dans un cap basé sur des flux semestriels).
- Dans le tableau, les **volatilités implicites** sont données pour différentes maturités (T) et strikes (K).
- Pour pricer un cap complet, il faut calculer le prix de chaque caplet en utilisant la volatilité implicite correspondant à la maturité de ce caplet.
- Cela garantit que chaque composant du cap reflète correctement les conditions de marché.

2.2 Comment utiliser les volatilités implicites ?

- **Étape 1 : Identifier le strike (K) et le tenor des flux.** Par exemple, dans le tableau "6M", un cap basé sur des flux semestriels utilisera les colonnes correspondant aux strikes (2,00%, 3,00%, 3,50%, ...) et les maturités des caplets associées (lignes verticales).
- **Étape 2 : Sélectionner les maturités des caplets.** Chaque ligne du tableau représente une maturité différente :
 - Un cap de maturité 10 ans comprend des caplets pour 6M, 1Y, 1,5Y, ..., 10Y.
 - Pour chaque caplet, utilise la volatilité implicite correspondant à sa maturité et au strike donné.

2.3 Exemple

Situation : Pricer un cap avec :

- Strike : 3,50%,
- Tenor : flux semestriels (6M),
- Maturité totale : 10 ans.

Étapes :

- Pour chaque caplet, utilise les volatilités dans la colonne 3,50% du tableau "6M".
- Liste des caplets :
 - 6M : Volatilité 24,03%,
 - 1Y : Volatilité 30,31%,
 - 1,5Y (interpolation entre 1Y et 2Y) : Volatilité moyenne entre 30,31% et 25,72%,
 - ...
 - 10Y : Volatilité 16,29%.
- Calcule le prix de chaque caplet individuellement en utilisant la formule de Black pour les options, et somme les résultats pour obtenir le prix total du cap.

Résultat final

- Le prix total du cap est la somme des prix de tous les caplets.
- Chaque caplet utilise une volatilité implicite différente selon sa maturité.

3 Caplets et Cap Floors

3.1 Définitions

- **Caplet** : Un caplet est une option sur un flux unique d'intérêt variable. Il permet de se protéger contre une hausse des taux d'intérêt pour une période donnée (par exemple, un trimestre ou un semestre).

– **Payoff d'un caplet** :

$$\text{Payoff} = \max(L - K, 0) \times \text{Notional} \times \Delta_t$$

où :

- * L : Taux variable observé (LIBOR, Euribor, etc.),
 - * K : Strike (taux plafond),
 - * Δ_t : Fraction de l'année correspondant à la période (par exemple, 0,5 pour un semestre),
 - * Notional : Montant nominal sur lequel le caplet est calculé.
- **Cap Floor** : Un cap floor est un portefeuille de caplets, mais qui protège contre une baisse des taux d'intérêt. Il agit comme un plancher pour les taux d'intérêt.

– **Payoff d'un cap floor** :

$$\text{Payoff} = \max(K - L, 0) \times \text{Notional} \times \Delta_t$$

Les paramètres sont les mêmes que pour le caplet, mais l'inverse s'applique : le taux doit être inférieur au strike pour que le payoff soit positif.

3.2 Exemple d'un Caplet

Données :

- Taux variable (L) : 5%,
- Strike (K) : 3,50%,
- Notional : 1 000 000 €,
- Période : 6 mois ($\Delta_t = 0,5$).

Calcul du payoff :

- Vérification : $L > K$, donc 5% > 3,50%, le caplet est dans la monnaie.
- Payoff :

$$\text{Payoff} = \max(5\% - 3,50\%, 0) \times 1\,000\,000 \times 0,5$$

$$\text{Payoff} = 1,50\% \times 1\,000\,000 \times 0,5 = 7\,500 \text{ €}.$$

Résultat : Le caplet rapporte 7 500 € pour protéger contre une hausse des taux au-delà de 3,50%.

3.3 Exemple d'un Cap Floor

Données :

- Taux variable (L) : 1%,
- Strike (K) : 2,00%,
- Notional : 2 000 000 €,
- Période : 1 an ($\Delta_t = 1$).

Calcul du payoff :

- Vérification : $L < K$, donc 1% < 2,00%, le cap floor est dans la monnaie.
- Payoff :

$$\text{Payoff} = \max(2,00\% - 1\%, 0) \times 2\,000\,000 \times 1$$

$$\text{Payoff} = 1,00\% \times 2\,000\,000 = 20\,000 \text{ €}.$$

Résultat : Le cap floor rapporte 20 000 € pour protéger contre une baisse des taux en dessous de 2,00%.

3.4 Différence entre Caplets et Cap Floors

- **Caplet** : Protéger contre une hausse des taux pour une période unique.
- **Cap Floor** : Ensemble de caplets couvrant plusieurs périodes pour gérer un risque de baisse des taux.

3.5 Utilisation dans la pratique

- **Caplets** : Utilisés pour des besoins spécifiques de couverture à court terme.
- **Cap Floors** : Utilisés pour sécuriser un taux minimal (ou maximal) sur la durée d'un prêt ou d'un contrat.