

# Ejercicios

## Inducción

### Curso Álgebra Lineal

#### Pregunta 1

Demostrar por inducción que si  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x > 0$  y  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , entonces

$$(1+x)^n > 1+nx$$

#### Pregunta 2

Demostrar por inducción que la suma de los  $n$  primeros números naturales es

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Es decir, que

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

#### Pregunta 3

Demostrar por inducción que

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

#### Pregunta 4

Determinar si la suma de 3 enteros positivos consecutivos es siempre divisible por 6

#### Pregunta 5

Probar que si

$$x_1 = 0; \quad x_2 = 1, \quad x_n = 2x_{n-2} - x_{n-1}$$

entonces el término general de esta sucesión vale

$$x_n = \frac{2+(-2)^n}{6} \quad n = 1, 2, \dots$$

#### Pregunta 6

Sean  $a_1, a_2, \dots, a_n \in (-1, 0]$ . Probar que

$$(1+a_1)(1+a_2)\dots(1+a_n) \geq 1+a_1+a_2+\dots+a_n$$