

Niveau 1
Pricing and risk-management des options
Cours 3
Exercices 2

Jean-François Berger-Lefébure

04 Juin 2024

Contents

1	Exercice 2 - Pricing: Put très dans la monnaie”	3
1.1	Énoncé	3
1.2	Observation: Un put ”très dans la monnaie”	3
1.3	Approche simplifiée pour un put profondément dans la monnaie	3
1.4	Solution	3
1.5	Pourquoi peut-on ignorer Black-Scholes ici ?	4
1.6	Résumé	4

1 Exercice 2 - Pricing: Put très dans la monnaie

1.1 Énoncé

Je considère un put de strike 90 et de maturité 3 mois sur un actif cotant 50 aujourd'hui. La volatilité implicite au strike 90 est 16%. Le taux d'intérêt à 3 mois est 3%. Calculer approximativement le prix de ce put sans utiliser la formule de Black & Scholes.

Correction : put très très très dans la monnaie $\Rightarrow P_0 \approx Ke^{-rT} - S_0$ soit $P_0 \approx 39,32$ €

1.2 Observation: Un put "très dans la monnaie"

Le prix actuel de l'actif est **50 €**, ce qui est **bien inférieur** au strike de **90 €**.

Interprétation:

- Le put est **profondément dans la monnaie** ("deep in the money").
- Il a une **valeur intrinsèque élevée** car il est presque certain d'être exercé.
- On peut alors utiliser une approximation simplifiée.

1.3 Approche simplifiée pour un put profondément dans la monnaie

Lorsque l'option est très dans la monnaie, son prix est approximativement égal à:

1. La **valeur actualisée** du paiement futur K au taux sans risque.
2. Moins la **valeur actuelle** du sous-jacent S_0 .

$$P_0 \approx Ke^{-rT} - S_0$$

Pourquoi cette formule ?

- On actualise K pour tenir compte de la **valeur présente** au taux sans risque.
- On soustrait S_0 car l'option permet de vendre l'actif au prix fixé K .

1.4 Solution

Données:

- $K = 90$
- $r = 3\% = 0.03$
- $T = 3/12 = 0.25$
- $S_0 = 50$

Étapes:

1. Actualisation du strike:

$$Ke^{-rT} = 90 \cdot e^{-0.03 \cdot 0.25}$$

$$Ke^{-rT} = 90 \cdot e^{-0.0075}$$

$$Ke^{-rT} = 90 \cdot 0.99253 \approx 89.33$$

2. Prix approximatif du put:

$$P_0 \approx 89.33 - 50$$

$$P_0 \approx 39.33$$

Le prix approximatif de ce put est **39,32 €**, ce qui est cohérent avec la correction.

1.5 Pourquoi peut-on ignorer Black-Scholes ici ?

Le modèle de Black-Scholes calcule un prix exact en tenant compte de la **volatilité** et du **temps**.

Mais ici:

- Le put est tellement **dans la monnaie** que son prix dépend principalement de sa **valeur intrinsèque**.
- L'effet de la volatilité devient **négligeable**.

On utilise simplement une actualisation au taux sans risque.

1.6 Résumé

- **Put profondément dans la monnaie:** On peut approximer son prix par:

$$P_0 \approx Ke^{-rT} - S_0$$

- **Pourquoi cette formule fonctionne:** Elle tient compte de la **valeur intrinsèque** et de l'**actualisation au taux sans risque**.
- **Quand utiliser cette approximation:**
 - Si l'option est **très dans la monnaie** (strike bien supérieur ou inférieur au prix actuel).
 - Si la volatilité a un **impact négligeable**.

—