INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
MP-273: Sliding Mode Control
Exercício Computacional 2

Prof. Davi Antônio dos Santos

31 de maio de 2021

Este trabalho é uma continuação do Exercício Computacional 1, em que projetamos uma lei de controle por modos deslizantes multivariável para as dinâmicas de translação de um multicóptero subatuado. Lá obtivemos um modelo para as dinâmicas em questão na forma regular:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \tilde{\mathbf{f}}_1\left(\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2\right), \tag{1}$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 = \tilde{\mathbf{f}}_2\left(\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2\right) + \tilde{\mathbf{B}}\left(\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2\right)\left(\mathbf{u} + \mathbf{d}\right). \tag{2}$$

onde $\tilde{\mathbf{x}}_1 \triangleq \mathbf{r}_g^{b/g} - \bar{\mathbf{r}}_g^{b/g} \in \mathbb{R}^3$ e $\tilde{\mathbf{x}}_2 \triangleq \dot{\mathbf{r}}_g^{b/g} - \dot{\bar{\mathbf{r}}}_g^{b/g} \in \mathbb{R}^3$, onde $\bar{\mathbf{r}}_g^{b/g} \in \mathbb{R}^3$ representa uma trajetória de posição suave desejada. Assim, o objetivo de controle era regular o estado $\tilde{\mathbf{x}} \triangleq (\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2) \in \mathbb{R}^3$ na origem para, indiretamente, rastrear a trajetória desejada de forma robusta.

Aqui, vamos considerar que o vetor de distúrbio $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$ tenha norma limitada, mas que o seu limitante seja desconhecido. Como vimos no Capítulo 7, esse problema pode ser resolvido pela seguinte lei de controle por modos deslizantes adaptativa:

$$\mathbf{u} = -\left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_1}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_2}\tilde{\mathbf{B}}\right)^{-1}\left(\left(\mathbf{C} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_1}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_1}\right)\tilde{\mathbf{f}}_1 + \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_1}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_2}\tilde{\mathbf{f}}_2 + \kappa\left\|\frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}_1}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_2}\tilde{\mathbf{B}}\right\|\frac{\mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|}\right), \tag{3}$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}_1 + \tilde{\mathbf{f}}_1(\tilde{\mathbf{x}}), \tag{4}$$

$$\dot{\kappa} = \gamma\|\mathbf{s}\|\ \mathbb{I}_{\mathcal{E}}(\|\mathbf{s}\|), \tag{5}$$

com $\kappa(0) \geq 0$ e $\mathcal{E} \triangleq \mathbb{R}\backslash[-\varepsilon, \varepsilon]$, $\varepsilon > 0$, $\gamma > 0$ e $\mathbf{C}$ diagonal positiva-definida. A lei de controle (3)–(4) garante que:

i. $\mathbf{s} = \mathbf{0}$ é globalmente estável em tempo finito; e

ii. $\kappa \to \kappa_{\max} < \infty$ em tempo finito.

Questão 1. Mostre que $(\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$ é assintoticamente estável no sentido global.

Questão 2. Simule o sistema de controle projetado em linguagem MATLAB, considerando $m = 1$ kg, $g = 9,81$ m/s^2, condições iniciais nulas e um distúrbio senoidal

$$\mathbf{d}(t) = \begin{bmatrix} 0,3\ \sin(\pi t/4) \\ 0,4\ \sin(\pi t/4 + \pi/2) \\ 0,5\ \sin(\pi t/4 + \pi) \end{bmatrix} N.$$

Adote o seguinte comando de posição helicoidal:

$$\bar{\mathbf{r}}_g^{b/g}(t) = \begin{bmatrix} \sin(\pi t/2) \\ \sin(\pi t/2 + \pi/2) \\ t/4 \end{bmatrix} \text{ m}$$

de $t = 0$ a $t = 16$ s. Ajuste os parâmetros do controlador de forma a obter um bom desempenho. Note que ε deve ser suficientemente grande para que, na simulação, a propriedade *ii* (acima) seja cumprida de fato. Plote gráficos de:

- $\mathbf{r}_g^{b/g}$ sobreposto a $\bar{\mathbf{r}}_g^{b/g}$, ambos ao longo do tempo;
- $\dot{\mathbf{r}}_g^{b/g}$ sobreposto a $\dot{\bar{\mathbf{r}}}_g^{b/g}$, ambos ao longo do tempo;
- $\mathbf{u}$ ao longo do tempo;
- $\|\mathbf{s}\|$ ao longo do tempo; e
- κ ao longo do tempo.

Analise os gráfico obtidos verificando se condizem com a teoria.

Referências

[1] Santos, D. A. Exercício Computacional 1. Material de MP-273, ITA, 2021.